

非線形挙動の著しい地中構造物の地震時損傷確率評価

Application of estimation of seismic fragility for the damaged in-ground structures with severe non-linear response

松本敏克*, 澤田純男**, 大島靖樹***, 坂田 勉****, 渡邊英一*****

Toshikatsu MATSUMOTO, Sumio SAWADA, Yasuki OOTORI, Tsutomu SAKATA, Eiichi WATANABE

*工博, (株)ニュージェック, 技術開発グループ (〒531-0074 大阪市北区本庄東 2-3-20)

**工博, 京都大学教授, 防災研究所 (〒611-0011 京都府宇治市五ヶ庄)

***工博, (財)電力中央研究所, 地震工学領域 (〒270-1194 千葉県我孫子市我孫子 1646)

****(株)ニュージェック, 技術開発グループ (〒531-0074 大阪市北区本庄東 2-3-20)

*****Ph.D., 工博, 京都大学名誉教授, (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

A practical approximation method of interrelation between structure response and stochastic variable factors is discussed in this paper, when First Order 2nd Moment Method (FOSM) is applied to estimation of seismic fragility of the in-ground structures. First, as a case study, accurate earthquake response analysis is carried out for the damaged in-ground RC structures during the Great Hanshin Earthquake, which is able to consider interaction effect and non-linear behavior of Soil-Structure Interaction-system. Sensitivity of the response for variation of material property of it is studied using several response analysis. Several approximation techniques are applied to fit model curve to an interrelations between structure response and variable factors, based on the sensitivity study. Finally, most practical approximation method is discussed, with which FOSM is applied to those case studies.

Key Words: In-ground structures, Seismic performance, Non-linear response, FOSM, First-order

Intervening Variable Approximation

キーワード: 地中構造物, 耐震性能, 非線形応答, FOSM 法, 媒介変数1次近似

1. はじめに

最近, 構造物の耐震性に関わるリスク評価や信頼性設計が現実的な問題として採り上げられるようになり, 構造物の損傷確率が必要とされる局面が多くなってきている。地中構造物については, 応答変位法や等価線形解析手法等の比較的簡便で実用的な耐震設計手法に対して, 確率的評価が適用されている^{1)~3)}。しかし, 最近の地中構造物の耐震設計では, 実務設計においても, ①地盤・構造物連成系としての取り扱い, ②地盤および構造物の非線形性の考慮, ③時間領域の地震応答解析手法の適用, 等が前提となりつつある^{4), 5)}。そのような非線形問題の確率的手法としては, モンテカルロ法の適用が望まれるところではあるが, 解析容量, 解析時間や解の安定性等の問題により, 現実的にはモンテカルロ法の適用が困難である。すなわち, 耐震設計法と確率的評価法の間に多少とも乖離が生じている状況にある。

そこで, 宮川は, 1次元地盤の地震応答解析と両端固定はりに簡略化した弾塑性解析モデルとの組み合わせにより, モンテカルロ法による確率的な取り扱いを提案し

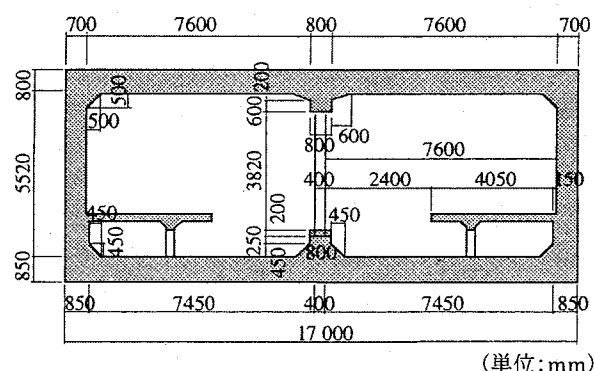


図-1 対象構造物の概要図 (大開駅)

ている⁶⁾。また, 別の観点として, 構造解析精度を保ちつつも, 効率的な応答の確率分布の評価を行うことも考えられる。

著者らは, 地中 RC 構造物の耐震設計の実務において確率的評価方法を導入することを目指して, 基礎的な研究を行っている。強い非線形性を有する地盤・構造物連成系に対して, 最近の実務設計で要求される構造解析精度を確保しつつ, 設計の延長線上の評価として, 損傷

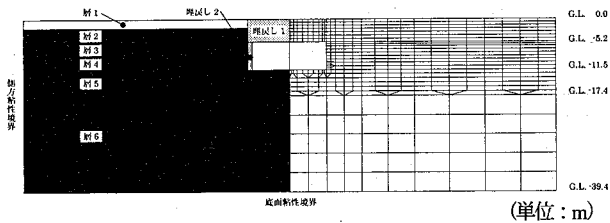


図-2 解析モデル図

表-1 大開駅中柱の構造諸元

寸法	B40cm×D100cm×H382cm
引張鉄筋量 (引張鉄筋比)	88.6cm ² (2.6%)
せん断補強筋量 (せん断補強筋比)	4.5cm ² (0.13%)
コンクリート圧縮強度 (設計基準強度)	38.7N/mm ² (24.5N/mm ²)
鉄筋降伏強度 (許容応力度)	318N/mm ² (143N/mm ²)

表-2 大開地点の地盤の初期物性

地層区分	深度 (G.L.m)	土質	単位体積重量 γ (kN/m ³)	せん断波速度 V_s (m/sec)	せん断弾性係数 G_0 (N/mm ²)	ポアソン比 ν
埋戻し 1	5.2	砂質土	19.0	120	28.0	0.464
埋戻し 2	11.5	砂質土	19.0	160	50.0	0.495
層 1	2.1	シルト	19.0	140	38.0	0.333
層 2	5.2	砂質土	19.0	140	38.0	0.488
層 3	8.4	砂質土	19.0	170	56.0	0.493
層 4	11.5	粘性土	19.0	190	70.0	0.494
層 5	17.4	粘性土	19.0	240	112.0	0.490
層 6	39.4	礫	20.0	330	222.0	0.487
基盤	-	礫	21.0	500	535.0	0.470

確率の分布を簡易に推定する方法を提案し、大地震により被災した地中構造物へ適用した事例を示した^{7), 8)}。この手法は、基本的には1次近似2次モーメント法 (FOSM法) に基づく手法であり、構造物応答と変動因子との間に線形関係を仮定している。しかし、実現象においてはこれらの相関は非線形となることが多く、その場合には線形化する必要がある。とくに、比較的軟弱な地盤に強震動が作用した場合には、構造物の非線形挙動が著しく、非線形相関を考慮するには工夫を要する。本論では、このような評価法の妥当性を見極めることを目的として、大地震により被災した地中構造物の応答に対して、非線形性を考慮できるいくつかの手法を適用し比較検討を行った。

2. 地震応答解析の概要

強震動が作用した場合の構造物の動的挙動を把握するために、兵庫県南部地震により大きな被害を受けた神戸高速鉄道の大開駅を対象として地震応答解析を行った (図-1 参照)。地盤・構造物連成系としてモデル化し、地盤および構造部材の非線形性を考慮した FEM による

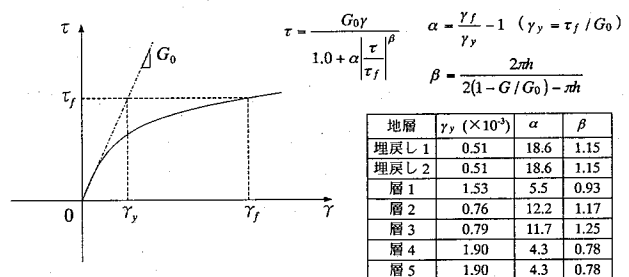


図-3 地盤の復元力特性 (R-O モデル)

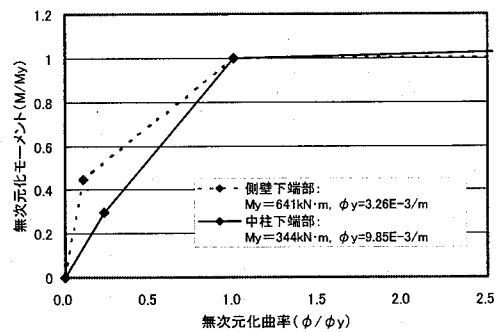


図-4 部材の非線形特性

時間領域での地震応答解析を実施した。詳細については文献 8) を参考にされたい。ここでは概要を示す。

2.1 解析条件

対象とする構造物は、1 層の 2 連ボックスラーメン構造であり、約 5m の土被りを有している。地盤を平面ひずみ要素、構造物をはり要素でモデル化した 2 次元 FEM モデルを用いた。図-2 に解析モデルを示す。

(1) 構造条件

中柱の諸元を表-1 に示す。RC 部材の非線形性は解析過程の軸力変動に応じて骨格曲線の更新ができるトリリニアモデル (江戸型モデル) を用いることとした。各勾配はひび割れ、降伏、終局の特性点を結ぶものとして定義し、各特性点はコンクリート示方書 [構造性能照査編]⁹⁾ のコンクリートおよび鉄筋の応力-ひずみ曲線を用いて RC の断面計算により算定した。なお、現実的な応答を算出するために、断面計算における安全係数はすべて 1.0 とした。

(2) 地盤条件

速度構造や物性は既往の研究¹⁰⁾ を基に設定した。GL-39.4m 以深にせん断波速度 $V_s \approx 500$ m/sec 程度の洪積層が存在し、これを基盤と考えモデル底面とした。地盤の初期物性を表-2 に示す。基本的には弾性波探査結果に基づいている。土質材料の非線形性は、R-O モデルにより表現した。非線形パラメータの設定にあたっては、大ひずみ領域での応力-ひずみ履歴を精度良く表現するために、ひずみ 1% 時のひずみ依存特性にフィットさせるものとした。なお、地盤と構造物の境界面における滑り・剥離の影響については考慮していない。

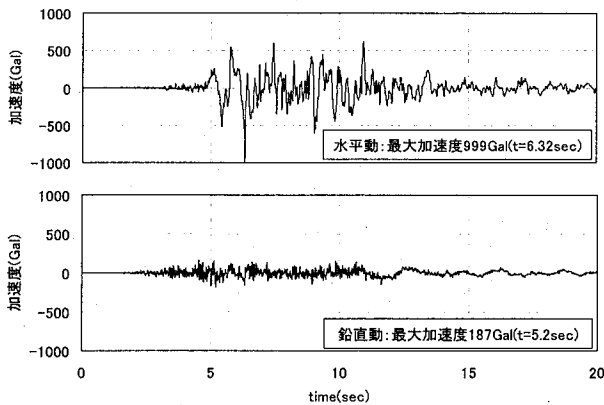


図-5 入力地震動の時刻歴波形

(3) 入力条件

入力地震動は、大開地点の基盤条件を考慮して、洪積層における地中の地震波に相当すると考えられるポートアイランドの GL-83.0m における観測波に基づいて設定した。水平動については、観測地点の地盤表層部の非線形化の影響を考慮して、時間領域にて上昇波 E・下降波 F の分離処理がされている¹¹⁾。

図-5 に露頭波としての加速度波形 (2E 波) を示す。これらを解析モデルの底面粘性境界を介して、水平動、鉛直動を同時に入力した。

2.2 地盤および構造物の変形状況

図-6 は最大変形図である。表層地盤が大きく変形し、自由地盤での地表面変位は 27cm となっている。1 次のせん断変形モードが卓越しており、構造物の頂底板間の層間変位と同一深度の自由地盤変位とも対応し (図-7 参照)、構造物の変形は地盤変形に追随している様子が伺える。また、図-7 によれば、構造物の層間変形角は 0.02 程度である。なお、層間変形角は頂版および底版の水平相対変位を構造物高さで除したものである。建築物の指針¹²⁾や原子力設備⁴⁾の地中 RC 構造物の指針では、条件にもよるが、層構造形式の構造物の限界変形角は、0.01~0.02 程度であることから、限界状態に近いことがわかる。

2.3 構造物の損傷状況

図-8 は部材の鉄筋降伏の状況を示している。水平部材と鉛直部材が接合するすべての隅角部で鉄筋が降伏し塑性ヒンジが形成されており、多くの箇所では曲げ耐力を超えている。構造系全体としての残存剛性は小さくなっており、図-6 に示したように、構造物の変形が地盤変形に追随することを裏付ける結果となった。図-9 は発生せん断力に対してせん断耐力が不足する箇所を示している。中柱の上下端部がそれに該当している。なお、曲げ耐力は、コンクリートの圧縮縁ひずみが 3500μ となる終局耐力、せん断耐力はコンクリート標準示方書「構造性能照査編」⁹⁾の耐力式により定義した。また、現実的

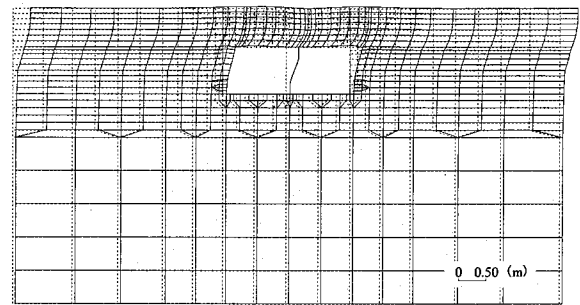


図-6 最大変形図

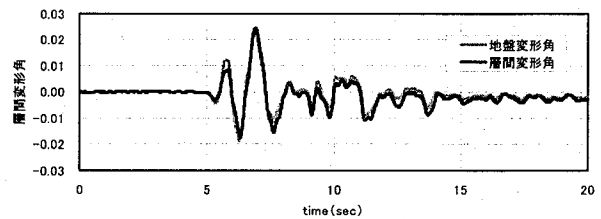


図-7 層間変形角の時刻歴応答

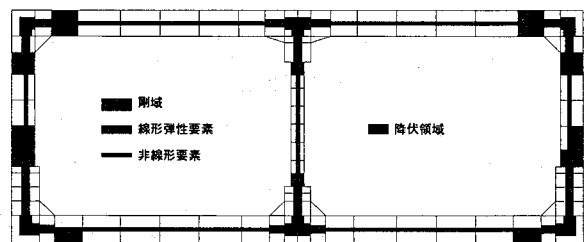


図-8 構造物の塑性状況

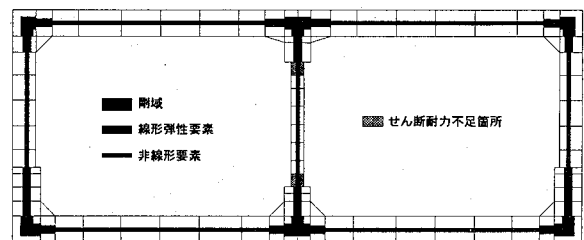


図-9 せん断耐力不足箇所

な限界状態を想定して、安全係数についてはすべて 1.0 とした。

中柱は曲げおよびせん断の両方の破壊基準を超えており、構造的に非常に厳しい状況であることがわかった。

3. 因子のばらつきと構造物応答の感度

地盤および構造物に関わる系のばらつきには、材料特性、寸法諸元、破壊性状、等が挙げられるが、ここでは材料特性に着目した。また、簡単のために各材料は均一な状態を想定した。そして、効率的な確率分布の推定の

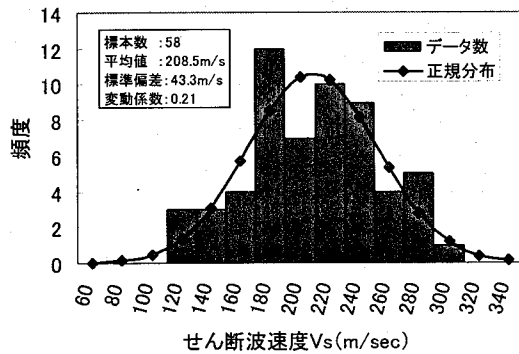


図-10 N 値より換算したせん断波速度 V_s の統計量

表-3 感度分析における検討ケースの概要

検討項目	ケース名	物 性 値					備考	
		せん断波速度 V_s (m/sec)※						コンクリート 強度 f_{ck} (N/mm ²)
		層 1	層 2	層 3	層 4	層 5		
地盤 V_s の 影響	Case1	84	84	102	114	144	38.0	$V_s:m-2\sigma$
	Case2	112	112	136	152	192	38.0	$V_s:m-1\sigma$
	Case0	140	140	170	190	240	38.0	$V_s:m$
	Case3	168	168	204	228	288	38.0	$V_s:m+1\sigma$
	Case4	196	196	238	266	336	38.0	$V_s:m+2\sigma$
コンクリート 強度 f_{ck} の 影響	Case5	140	140	170	190	240	30.4	$f_{ck}:m-2\sigma$
	Case6	140	140	170	190	240	34.2	$f_{ck}:m-1\sigma$
	Case0	140	140	170	190	240	38.0	$f_{ck}:m$
	Case7	140	140	170	190	240	41.8	$f_{ck}:m+1\sigma$
	Case8	140	140	170	190	240	45.6	$f_{ck}:m+2\sigma$

*埋戻し土についても同様に設定

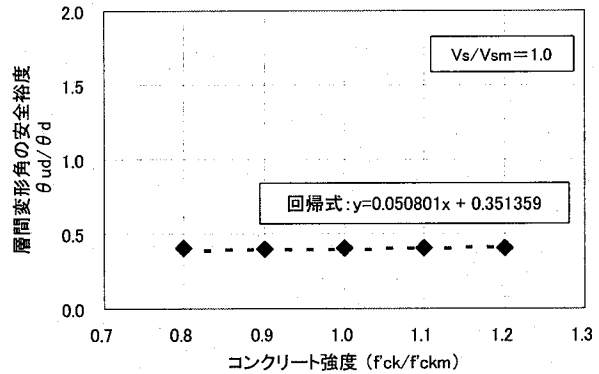
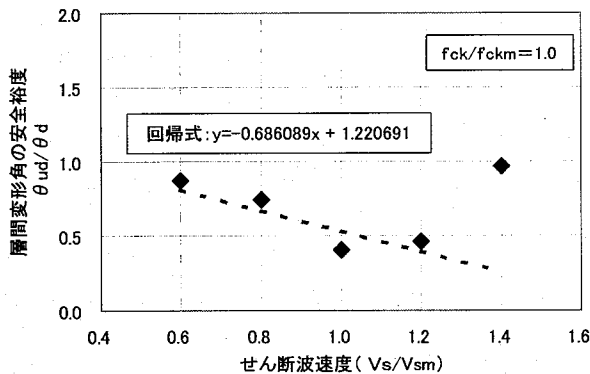


図-11 曲げ変形の安全裕度に関する感度分析

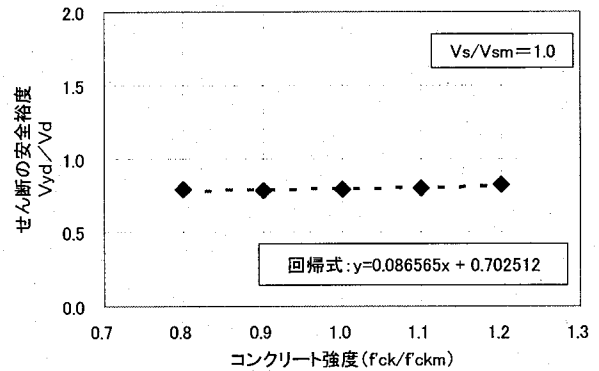
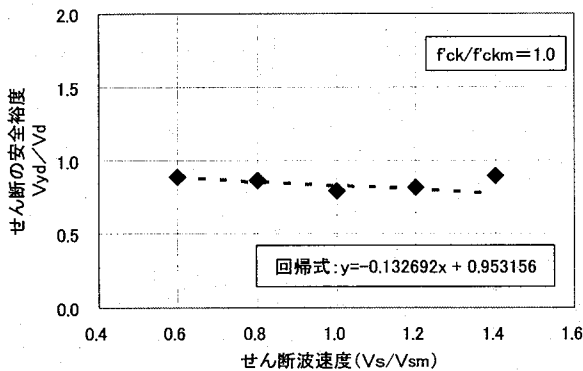


図-12 せん断の安全裕度に関する感度分析

ために、1次近似2次モーメント法の適用を前提として、いくつかの材料とその特性に対して主要な因子を絞込み、それらに対する感度分析を行った。

3.1 材料のばらつき

構造物の材料は鉄筋とコンクリートであるが、一般にばらつきが大きいとされるコンクリートに着目した。コンクリートの变形特性は、一般には基準強度に従属であると考えられるため、変動因子としてはコンクリート強度を考慮するものとした。日本建築学会の強度試験データ¹²⁾に基づき、変動係数を0.1とした。

地盤のばらつきとしては、表層地盤(層1~層5)のせん断波速度 V_s に着目した。弾性波探査が行なわれては

いたが、 V_s の確率分布を定義するには標本数が十分ではないため、原位置におけるN値データ¹⁰⁾を V_s に換算し、統計処理することとした。その結果を図-10に示す¹³⁾。これより変動係数を0.2と設定した。検討ケースを表-3にまとめる。

なお、これら以外の解析条件については、2.1に示したとおりである。

3.2 構造物安全裕度の感度分析

地中RC構造物の耐震性能を確認するための照査項目はいくつか考えられるが、ここでは文献4)に示される照査項目、すなわち、曲げに対する層間変形角とせん断に対するせん断力に着目した。また、応答値は限界値で無

次元化して 安全裕度(安全率)として評価している⁹⁾。安全裕度が1に満たないと構造物は「破壊」と判定される。

層間変形角の照査については、中柱が高軸力であり、脆性的な破壊形態が懸念されることから、構造物崩壊に関する安全側の目安である限界層間変形角 0.01 を用いた。また、せん断耐力についてはコンクリート標準示方書〔構造性能照査編〕⁹⁾のせん断耐力式を用いた。なお、せん断耐力のばらつきについては、コンクリート強度のばらつきとして考慮している。

曲げ変形およびせん断の安全裕度の変化を図-11,12に示す。曲げ変形およびせん断ともに、因子に依らず変動範囲の全領域で破壊と判定される結果となった。

とくに、曲げ変形については、周辺地盤の複雑な動的挙動の影響により、地盤のせん断波速度 V_s と安全裕度の相関には著しい非線形性が認められる。ただし、今回の感度分析の範囲は、 V_s の変動係数が0.2に対して、 $\pm 2\sigma$ の範囲の検討であり、平均的な V_{sm} に対して、0.6倍～1.4倍の範囲である。せん断剛性換算では0.36倍～1.96倍と広範囲の条件設定である。したがって、区間を限定して線形性を検討することは可能と考えられる。そこで、目安として、 $\pm 1\sigma$ の範囲での回帰直線を示した。一方、コンクリート強度と安全裕度との相関にはほぼ線形関係が認められた。また、せん断については、因子に依らず安全裕度との相関にはほぼ線形関係が認められた。

以下では構造物応答と変動因子の非線形相関とその近似方法の観点から議論を行うため、主として構造物の曲げ変形に着目した検討を行うこととする。

4. 因子と応答の非線形相関の近似方法

1次近似2次モーメント法(FOSM法)¹⁴⁾を適用して、構造物の損傷確率を算定するには、因子と応答の相関が線形であることを前提としている。個々のケースの応答は非線形であっても、いくつかのケースを連ねた因子と応答の相関関係は線形化する必要がある。ところが、本論における構造物の応答は非線形挙動が著しく、3.の検討のように地盤のせん断波速度 V_s と構造物変形の相関において顕著な非線形性が認められた。相関関係を線形化するには工夫が必要であり、評価精度に直接的に影響するものである。ここでは、標準的なFOSM法による評価だけではなく、非線形相関を線形化するいくつかの方法を用いた比較検討を行い、実用的な損傷確率評価方法の検証を行うものである。

4.1 1次近似2次モーメント法の概要

1次近似2次モーメント法は、応答が微分可能な連続関数で与えられる場合、それをテイラー展開して、その1次項までを考慮し、確率変数の2次までのモーメントである平均値・分散を算定する。そして、これらを用い

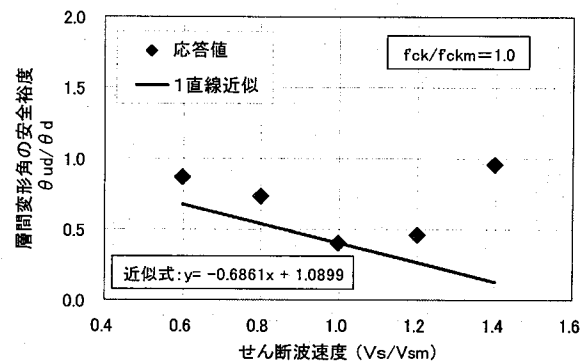


図-13 非線形相関の近似方法 (1直線近似)

て応答の確率分布を推定する。以下にその概要を述べる。振動系の応答 g が確率変数 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ の関数であるとすると、確率変数の平均値 $\bar{X} = \{\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n\}$ におけるテイラー展開は次式で与えられる。

$$g(X) = g(\bar{X}) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right)_{\bar{X}} (x_i - \bar{x}_i) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial^2 g}{\partial x_i \partial x_j} \right)_{\bar{X}} (x_i - \bar{x}_i)(x_j - \bar{x}_j) + \dots \quad (1)$$

ここで、大文字はベクトルを、記号 $-$ は平均値を示す。(1)式の2次以降の項を省略すれば、 $g(X)$ は次のようになる。

$$g(X) = g(\bar{X}) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right)_{\bar{X}} (x_i - \bar{x}_i) \quad (2)$$

また、平均値と分散は次式で与えられる。

$$E[g] = g(\bar{X}) \quad (3)$$

$$Var[g] = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right)_{\bar{X}} \left(\frac{\partial g}{\partial x_j} \right)_{\bar{X}} Cov[x_i, x_j] \quad (4)$$

ここに、 $Cov[x_i, x_j]$ は確率変数 x_i と x_j の共分散である。 x_i と x_j が独立の場合、 $i \neq j$ の共分散は0となるので、その場合には応答 g の分散は以下のように表される。

$$Var[g] = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right)_{\bar{X}}^2 \cdot \sigma_i^2 \quad (5)$$

ここに、 σ_i は各因子の標準偏差を表し $\sigma_i^2 = Cov[x_i, x_i]$ である。

4.2 非線形相関の1直線近似

構造物の安全裕度に関する感度分析結果を踏まえ、各々の因子の変動に対して、(3)式、(5)式を用いて確率分布に関する諸元を推定する。この推定法では、理論的には確率変数 X の平均値における応答 g の接線勾配により分散を求めることになる。応答 g が連続関数として表現される場合や、標本数の多い離散化手法の場合には、接線勾配を比較的容易に求めることができる。しかし、本論のような地盤・構造物連成系の地震応答解析結果を標

表-4 1次近似2次モーメント法による損傷確率

因子情報	因子種別		地盤 V_s (m/sec)			コンクリート強度 f'_{ck} (N/mm ²)		
	平均値		140~240			38.0		
変形の損傷確率	標準偏差		28~48			3.8		
	変動係数		0.20			0.10		
2次モーメント法	因子の変動範囲		$\pm 1\sigma$			$\pm 1\sigma$		
	因子の入力値 X		-1 σ	m	+1 σ	-1 σ	m	+1 σ
勾配情報	耐震指標の解析値 $g(X)$		0.737	0.404	0.463	0.396	0.404	0.406
	$\partial g / \partial X_i$		-0.68609			0.05080		
耐震指標の確率諸元	$\sigma_i \cdot \partial g / \partial X_i$		-0.13722			0.00508		
	重み		1.0			1.0		
損傷確率	平均値		0.404					
	標準偏差		0.1373					
正規分布	変動係数		0.3400					
	$g=1.0$ の標準確率変数		4.3418					
損傷確率	正規分布							
	損傷確率		与1.000					

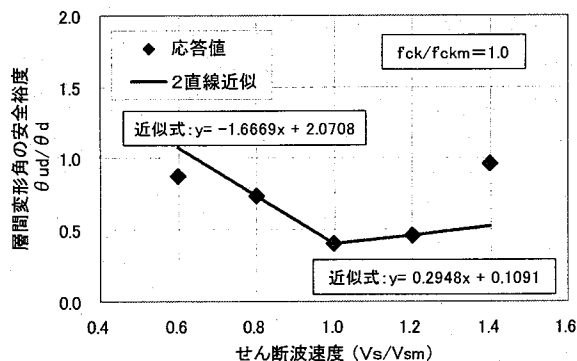


図-14 非線形相関の近似方法 (2直線近似)

本と位置付ける場合には、少ない標本数にて勾配を求める必要がある。このような場合、2点推定法のような点推定法の概念を取り入れて、離散点として平均値 $\pm 1\sigma$ の点を代表させることが一般的である。そこで本論でも、平均値および $\pm 1\sigma$ の点を抽出して、最小二乗法により勾配を決定することとした。

推定された回帰式は図-11,12 に示すとおりである。地盤のせん断波速度 V_s と構造物変形との相関以外は、概ね全領域で線形近似できている。しかし、 V_s と変形の回帰式については、近似の程度は十分ではない。とくに平均値 $\pm 1\sigma$ の範囲外では近似の精度は良くない。また、 V_s の平均値において応答値と推定値にずれが生じている。コンクリート強度の回帰式とも整合を図る必要があるため、ここでは、応答の近似直線としては V_s の回帰式の勾配情報を用い、 V_s の平均値において応答値(標本点)を通る直線を仮定した。このようにすることで、(3)式を満足させることができる(図-13 参照)。

(3)式、(5)式を用いて推定された確率諸元を表-4 に示す。変形に関する安全裕度の平均値は 0.404、標準偏差は 0.137、変動係数は 0.340 となっている。地盤 V_s およびコンクリート強度 f'_{ck} の安全裕度に対する影響度は、 $\sigma_i \cdot \partial g / \partial X_i$ の大小によって表される。この値はコンクリート強度 f'_{ck} に比べて地盤 V_s が非常に大きく、 V_s の影響が変形に対して支配的であることがわかる。

なお、本論では、FOSM 法の適用を前提として、(3)式、(5)式の導出にあたり、平均値周りでのテイラー展開を行っている。破壊点周りでのテイラー展開を行うことで、精度向上を図った AFOSM 法の適用も考えられるが、当該構造物の場合には、標本点の情報を解析的に得るのが容易ではないので、破壊点を探索することは現実的には困難となってしまう。このような理由により、本論では FOSM 法の適用を前提とすることとした。また、既往の研究では、基礎地盤・斜面等の安定性検討において、地盤の非線形挙動を考慮した検討で、FOSM 法とモンテカルロ・シミュレーションによる数値解との比較検討が行われた例もあり¹⁵⁾、両者の整合が良好であることが確認されている。

表-5 2直線近似の2次モーメント法による損傷確率

因子情報	因子種別		地盤 V_s (m/sec)			コンクリート強度 f'_{ck} (N/mm ²)		
	平均値		140~240			38.0		
変形の損傷確率	標準偏差		28~48			3.8		
	変動係数		0.20			0.10		
2次モーメント法	因子の変動範囲		$\pm 1\sigma$			$\pm 1\sigma$		
	因子の入力値 X		-1 σ	m	+1 σ	-1 σ	m	+1 σ
勾配情報	耐震指標の解析値 $g(X)$		0.737	0.404	0.463	0.396	0.404	0.406
	$\partial g / \partial X_i$		-1.66694			0.29476		
耐震指標の確率諸元	$\sigma_i \cdot \partial g / \partial X_i$		-0.33339			0.05895		
	重み		0.5			0.5		
損傷確率	平均値		0.6000					
	標準偏差		0.2395					
正規分布	変動係数		0.3991					
	$g=1.0$ の標準確率変数		1.6705					
損傷確率	正規分布							
	損傷確率		0.9526					

4.3 非線形相関の2直線近似

地盤のせん断波速度 V_s と構造物変形との相関関係を認められる非線形性を考慮する場合、応答を1直線に近似するのではなく、2直線に近似することが考えられる。2直線を用いた非線形相関の近似状況を図-14 に示す。

大鳥らは、確率変数の平均値における2次までのテイラー展開により、2直線による近似方法を定式化している¹⁵⁾。その概要を以下に示す。

振動系の応答 g の確率変数の平均値 $\bar{X} = \{\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n\}$ におけるテイラー展開で2次までを考慮すると、(1)式より、

$$g(X) = g(\bar{X}) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right)_{\bar{X}} (x_i - \bar{x}_i) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial^2 g}{\partial x_i \partial x_j} \right)_{\bar{X}} (x_i - \bar{x}_i)(x_j - \bar{x}_j) \quad (6)$$

上式の平均値をとると、

$$E[g] = g(\bar{X}) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial^2 g}{\partial x_i \partial x_j} \right)_{\bar{X}} \cdot \sigma_i^2 \cdot \sigma_j^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n \left(\frac{\partial^2 g}{\partial x_i \partial x_j} \right)_{\bar{X}} Cov[x_i, x_j] \quad (7)$$

x_i と x_j が独立の場合、 $i \neq j$ の共分散 $Cov[x_i, x_j]$ は 0 となるので、その場合には以下のように表される。

$$E[g] = g(\bar{X}) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial^2 g}{\partial x_i^2} \right)_{\bar{X}} \cdot \sigma_i^2 \quad (8)$$

ここで、中央差分法による式の展開を参考にして、2 次の微係数を以下のように仮定する。

$$\left(\frac{\partial^2 g}{\partial x_i^2} \right)_{\bar{X}} = \frac{g_i^+ - 2g(\bar{X}) + g_i^-}{\sigma_i^2} \quad (9)$$

ただし、 $g_i^+ = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_i \pm \sigma_i, \dots, \bar{x}_n)$

これを(8)式に代入すると、 g の平均値は、以下のようになる。

$$E[g] = g(\bar{X}) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \{g_i^+ - 2g(\bar{X}) + g_i^-\} \quad (10)$$

(10)式によると、 $g(X)$ が線形でない場合には、確率変数の平均値 $\bar{X}$ において2次の微係数に相当する第2項が0ではなく、応答の平均値は $g(\bar{X})$ に一致しないことに注意する必要がある。また、分散については、(10)式において、 $g(X)$ を $(g(X) - g(\bar{X}))^2$ と置換することにより、次のように表される。

$$\begin{aligned} Var[g] &= E[(g(X) - g(\bar{X}))^2] \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \{g_i^+ - g(\bar{X})\}^2 + \{g_i^- - g(\bar{X})\}^2 \end{aligned} \quad (11)$$

(11)式の第1項は $g(\bar{X})$ に対して右側の直線勾配、第2項は左側の直線勾配に相当し、それぞれの勾配は、各々1/2の重みを有している。

このようにして推定された構造物の変形に関する確率諸元を表-5に示す。平均値は0.600と、非線形項の影響により1直線近似の0.404にくらべ大きい方にシフトしている。また、標準偏差は0.240であり、1直線近似の0.137に比べて大きくなっている。

4.4 非線形相関の曲線近似

非線形相関を曲線近似することにより、2次モーメント法を適用することが試みられている。この近似された曲線は媒介関数（媒介変数）と呼ばれている。L.Wang や R.V.Grandhi は、べき関数を媒介関数に用いることにより、2点での勾配情報を取り込んで通常の1次のテイラー展開より精度の高い近似を行えることを示し、信頼性指標の探索等に適用している¹⁶⁾。また、岡野ら¹⁷⁾は、同様な手法を用いて、ばらつきを有する地盤の地震応答の確率諸元を推定する方法（媒介変数1次近似法）を提案するとともに、スプライン関数等による媒介関数の決定法を提案している。ここでは、多項式による非線形相関の近似を行い、平均値・分散を求めることとし、1直線あるいは2直線による近似についての応答のばらつき評価の妥当性を検証する。

(1) 媒介変数（媒介関数）1次近似法の概要

媒介関数として確率変数 x_i の関数 $v_i(x_i)$ を考えて、次のように媒介関数に関する1次テイラー展開をとる。

$$\begin{aligned} g(X) &= g(\bar{X}) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial v_i} \right)_{v_i(\bar{x}_i)} (v_i(x_i) - v_i(\bar{x}_i)) \\ &= g(\bar{X}) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{dv_i}{dx_i} \right)_{\bar{x}_i}^{-1} \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right)_{\bar{X}} (v_i(x_i) - v_i(\bar{x}_i)) \end{aligned} \quad (12)$$

(12)式より、媒介関数 $v_i(x_i)$ は、確率変数 x_i で一階微分可能な関数でなければならない。この媒介関数 $v_i(x_i)$ は、一般に x_i の線形関数ではないが、(12)式そのものは媒介関数 v_i の線形結合で表されている。このような意味で、(12)式による近似は媒介変数（媒介関数）1次近似と呼ばれる。各確率変数の媒介関数 $v_i(x_i)$ が決定されれば、振動系の応答 g の平均値は、以下のように求めることができる。なお、 $f_X(x_1, x_2, \dots, x_n)$ は確率変数 x_i の確率密度関数である。

$$\begin{aligned} E[g] &= \bar{g} \\ &= g(\bar{X}) + \iint \dots \int \sum_{i=1}^n \left(\frac{dv_i}{dx_i} \right)_{\bar{x}_i}^{-1} \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right)_{\bar{X}} \{v_i(x_i) - v_i(\bar{x}_i)\} \\ &\quad \times f_X(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n \\ &= g(\bar{X}) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{dv_i}{dx_i} \right)_{\bar{x}_i}^{-1} \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right)_{\bar{X}} \int_{-\infty}^{+\infty} \{v_i(x_i) - v_i(\bar{x}_i)\} f_{x_i}(x_i) dx_i \end{aligned} \quad (13)$$

$v_i(x_i)$ が線形ではない場合には、第2項が0とはならない。また、応答 g の分散は、以下のように求められる。

$$\begin{aligned} Var[g] &= E[(g(X) - \bar{g})^2] \\ &= E \left[\left\{ \sum_{i=1}^n \left(\frac{dv_i}{dx_i} \right)_{\bar{x}_i}^{-1} \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right)_{\bar{X}} \{v_i(x_i) - v_i(\bar{x}_i)\} \right\}^2 \right] - \{\bar{g} - g(\bar{X})\}^2 \\ &= \sum_{i=1}^n \left(\frac{dv_i}{dx_i} \right)_{\bar{x}_i}^{-2} \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right)_{\bar{X}}^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \{v_i(x_i) - v_i(\bar{x}_i)\}^2 f_{x_i}(x_i) dx_i \\ &\quad + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n \left(\frac{dv_i}{dx_i} \right)_{\bar{x}_i}^{-1} \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right)_{\bar{X}} \left(\frac{dv_j}{dx_j} \right)_{\bar{x}_j}^{-1} \left(\frac{\partial g}{\partial x_j} \right)_{\bar{X}} \\ &\quad \times \int_{-\infty}^{+\infty} \{v_i(x_i) - v_i(\bar{x}_i)\} \{v_j(x_j) - v_j(\bar{x}_j)\} f_{x_i, x_j}(x_i, x_j) dx_i dx_j \\ &\quad - \{\bar{g} - g(\bar{X})\}^2 \end{aligned} \quad (14)$$

確率変数が互いに独立であるとする、分散は次式で与えられる。

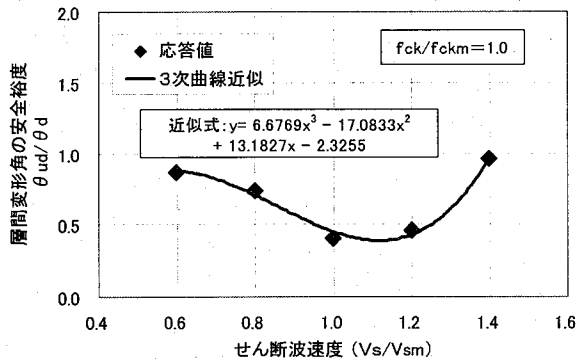


図-15 非線形相関の近似方法 (3次曲線近似)

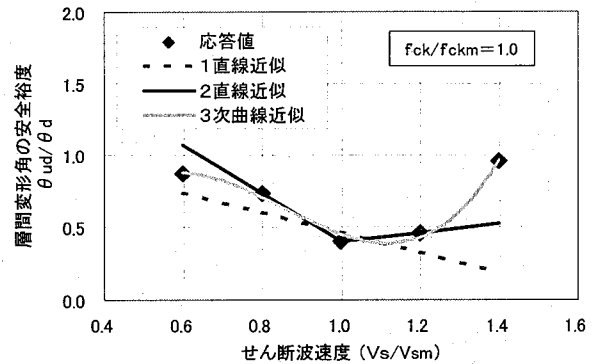


図-16 非線形相関の近似方法の比較

表-6 3次曲線近似の2次モーメント法による損傷確率

因子種別	平均値	地盤 Vs (m/sec)		コンクリート強度 f'ck (N/mm ²)	
		140~240		38.0	
因子の確率諸元	標準偏差	28~48		3.8	
	変動係数	0.20		0.10	
因子の変動範囲		±1σ		±1σ	
変形の損傷確率	因子の入力値 X	-	m	-1σ	m
	耐震指標の解析値 g(X)	-	0.404	-	0.396
	勾配情報		1.0 ^{※1}		0.05080
	σ · ∂g/∂Xi		0.2140 ^{※2}		0.00508
	重み		1.0		1.0
	耐震指標の確率諸元				0.5693
	標準偏差				0.2141
	変動係数				0.3760
	g=1.0の標準確率変数				2.0120
	損傷確率				0.9779

※1 応答関数 g の媒介変数 (近似曲線) に対する微係数

※2 媒介変数 (近似曲線) に対する数値解析により得られた標準偏差

表-7 非線形相関の近似範囲と近似精度

近似法	近似曲線の決定係数 R ²	
	平均値 ± 1σ	平均値 ± 2σ
1 直線近似	-0.216	-2.340
2 直線近似	1.000	0.030
3 次曲線近似	0.934	0.982

(3) 応答の確率諸元および損傷確率分布

(15)式の積分は、一般には理論解析的に求められない場合が多く、数値解析的な近似解法が必要とされる。ここでは、確率分布形状として正規分布を仮定し応答の確率諸元を求めた。その結果を表-6に示す。非線形相関の3次曲線近似による応答の平均値は0.569と、非線形項の影響により、1直線近似の0.404よりも大きい方にシフトしている。また、標準偏差は0.214であり、1直線近似の0.137に比べて大きくなっている。

5. 非線形相関の近似方法と精度についての考察

以上のように、地盤せん断波速度 Vs と構造物変形との非線形の相関を、種々の方法により近似して、1次近似2次モーメント法 (FOSM 法) を適用したが、ここでは、それらを比較検討し、精度についての考察を行う。

5.1 非線形相関の近似状況

種々の方法による非線形相関の近似の状況を図-16に示す。視覚的な傾向としては、1直線近似よりも2直線近似、さらには3次曲線近似の方が近似の程度は良さそうである。1直線近似や2直線近似では、平均値周りの近似精度を向上させるために、近似範囲を狭めて平均値 ± 1σ の範囲で直線近似を行っている。そのため、± 1σ の範囲外では応答の近似精度が落ちる可能性がある。表-7には、各種近似法の近似精度を表す決定係数 R² を示す。近似範囲ごとに整理している。1直線近似に比べ、2直線近似と3次曲線近似の近似精度が高い。とくに、2直線近似と3次曲線近似については、平均値 ± 1σ

$$\begin{aligned}
 \text{Var}[g] = & \sum_{i=1}^n \left(\frac{dv_i}{dx_i} \right)_{\bar{x}_i}^{-2} \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right)_{\bar{x}}^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \{v_i(x_i) - v_i(\bar{x}_i)\}^2 f_{x_i}(x_i) dx_i \\
 & + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n \left(\frac{dv_i}{dx_i} \right)_{\bar{x}_i}^{-1} \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right)_{\bar{x}} \int_{-\infty}^{+\infty} \{v_i(x_i) - v_i(\bar{x}_i)\} f_{x_i}(x_i) dx_i \\
 & \times \left(\frac{dv_j}{dx_j} \right)_{\bar{x}_j}^{-1} \left(\frac{\partial g}{\partial x_j} \right)_{\bar{x}} \int_{-\infty}^{+\infty} \{v_j(x_j) - v_j(\bar{x}_j)\} f_{x_j}(x_j) dx_j \\
 & - \{\bar{g} - g(\bar{X})\}^2
 \end{aligned} \quad (15)$$

(2) 媒介関数の決定

図-14によれば、地盤せん断波速度 Vs と構造物変形の相関は、2つ以上の極値を有しているように考えられる。したがって、近似曲線としては、3次関数よりも高次の関数を仮定することが望ましいが、Vs に対する標本数が5点であることも踏まえて、3次関数を仮定した。また、媒介関数の決定にあたって、岡野ら¹⁷⁾の研究では複数の点における勾配情報を用いる方法が提案されている。しかし、勾配情報を得るには、応答が連続関数として表わされている場合や、標本数が多い場合に限られる。本論で対象としているように、地盤・構造物連成系の地震応答解析結果を標本として用いる場合には、標本数に限りがある。したがって、数個の関数値 (標本点) を用いて最小二乗法により媒介関数を決定することとした。3次曲線による非線形相関の近似状況を図-15に示す。

表-8 非線形相関の近似方法による確率諸元

非線形相関の近似方法			1 直線近似	2 直線近似	3 次曲線近似
2 次モーメント法による確率諸元	耐震指標の確率諸元	平均値	0.404	0.600	0.569
		標準偏差	0.137	0.240	0.214
		変動係数	0.340	0.399	0.376
損傷確率	正規分布	$\delta=1.0$ の標準確率変量	4.342	1.671	2.012
		損傷確率	≈ 1.000	0.953	0.978

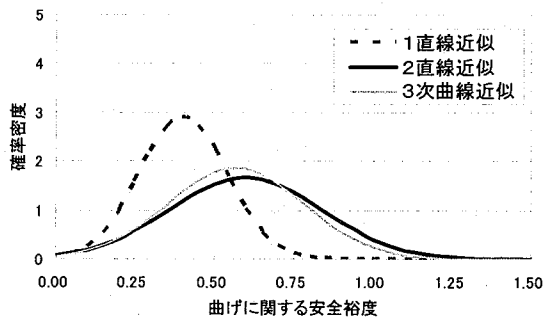


図-17 非線形相関の近似方法による確率分布の違い

の範囲では近似度は同程度である。±2σの範囲では、3次曲線近似は近似精度がほとんど変わらないが、2直線近似は著しく近似精度が落ちていることがわかる。

5.2 確率諸元および損傷確率分布への影響

種々の方法により得られた確率諸元を表-8に整理する。平均値に関しては、2直線近似や3次曲線近似では、非線形性の影響により、1直線近似よりも大きい方へシフトしている。2直線近似と3次曲線近似ではほとんど差がない。標準偏差に関しては、1直線近似にくらべて、2直線近似、3次曲線近似は大きくなり、ばらつく結果となっている。しかし、2直線近似と3次曲線近似ではあまり差がない結果となっている。

次に、構造物が変形により損傷する場合の確率分布を推定した。応答の確率分布形状については、一般的に用いられる正規分布を採用した。図-17に変形の安全裕度の確率分布を示す。安全裕度が1を下回る部分が構造物が損傷を受ける確率（損傷確率 P_f ）を表している。応答レベルが大きく、どの近似方法も100%に近い損傷確率が算定される領域にあったため、損傷確率そのものにはあまり影響がない結果となったが、応答のレベル次第では損傷確率に影響を及ぼす可能性がある。1直線近似の場合は、平均値が小さく、ばらつきも小さい様子がわかる。2直線近似および3次曲線近似は平均値が大きくばらつきも大きい様子が伺える。また、2直線近似および3次曲線近似の損傷確率分布はほぼ一致している。

3次曲線近似が真値に近い解を与えるものとする、2直線近似による解の改善効果は大きく、合理的な解が得られていると考えられる。また、2直線近似が平均値±2σの範囲では、近似程度が良くないことを考慮すると、

この範囲における非線形相関の近似精度が確率諸元や損傷確率分布に及ぼす影響は比較的小さく、平均値±1σの範囲で行えば、実用上は問題ない精度の解が得られると考えられる。

6. おわりに

本論では、非線形挙動の著しい地中構造物の地震時損傷確率を評価するために、1次近似 2次モーメント法（FOSM法）の適用上の課題である因子と応答の非線形な相関関係の考慮方法に関する検討を行った。すなわち、非線形挙動の著しい地中構造物の事例として、兵庫県南部地震において大きな損傷を受けた神戸高速鉄道大開駅を取り上げ、非線形地震応答解析を用いて応答の感度解析を行った。そして、非線形相関を考慮できる複数の手法を用いて地震時損傷確率を評価し、それらの比較検討により実用的な評価法の見極めを行った。その結果、ケース・スタディーの範囲内ではあるが、以下のことが明らかになった。

- ① 対象とする系は応答の非線形性が著しい系であるが、各因子の変動範囲の設定如何では、因子と応答の相関が比較的単調となる場合がある。そのような場合には、非線形相関を2直線或多項式等で適切に近似することにより、確率分布に関わる諸元（平均値、分散等）を推定することが可能と考えられる。
- ② 相関の非線形性を考慮すると、線形近似（1直線近似）の場合よりも、応答のばらつきが大きくなる傾向にあった。
- ③ 媒介変数1次近似法を適用すれば、高次関数を用いて複雑な非線形相関を適切に近似でき、それを考慮した確率諸元を求めることが可能であった。
- ④ 2直線近似を用いたFOSM法は、定式化が比較的簡便であるにもかかわらず、非線形相関を適切に評価することが可能で、その精度は高次曲線を用いた媒介変数1次近似法に比べて遜色のないものであった。
- ⑤ FOSM法を適用する際の勾配設定は、平均値±1σの範囲で行えば、実用上は問題ない精度の解が得られることが確認された。

本論では、確率分布形状を一般的な正規分布に限っての議論を行っており、他の分布形状についても状況を確認しておく必要がある。さらに、近似直線の回帰範囲の設定についても、標本点の重み付けとの観点から詳細な検討が必要と考えられる。

謝辞

本研究においては、日本大学 中村 晋教授、(財)電力中央研究所 大友敬三上席研究員、宮川義範主任研究員には貴重な助言をいただいた。関係各位に深甚な謝意を表する次第である。

参考文献

- 1) 安藤和博, 蛭沢勝三, 神野邦彦, 伊東 守: 地震動下における原子力地下構造物の損傷確率評価, 第14回材料・構造信頼性シンポジウム, pp.76~81, 1996.6.
- 2) 茂木寛之, 瀬下雄一, 柳沢 賢, 足立正信: RC 地中構造物の破壊モードに対する確率論的耐震安全性評価, コンクリート工学年次論文集, Vol.24, 2002.7.
- 3) 吉田郁政, 原田光男, 福本幸成, 鈴木修一, 安中正: LCCに基づく地中 RC 構造物の耐震設計に関する研究, 構造工学論文集, Vol.47A, pp.267-275, 2001.3.
- 4) 土木学会: 原子力発電所屋外重要土木構造物の耐震性能照査指針・同マニュアル, 2002.5.
- 5) 土木学会: トンネルライブラリー第9号, 開削トンネルの耐震設計, 1998.10.
- 6) 宮川義範: 鉄筋コンクリート製地中構造物の非線形性を考慮した損傷度解析法に関する提案, 電力中央研究所報告 U03003, 2003.5.
- 7) 松本敏克, 澤田純男, 大鳥靖樹, 渡邊英一: 地中 RC 構造物の耐震性能評価における損傷確率の実務的評価法, 第5回構造物の安全性・信頼性に関する国内シンポジウム (JCROSSAR 2003) 論文集 2003.11.
- 8) 松本敏克, 澤田純男, 渡邊英一: 被災した地中箱型構造物の耐震性能に関わる損傷度評価, 構造工学論文集 Vol.51A, pp.1553-1564, 2005.4.
- 9) 土木学会: コンクリート標準示方書[構造性能照査編], 2002.3.
- 10) 矢的照夫, 梅原俊夫, 青木一二三, 中村 晋, 江崎順一, 末富岩雄: 兵庫県南部地震による神戸高速鉄道・大開駅の被害とその要因分析, 土木学会論文集, No.537, pp.303-320, 1996.4.
- 11) 酒井久和, 澤田純男, 土岐憲三: ポートアイランドにおける時間領域での基盤入力地震動の推定, 土木学会論文集, No.612, pp.373-378, 1999.1.
- 12) 日本建築学会: 鉄筋コンクリート造建物の靱性保証型耐震設計指針・同解説, 1999.
- 13) 松本敏克, 澤田純男, 坂田 勉, 渡邊英一: 空間的ばらつきを有する地盤に埋設された地中 RC 構造物の地震時挙動, 構造工学論文集 Vol.52A, 2006.3.
- 14) Cornell, C.A.: A Probability-Based Structural code, Journal of the American Concrete Institute, Vol.66, No.12, pp.974-985, 1969.
- 15) 大鳥靖樹, 村上通章, 石川博之, 武田智吉: 土構造物の地震時信頼性評価システムの構築, 第5回構造物の安全性・信頼性に関する国内シンポジウム, 2003.11.
- 16) L.Wang and R.V. Grandhi: Safety Index Calculation using Intervening Variables for Structural Reliability Analysis, Computers & Structures, Vol.59, No.6, pp.1139-1148, 1996.10.
- 17) 岡野 創, 日下部 馨, 上島照幸: 媒介変数1次近似法による不確定な線形地盤の地震応答量の評価 媒介変数1次近似法 (その1), 日本建築学会構造系論文集 第490号, pp.129-138, 1996.12.

(2005年9月10日受付)