

軸力と交番ねじりを同時に受ける PC 部材の力学性状に関する研究

Study on mechanical properties of PC members subjected to axial force and cyclically torsion

何 海明*, 清宮 理**

Haiming HE, Osamu KIYOMIYA

*大学院院生, 早稲田大学大学院建設工学専攻 (〒169-8555 東京都新宿区大久保 3-4-1)

** 工博 早稲田大学教授, 理工学術院社会環境工学科 (〒169-8555 東京都新宿区大久保 3-4-1)

This paper presents an experimental investigation of prestressed concrete (PC) members under both cyclically torsion loading and constant axial force. Five specimens were tested under various combinations of axial force and torsion. Test results showed the relations of axial force and torsion bearing capacity, torque-twist relations of specimens, and indicated the mechanical properties of PC members subjected to torsion and axial force. Finite element method considered material non-linearity was applied to analyze the mechanical properties of specimens, and analysis results were accordance to test results well.

Key Words: PC member, torsion, loading tests, finite element method

キーワード: PC 部材, ねじり, 載荷試験, 有限要素法

1. はじめに

単純ねじりを受ける鉄筋コンクリート (以下 RC) 部材の力学特性に関する研究は古くから行われてきた。中には弾性理論, 塑性理論などの古典ねじり理論や, 終局強度算定における斜め曲げ理論や立体トラス理論が代表的である¹⁾²⁾。その後も数多くの研究が行われ³⁾, 現状では, 単一方向ねじりを受ける RC 部材の挙動について, 終局強度だけでなく任意の荷重状態での変形性状まで精度良く推定できるようになった。しかし, ねじりを受けるプレストレストコンクリート (以下 PC) 部材の力学挙動については, ひび割れ発生時まではかなりの精度で推定できるが, ひび割れ発生後から破壊に至るまでの挙動についてはいまだ十分明らかでない。たとえば, 土木学会「コンクリート標準示方書」では, PC 部材の終局耐力を鋼材の降伏が先行する場合には, 終局状態でプレストレスが消失するとして RC 部材同様に求めて良いことが規定されている。しかし, プレストレスを導入することにより, 終局ねじり耐力は顕著に増大するとも指摘されている⁴⁾。従って, 示方書の規定で, プレストレスの効果を無視することにより終局耐力を求めることは, 必ずしも妥当な仮定ではない。

一方, 地震, 風, 波浪などによる交番ねじりモーメントを受ける RC, PC 部材の力学挙動については, 研究の歴史が浅く, 行われた研究の多くは実験的な報告にとどまった⁵⁾。しかしながら, この種の荷重を受ける RC, PC 部材の力学特性を解析的にとらえることは, 耐震設計などに必要

となる。

そこで, 本研究では, 交番ねじりモーメントを受ける PC 部材の力学的性状を把握することを目的として, 実験と解析の両面から検討した。実験では, 軸力のレベルをパラメータにし, 計 5 体の試験体の静的載荷試験を実施し, 荷重-変形関係, ひび割れ性状などの力学的挙動及び各パラメータが実験に及ぼす影響について調べた。解析では, 有限要素法を用いて, 各材料の非線形, 正負交番載荷時の各材料の履歴特性などを考慮した 3 次元解析を行い, 実験結果との比較検討も行った。

2. 載荷試験

2.1 試験体

交番ねじり載荷試験体を 5 体製作した。表-1 には試験体に与えたプレストレスト力や軸力を示し, 図-1 には試験体の詳細図を示す。いずれの試験体の基本寸法は, 断面が 200mm×200mm の充実正方形であり, 部材長さは 1300mm である。導入プレストレスは 200kN (コンクリートへのプレストレス導入量は 5N/mm²) で, 載荷試験の直前に導入する。載荷位置での局所的な破壊を防ぐために両端を鋼板で補強した。プレストレスを導入する PC 鋼棒は SBPR の φ19mmB 種 1 号を試験体断面の中央に 1 本配置した。コンクリートは呼び強度 30N/mm² の普通コンクリートを用い, 載荷試験時に強度試験を実施し, 平均圧縮強度は 39.4 N/mm² で, 引張強度は 3.24 N/mm² である。

試験体は軸方向鉄筋D13を4本、帯鉄筋D10を100mmの間隔で7本を配置し、使用鉄筋材料はSD295である。

表-1 試験体のケース数

試験体 No.	導入プレストレス (kN)	軸力 (kN)	载荷方法
E-1	200	0	交番 载荷
E-2		150	
E-3		300	
E-4		450	
E-5		600	

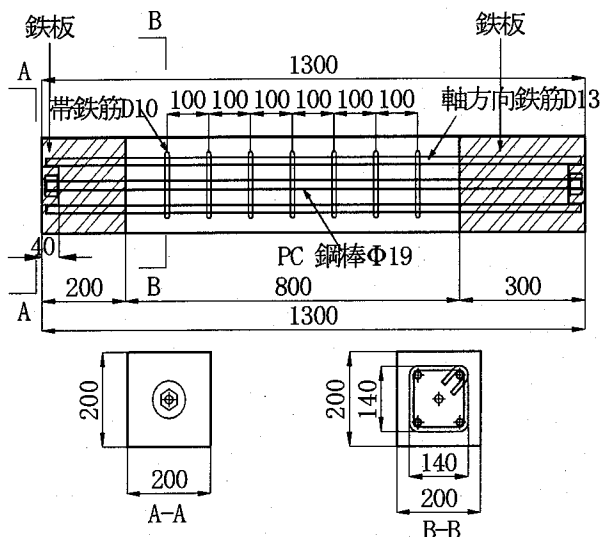


図-1 試験体の詳細図 (単位: mm)

2.2 载荷方法及び測定項目

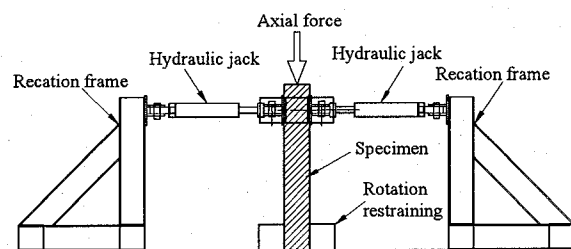
(1) 载荷方法

図-2 に試験に使用した载荷装置を示す。試験体は下端を固定し、上端に軸力とねじりをかけた。軸力は試験体の上端の面に、軸方向等分に加力した。軸力载荷装置のヘッド部はスライドできるため、試験中に試験体の軸方向長さが変化しても軸力を常に一定で作用させることができる。ねじりモーメント荷重の载荷方法として、上部支圧板の張りだし梁の载荷治具を介して2台の油圧ジャッキにより加力し、ポンプからの油圧を2台の油圧ジャッキに等しく伝達させることで、両端に大きさが等しく方向が逆回りのねじりモーメントを与えた。ひび割れが発生するまではねじりモーメントで制御し、载荷ステップは0.14 kN・m ぐらいである。その後、ねじり率で制御し、载荷ステップは0.0002rad/m ぐらいで、3ループ目は载荷ステップを0.0004 rad/m ぐらいで漸増载荷を行った。

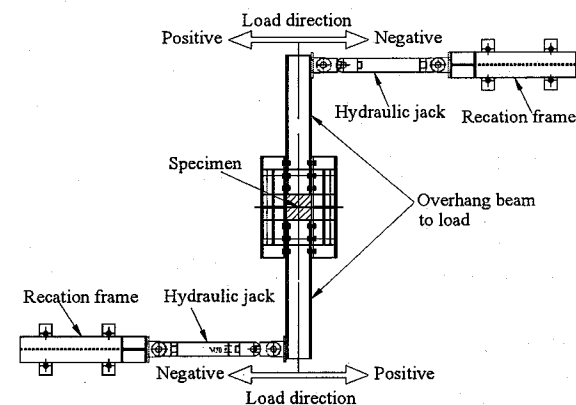
(2) 測定項目

試験の主な測定項目は、ねじりモーメント、ねじり率、主鉄筋ひずみ、帯鉄筋ひずみ、コンクリートひずみである。

ねじり率の測定方法は図-3 に示すように変位計用の棒を試験体の上端と下端に設置し、 V_1 と V_2 の変位の差、 V_3



正面図



平面図

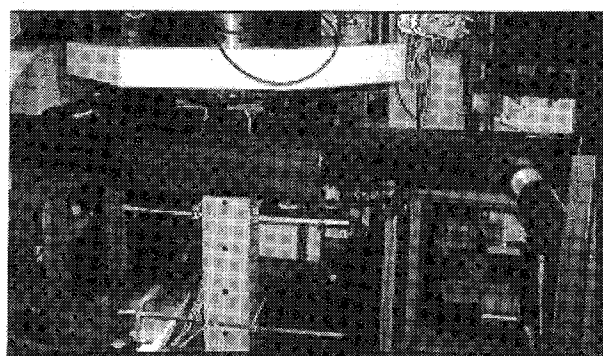


図-2 载荷装置概要図

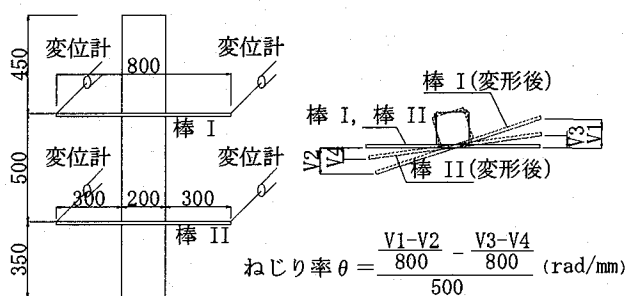


図-3 ねじり率の計測

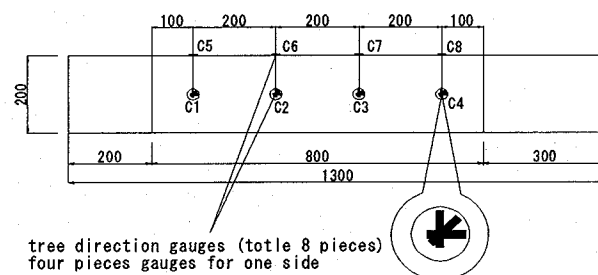


図-4 コンクリートひずみゲージの配置図

と V_4 の変位の差からそれぞれの回転角を求め、これらの回転角度の差から、単位長さあたりの回転角度の変化量としてのねじり率を求めた。

試験体のコンクリート表面には図-4 に示すように三軸のひずみゲージ (2 側面計 8 点) を貼付け、配置した。主鉄筋 (4 本) には一軸ひずみゲージを 2 枚 1 組として中央に貼付け (計 4 点)、帯鉄筋 (7 本) にも同様に一軸ひずみゲージを 2 枚 1 組として貼り付けた (計 7 点)。

3. 解析方法

3.1 正負交番載荷時の材料モデル

静的な一方向ねじりモーメントを受ける PC 部材の解析に関しては、前述したようにさまざまな解析方法が提案されている。コンクリート及び鉄筋の材料モデルについても多く提案され、一部はすでにさまざまな汎用有限要素法プログラムに組み込まれている。解析の精度、その実用性は高いと多数報告されている。交番ねじりモーメントを受ける PC 部材の解析に関しては、載荷時、除荷時そして再載荷時の応力-ひずみ関係の履歴特性を考慮しなければならないし、また、材料の圧縮ゾーンから引張ゾーン或いは逆の引張ゾーンから圧縮ゾーンに入るときのルートも考慮する必要がある。

(1) コンクリートの応力-ひずみ関係

ねじりを受ける PC 部材の場合、圧縮-引張の二軸応力による影響と鉄筋などによる横拘束の影響は無視できないと考えられる。さらに、コンクリートの圧縮挙動は横ひび割れによる影響も考慮しなければならない。そこで本解析では上記要素を考慮したコンクリートの圧縮応力-ひずみ関係として、全体ひずみに基づく構成則モデルを用いた。その構成則モデルは、元々 Vecchio and Collins⁶⁾ により提案された。その理論の 3 次元への拡張は Selby and Vecchio⁷⁾ により提案されている。さらに、前川ら⁸⁾⁹⁾¹⁰⁾ が提案したコンクリート圧縮側の履歴構成則と全体ひずみ理論に基づいたひび割れモデルを組み合わせたモデルを用いた。以下は交番載荷時のコンクリートモデルの材料特性について述べる。

a) コンクリートの圧縮応力-ひずみ関係

前川らは材料レベルの様々な交番載荷試験を重ねてモ

$$K = K(F) = \exp \left(-\frac{F}{3.25} \left(1 - \exp \left(-\frac{F}{0.8} \right) \right) \right)$$

$$F = F(I_{1e}, J_{2e}, J_{3e})$$

$$= \frac{\sqrt{2} J_{2e}}{0.23 \varepsilon_0 - \sqrt{3} I_{1e}} \times \frac{1}{5} \left(\frac{3\sqrt{3}}{2} \left(\frac{J_{3e}}{J_{2e}} \right)^3 + 6 \right)$$

$$H = H(J_{2e}) = \frac{9}{10} \varepsilon_0 \left(\frac{J_{2e}}{\varepsilon_0} \right)^3$$

$$D = D(I_{1e}, K)$$

$$= \left(\frac{-1+2\nu}{\sqrt{3}(1+\nu)} 4K^2 + \frac{\sqrt{2} I_{1e} + 0.38 \varepsilon_0}{0.28 \varepsilon_0} (1-4K^2) \right)$$

デルを開発し、検証している。そのモデルは普通骨材を用いて圧縮強度が 15MPa から 50MPa までのコンクリートを対象に四つのパラメタ (K, F, H, D) で構成した。それぞれの関係は上記の式で表わされる。 ε_0 は圧縮強度 f_c 、ヤング率 E そしてポアソン比 ν で構成された。 I_{1e}, J_{2e}, J_{3e}

$$\varepsilon_0 = 1.6(1+\nu) \frac{f_c}{E}$$

はそれぞれ第一、第二、第三弾性ひずみといい、定義及び求め方は文献⁸⁾⁹⁾¹⁰⁾を参照されたい。

b) コンクリートの引張応力-ひずみ関係

本解析では図-5 に示す Hordijk¹¹⁾ が提案したモデルを用いた。この構成則は要素のひび割れ幅の定義による破壊エネルギーに基づいている。

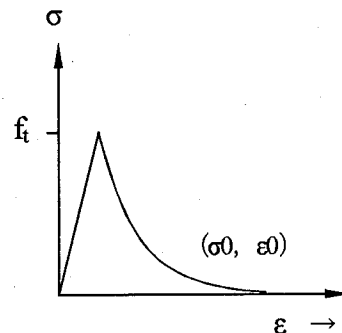


図-5 コンクリートの引張応力-ひずみ関係

(2) コンクリートの履歴構成則

上記のコンクリートの応力-ひずみ関係をもとに、交番載荷時のコンクリートの履歴曲線を作成した。図-6 にコンクリートの履歴構成則の一例として示す。左に載荷のルート、右に履歴特性を示す。それぞれ履歴曲線の定義は以下の通り。

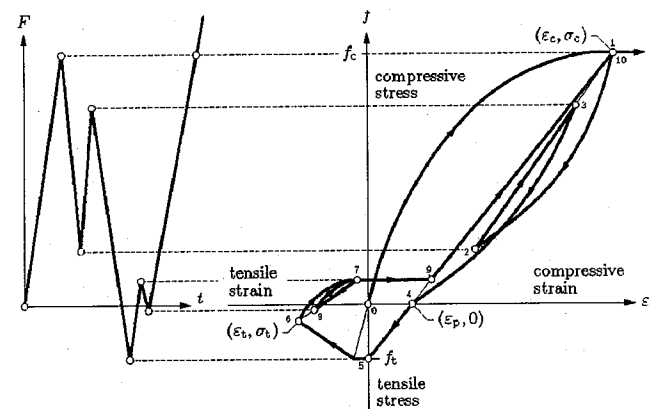


図-6 コンクリートの引張～圧縮間の履歴特性

・圧縮側の除荷 ($\varepsilon > \varepsilon_c, \varepsilon > \varepsilon_0, \varepsilon < 0$)

$$\sigma = KE(\varepsilon - \varepsilon_p)\alpha$$

$$\alpha = K^2 - \left(\frac{\sigma_c}{KE(\varepsilon_0 - \varepsilon_p)} - K^2 \right) \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_p}{\varepsilon_0 - \varepsilon_p} \right)^2$$

- ・引張側の除荷 ($\varepsilon < \varepsilon_t, \varepsilon < \varepsilon_0, \varepsilon > 0$)

$$\sigma = E(\varepsilon - \varepsilon_p)\alpha + \sigma_b$$

$$\sigma_b = -f_t \left(0.05 + 0.15 \frac{(\varepsilon_t - \varepsilon_p)E}{5f_t} \right)$$

$$\alpha = \left(\frac{\sigma_0}{E(\varepsilon - \varepsilon_p)} \right) \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_p}{\varepsilon_0 - \varepsilon_p} \right)^3$$

- ・圧縮側の再載荷 ($\varepsilon > \varepsilon_c, \varepsilon \leq \varepsilon_0, \varepsilon < 0$)

$$\sigma = \sigma_c - (\sigma_c - \sigma_0) \frac{\varepsilon_c - \varepsilon}{\varepsilon_c - \varepsilon_0}$$

- ・引張側の再載荷 ($\varepsilon < \varepsilon_t, \varepsilon \geq \varepsilon_0, \varepsilon > 0$)

$$\sigma = \sigma_t - (\sigma_t - \sigma_b - \sigma_0) \frac{\varepsilon_t - \varepsilon}{\varepsilon_t - \varepsilon_0} + \sigma_b$$

ただし, ε_0 は増加開始時の全体ひずみ, σ_0 は対応する応力, ε_t は最大引張ひずみ, σ_t は対応する応力, ε_c は最大圧縮ひずみ, σ_c は対応する応力, ε_p は塑性ひずみ, f_t は引張強度, E はヤング率, K は前述した破壊パラメータである。

(3) 鉄筋及びPC鋼棒の応力-ひずみ関係

軸方向鉄筋及びスターラップの平均応力-平均ひずみ関係は, 図-7に示すように降伏強度に達するまではヤング係数 E の弾性挙動をとり, それ以降はヤング係数の $1/100$ の剛性 E_T で直線的に応力が増加していくバイリニアの形に定義し, Von mises の降伏基準を用いた。PC鋼棒は試験体の中央にアンボンドで配置し, ねじりモーメントによる生じた応力及びひずみが小さく, 降伏に至らないため, 弾性材料として用いた。

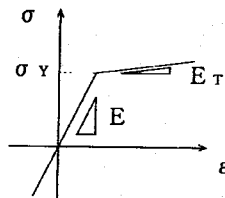


図-7 鉄筋の応力-ひずみ関係

(4) 鉄筋の履歴構成則

除荷及び再載荷時における, 鉄筋の平均応力と平均ひずみの関係は, 図-7を基本として図-8に示すように, 鉄

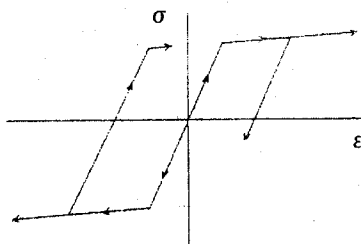


図-8 鉄筋の履歴特性

筋単体の弾性係数と等しい傾きの直線で表わされるものとした。

3.2 解析モデル

本解析では, 全試験体を対象 (E-1~E-5) に前述した各種材料モデルを適用した解析モデル (A-1~A-5) を作成した。試験と解析との比較検討を行った。図-9に解析モデルのモデルメッシュ図を示す。モデルの使用する要素は, コンクリートにソリッド要素 (要素数 416), PC鋼棒にトラス要素 (要素数 26), 補強鋼板そしてPC鋼棒と連結するアンカープレートにフラット・シェル要素 (要素数 168), 鉄筋にトラス要素 (要素数 80) を用いた。なお, 鉄筋とコンクリートの付着すべりは考慮した。解析モデルは試験と同じように, 下端 (200mm) はX, Y, Z三方向に固定拘束をかけ, 上端 (300mm) には荷重をかけた。軸力は上端に等分荷重で, 荷重制御で行った。ねじりモーメントは強制変位で制御した。

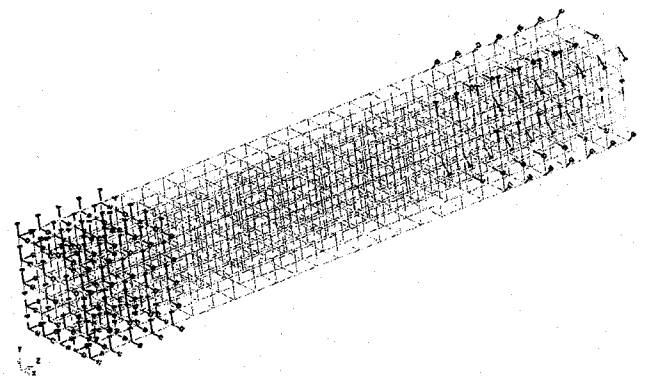


図-9 解析モデルのメッシュ図

4. 試験結果と解析結果

4.1 試験結果

(1) ひび割れ荷重及び最大耐力

交番ねじりを受けるPC部材は, 格子状のひび割れが生じることで特徴付けられる。載荷試験では, まず正方向の作用ねじりモーメントによりひび割れが発生する。続いて負方向のねじりモーメントを作用させることにより新たなひび割れが発生する。表-3に各試験体のひび割れ荷重の一覧表を示す。軸力の増加につれて, ひび割れ発生ねじ

表-3 ひび割れ荷重

試験体	ひび割れ発生荷重 (kN・m)		ひび割れ発生時ねじり率(rad/m)		低下率 %
	正	負	正	負	
E-1	9.92	10.66	0.00488	0.00475	-7.4
E-2	16.90	17.14	0.00685	0.00885	-1.4
E-3	21.06	22.44	0.00818	0.00835	-6.6
E-4	24.24	23.57	0.00918	0.00838	2.8
E-5	22.30	21.73	0.00953	0.00520	2.6

りモーメントも増加する傾向となったが、増加の程度は軸力レベルの増加に対して減少する。また、E-5 試験体の場合、理論上では、ひび割れ発生ねじりモーメントはE-4 試験体より大きい、試験値ではE-4 試験体より小さくなった。負方向のねじりによるひび割れ発生モーメントは正方向のひび割れ発生モーメントより低下すると指摘されているが¹²⁾、本試験では、そのような傾向は確認できず正負両方ほぼ同じひび割れ荷重を持つといえる。最大耐力についても増加する傾向となり、最大 250%程度増加した。最大耐力の増加率は軸力レベルの増加に対して減少する。表-4 に試験体の最大耐力そして土木学会示方書¹³⁾による終局耐力の計算値の一覧表を示す。土木学会示方書による終局耐力(鉄筋降伏型)はいずれの試験体よりも低い。また、交番载荷の終局耐力が一方方向载荷の終局耐力より低い

表-4 最大耐力

試験体	最大耐力 (kN・m)		土木学会示方書による終局耐力 (kN・m)		
	正	負	鉄筋降伏型		圧縮破壊型
E-1	10.25	10.87	9.16 ^{*1}	9.58 ^{*2}	12.73
E-2	17.04	17.71			
E-3	21.33	22.44			
E-4	25.35	23.71			
E-5	25.63	24.84			

*1 : q_l と q_w の比を $0.8 \leq q_l/q_w \leq 1.25$ で制限した理論値

*2 : q_l と q_w の比を制限しない理論値

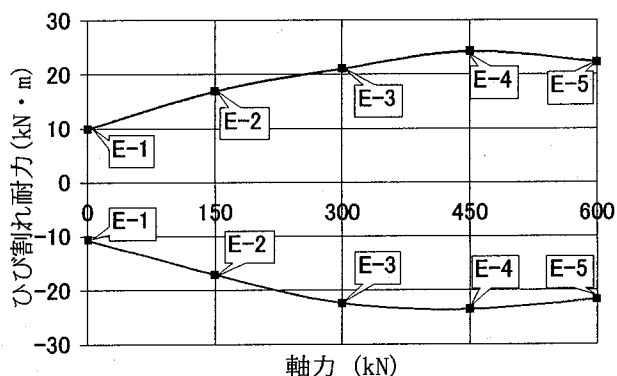


図-10 軸力とひび割れ荷重の関係

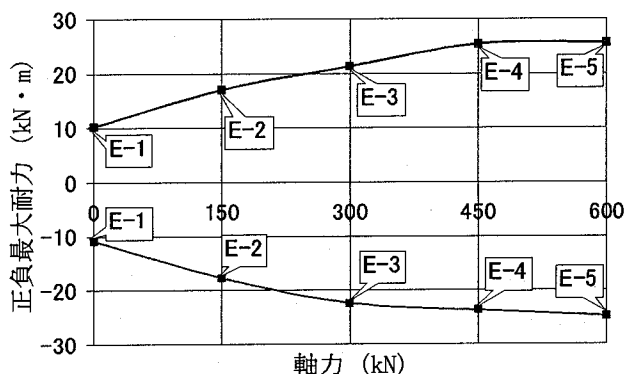


図-11 軸力と最大耐力の関係

はよく知られていて、それを考えると、土木学会示方書による終局耐力(鉄筋降伏型)の計算値はPCに対してかなり安全側であることが分かった。図-10 に軸力とひび割れ荷重の関係図、図-11 に軸力と最大耐力の関係図をそれぞれ示す。

図-12 に試験体 E-1 (軸力 0) と E-4 (軸力 450kN) のひび割れ展開図を示す。E-1 試験体のひび割れはほとんど斜めに発生するのに対して、E-4 試験体は斜めひび割れ発生後、試験体の軸方向にも多数発生する。斜めのひび割れ発生することによりコンクリートの強度が低下し、軸力レベルが高い E-4 試験体において、ねじりモーメントにより生じた軸圧縮力と軸方向荷重(軸力+プレストレス)の合力はコンクリートの圧縮強度に達し、軸方向に圧縮ひび割れが生じた。ねじりモーメントを受ける PC 部材にプレストレス及び軸力を導入すると、部材の主応力方向は図-13 に示したように、軸方向との角度が変化し、結果として、軸力のレベルが増加するとひび割れの軸方向との角度が小さくなった。実際の試験で測った最初のひび割れ角度(軸方向との角度)は、E-1 試験体は 35° 程度で、E-4 は 25° 程度であった。理論計算値とはほぼ一致した。ほかの



図-12 試験体 E-1 と E-4 のひび割れ展開図

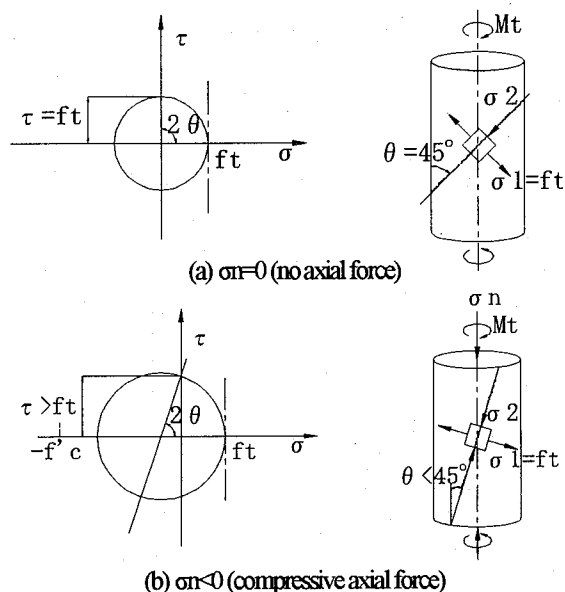


図-13 部材の主応力分布図

試験体も同じ結果を示した。

(2) 荷重－変位関係

図-14に試験体E-1とE-4のねじりモーメントとねじり率の関係図を示す。試験体はひび割れが発生するまで、ねじりモーメントとねじり率は線形的な関係を持ち、2ループ目も初期は線形的な関係を保ち、その後は非線形的の関係となり、3ループ目は最初から終局まで非線形的の関係だった。ほかの試験体のねじりモーメントとねじり率の関係図は解析結果とともに述べる。

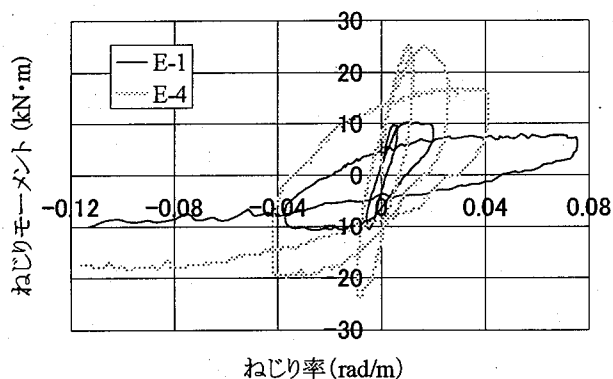


図-14 ねじりモーメントとねじり率の関係 (E-1とE-4)

(3) ねじり剛性の低下率

各ループのねじり剛性の定義を図-15に示す。各ループのねじりモーメントが0のところと最大ねじりモーメント（負方向の場合は絶対値とする）の3分の1に相当するところをとり、その区域のねじりモーメントとねじり率の関係から、载荷ステップごとに傾きを求め、平均値を剛性として定義する。剛性比は、ひび割れ発生前のねじり剛性（初

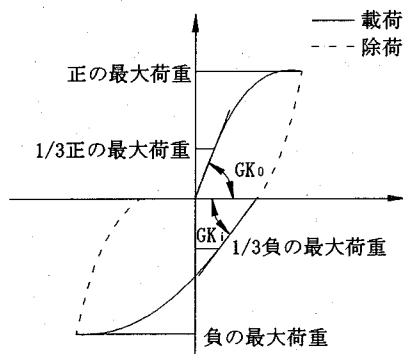


図-15 ねじり剛性の定義

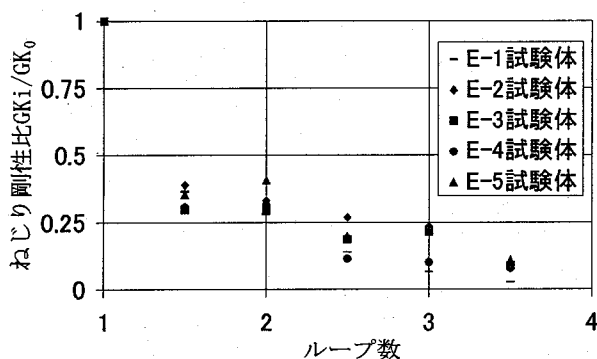


図-16 ねじり剛性比とループ数の関係

期ねじり剛性： GK_0)に対する各ループの加力時のねじり剛性 (GK_i) の比として定義する。図-16にE-1-E-5のねじり剛性比とループ数の関係を示す。正のねじりモーメントによるひび割れ発生後の試験体のねじり剛性比の低下が、負のねじりモーメントによるひび割れ発生後のねじり剛性比の低下より急激で著しかった。軸力の増加に伴い、剛性低下は小さくなる傾向があった。

(4) コンクリートと鉄筋のひずみ

図-17にE-1試験体とE-2試験体のC3コンクリートゲージの45°方向のひずみとねじりモーメントの関係図、図-18にE-1試験体とE-2試験体の中央の帯鉄筋のひずみとねじりモーメントの関係図をそれぞれ示す。ひび割れ発生荷重まで、帯鉄筋のひずみは無視できるぐらいに小さいのに対して、コンクリートのひずみは荷重とともに増加し、ねじりモーメントの分担に大きな役割を果たした。2ループ目からはコンクリートと帯鉄筋のひずみが大幅に増加した。E-2試験体は2ループ目にコンクリートが降伏に達し、3ループ目に帯鉄筋が降伏した。

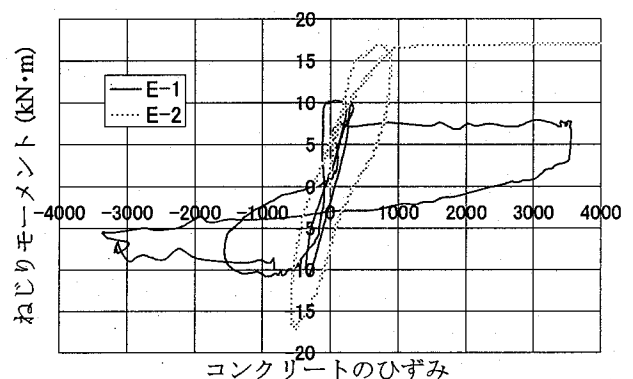


図-17 ねじりモーメントとコンクリートひずみの関係

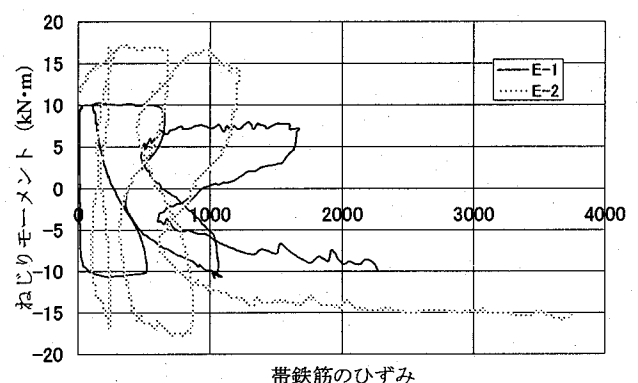


図-18 ねじりモーメントと帯鉄筋ひずみの関係

4.2 解析結果及び試験結果との比較検討

(1) 荷重－変位関係

図-19はE-1試験体の荷重履歴曲線の試験値と解析値を比較したものである。図に示したように、本解析は試験の傾向を精度よくとらえることができた。しかし、図-20に示したように、軸力が作用する試験体 (E-2-E-5) については、再载荷時の傾向をほぼとらえたものの、除荷時の

残留ねじり率は試験よりかなり小さい。これは試験時軸力を試験体の上端に導入するとき、テフロンシートで試験体との摩擦係数をかなり低減したが、軸力のレベルが高いため、除荷時の小さい段階のねじりモーメントに対して、摩擦力が無視できず、残留ねじり率が大きくなったことが原因と思われる。

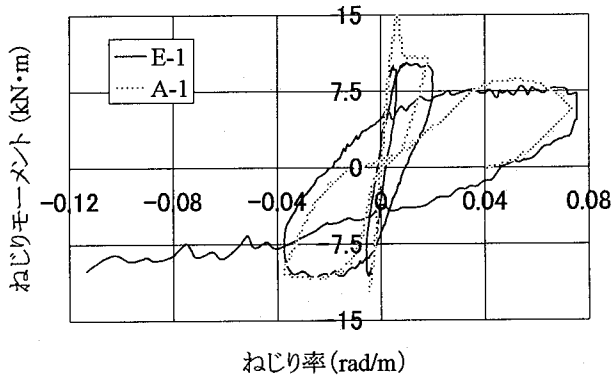


図-19 荷重履歴曲線の比較 (対象試験体E-1)

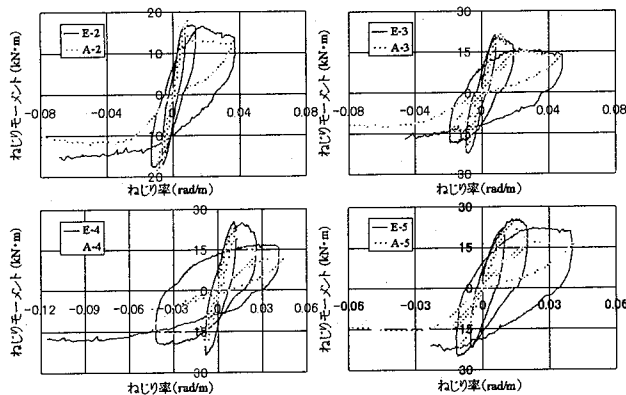


図-20 荷重履歴曲線の比較 (対象試験体E-2~E-5)

(2) 鉄筋のひずみ

図-21 に E-1 試験体の荷重と中央の帯鉄筋の履歴曲線の試験値と解析値の比較図を示す。試験時と比べて、解析は帯鉄筋の試験の傾向をとらえたものの、残留ひずみそしてひずみの値は試験値と大きな差が生じた。これは試験時帯鉄筋ひずみのはかり方として、ひずみゲージを帯鉄筋

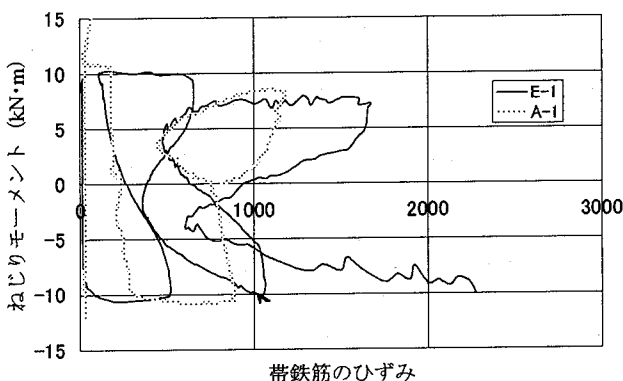


図-21 荷重-帯鉄筋の履歴曲線の比較

表面に貼付け、防水テープで防水処理をすることにより、コンクリートとの付着すべりが小さくなったが原因と思われる。

5. まとめ

本研究では、軸力、交番ねじりを同時に受ける PC 部材の力学性状に関して、載荷試験と材料の非線形と履歴モデルを考慮した有限要素法を用いた解析検討をおこなった。限られた試験データと解析結果であるが、得られた知見は以下のとおりである。

(1) 載荷試験

- ・軸力の増加とともに、試験体のひび割れ荷重そして最大耐力が増加する。増加率は軸力レベルの増加に対して減少する。また、軸力の増加に伴い、ねじり剛性の低下は小さくなる傾向があった。
- ・正のねじりモーメントによるひび割れ発生後の試験体のねじり剛性比の低下が、負のねじりモーメントによるひび割れ発生後のねじり剛性比の低下より急激で著しかった。
- ・正方向ねじりモーメントによるひび割れ発生荷重と負方向ねじりモーメントによるひび割れ発生荷重はほぼ同じであった。
- ・PC 部材のねじり耐力に対して、土木学会示方書による終局耐力（鉄筋降伏型）の計算式は安全側であった。

(2) 解析検討

本解析では、交番載荷時の材料モデルを適用することにより、交番ねじりを受ける、軸力を受けない PC 部材の力学挙動を精度よくとらえた。しかし、軸力、交番ねじりを同時に受ける PC 部材の力学性状に関しては、試験の傾向をほぼ再現したものの、残留ねじり率などは試験とあまり一致しなかった。今後、解析のモデル化を工夫し、除荷時、再載荷時のコンクリート及び鉄筋の材料特性などが正確に把握されれば、解析精度がさらに向上すると思われる。

6. 最後に

現在の汎用有限要素法プログラムのほとんどがユーザー供給サブルーチン機能を付いており、その機能を用いて交番載荷時の材料モデルを適用し、より複雑な交番荷重を受ける構造物の解析が可能である。その実用性は高く期待できると思われる。

なお、本研究の解析検討部分にあたり、早稲田大学社会人修士課程の中井章裕氏 (JIP テクノサイエンス株式会社) に貴重なアドバイス及び種々の御協力をいただきました。ここに、深く謝意を表します。

参考文献

- 1) Rauch, E. : Design of Reinforced Concrete in Torsion, Technische Hochschule Berlino, pp. 53, 1929.
- 2) Lessing, N. N. : Determination of Load-Carrying Capacity of

Rectangular Reinforced Concrete Elements Subjected to Flexure and Torsion, Trudy No. 5, Institut Betonai Zhelezabetsna (Concrete and Reinforced Concrete Institute) Moscow, pp. 5-28 (in Russian), Translated by Portland Cement Association, Foreign Literature Study, No. 371.

- 3) たとえば, Mitchell, D. and Collins, M. p. : Diagonal Compression Field Theory-A Rational Model for Structural Concrete in Pure Torsion, *ACI Journal*, pp. 396-408, Aug. 1980. と Hsu, T. T. C. and Mo, Y. L. : Softening of Concrete in Torsional Members, Univ. of Houston, Civil Eng. Dept., Research Report, pp. 1-107, March 1983.
- 4) 児島孝之, ほかに: 純ねじりを受ける PRC 部材の終局耐力に関する一実験, コンクリート工学年次論文報告集, pp. 363-368, 1989.
- 5) たとえば, 狩野芳一, ほかに: 正負繰返しのおねじりと曲げせん断を受ける RC 部材の耐力・靱性, 第8回コンクリート工学年次講演会論文集, pp. 797-800, 1986.
- 6) Vecchio, F. J. and Collins, M. P. : The modified compression field theory for reinforced concrete elements subjected to shear, *ACI Journal* 83, 22, pp. 219-231, 1986.
- 7) Selby, R. G. and Vecchio, F. J. : Three-dimensional Constitutive Relations for Reinforced Concrete, Tech. Rep. 93-02, Univ. Toronto, dept. Civil Eng., Toronto, Canada, 1993.
- 8) Koichi MAEKAWA, et al.: CONTINUUM FRACTURE IN CONCRETE NONLINEARITY UNDER TRIAXIAL CONFINEMENT, Proc. of JSCE No. 460/V-18, pp. 113-122, February 1993.
- 9) Koichi MAEKAWA, et al.: PLASTICITY IN CONCRETE NONLINEARITY UNDER TRIAXIAL CONFINEMENT, Proc. of JSCE No. 460/V-18, pp. 123-130, February 1993.
- 10) Koichi MAEKAWA, et al.: TRIAXIAL ELASTO-PLASTIC AND FRACTURE MODEL FOR CONCRETE, Proc. of JSCE No. 460/V-18, pp. 131-138, February 1993.
- 11) Hordijk, D. A.: Local Approach to Fatigue of Concrete, PhD thesis, Delft University of Technology, 1991.
- 12) 長滝重義, ほかに: 交番ねじりモーメントを受ける鉄筋コンクリート部材の力学性状に関する研究, 土木学会論文集第402号/V-10, pp. 135-144, 1989.
- 13) コンクリート標準示方書設計編 (平成8年制定), 土木学会, pp. 76-77.

(2005年9月10日受付)