

粒子法による鋼およびRC はりの弾塑性衝撃応答解析に関する基礎的研究

A fundamental study on elasto-plastic dynamic analysis of steel and RC beam using particle method

別府万寿博*, 園田佳巨**, 玉井宏樹***
Masuhiro Beppu, Yoshimi Sonoda and Hiroki Tamai

*博 (工), 防衛大学校助手, システム工学群建設環境工学科 (〒239-8686 横須賀市走水 1-10-20)

** 工博, 九州大学教授, 工学研究院建設デザイン部門 (〒812-8581 福岡市東区箱崎 6-10-1)

***修 (工), 九州大学大学院博士後期課程, 工学府建設システム工学専攻 (〒812-8581 福岡市東区箱崎 6-10-1)

This study presents a capability of particle method for elasto-plastic dynamic analysis of steel and RC beam under impulsive load. First, formulation of particle method is explained. Then problem for solid analysis and solution are discussed. Then, influences of parameters on the analyses results are investigated through simulation of elastic behavior of steel beam. Next, effectiveness of particle method on the mesh sensitivity in numerical analysis for brittle material is proved. Finally, elasto-plastic dynamic analysis for RC beam is carried out and validation of numerical results is discussed.

Key Words: particle method, elasto-plastic dynamic analysis, steel beam, RC beam

キーワード: 粒子法, 弾塑性衝撃応答解析, 鋼はり, RC はり

1. はじめに

土木・建築分野の構造設計は性能照査型に移行しつつあり, 想定している外力に対する構造物の挙動をできるだけ正確に評価できる解析法や実験法の確立が求められている。衝撃荷重を受ける構造物の損傷・破壊挙動についても, これまでに多くの実験や解析が行われており, 近年では実験法や解析法の標準化も検討されている¹⁾。ここで, 衝撃応答解析に用いられる解析手法に着目すると, 有限要素法 (FEM) に代表される連続体力学に基づいた手法^{2),3)} (以下, 連続体モデルという) と, 個別要素法^{4),5)} (DEM) や剛体バネモデル^{6),7)} (RBSM) など不連続体の物理に基づいた手法 (以下, 不連続体モデルという) に大別できる。連続体モデルの特徴としては, 時間および空間的な離散化を適切に行うことで, 弾性解を精度良く近似することができる。一方, 不連続体モデルは, バネを切断することによって比較的容易に破壊などの不連続挙動を表すことができる。一般に, 衝撃荷重を受ける構造物は, 載荷初期の段階では弾性挙動を示すが, 荷重が大きくなるにしたがい非線形・弾塑性挙動を示す。荷重条件がさらに厳しくなると, 構造物は破壊に至るが, 条件によっては剥離, 飛散をともなう場合もある。したがって, このような複雑な破壊挙動を, それぞれの解析手法のみで忠実に追跡することは難しいと考えられる。

この問題に対する一つの解決策として, 要素分割が不要であり, 弾性挙動から強不連続挙動まで精度良く取扱うことができるメッシュレス法の適用が考えられる。メッシュレス法の概念は, 1994年にBelytschko^{10),11)}らによってElement Free Galerkin Method (EFGM) として初めて提案された。メッシュレス法は, メッシュを作成する労力が大幅に低減され, 複雑な形状に対しても容易

に対応できることが大きな利点であり, EFGMの他にもSmoothed Particle Hydrodynamics (SPH) 法¹²⁾, Moving Particle Semi-implicit (MPS) 法¹³⁾, Free Mesh 法¹⁴⁾あるいはExtend Finite Element Method (X-FEM) ¹⁵⁾などが開発されている。これらの中には, 要素を構成する節点の情報が固定されているものと, 計算ステップごとに作成していく方法があるが, EFGM や Free Mesh 法のように連立一次方程式を解く方法は, 要素を構成する節点情報の作成や求解に要する計算量が非常に大きいという問題がある。一方, MPS 法や SPH 法などの粒子法は陽解法に基づいているため, 計算負荷が小さく衝撃応答解析に適していると考えられる。また粒子法は, 力学原理に基づいて定式化が行われるため弾性解に対する収束も保証されており, さらにメッシュに束縛されないため弾性から大変形・破壊まで幅広い問題に有効であると考えられる。これまでに, 越塚らは MPS 法を非圧縮性流れの解析に適用し, その有効性を示している¹³⁾。また, 固体と流体との相互作用問題^{13),16)}へも適用し, 粒子法によるマルチフィジックス解析 (複数の物理現象を統合的に解析すること) の可能性を示している。しかし, 固体の解析においては, 剛体や弾性体の挙動を対象としている場合が多く, 鋼材やコンクリートのように弾塑性挙動や破壊をともなう材料へ適用された例はほとんどない。

本研究は, MPS 法に基づいた粒子法を用いて衝撃荷重を受ける鋼およびRC はりの弾塑性解析を行ったものである。まず, 本研究で用いた粒子法の定式化を説明し, 固体の解析における手法上の問題点とその対策について検討した。次に, 鋼はりの弾性および弾塑性解析を行い, 粒子法の解析パラメータの影響や弾塑性解析への適用性について考察した。最後に, 粒子法のアルゴリズムがコンクリートなど脆性材料の解析における破壊の要素寸法依

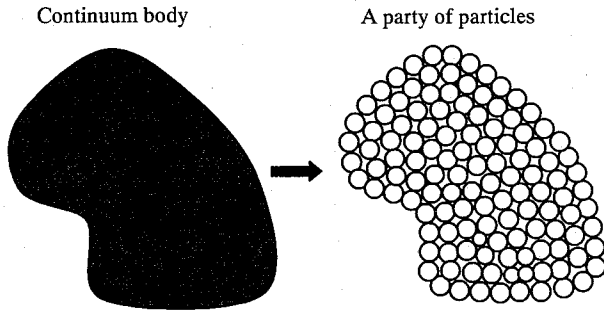


図-1 粒子法概念図

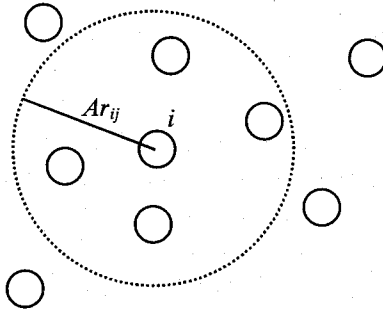


図-2 影響範囲

存性の軽減に有効であることを示すとともに、衝撃荷重を受けるRCはりの弾塑性解析を行ったものである。

2. 固体の解析へ向けた粒子法の定式化

2.1 粒子法の定式化

粒子法では、連続体を図-1に示すように有限個の粒子によって表し、連続体の挙動を粒子の運動によって計算する。いま、図-2に示すように、粒子 i と半径 Ar_{ij} に囲まれた円（影響範囲と呼ぶ）内に存在する粒子を考える。このとき、粒子 i の変位、応力などの物理量は、影響範囲内に存在する粒子との相互作用によって求められる。本研究では、MPS法により得られる粒子間の作用力を重み付き平均することで、粒子 i に作用する力とモーメントを求めている。重み関数には様々な形状が考えられるが、本研究では図-3および次式の重み関数を用いている。

$$0 \leq r \leq Cr_{ij} ; w_{ij}(r) = 1.0 \quad (1a)$$

$$Cr_{ij} \leq r \leq Ar_{ij} ; w_{ij}(r) = \frac{1}{\{Cr_{ij}(1-\sqrt{\beta})\}^2} (r - Ar_{ij})^2 \quad (1b)$$

$$Ar_{ij} \leq r ; w_{ij}(r) = 0.0 \quad (1c)$$

ここに、 w_{ij} は重み関数、 r は粒子 i, j 間の距離、 Cr_{ij} は粒子 i, j の半径の和、 $Ar_{ij} (= \sqrt{\beta} \times Cr_{ij})$ は影響範囲、 β は影響係数を示している。

影響係数 β による影響範囲の変化の例を図-4に示す。図中の灰色で示した粒子が、相互作用の対象となる粒子を表している。これより、図-4の直交配列では、影響係数 $\beta=1.0, 2.0, 4.0$ に対応する影響範囲内の粒子数は4, 8, 12となることがわかる。

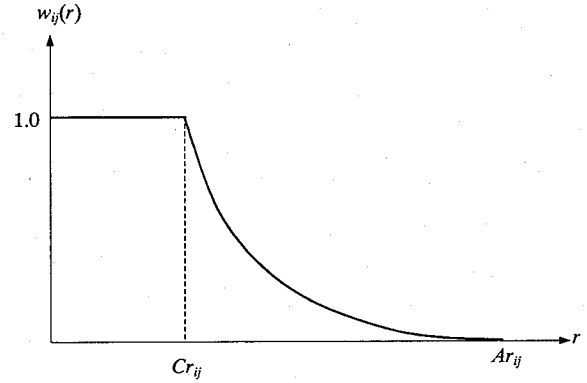


図-3 本研究で用いた重み関数

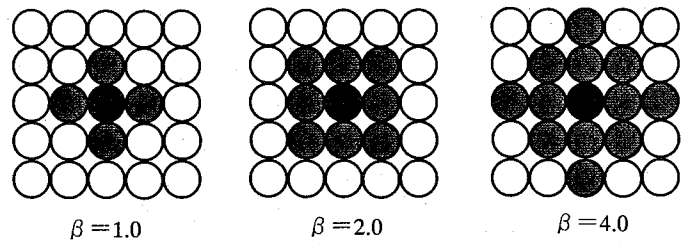


図-4 影響係数 β と相互作用粒子の数

さて、粒子 i の水平変位 u 、鉛直変位 v 、および回転変位 θ に関する運動方程式は、DEMと同様に次のように与えられる。

$$m\ddot{u} = F_x \quad (2a)$$

$$m\ddot{v} = F_y \quad (2b)$$

$$I\ddot{\theta} = M \quad (2c)$$

ここに、 m は粒子 i の質量、 I は慣性モーメント、 F_x, F_y, M はそれぞれ相互作用によって粒子 i に生じる x, y, θ 方向の力とモーメントを示す。

なお、式(2)の積分は、中央差分法により演算を行っている。時間積分間隔は、Courant条件を満足するように設定した。

式(2)における x, y, θ 方向の力とモーメント F_x, F_y, M は、粒子 i, j 間の法線方向および接線方向のひずみに剛性を乗じて座標変換した力を重み付き平均して求められる¹³⁾。

$$F_x = \frac{2d}{n_0} \sum_{i=1}^N [-EA\epsilon_{ij} \cdot \cos \alpha_{ij} + GA\gamma_{ij} \cdot \sin \alpha_{ij}] w_{ij} \quad (3a)$$

$$F_y = \frac{2d}{n_0} \sum_{i=1}^N [-EA\epsilon_{ij} \cdot \sin \alpha_{ij} - GA\gamma_{ij} \cdot \cos \alpha_{ij}] w_{ij} \quad (3b)$$

$$M = -\frac{2d}{n_0} \sum_{i=1}^N [r_{ij} \cdot GA\gamma_{ij}] w_{ij} \quad (3c)$$

ここに、 d は解析の次元、 N は影響範囲内の粒子数、 $\epsilon_{ij}, \gamma_{ij}$ は粒子 i, j 間のバネに発生した法線方向および接線方向のひずみ、 E, G は材料のヤング率およびせん断弾性係数、 A はバネの断面積、 r_{ij} は粒子 i, j 間の距離を示す。また、 n_0 は影響範囲内に存在する粒子の重み値の総和であり、次式で定義される。

$$n_0 = \sum_{i=1}^N w_{ij}(r) \quad (4)$$

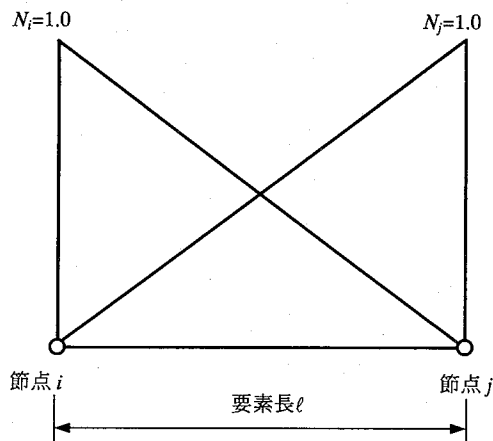


図-5 FEM 一次元要素の線形形状関数

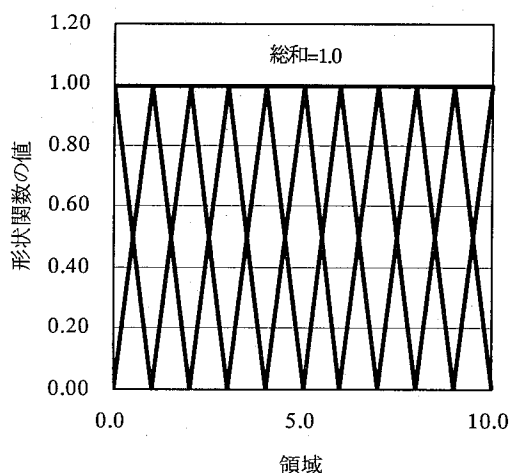


図-6 FEM 一次元線形形状関数のPU条件

本粒子法の解析手順はDEMと非常によく似ているが、①運動方程式をMPS法の方法にしたがって離散化した結果としてパネが現れること¹³⁾、②影響範囲内において粒子間の作用力を重み平均するので、粒子配列によらず同じ解析結果が得られる、という点がDEMと大きく異なっている。

2.2 固体の解析における問題点と対策

越塚は、MPS法を用いて解析を行う場合、自由表面に配置する粒子（以下、境界粒子という）の重みの総和 n_0 に対して、自由表面の存在しない十分内部にある粒子の重みの総和を用いることを提案している¹³⁾。しかし、この力学的根拠や解析結果に与える影響は明らかになっていない。ここでは、FEM解析において近似解が正解へ収束するために形状関数に課せられる条件や形状関数と重み関数の関係から、粒子法で固体の解析を行う際に生じる問題点と対策について検討する。

FEMにおける形状関数は、要素内の任意点の変数（以下、一般的な変数として変位を考える）を節点における変数の内挿によって表現する際に用いる関数で、一般に次のように用いられる。

$$u(x) = \sum_{i=1}^k N_i u(i) \quad (5)$$

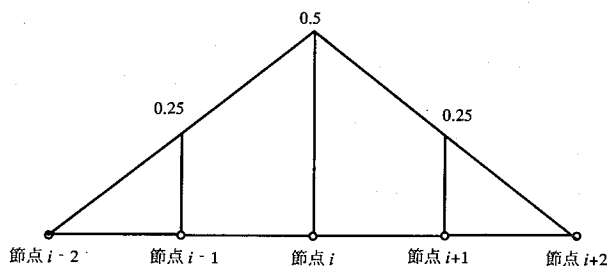


図-7 線形の重み関数

ここに、 k は要素を構成している節点数、 u は要素内の任意点の変位、 N_i は形状関数、 $u(i)$ は節点 i の変位を示す。

メッシュを無限に細かくしたときに、FEMによる近似解が正解に漸近するか否かは、この形状関数が適切に選ばれているかどうかによって依存する。有限要素による数値解が正解に収束するための条件の一つに、次式で表されるPartition of Unity (PU)条件²⁾がある。

$$\sum_{i=1}^k N_i = 1 \quad (6)$$

このPU条件とは、要素内の任意の位置において形状関数の和が1.0であることを示している。具体的な形状関数の例として、図-5および次式に示す一次元の線形関数を考える。

$$N_i = \frac{x_j - x}{\ell} \quad (7a)$$

$$N_j = \frac{-x_i + x}{\ell} \quad (7b)$$

ここに、 N_i 、 N_j は形状関数、 x_i 、 x_j は節点 i 、 j における座標値、 ℓ は要素長を示している。

形状関数の特徴として、ある節点上において1.0、他の節点上では0.0を示す。図-6に、領域0～10.0間を10要素で離散化したときの形状関数の分布とその総和を示す。このとき、解析領域内の全ての位置において、形状関数の総和はPU条件を満足するように1.0となっていることがわかる。

次に、粒子法で用いる重み関数を考える。重み付き平均による変位近似式は一般的に次のように表される。

$$u(x) = \int w(x-y, h) u(y) dy = \sum w(x-x_i) \Delta \ell u(x_i) \quad (8)$$

ここに、 $u(x)$ は位置 x における変位、 $u(y)$ は位置 y における変位、 $w(\Delta x, h)$ は重み関数で、 h は影響範囲、 $\Delta \ell$ は要素長を示す。

式(5)と式(8)を比較すると、形状関数と重み関数の関係が次のように導かれる。

$$w(x-x_i) = \frac{N_i}{\Delta \ell} \quad (9)$$

すなわち、重み関数は形状関数を要素長で正規化したものであるといえる。重み関数の例として図-7に示す線形関数を考える。この関数は、着目している節点 i から前後2個の節点にわたって線形の重みをつけたものである。この重み関数を用いてFEMと同じように、領域0～10.0間を離散化したときの重み関数の分布と総和を図-8に示す。これより、境界部における重みの総和は1.0より小さく、PU条件を満足していないことがわかる。

このように、粒子法の重み関数は、一般に境界部におけるPU

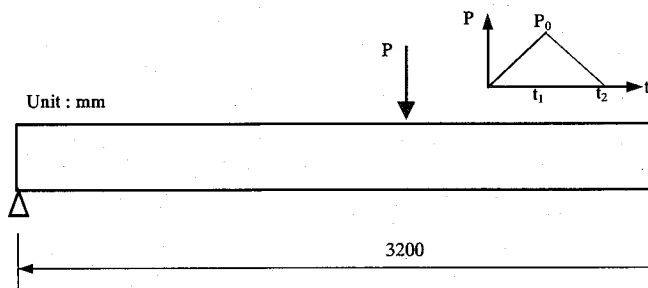


図-10 衝撃荷重を受ける鋼はり

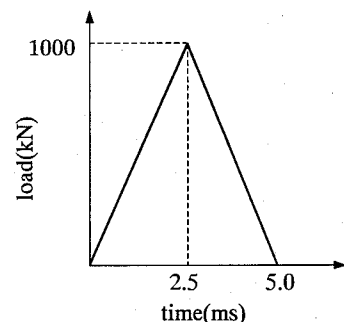


図-11 鋼はりに作用する衝撃力

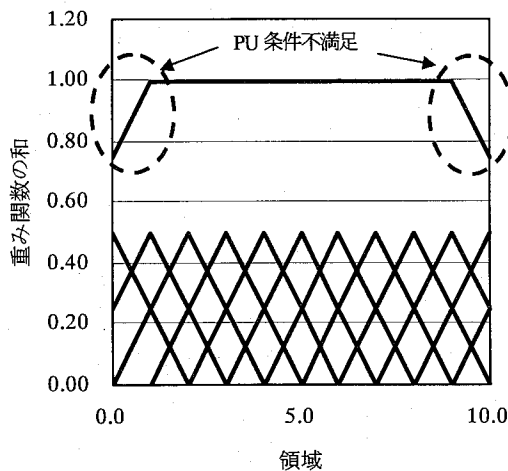


図-8 境界におけるPU条件の不完全さ

条件を満たしないと考えられる。したがって、境界部におけるPU条件の不完全さを改善するためには、境界部の重み関数の総和を1.0にするような工夫が必要である。例えば、重み関数の総和が1.0になるように、境界近傍の重み関数を修正する、あるいは周囲に架空の粒子を配置して重み付き平均を行う方法が考えられる。本研究では、アルゴリズムがシンプルである後者の方法を採用することにした。この方法を一次元モデルで図-9に示す。すなわち、解析領域外に仮想の粒子を配列することで、解析領域内におけるPU条件を満たす方法である。ただし、仮想粒子とは力の相互作用は行わないものとした。この方法は、越塚が提案しているように、境界粒子における重みの総和を、表面の存在しない部分における粒子の重みの総和と等しくすることと等価である。この境界処理が解析結果におよぼす影響については、次章で具体的に示す。

3. 鋼はりの弾塑性衝撃応答解析

ここでは、粒子法を用いて衝撃荷重を受ける鋼はりの弾塑性衝撃応答解析を行う。まず、弾性解析における境界処理や粒子数の影響について考察し、次に弾塑性解析を行っている。図-10に鋼はりの概要を示す。はりは、スパン3200mm、はり高200mm、はり幅100mmの単純はりである。荷重については、図-11に示すように最大荷重1000kNをもつ三角パルスの衝撃荷重で、5msの間作用させた。材料定数は、ヤング率200000N/mm²、ポアソン比0.3である。なお、参考のため理論解析および面内の要素分割を粒子法と等しくした3次元FEM(3DFEM)解析を行い比較、検

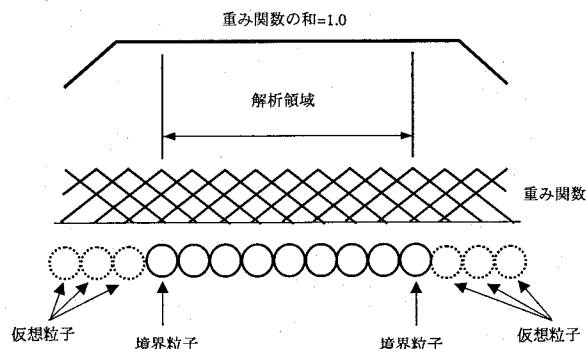


図-9 PU条件を満たさせるための境界部の処理

討を行った。なお、三角パルス荷重を受ける単純はりのたわみ u の級数解は次式で与えられる¹⁷⁾。

$$0 \leq t \leq t_1 : u = \sum u_0 q_0 \quad (n=1,3,5, \dots) \quad (10a)$$

$$u_0 = \frac{P_0}{m_B \omega^2} \quad q_0 = \frac{t}{t_1} - \frac{\sin \omega t}{\omega t_1} \quad (10b)$$

$$t_1 \leq t \leq t_2 : u = \sum u_0 q_1 \quad (n=1,3,5, \dots) \quad (10c)$$

$$q_1 = \frac{t_2 - t}{t_2 - t_1} + \frac{1}{\omega t_1} \left\{ \frac{t_2}{t_2 - t_1} \sin \omega(t - t_1) - \sin \omega t \right\} \quad (10d)$$

$$t \leq t_2 : u = \sum u_0 q_2 \quad (n=1,3,5, \dots) \quad (10e)$$

$$q_2 = \frac{1}{\omega(t_2 - t_1)} \left\{ \left(1 - \frac{t_2}{t_1} \right) \sin \omega t - \sin \omega(t - t_2) + \frac{t_2}{t_1} \sin \omega(t - t_1) \right\} \quad (10f)$$

ここに、 $m_B = \rho A_B$ 、 ρ は質量密度、 A_B ははりの断面積、 $\omega = (n\pi)^2 \sqrt{EI/m_B L^4}$ は固有円振動数、 n はモード次数、 L ははりの長さ、 E はヤング率、 I は断面2次モーメント、 P_0 は最大荷重、 t_1 は最大荷重時の時刻、 t_2 はパルス荷重の継続時間を示す。

3.1 境界処理の影響

図-12(a)に粒子法の解析モデルを示す。はりの対称性を考慮してはりの半分のみを粒子数200でモデル化した。影響係数については $\beta=1.0$ として解析を行った。境界の問題に対しては、先に述べたように解析領域外に仮想の粒子を配置した。図-13に、境界

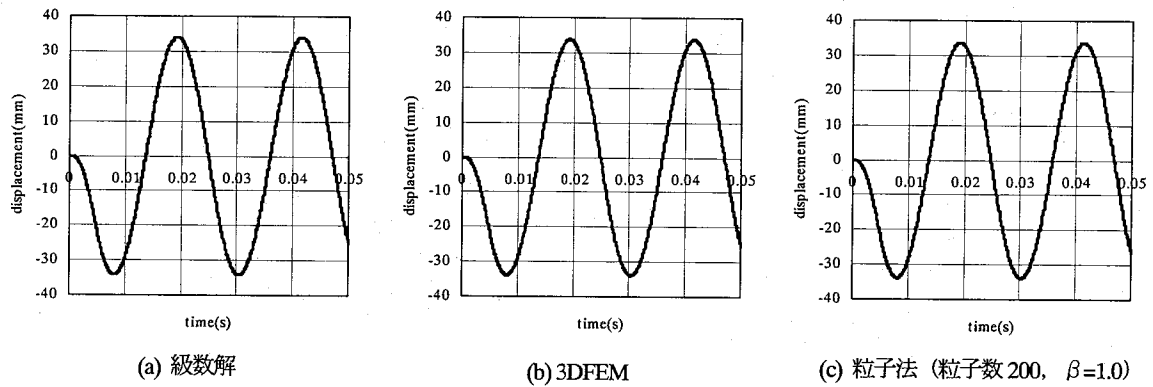


図-14 粒子法と級数解および3DFEM との比較 (載荷点変位～時間関係)

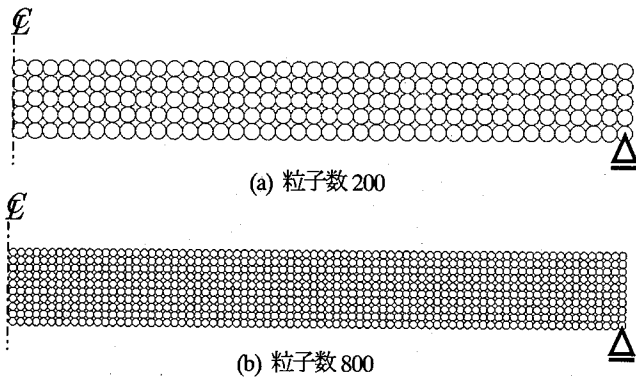


図-12 鋼はりの解析モデル

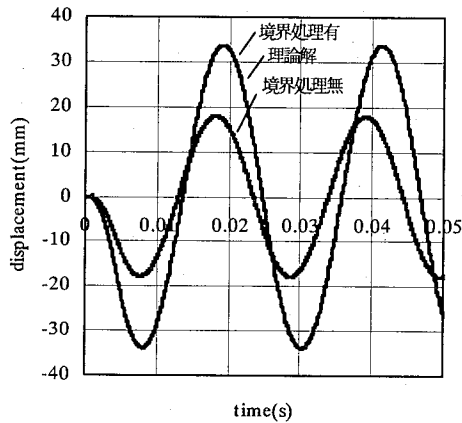


図-13 境界処理の影響

処理の有無が載荷点の変位～時間関係に与える影響を、理論解と比較して示す。これより、境界処理を行わない場合は、最大変位が理論解の半分程度であり、周期もやや短くなっていることがわかる。一方、境界の処理を行った場合は、最大変位、周期とも級数解とほぼ完全に一致している。これより、解析領域外に仮定の粒子を配置することでPU条件の不完全さを改善できることがわかる。なお、前章で説明したように、本処理による解の改善は粒子数にかかわらず成り立ち、適切な離散化と境界の処理を施すことによってPU条件を満足し、正解へ収束する。

3.2 弾性解析における粒子数および影響係数の影響

鋼はりの弾性解析を行い、粒子数および影響係数 β の影響について調べた。解析モデルは、図-12 に示すように粒子数を 200、

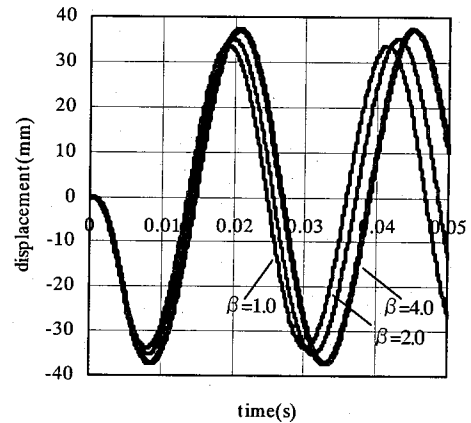


図-15 弾性解析における影響係数の影響 (粒子数 200)

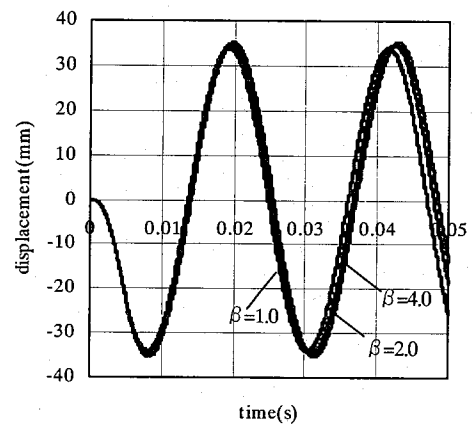


図-16 弾性解析における影響係数の影響 (粒子数 800)

800 の 2 種類とし、影響係数 β は 1.0, 2.0, 4.0 の 3 種類とした。なお、粒子間バネの断面積 A は、粒子の直径とはり幅を乗じて求めている。

図-14 に、粒子法 (粒子数 200, $\beta=1.0$)、3DFEM および理論解によって得られた載荷点変位～時間関係を示す。これより、粒子法、3DFEM とともに理論解とほぼ完全に一致していることがわかる。次に、粒子数と影響係数の影響を図-15、図-16 に示す。まず、図-15 の粒子数 200 の場合は、影響係数 β が大きくなるにつれて、変位振幅が大きくなり、振動の周期も長くなることがわかる。こ

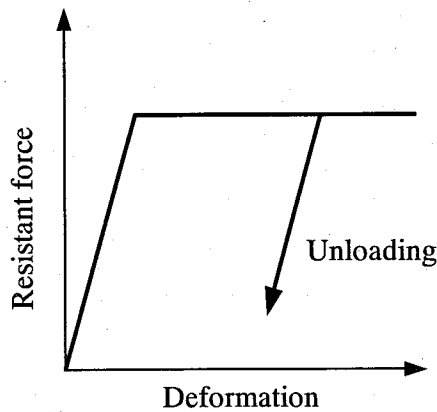


図-17 弾完全塑性の構成モデル

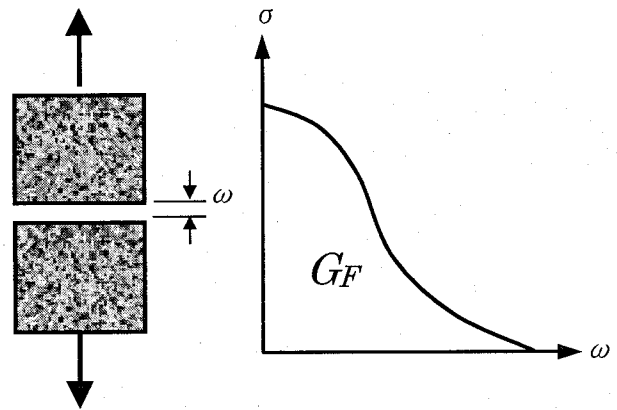


図-20 破壊エネルギーの概念

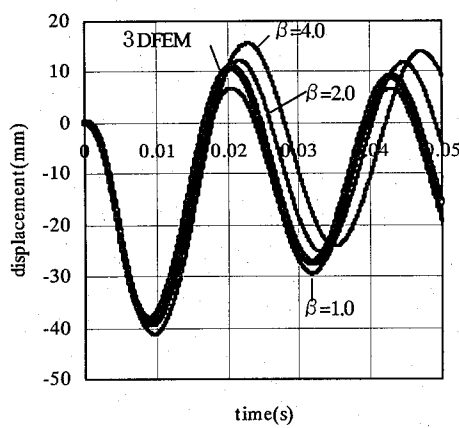


図-18 弾塑性解析における影響係数の影響
(粒子数 200)

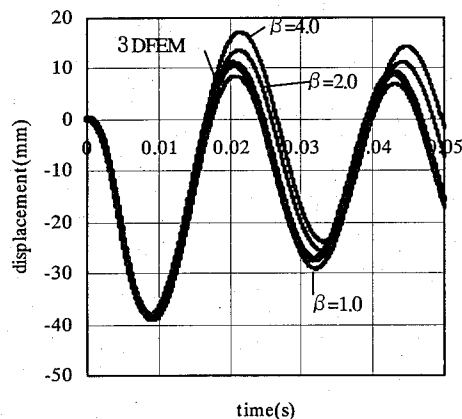


図-19 弾塑性解析における影響係数の影響
(粒子数 800)

れは、重み付き平均の範囲が大きくなると、広い領域内で平均操作が行われるので、全体として剛性が小さく評価されるためと考えられる。図-16 は粒子数 800 の結果を示しているが、影響係数 β の影響は粒子数 200 の場合に比べてかなり小さいことがわかる。これより、粒子法では、粒子の大きさによって平均化に適した影響範囲が存在すると思われる。

3.3 弾塑性解析への適用

次に、粒子法の弾塑性解析に対する適用性を検討する。参考のため、Von-mises の降伏基準を用いた 3DFEM 解析も行った。粒子法の構成モデルは、法線、接線方向バネともに図-17 に示すような弾完全塑性型を適用した。なお、除荷時には初期剛性で荷重を低下させている。Von-mises の降伏基準、弾完全塑性モデルともに、降伏応力を 300N/mm^2 として解析を行った。図-18、図-19 に、それぞれ粒子数 200 および 800 の場合の解析結果を、FEM による数値解（図中では太線で示している）とともに示す。これより、図-18 の粒子数 200 の場合、 $\beta=1.0$ では FEM に比べて変位振幅がやや小さいことがわかる。影響係数 β を大きくしていくと、弾性解析同様に変位振幅が大きくなり、周期も長くなることがわかる。次に、図-19 に示す粒子数 800 の場合をみると、 $\beta=1.0 \sim 2.0$ のときに FEM とほぼ一致することがわかる。しかし、影響係数 β を大きくすると、やはり変位振幅がやや大きくなり、周期も長くなる傾向がある。以上の解析より、粒子法の法線および接線方向のバネに弾完全塑性型の構成モデルを用いることで、鋼はりの弾塑性挙動をシミュレートできることがわかった。

4. RC はりの弾塑性衝撃応答解析

粒子法を用いて RC はりの衝撃応答解析を行う。まず、コンクリート材料など軟化特性を有する材料を解析する際に問題となる破壊の局所化や破壊挙動の要素寸法依存性に対する粒子法の有効性を検討する。次に、衝撃荷重を受ける RC はりの衝撃応答解析を行っている。この際、鉄筋とコンクリートを含む部分は鋼・コンクリート複合要素を用いてモデル化し、複合要素による弾塑性解析の妥当性についても検討を行った。

4.1 破壊挙動の要素寸法依存性に対する検討

コンクリートなどの脆性材料は、最大応力以降においてひずみは増加するが応力は減少する軟化特性を示す。このような軟化特性を有する材料に対して解析を行うと、ある要素のみに破壊が集中し、破壊した要素には物理的に許容できない変形の集中が生じる。すなわち、破壊に必要なエネルギーが要素分割数や要素の大きさによって変化するという問題が生じる。このため、エネルギー的な収支を調整するために、要素の大きさに関わらず図-20 に示す破壊エネルギー G_F を等しくする方法が提案されている¹⁸⁾。し

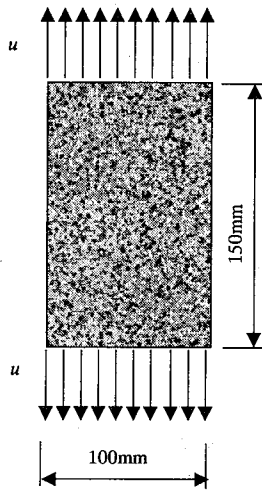


図-21 一軸引張解析の概要

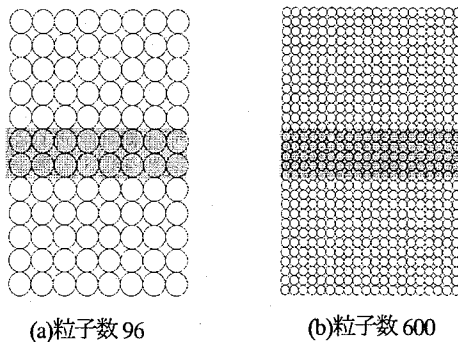
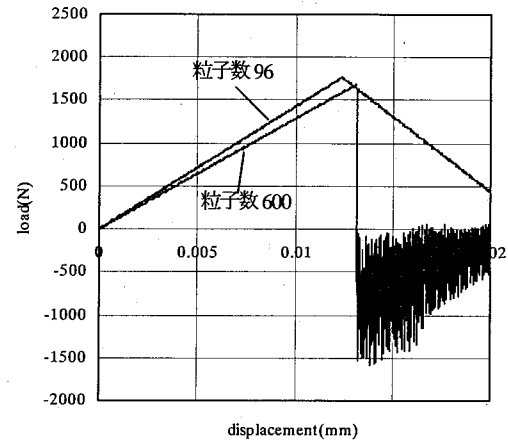


図-22 一軸引張解析モデル

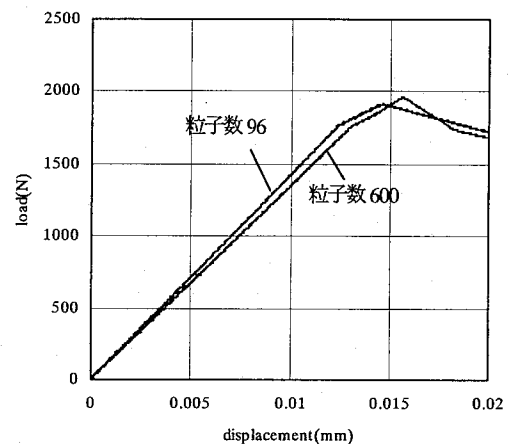
かし、破壊エネルギー G_F の概念を導入して解析を行っても、軟化した要素のみに破壊が集中することには変わりはなく、何らかの対策が必要である。この問題に対する決定的な解決策は提案されていないが、Bazantらは非局所構成モデル¹⁸⁾を提案し、破壊の要素寸法依存性に対する有効性を示している。このモデルは、通常の構成モデルがある点の応力とひずみの関係を与えるのに対し、ある点の応力は周囲のひずみの影響を受けると仮定したものである。特に、領域積分型の非局所構成モデルは、ある領域内において重み付き平均操作を行うが、これは粒子法のアルゴリズムと一致しており、粒子法は軟化材料の解析における要素寸法依存性にも有効であると考えられる。そこで、粒子法を用いて一軸引張解析を行い、破壊の要素寸法依存性に対する検討を行う。

図-21に一軸引張解析の概要を示す。板の寸法は、縦150mm、横100mm、板厚10mmである。板の上下端に1mm/sの変位増分を与えている。図-22に解析モデルを示す。粒子寸法の影響を調べるため、粒子数を96(粒子直径12.5mm)と600(粒子直径5mm)の2種類を作成した。バネの断面積 A は、粒子の直径と板厚を乗じて求め、影響係数は $\beta=2.0$ を用いている。ヤング率は 20000N/mm^2 、引張強度は 2N/mm^2 、引張強度以降の軟化勾配は 100N/mm^2 とした。比較のためDEMによる解析も行った。なお、図-22に灰色で示した中央部の粒子の引張強度を10%低減させ、破壊の起点を設けた。

図-23には、解析で得られた荷重～変位関係を示す。荷重は、モデル中央部の断面における軸方向力から求めた。まず、図-23(a)に示すDEM解析の結果をみると、粒子寸法が大きいモデル(粒



(a)DEM



(b)粒子法

図-23 要素寸法依存性に関する解析結果

子数96)では最大荷重以降、荷重は緩やかに低下している。しかし、小さな粒子寸法のモデル(粒子数600)になると、最大荷重を迎えると同時に荷重が急激に低下し、ひずみが局所化して構造的に不安定となり振動している。すなわち、要素寸法によって破壊挙動が大きく異なることを示しており、ポストピーク領域における解の唯一性が喪失されていることがわかる。なお、粒子数によって初期剛性が異なっているのは、粒子数の違いによる離散化誤差の影響である。次に、粒子法による解析結果を図-23(b)に示す。これより、粒子法を用いた場合は、要素寸法に関わらず最大荷重後もほぼ等しい挙動を示している。図-24には、粒子数96のモデルを用いたDEMと粒子法の結果を比較している。DEMでは、引張強度を低減した領域のみに破壊が集中するため、中央部の破壊が始まると同時に荷重は低下する。一方、粒子法の場合は、強度を低減した領域外に存在する粒子の影響も受ける。そのため、DEMの結果と比較すると、引張強度を低減した領域が破壊を始めてからも緩やかに最大荷重まで増加し、その後軟化挙動を示していることがわかる。

4.2 RCはりの衝撃応答解析

図-25に解析の対象としたRCはりを示す。はりには $150 \times 240\text{mm}$ の断面を有するスパン2000mmの単純ばりで、圧縮、引張側とも

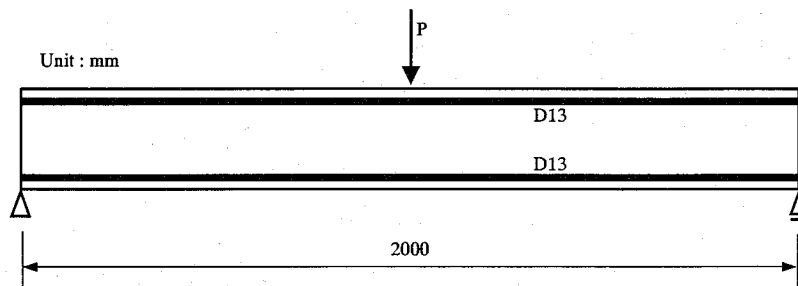


図-25 衝撃荷重を受けるRCはり

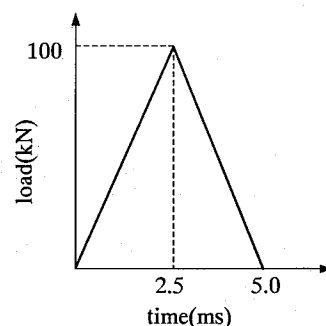


図-26 RCはりに作用する外力

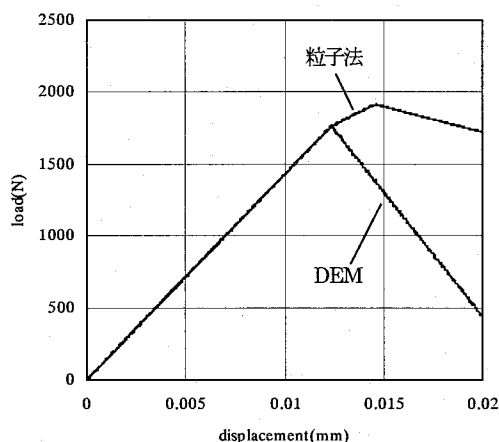


図-24 解析手法による硬化・軟化挙動の違い

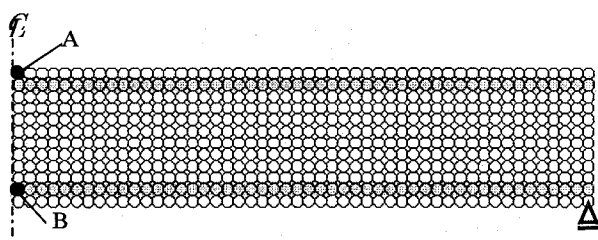


図-27 RCはりの解析モデル

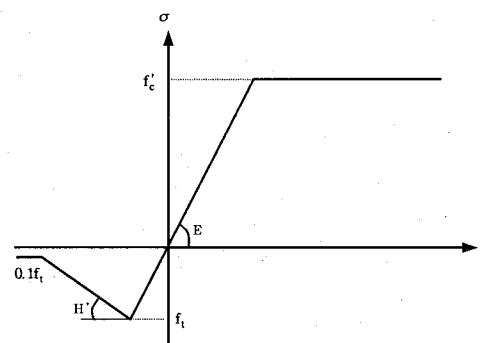
にD13の鉄筋2本が配筋されている。外力は、図-26に示す最大荷重100kNの三角パルスで、作用時間は5msとした。図-27に解析モデルを示す。はりの対称性を考慮し、スパン半分のみを600個の粒子でモデル化した。バネの断面積 A は、粒子の直径とはり幅を乗じて求め、影響係数は $\beta=2.0$ を用いている。鉄筋のモデル化については、トラス要素で直接モデル化する方法もあるが、ここでは図-27に示す灰色部を鉄筋とコンクリートの複合要素としてモデル化した。鋼・コンクリートの複合要素には、次式による等価質量密度 ρ_{RC} と等価ヤング率 E_{RC} を適用した。

$$\rho_{RC} = \frac{\rho_C A_C + \rho_S A_S}{A_C + A_S} \quad (11a)$$

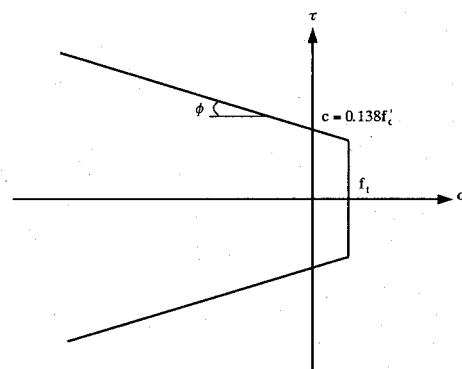
$$E_{RC} = \frac{E_C A_C + E_S A_S}{A_C + A_S} \quad (11b)$$

ここに、 ρ_C 、 ρ_S はコンクリートおよび鋼材の質量密度、 A_C 、 A_S はコンクリートおよび鋼材の断面積を示す。

材料のモデル化については、コンクリートは図-28に示す構成



(a)法線ばねの構成モデル



(b)接線ばねの破壊基準

図-28 コンクリートの構成モデル

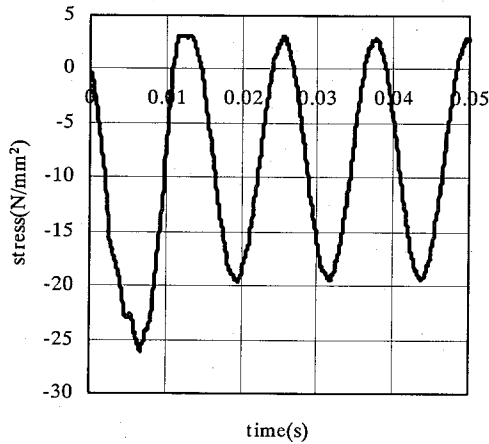
モデルを用いた。すなわち、法線方向については圧縮側は弾完全塑性型を、引張側には軟化特性を有するモデルにした。接線方向については、Mohr-Coulomb型の破壊基準を設定した。複合要素の破壊基準については、圧縮側、引張側ともに次式で表される等価な降伏応力 σ_y^C 、 σ_y^T を設定し、弾完全塑性型の構成モデルを適用した。

$$\sigma_y^C = \frac{f'_c A_C + \sigma_y A_S}{A_C + A_S} \quad (12a)$$

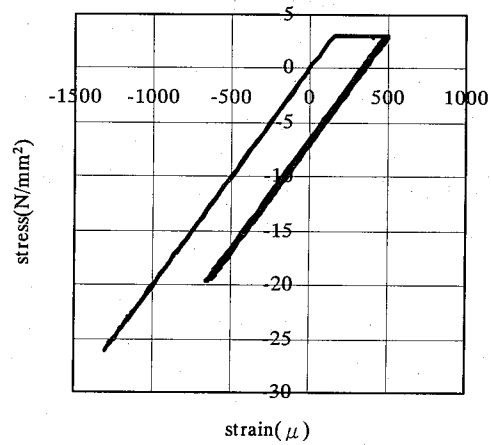
$$\sigma_y^T = \frac{f_t A_C + \sigma_y A_S}{A_C + A_S} \quad (12b)$$

ここに、 f'_c 、 f_t はコンクリートの圧縮および引張強度を示す。

表-1に解析定数を示す。ただし、コンクリートの引張強度後の軟化勾配は100N/mm²とした。

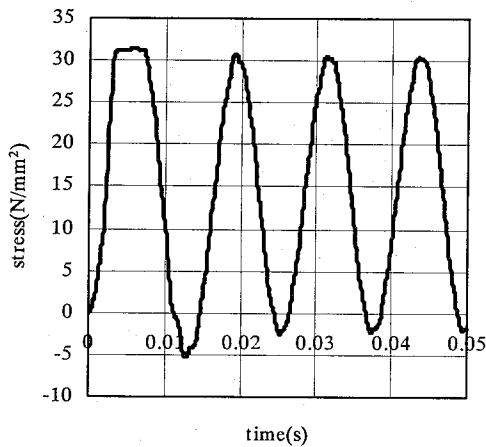


(a) 応力～時間関係

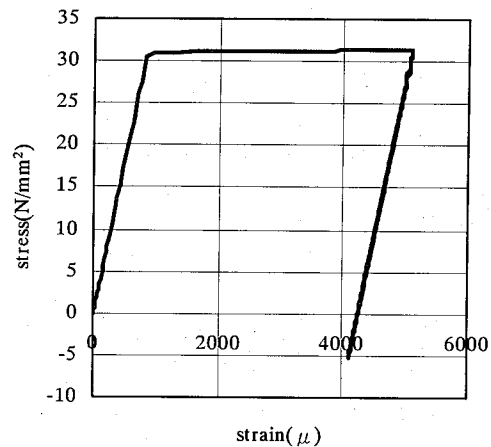


(b) 応力～ひずみ関係

図-30 圧縮縁コンクリートの挙動



(a) 応力～時間関係



(b) 応力～ひずみ関係

図-31 引張側複合要素の挙動

表-1 解析に用いた材料定数の一覧

材料定数	コンクリート	鋼材	複合要素
質量密度 (g/cm^3)	2.5	7.8	2.969
ヤング率 ($\times 10^3 \text{N/mm}^2$)	20	210	36.8
ポアソン比	0.15	0.3	0.163
圧縮降伏応力 (N/mm^2)	30	350	58
引張降伏応力 (N/mm^2)	3	350	31

図-29 に弾性および弾塑性解析で得られた荷重点変位～時間関係を示す。これより、弾性解析では変位振幅約4.5mmで振動していることがわかる。一方、弾塑性解析の結果は、荷重後約0.007sにおいて最大変位6mmを示した後、塑性変形を生じて振動している様子がわかる。また、その周期は塑性化の影響によって弾性解析の周期よりもやや長くなっている。ちなみに、文献1)においても、ほぼ同じ寸法のRCはりに対する衝撃応答解析がいくつかの解析コードで行われているが、本解析の結果はこれらと同様の傾向となっている。図-30は、はり中央の圧縮縁コンクリート(図-27の点A)におけるはり軸方向の応力履歴を示している。

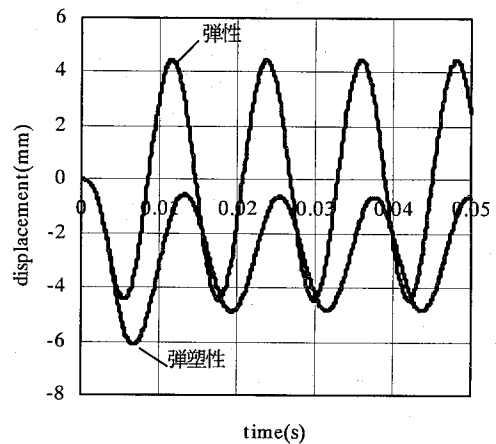


図-29 荷重点変位～時間関係

図-30(a)の応力～時間関係より、約0.007sにおいて最大圧縮応力約26 N/mm^2 を示しているが、圧縮強度が30 N/mm^2 なので塑性化には至っていない。しかし、振動によって引張応力が発生すると、約0.012sにおいて引張強度3 N/mm^2 に達してひび割れが発生して

いることがわかる。図-30(b)は点Aの応力～ひずみ関係を示しているが、この図からも圧縮側の弾性挙動と引張側のひび割れ挙動が確認できる。また、図-31は、引張側の複合要素(図-27の点B)の弾塑性挙動を示している。図-31(a)ははり軸方向の応力～時間関係を示しているが、約0.003sにおいて降伏応力 σ_y^T (31N/mm²)に達し、降伏していることがわかる。また同図(b)より、複合要素は、降伏した後に4000 μ を越える残留ひずみを残して弾塑性振動をしていることがわかる。

以上の解析より、コンクリートおよび鋼・コンクリート複合要素を用いたモデルによって、衝撃荷重を受けるRCはりの弾塑性挙動をシミュレートできることがわかった。

5. 結言

本研究は、メッシュレス法の概念をもつ粒子法に着目し、鋼およびRCはりの弾塑性衝撃応答解析への適用性について基礎的な検討を行ったものである。本研究の成果をまとめると以下のようになる。

- (1) MPS法に基づいた粒子法を固体の解析へ適用する際に生じる問題点について検討を行った。その結果、境界部の粒子位置では重み関数の総和が1.0に満たないため、正解に収束しないことがわかった。しかし、境界の周囲に仮想の粒子を配列することで、この問題を解決することができた。
- (2) 粒子法により衝撃荷重を受ける鋼はりの弾塑性解析を行った。法線および接線方向の構成モデルに弾完全塑性型を適用することで弾塑性挙動を表すことができた。
- (3) 軟化特性をもつ材料の解析に粒子法を適用すると、破壊挙動の要素寸法依存性を軽減できることがわかった。
- (4) 粒子法により、衝撃荷重を受けるRCはりの弾塑性解析を行った。コンクリートには、法線方向に弾完全塑性型を、接線方向にMohr-Coulombの破壊基準を適用した。また、RC複合要素には等価な降伏応力をもつ弾完全塑性型の降伏基準を用いた。解析の結果、これらのモデル化によりRCはりの弾塑性挙動をシミュレートできることがわかった。

今後の課題として、重み関数の形状が解析結果に与える影響や空間的離散化の条件について検討する必要があると考えている。

参考文献

- 1) 衝撃実験・解析の基礎と応用(構造工学シリーズ15), 土木学会, 2004.
- 2) 久田俊明, 野口裕久: 非線形有限要素法の基礎と応用, 丸善, 1995.
- 3) J. C. Simo, T. J. R. Hughes; Computational Inelasticity, Springer, 1998.
- 4) Ted Belytschko, Wing Kam Liu and Brian Moran; Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures, WILEY, 2000.
- 5) 目黒公郎: コンクリートの破壊解析への個別要素法の適用, コンクリート工学, Vol.31, No.5, pp.5-17, 1993.5.
- 6) 中田吉彦, 梶谷浩, 梶川康男, 森嶋芳大: 個別要素法による鉄筋コンクリートはりの衝撃挙動解析, 構造工学論文集, Vol.44A, pp.1761-1771, 1998.3.
- 7) 原木大輔, 香月智: 個別要素法によるコンクリート供試体の高

速破壊挙動解析の試み, 構造工学論文集, Vol.51A, pp.1645-1652, 2005.3.

- 8) 斉藤成彦, 中村光, 檜貝勇: 剛体-バネモデルを用いたRCパネルのせん断二次破壊に関する解析的研究, 土木学会論文集, No.704/V-55, pp.219-234, 2002.5.
- 9) 竹内則雄, 上田真稔, 上林厚志, 鬼頭宏明, 斉藤成彦, 富田充宏, 樋口晴紀: 鉄筋コンクリート構造の離散化極限解析法, 丸善, 2005.5.
- 10) Belytschko, T., Y. Y. Lu, and L. Gu; Element-free Galerkin methods, International Journal for Numerical Methods in Engineering 37, 229-256, 1994.
- 11) T. Belytschko, and M. Tabbara; Dynamic fracture using element-free Galerkin method, International Journal for Numerical Methods in Engineering 39, 923-938, 1996.
- 12) Monagan, J. J.; SPH without a Tensile Instability, J. Comput. Phys., 159, 290-311, 2000.
- 13) 越塚誠一: 粒子法, 丸善, 2005.1.
- 14) 富山潤, 伊良波繁雄, 矢川元基, 矢吹哲哉: フリーメッシュ法によるコンクリートの引張破壊挙動の解析, コンクリート工学論文集, Vol.11, No.1, pp.29-38, 2000.1.
- 15) N. Sukumar, N. Moes, B. Moran and T. Belytschko; Extended Finite Element Method for three dimensional crack modeling, Int. J. Numer. Meth. Engng; 48:1549-1570, 2000.
- 16) 近澤佳隆, 越塚誠一, 岡芳明: 粒子法による構造物の解析手法の開発とその沿岸構造物への適用, 海岸工学論文集, 第47巻, pp.41-45, 2000.
- 17) Ray W. Clough and Joseph Penzien; Dynamics of Structures, McGRAW-HILL, Inc, 1993.
- 18) Z. P. Bazant, J. Planas; Fracture and Size Effect in Concrete and Other Quasibrittle Materials, CRC Press, 1998.

(2005年9月10日受付)