

格子モデルによる床版断面力の解析方法の基礎的検討

A basic research of analytical solution for Concrete Floor Slab by Grid Model

尾下里治*, 結城洋一**

Satoji Oshita, Yoichi Yuki

*工博, 技術本部, (株)横河ブリッジ (〒273-0026 千葉県船橋市山野町 27 番地)

** 修士, 技術本部技術研究所, (株)横河ブリッジ (〒273-0026 千葉県船橋市山野町 27 番地)

In designs of concrete floor slab, bridge engineers refer to formulas of the section force in specifications for highway bridges. The formulas are based on the plate theory. But, boundary conditions of the theory are different from the actual slabs, and there are some types of the slabs which aren't applicable to the formulas. Solving this matter, this paper proposes to use grid model analysis, and to compute section forces of the slab. This method is the main current in design of main girder or truss. This paper clears that this analytical solution has enough accuracy in comparison with the plate theory, and gives some notes to this method.

Key Words: concrete floor slab, grid model, static analysis, section force of design

キーワード: 床版, 格子モデル, 静的解析, 設計断面力

1. はじめに

道路橋の床版設計に用いる断面力を算出する際, 設計者は主に道路橋示方書¹⁾(以下, 道示)に記載された式から断面力を算出している. この道示式は, 相対する2辺で単純支持された等方性無限単純支持版及び相対する2辺のうち1辺が自由である等方性無限片持版を対象としており, 床版支間をパラメータとしている. したがって, 床版が常に弾性支持されている影響は考慮されておらず, また近年の合成床版にみられるような様々な床版形式, 床版支間長をもつ場合では, 道示式との条件と異なることが少なくない. この場合設計者は, 道示式を準用したり, 設計条件に合致させて FEM 等の詳細な解析から断面力を算出する判断を求められるが, 後者の場合, 費用・時間の面で負担が大きい.

そこで, 桁の設計断面力を算出する際に利用される, 格子モデルを使用し, 床版のような板構造を格子モデルで解析を行うことができれば上述の問題点が解消できると考える.

具体的に床版を格子モデルで解析するメリットは次のような点が上げられる.

- ・ 板理論に比べて境界条件や荷重条件による制約がなく, 実状に合わせたモデル化が行える.
- ・ FEM に比べてモデル化や解析が容易である.
- ・ 解析結果が梁部材の断面力として得られるので, 床版の断面設計に直接利用できる.
- ・ 市販ソフトで解析できるので, T 荷重の影響線載荷が自動的に行える.

- ・ 直交異方性についても, 両方向の部材剛性を変えることで直接的に扱える.

以上のようなメリットがある反面, これまで床版の解析に格子モデルを適用した例はほとんどない. 一方, 鋼床版の解析には格子モデルが多用されており, 開断面リブのねじり剛性を格子モデルで評価する方法²⁾なども研究されている.

著者等は, 以前に一定せん断流パネルを用いて合成桁の床版を解析し FEM との比較検討を行った³⁾. この時, 床版の要素分割を任意に決定した格子モデルを用いたが, 床版の設計断面力を精度よく求めるという点からは不十分な検討であった.

そこで本論では床版の T 荷重に対する断面力の基本を確認する目的で, 2辺単純支持版を例に検討を行った. まず, 1 輪荷重の場合について, 格子モデルによる要素分割が解析精度に与える影響を, 板理論(等方性板・異方性板)と比較することで確認した. 次に道示に従って複数の輪荷重が載荷された場合についても, 同様に板理論と比較し, 実際の床版の設計断面力を解析する上での留意点を整理した.

2. 1 輪荷重に対する検討

2.1 解析モデル

(1) 概要

実橋の床版を想定したモデルを検討対象とするため, ここでは文献 4)にある一方向版に 1 輪が載荷された状態のモデルを引用して検討を行う. 文献 4)では, 薄板理論と厚板理論の比較や異方性

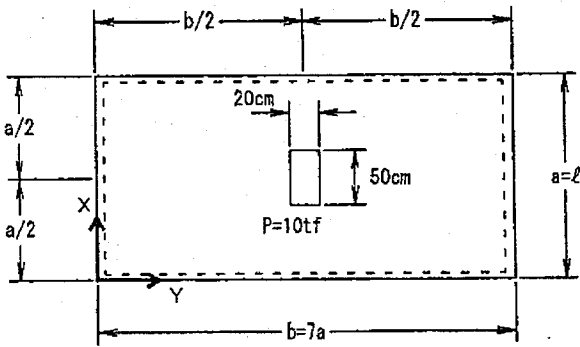


図1 床版の解析モデル

の影響について検討している。また、異方性の取扱いでは $\alpha=0.5$ (α :主鉄筋方向に対する配力鉄筋方向の曲げ剛性の比)としている。床版の形状は図1に示すように辺長比 $b/a=7$ とし、床版中央に道示に示すB活荷重の後輪1輪($P=10\text{tf}(98\text{kN})$)が載荷されている。その他の解析条件は、次の通りである。

床版厚 $0 < a \leq 4\text{m}$ $4a+11$ cm
 $a > 4\text{m}$ $0.9(4a+11)$ cm
 弾性係数 $E_c=2.94 \times 10^7$ kN/m²
 ポアソン比 $\nu=0.167$

床版支間長については、表1に示すように2~10mの5種類、格子モデルの要素分割は床版支間方向に6分割・10分割の2種類とした。表1から、格子モデルの要素長は最小0.2m、最大1.667mとなる。代表的な解析モデルを図2に示す。ここで、格子解析モデルは4辺を支持しているが、辺長比5以上であれば床版のたわみや曲げモーメント等の断面力はほぼ一様な値に収束する。よって、図2の格子モデルは、無限延の2辺単純支持版とみなせる⁴⁾。

なお、本検討の解析には(株)河技術情報の Apollo Analyzer Version 2.25 を用いた。

(2) 部材剛度

床版を格子構造でモデル化する際の概略図を図3に示す。格子モデルの部材剛度は、式(1)~(6)により算出した。特に、ねじり定数については参考文献3)で検討したように、板構造を格子モデルで解析する上では考慮すべき重要な事項であり、分割した矩形断面のねじり定数を用いなければならない。

算出した部材剛度を表2に示す。なお、異方性板の場合は、橋軸方向部材剛度のみを表2の値の1/2として解析した。

$$A_T = t_c \cdot b_T \quad (1)$$

$$A_L = t_c \cdot b_L \quad (2)$$

$$I_T = \frac{b_T \cdot t_c^3}{12} \quad (3)$$

$$I_L = \frac{b_L \cdot t_c^3}{12} \quad (4)$$

$$J_T = \frac{b_T t_c^3}{3} \left\{ 1 - 0.63 \frac{t_c}{b_T} + 0.0525 \left(\frac{t_c}{b_T} \right)^5 \right\} \quad (5)$$

表1 格子モデルの適用床版支間と要素分割

床版支間長 a(m)	床版長 b(m)	分割長 c(m)	
		6分割	10分割
2	14	0.333	0.200
4	28	0.667	0.400
6	42	1.000	0.600
8	56	1.333	0.800
10	70	1.667	1.000

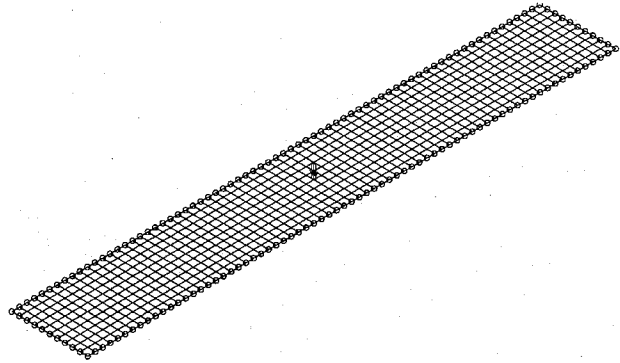


図2 代表的な格子解析モデル (a=6m, 10 分割)

$$J_L = \frac{b_L t_c^3}{3} \left\{ 1 - 0.63 \frac{t_c}{b_L} + 0.0525 \left(\frac{t_c}{b_L} \right)^5 \right\} \quad (6)$$

ここで、 A_T , A_L :主鉄筋方向および、配力鉄筋方向の縁部材断面積、 I_T , I_L :主鉄筋方向および、配力鉄筋方向の縁部材断面二次モーメント、 b_T , b_L :主鉄筋方向および、配力鉄筋方向の縁部材分担幅、 t_c :床版厚、 J_T , J_L :主鉄筋方向および、配力鉄筋方向の縁部材ねじり定数。

(3) 荷重載荷方法

道示で定められた輪荷重は、床版に対して20cm×50cmの載荷面に等分布荷重で載荷される。板理論による場合は、これを考慮した床版のたわみや断面力を求めることが出来るが、格子モデルでは梁部材にどのように分配させて載荷するか問題となる。特に、床版の分割方法によっては橋軸直角方向の梁部材間での荷重分担の仕方によって結果も影響を受けることになる。

そこで、格子モデルにおける荷重の載荷方法を図4に示すように、橋軸直角方向梁部材に50cmの幅で常に線荷重として載荷するものとし、等分布荷重による場合と線荷重による場合との違いを後から補正することにする。線荷重で載荷することで、市販の載荷プログラムでも影響線を考慮した解析が自動的に行えるメリットがある。

等分布荷重と線荷重とによる床版の曲げモーメントの分布形状を概念的に図4に示すが、両者の違いは荷重載荷点付近にのみ現れ、等分布荷重よりも線荷重による場合の方が曲げモーメントの値は大きくなる。また、線荷重による場合は、荷重中心位置での曲げモーメント M_x と M_y との値は理論的に等しくなるという特徴がある⁵⁾。

板理論の計算式⁵⁾をもとに、等分布荷重と線荷重とによる場合の床版曲げモーメントの差異を計算した結果を表3および図5に

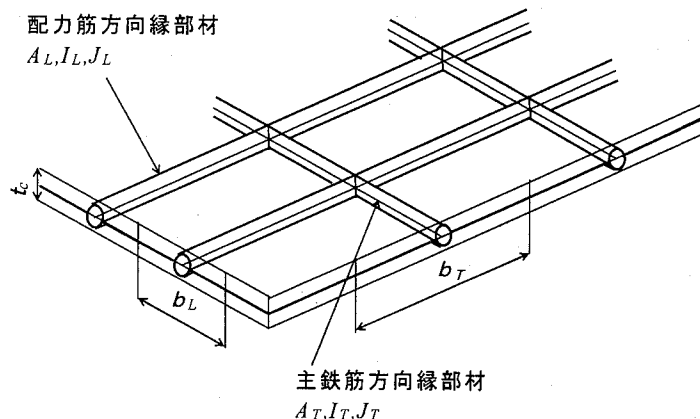


図3 床版の格子構造によるモデル化

表2 格子モデルの部材剛度

床版支間長 a (m)	床版厚 t (m)	分割長 c (m)	断面積 A (m ²)	断面2次モーメント I (m ⁴)	ねじり定数 J (m ⁴)
2	0.190	0.200	0.0380	0.00011	0.00020
2	0.190	0.333	0.0633	0.00019	0.00049
4	0.270	0.400	0.1080	0.00066	0.00153
4	0.270	0.667	0.1800	0.00109	0.00326
6	0.315	0.600	0.1890	0.00158	0.00420
6	0.315	1.000	0.3150	0.00261	0.00835
8	0.387	0.800	0.3096	0.00386	0.01077
8	0.387	1.333	0.5160	0.00644	0.02105
10	0.459	1.000	0.4590	0.00806	0.02295
10	0.459	1.667	0.7650	0.01343	0.04441

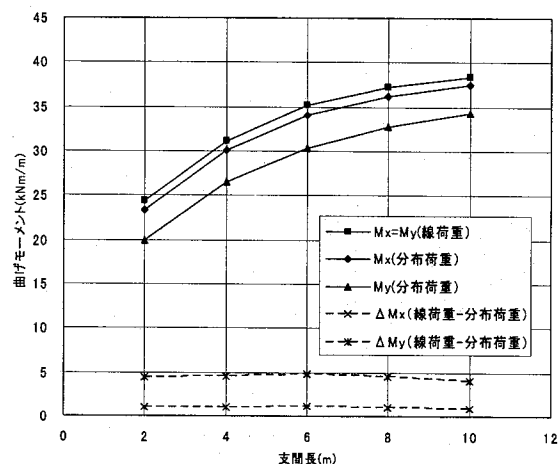


図5 等分布荷重と線荷重による床版曲げモーメントの理論値

表3 等分布荷重と線荷重による床版曲げモーメントの理論値

支間長 (m)	Mx(kNm/m)		
	分布荷重	線荷重	差
2	23.5	24.4	1.0
4	30.1	31.1	1.0
6	34.1	35.3	1.1
8	36.3	37.3	1.0
10	37.5	38.4	0.9

支間長 (m)	My(kNm/m)		
	分布荷重	線荷重	差
2	20.0	24.4	4.5
4	26.5	31.1	4.6
6	30.4	35.3	4.9
8	32.8	37.3	4.5
10	34.3	38.4	4.0

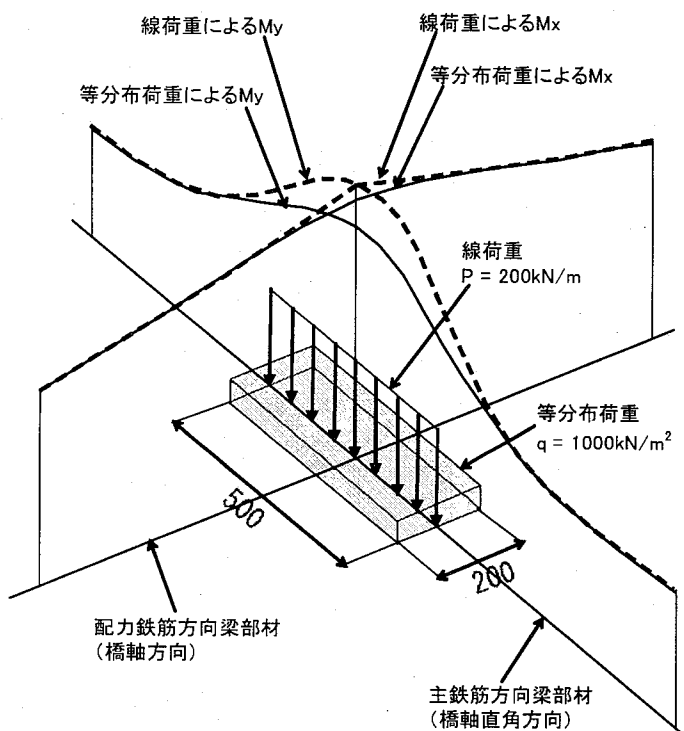


図4 荷重載荷方法と床版曲げモーメントの分布形状

示す。ここでは、床版支間中央に輪荷重を載荷した場合の荷重中心位置での床版曲げモーメントを比較している。床版支間長の変化が線荷重と分布荷重とによる曲げモーメントの差異に与える影響は小さく、主鉄筋方向曲げモーメント M_x では約 1.0kNm/m 程度、配力鉄筋方向曲げモーメント M_y では約 4.5kNm/m 程度、線荷重による方が大きくなる結果が得られた。よって、格子モデル

による解析は、橋軸直角方向梁部材に輪荷重を線荷重として載荷し、その床版曲げモーメント結果に表3の値を補正すればよいと思われる。

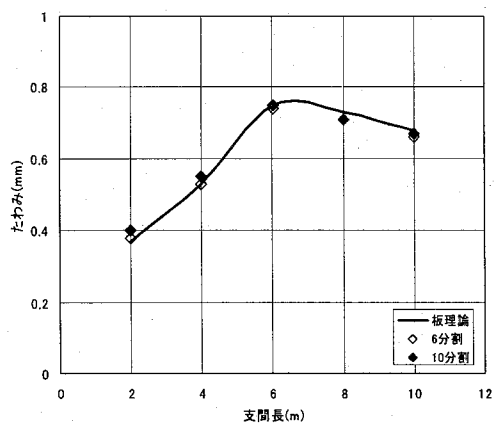
2.2 ポアソン比の影響の補正

通常、連続体である床版を格子モデルで解析すると、ポアソン比の影響による主鉄筋方向応力と配力鉄筋方向応力との関連性は考慮されていない結果となる。そこで、本検討では格子解析から算出された床版断面力を補正する。具体的には、異方性板のたわみと曲げモーメントとの関係⁹⁾式(7)、(8)より、式(9)～(13)を代入して、求められた主鉄筋方向曲げモーメント M_x の補正式(14)、配力鉄筋方向曲げモーメント M_y の補正式(15)を使って床版断面力の補正を行った。

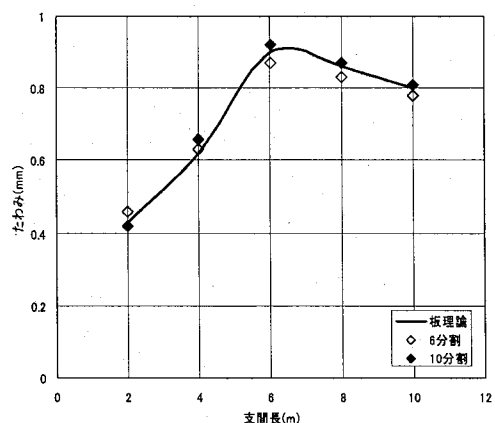
$$M_x = - \left(D_x \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + D_1 \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) \quad (7)$$

$$M_y = - \left(D_y \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} + D_1 \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \right) \quad (8)$$

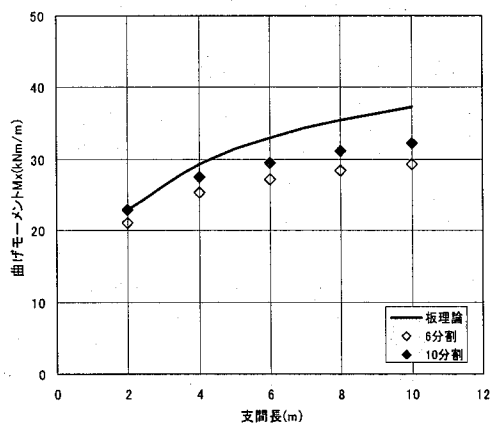
$$D_x = \frac{E_x h^3}{12(1 - \nu_x \nu_y)} \quad (9)$$



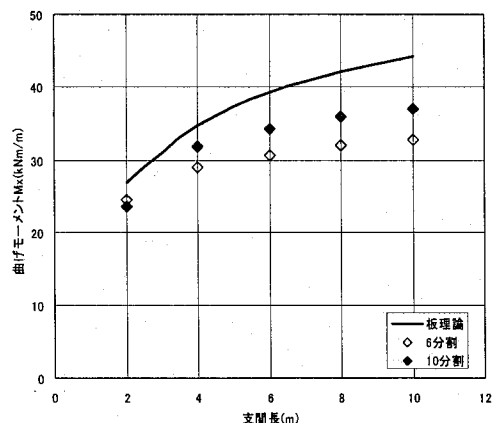
a) たわみ



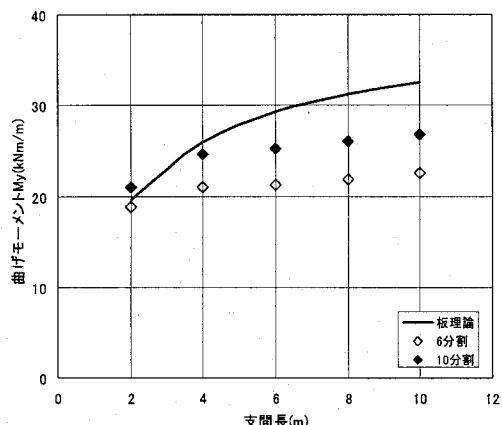
a) たわみ



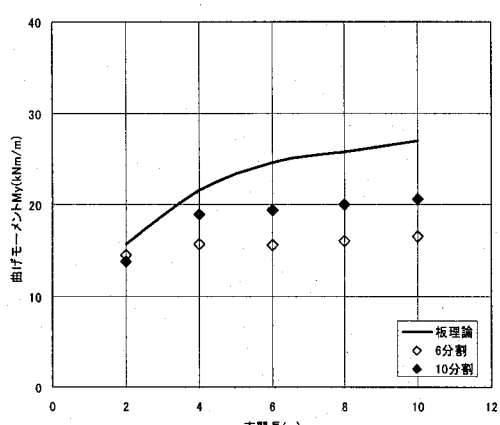
b) 曲げモーメントMx



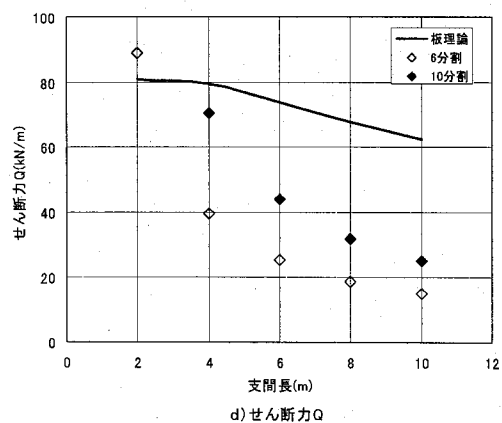
b) 曲げモーメントMx



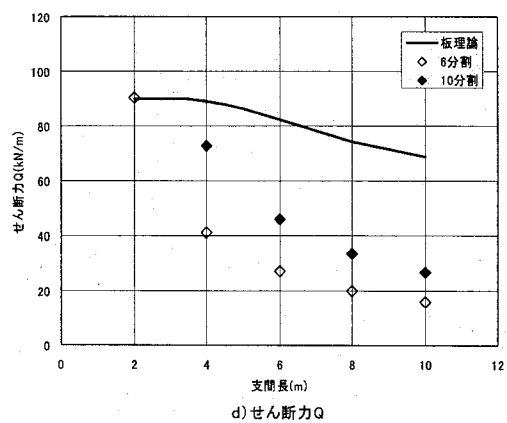
c) 曲げモーメントMy



c) 曲げモーメントMy



d) せん断力Q



d) せん断力Q

図6 等方性床版のたわみと断面力

図7 異方性床版のたわみと断面力

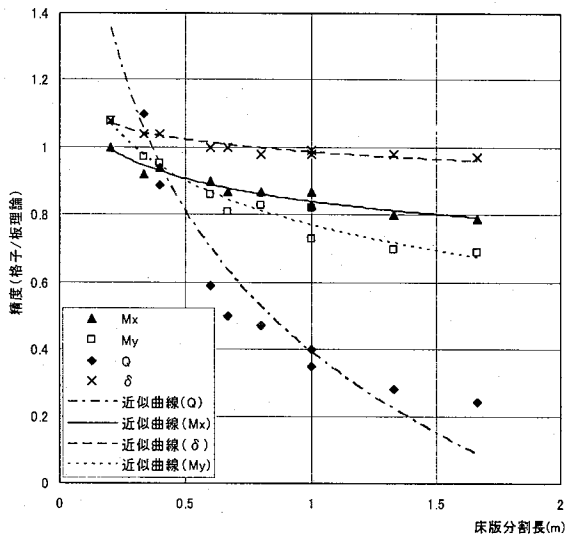


図8 床版分割長と解析精度の関係 (等方性板)

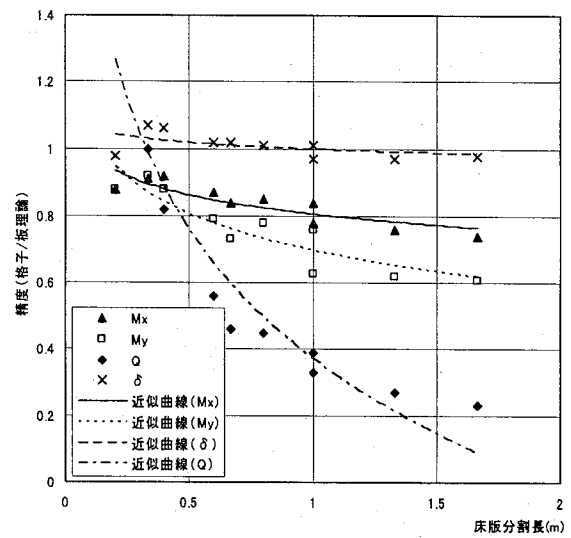


図9 床版分割長と解析精度の関係 (異方性板)

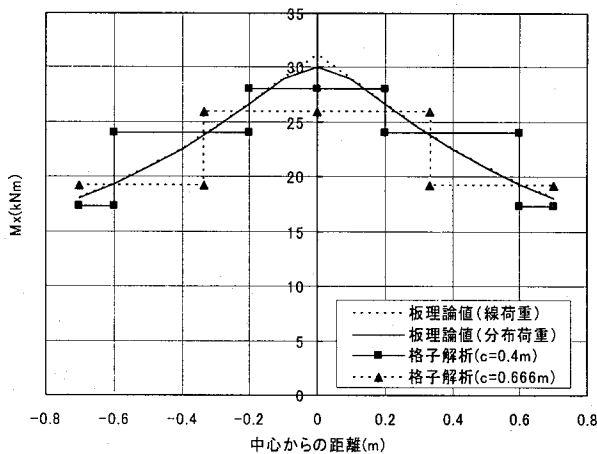


図10 M_x の床版中心上での橋軸方向分布形状

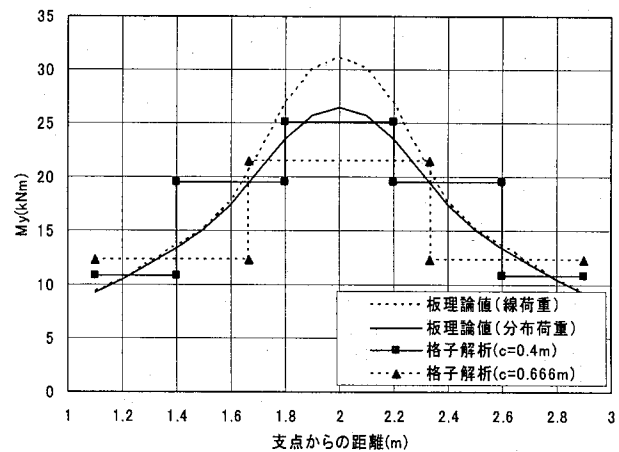


図11 M_y の床版中央での橋軸直角方向分布形状

$$D_y = \frac{E_y h^3}{12(1 - \nu_x \nu_y)} \quad (10)$$

$$D_1 = \nu_y D_x = \nu_x D_y \quad (11)$$

$$M_{x0} = -E_x I_x \frac{d^2 \omega}{dx^2} \quad (12)$$

$$M_{y0} = -E_y I_y \frac{d^2 \omega}{dy^2} \quad (13)$$

$$M_x = \frac{1}{(1 - \nu_x \nu_y)} \{M_{x0} + \nu_x M_{y0}\} \quad (14)$$

$$M_y = \frac{1}{(1 - \nu_x \nu_y)} (M_{y0} + \nu_y M_{x0}) \quad (15)$$

ここで、 M_x, M_y : 主鉄筋方向および、配力鉄筋方向のポアソン比の影響を考慮した曲げモーメント、 M_{x0}, M_{y0} : 主鉄筋方向および、配力鉄筋方向の格子解析結果の曲げモーメント、 ν_x, ν_y : 主鉄筋方向および、配力鉄筋方向のポアソン比、 E_x, E_y : 主鉄筋方向および、配力鉄筋方向の弾性係数、 I_x, I_y : 主鉄筋方向および、配力鉄筋方向の断面二次モーメント、 h : 板厚、 ω : 板のたわみ。

2.3 解析結果および考察

格子モデルのたわみと断面力の解析結果を板理論値と比較して図6と図7に示す。図6は等方性床版で図7は異方性床版の結果である。図8と図9には、図6と図7に示した格子解析結果の板理論値に対する精度を床版分割長との関係でグラフにして示した。ここで、せん断力Qについては、線荷重を載荷している主鉄筋方向部材 (配力鉄筋方向部材より大きなせん断力を示す) の解析結果である。

図10と図11には、床版支間4mの荷重載荷付近の床版曲げモーメントの分布形状を示す。図10は主鉄筋方向曲げモーメント M_x 、図11は配力鉄筋方向曲げモーメント M_y であり、板理論値に対して床版支間方向の分割長 c を変えた格子解析結果による曲げモーメントの分布形状を比較して示している。

格子解析による曲げモーメントは、床版分割長の平均値を表すので、板理論値による最大曲げモーメントよりも小さな値となる。したがって、分割長を小さくしていくと格子解析の値はピーク値に近づく。これより得た知見を以下に示す。

- 1) たわみは、床版支間長や分割長に関係なく、格子解析結果は板理論値とよく一致している。
- 2) 格子解析による曲げモーメントの結果は、板理論値より小さくなるが、床版分割長を小さくすると板理論値と一致する傾向がある。これは、格子解析による曲げモーメントは、床版

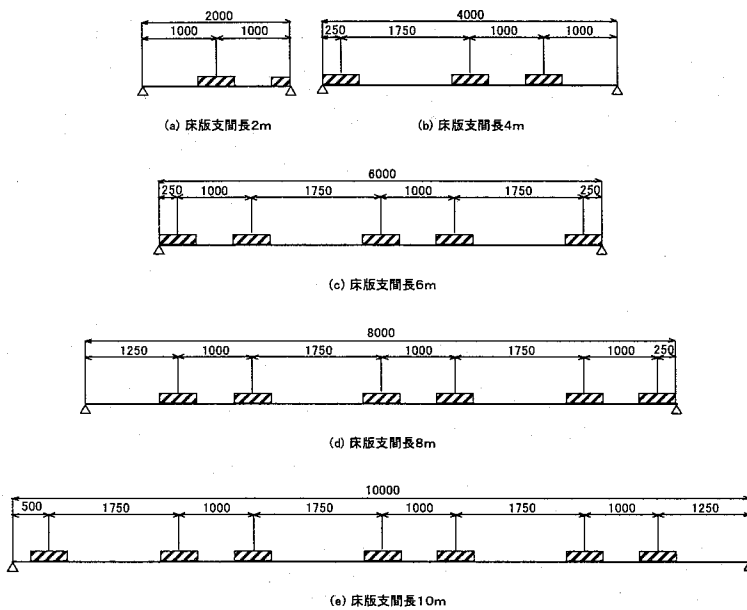


図12 輪荷重の载荷状態

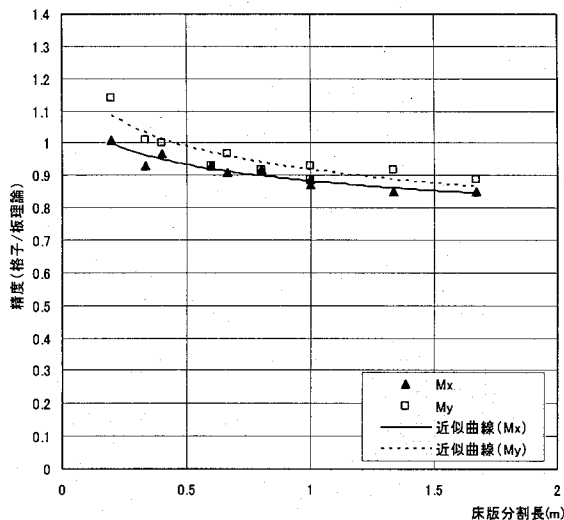
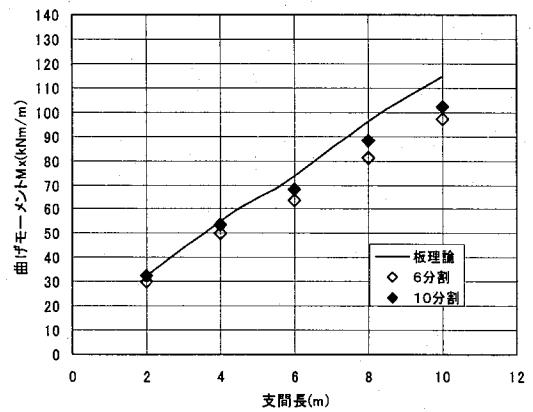


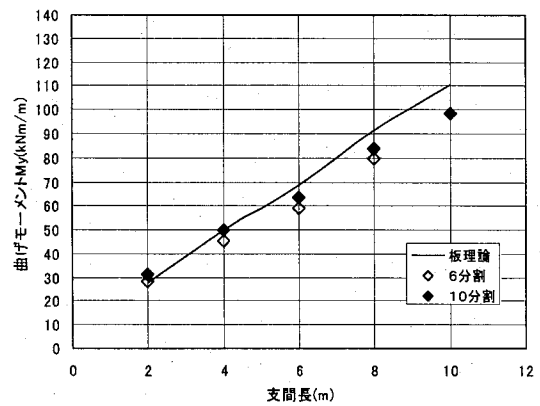
図14 複数荷重による床版曲げモーメントの格子解析の精度

分割長の平均を表すためであると考えられる。

- 図6のb) d)、図7のb) d) から、格子解析結果による主鉄筋方向曲げモーメント M_x と配力鉄筋方向曲げモーメント M_y とでは、 M_x の方が理論値に一致しやすい傾向がある (M_x の方が6分割と10分割で、値のばらつきが小さいことから判断している)。これは、主鉄筋方向の部材に線荷重を載荷したことで、配力鉄筋方向の部材には荷重が集中荷重として作用するために誤差が生じやすくなったものと考えられる。
- せん断力の値は、要素分割長を10分割より細かくしないと板理論値に近づくことは難しいと考えられる。これは、理論的に曲げモーメントはたわみの2階微分で求まるが、せん断力はたわみの3階微分まで考慮しなければ得られないので、精度を高めることは難しいためである。しかし、通常の床版の設計においてせん断力が問題になることはなく、算出する必要がないと考える。
- 等方性床版と異方性床版とでは、異方性床版の方が格子解析の精度は多少悪くなるが、格子解析でも異方性の影響を十分



a) 曲げモーメント M_x



b) 曲げモーメント M_y

図13 複数輪荷重による床版曲げモーメントの理論値と格子解析結果の比較

に評価できるといえる。

3. 複数の輪荷重に対する検討

2章では、1個の輪荷重が載荷された場合について、格子モデルの要素分割と解析精度について検討した。しかし、実際の設計において輪荷重の载荷状態²⁾は、橋軸直角方向に対して車両を満載するので、横断方向に複数の輪荷重が載荷される。複数の輪荷重が載荷された場合、最大断面力が生じる点では、直上に載荷された輪荷重の他にそこから離れた場所に載荷された輪荷重による断面力も合計されることになるので、1個の輪荷重が載荷された場合よりも応力集中の傾向が小さくなる。つまり、2章で検討した床版の要素分割と解析精度との関係が緩和され、多少大きめの要素分割でも解析精度が向上する可能性がある。

よって、ここでは、2章で検討した床版を対象に、横断方向に道示で定められた輪荷重(T荷重)を図12に示すように満載して、格子モデルによる結果と板理論値との比較を行う。

複数輪荷重による格子モデルの曲げモーメントの解析結果を板理論値と比較したものを図13に示す。床版支間長に比例して板理論値との差異が増大するが、その差異は図6の1輪荷重によるものより小さい傾向にある。図14は格子解析結果の理論値に対する精度を示したものである。ここにおいても、図8の1輪による場合と比較して精度が向上している様子がわかる。図14より、床版分割長としては500mm程度で理論値とほぼ一致するが、1m程

度としても格子解析結果を、理論値を下まわることのないよう割増して（例えば10%程度）適用すれば、実用上は問題ないと考えられる。

4. 結論

以上の検討結果から、格子モデルで床版を解析する場合の留意点を整理すると次のようである。

- (1) モデル化に当たっての部材剛度は、式(1)～(6)によって算出する。特に、式(5)、(6)によって床版のねじり剛度を考慮することが重要である。
- (2) 格子解析結果はポアソン比の影響が考慮されていないので、式(14)、(15)により補正する必要がある。
- (3) 輪荷重を横断方向に500mm幅の線荷重として載荷すると、 $200 \times 500\text{mm}$ の載荷面に等分布荷重で載荷される場合よりも表3あるいは図5に示す分だけ曲げモーメントが大きく算出されるので、格子解析結果を補正する必要がある。
- (4) 曲げモーメントを算出する場合の床版分割長は、図14の理論値に対する解析精度を参考にして決定すればよい。ただし、せん断力に着目する場合は曲げモーメントの場合よりも床版分割長を細かくする必要がある。

以上の点に注意することによって、格子モデルによっても床版

の曲げモーメントを精度良く解析することができる。

本検討では、単純支持された支間部の正曲げモーメントについてのみの検討であり、片持版や中間支点部の負曲げモーメントについては検討されていない。しかし、本検討で明らかとなったことに、床版の曲げモーメントは輪荷重載荷点付近の局所的な分布形状の影響が大きく、床版分割長を決定する上では載荷面の大きさとの関係が重要であるということである。よって、支持条件が異なる片持版についても、輪荷重載荷点付近の曲げモーメントの分布性状については本検討結果を準用できる可能性がある。この妥当性に関しては今後の課題としたい。

参考文献

- 1) 社団法人 日本道路協会：道路橋示方書・同解説，2002.3
- 2) 山村信道：等価格子法による閉断面リブ鋼床板の実用計算法，橋梁と基礎，p44-p51，1980.5
- 3) 結城洋一，尾下里治：一定せん断流パネルを用いた合成桁の床版解析の検討，全国年次講演会，2005.9.
- 4) 土木学会 鋼構造委員会 鋼橋床版の調査研究小委員会：道路橋床版の新技术と性能照査型設計，2000.10.
- 5) 土木学会：構造力学公式集，1986.

(2006年1月16日受付)