

多次元AR法に基づく鋼腐食面形状の生成について

Generation of surface irregularities of corroded steel structures based on the multidimensional AR method

中村 秀治*・藤井 堅**・石川智巳***

Hideharu Nakamura, Katashi Fujii and Tomomi Ishikawa

* 工博 広島大学大学院工学研究科教授 (〒739-8527 広島県東広島市鏡山 1-4-1)

** 工博 広島大学大学院工学研究科助教授 (〒739-8527 広島県東広島市鏡山 1-4-1)

*** 工博 (財)電力中央研究所地球工学研究所 (〒270-1194 千葉県我孫子市我孫子 1646)

Corrosion is one of the most important problems in maintenance of existing steel structures, and to estimate the load-carrying capacity of aged steel structures numerically, corroded surface generation of the structural members becomes an interesting subject, however, current studies lack in the understanding of the statistical properties of the corroded steel surface, such as power spectrum, wavelength etc. In this paper, we show corroded surface data acquired from a replaced plate girder aged about one hundred years, and clarify the statistical properties of them as irregular wave forms. We found out a relation between non-dimensional power spectrum density and the product of average corrosion depth and wave number. Furthermore, while considering the statistical properties of the corroded surfaces, we propose a corroded surface generation method based on the multidimensional AR method.

Key Words : corroded steel surface, measurement, statistical property, multidimensional AR model
キーワード： 鋼腐食面, 計測, 統計的性質, 多次元AR法

1. まえがき

既設鋼構造物の適切な維持・管理・更新にあたっては、腐食の著しい鋼構造物の残存耐荷力評価、特に座屈などの破壊に関わる種々の評価検討が必要となる。今後、このような評価検討事例が蓄積されなければ、腐食事例データベースの参照、あるいは経験式などの活用が可能になるものと思われるが、現状において腐食した鋼構造物の残存耐荷力を定量的に評価するにあたっては、腐食実態を的確に反映した解析モデルを設定し、有限要素解析などを行わざるを得ない。したがって、腐食面の統計的性質を的確に把握した上で、腐食面を自動生成する手法を確立する必要性は高いものと考えられる。

腐食面の再現については、既に、藤井らによる空間的自己相関モデルに基づく方法^{1), 2)}、森らによる腐食深さの頻度分布、隣接点の腐食深さ分布などの考察に基づく方法³⁾などが提案されている。

また、著者らは供用年数が 50 年以上に及ぶダムゲ

ート、水圧鉄管の腐食面を対象に、2cm ピッチで平行に引いた測線上で表面形状を連続的に計測し、統計的手法で不規則波形としての特性（平均腐食量、標準偏差、各測線間の相関係数、およびパワースペクトル密度）を検討した結果より、腐食面波形のパワースペクトル密度は一定の関係式で表示できることを示した⁴⁾。

本検討結果は空間的自己相関法における格子間隔の最適な設定などに反映できるほか、この手法自体で腐食面形状の生成に結びつけることが可能である。つまり、腐食面を多次元の不規則波形と考えれば、耐風設計で広く用いられている人工的な変動風速の生成方法が適用でき、その一つとしての多次元AR法の有効性は確認されている。多次元AR法に必要な統計量としては、測線に沿った波面のパワースペクトル密度（自己相関関数）と各測線間のクロススペクトル密度（相互相関関数）があげられる。

文献4)では、内陸部に設けられたダムゲート、水圧鉄管を対象とした多地点の腐食計測データを基に検討結果を示したが、本論文では沿岸部に設置された鋼桁

橋を対象とした腐食計測を新たに行い、本論文で提案する方法の検証に用いている。

以下、2. で多次元AR法に基づいて任意の統計量を有する腐食面を生成する方法、3. で腐食データを採取した構造物の概要と腐食面の計測方法、および腐食面の統計的性質について述べる。その後、4. では2. で述べた方法および手順に従って腐食面を生成した結果を示し、生成される腐食面に影響を及ぼす因子についても考察する。

2. 任意の統計量の有する腐食面の生成方法

(1) 多次元AR法

腐食深さに関する不規則波形が定常正規確率過程と見なせる場合、その腐食量の統計値（平均値、標準偏差、自己相関関数、相互相関関数）に応じた不規則波形の生成方法について示す。AR法は生成したい不規則波形のパワースペクトル密度とクロススペクトル密度から自己回帰係数を求め、その回帰係数から不規則波形を求める方法であり、風応答解析に必要な多点風速変動の時刻歴波形の生成などに広く用いられている^{5), 6), 7)}。以下にその概要を示す。

まず、 k 次元の定常不規則変動 $\{u_i(x)\}$ が、適切な大きさの項数 M を取ったときに、次の自己回帰モデルによって表されるものとする。

$$\{u_i(x)\} = \sum_{m=1}^M [A_{ij}(m)] \{u_j(x-m\Delta x)\} + \{\varepsilon_i(x)\} \quad (1)$$

ここで、 $[A_{ij}(m)]$ は自己回帰係数マトリックス $(k \times k)$

$\{\varepsilon_i(x)\}$ は白色雑音ベクトル (k 次)

なお白色雑音ベクトルは、このうちの2組の白色雑音の間でゼロでないラグ距離を有する相関についてすべてゼロとなる特性を有する。この時、式(1)に $\{u_i(x-r\Delta x)\}$ ($r=1 \sim M$) を乗じて平均化操作を施し、白色雑音の特性を考慮すれば、式(1)は次のように変形できる。

$$[R_{ij}(r\Delta x)] = \sum_{m=1}^M [A_{ij}(m)] [R_{ji}((r-m)\Delta x)] \quad (2)$$

ここに、 $[R_{ij}(r\Delta x)]$ は不規則波形の相互相関マトリックス

次に、 $\overline{\varepsilon_i(x)u_j(x)} = \overline{\varepsilon_i(x)}\overline{u_j(x)}$ となることを考慮して、式(1)の両辺に同様に $\{u_l(x)\}$ ($l=1 \sim k$) を乗じ、平均化操作を行えば、

$$[R_{ij}(0)] = \sum_{m=1}^M [A_{ij}(m)] [R_{ji}(m\Delta x)] + [D_{ij}] \quad (3)$$

と表される。ここに、 $[D_{ij}]$ は白色雑音の共分散マトリックスである。

以上より、必要な M 個のラグ距離に対する自己相関関数および相互相関関数を定めれば、式(2)より自己回帰係数が定まり、さらに式(3)より白色雑音の共分散マトリックスを求めることができる。従って、式(3)を満たす白色雑音を実現することにより、式(1)から不規則波形を生成することが可能となる。なお、式(3)を満たす白色雑音は、次のようにして求めることができる。

まず、マトリックス $[D_{ij}]$ を三角行列に分解する。

$$[D_{ij}] = [L_{ij}] [L_{ji}]^T \quad (4)$$

ここに、 $[L_{ij}]$ は下三角マトリックス
 T は転置を表す。

この $[L_{ij}]$ を用いて、次式により目的の $\{\varepsilon_i(t)\}$ が得られる。

$$\{\varepsilon_i(t)\} = [L_{ij}] \{O_j(t)\} \quad (5)$$

ここに、 $\{O_j(t)\}$ は平均値ゼロ、分散 1 の正規乱数を表す。

多次元 AR 法で腐食面を生成する方法は以上であるが、腐食波形を実現するために計測データを用いて M 個の相互相関マトリックスを与えなければならない。しかし、いつも 2~5mm ピッチ間隔の測線に沿った詳細な腐食面データが揃っているとは限らない。そのような場合の対策としては、腐食面のデータ解析に基づいて得られた共通性の高いパワースペクトルおよび測線間の相関関係からクロススペクトルを与えて、これらのフーリエ逆変換により相関関数マトリックスを求める方法を採用することも可能である。

(2) 腐食面を対象とした具体的生成手順

a) 腐食面を十分密に測定できる場合

- ① k 本の測線において、各々一定間隔 (1mm ピッチ程度) で各測線 256 点程度以上の測定値を求める。
- ② i 番目と j 番目 ($i, j < k$) の測線の自己相関関数、相互相関関数を求める。
- ③ 式(2)より、自己回帰係数マトリックスを求める。
- ④ 式(3)より、自己回帰係数マトリックスと相互相関マトリックスより、白色雑音の共分散マトリックスを求める。

- ⑤式(4), 式(5)より白色雑音ベクトルを求める。
 ⑥式(1)を用いて元の腐食面と同じ相関関係を有する腐食面を生成する。ただし、このとき $\{u_i(x)\}$ の初期値としてゼロベクトルを設定し、この影響を受ける最初の数個を捨て、それ以降を採用する。

b) 十分密に測定できない場合

①文献4)の腐食面を対象とした検討、および3.で述べる腐食面のデータ整理結果から、以下の統計的性質が明らかになっている。

- i) 腐食波面のパワースペクトル密度 $S(\lambda)$ は、設置箇所、部位によらずほぼ一定値を示し、次式で表しうる。

$$\frac{\lambda S(\lambda)}{\sigma^2} = \frac{0.69 \frac{\lambda}{\lambda_{\max}}}{1 + \left\{ 0.76 \frac{\lambda}{\lambda_{\max}} \right\}^{4.2}} \quad (6)$$

ここに、

σ : 標準偏差[mm]

λ : 波数[1/mm]

λ_{\max} : 腐食波面における最も支配的な波数
 $[1/\text{mm}]$ (無次元化パワースペクトル
 密度のスペクトルピークを与える波
 数)

- ii) 腐食面の測線間 (i, j 測線間、測線間距離 Δx) の相関を与えるコヒーレンス $co_coh_y(\lambda)$ は、次式で近似される。

$$co_coh_y(\lambda) = A \exp(-b \Delta x \lambda) \quad (7)$$

- iii) 式(7)を用いれば、 i, j 測線間のクロススペクトル密度 $S_{ij}(\lambda)$ は、その定義により次式、

$$S_{ij}(\lambda) \approx \sqrt{S_i(\lambda) \cdot S_j(\lambda)} \cdot co_coh_y(\lambda) \quad (8)$$

で表される。

- ②比較的ラフな測定により、腐食面の平均腐食量と標準偏差および λ_{\max} を定め、これを式(6)に当てはめてパワースペクトル密度 $S(\lambda)$ を求める。さらに、式(7)に過去の計測値に基づいた A, b の値を用いることにより、式(8)からクロススペクトル密度 $S_{ij}(\lambda)$ を求める。ただし、 λ_{\max}, A, b は測定結果の分析により類型化してラフに決められるようにしておく必要がある。

- ③パワースペクトル密度 $S(\lambda)$ とクロススペクトル密度 $S_{ij}(\lambda)$ をフーリエ逆変換することにより、自己相関関数、相互相関関数を求める。

- ④以後は、a) ③以降と同じである。

3. 腐食面データの採取とパワースペクトル、クロススペクトルの算定

沿岸部に設置され長年の供用期間を経て腐食が顕著となり、残存耐力低下が懸念された鋼桁をとりあげ、腐食面の生成方法の妥当性を検証するために鋼桁の一部について腐食表面形状の測定を行い、データを取得した。ここでは表面形状の測定方法と測定結果を示す。

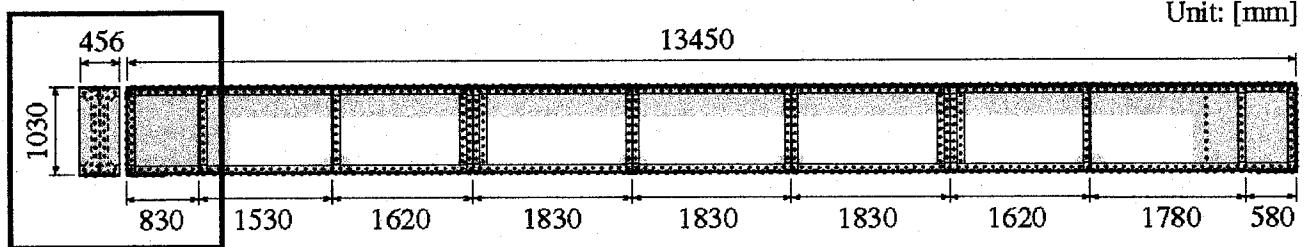
(1) 供試体概要

腐食表面形状の測定を行った鋼桁は、高知県穴内川河口において102年間供用され、2002年に著しい腐食のために撤去された6径間単純支持プレートガーダー橋の一部である。本橋が設置された場所は離岸距離約200mであり、太平洋からの強い潮風を受けていたと考えられる。

Fig. 1 に表面形状測定を行った鋼桁の概略と腐食状況を示す。腐食は桁のほぼ全体に分布しているが、特徴的な腐食が確認された箇所を図中に影付きの領域で示している。ウェブについては桁の両端で全面が一様に腐食しているが層状錆はほとんど確認されず、腐食の程度は比較的軽微であった。ただし、下フランジ側のウェブ隅角部では断面が欠損している箇所が数箇所確認された。上フランジでは特定の場所に激しい局所腐食がみられ、カバープレート溶接によって補修されている箇所が多数存在した。また、下フランジは主として上面に大きな孔食が局所的に点在する腐食形態である。エンドプレートについては全面に層状錆が発生しており、大きな孔食が重なり合うような腐食形態であった。Fig. 2 にエンドプレートの腐食状況と計測範囲を示す。

(2) 表面形状測定方法

腐食表面形状は、Fig. 2 に示すエンドプレートの測定範囲について、表面の錆や残存している塗装を除去した後に測定した。測定にはポータブル3次元座標計測システムを用いた (Fig. 3)。この計測システムはアームの先に取り付けたプローブ先端における3次元座標を連続して誤差 $\pm 0.1\text{mm}$ 以下で記録することができる⁸⁾。凹凸形状は測定に先立って表面に5mm間隔で引いたガイド線にプローブを沿わせて測定した。ガイド線方向には1~2mm間隔で座標データを取得している。しかしながら、計測された3次元座標データは、必ずしも5mm間隔のガイド線上で理想的に計測されているわけではない。そこで2mm間隔の仮想的な測線を設け、仮想的な測線上に1mmピッチで格子点を置き、各格子点における腐食深さへの読み直しを行った。具体的手順は、各格子点に最も近い順に3つの測定点を選択し、



測定範囲

Fig. 1 腐食表面形状の測定に用いたプレートガーダーの概略図

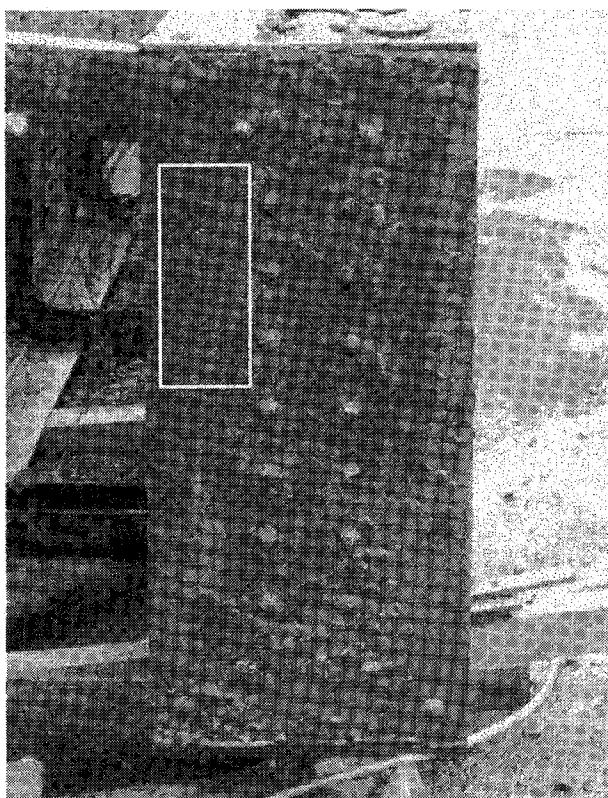


Fig. 2 エンドプレートの腐食状況
([] 内を表面形状計測)



Fig. 3 腐食表面形状の測定に用いた3次元座標計測システム

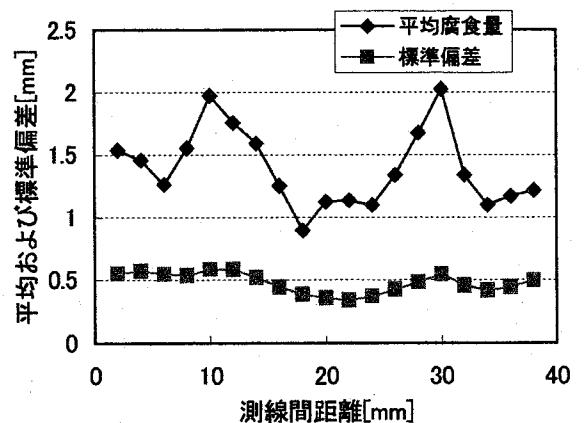


Fig. 4 平均腐食量と標準偏差

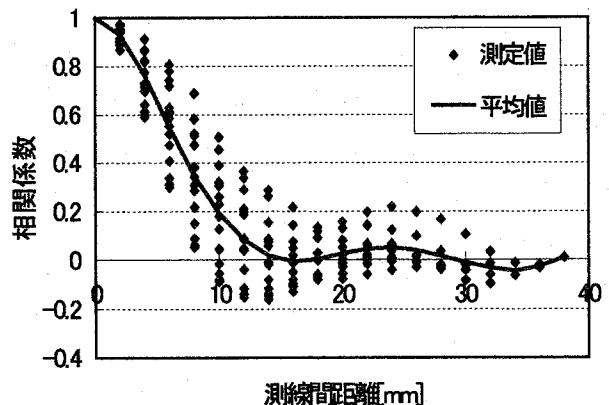


Fig. 5 測線間距離による相関係数の変化

その面内座標データから距離の逆数を重みとした重み付き平均をもって、その格子点の腐食深さとした。

また、腐食前の鋼板面の3次元座標を知りたい場合、腐食鋼板の表裏両面の3次元座標計測値と設計板厚から推定する以外にないが、推定された元の面をもとに明らかに鋼板が初期たわみを有している場合、3次程度の低次の多項式で初期たわみを補正する操作を行った。具体的には 250mm×100mm 程度の領域内で計測器による誤差以上の初期たわみが認められた場合、補正を行うものとした。

(3) 計測した腐食面の統計的性質について
上記の計測方法で腐食表面計測したデータを用い、
2. で述べた通り、腐食面の生成に必要な平均腐食量、
標準偏差、パワースペクトル密度、クロススペクトル
密度などの統計量を算出した。

a) 平均値、標準偏差および相関係数

Fig. 4 に、20 測線（測線間隔 2mm, サンプリング間隔 1mm）の平均腐食量（片面）と標準偏差を示す。ここで、平均腐食量は表裏の座標計測値と設計板厚から腐食前の面を推定して求めたデータから算定したものである。同図より、平均腐食量は多少ばらつきが認められ平均的には 1.4mm、標準偏差については、ばらつきは小さく約 0.5mm であった。変動係数は 0.35 程度で、文献 4) よりはやや小さめの値を示した。

次に、20 測線すべての組み合わせにおける相関係数を算出し、測線間距離毎に整理した。Fig. 5 にその結果を示す。Fig. 5 より、測線間距離が離れるにしたがい、ほぼ sin カーブで相関が低下し、測線間距離 15mm 程度でほぼゼロとなった。相関の距離による低下度合いは、平均腐食量の影響を受けるものと考えられるが、文献 1) に示された結果とほぼ同じ結果となった。

b) 腐食波面の波数特性について

計測した 20 測線すべてに関し、FFT により各測線のパワースペクトル密度および各測線間のコヒーレンスおよびフェーズを算出した。まず、Fig. 6 に平均腐食深 \bar{z} 、腐食面の標準偏差 σ_z で無次元化したパワースペクトル密度を示す。さらに、これらのパワースペクトル密度は、次式により近似できることがわかる。

$$\frac{\lambda S_z(\lambda)}{\sigma_z^2} = \frac{0.69 \frac{\lambda}{\lambda_{max}}}{1 + \left\{ 0.76 \frac{\lambda}{\lambda_{max}} \right\}^{4.2}} \quad (9)$$

ただし、 $\lambda_{max} \bar{z} = 0.039$ （無次元スペクトル密度のスペクトルピークを与える無次元波数）

Fig. 6 中には上式による近似式による値も併記した。

一方、文献 4) で扱ったダムゲート、水圧鉄管の腐食面についても、腐食の程度がそれぞれ異なるにもかかわらず、ほぼ式(9)で近似でき、この時、 $\lambda_{max} \bar{z} = 0.015$ であった。これらの点を考慮すれば、 $\lambda_{max} \bar{z}$ をパラメータとして式(9)により統一的に腐食面の波形特性を表わすことができると考えられる。

次に、腐食波面 20 測線に対して、測線間隔 2mm～10mm のすべての組み合わせに関するコヒーレンスを求め、

そのアンサンブル平均を計算した。その結果を Fig. 7 に示す。すでに 2. で述べた通り、Fig. 7 で測線間隔が広がるにつれて波数 0 のコヒーレンスの値が徐々に小さくなること、波数が大きくなるとコヒーレンスは徐々に小さくなるなどの傾向が見られる。このような特徴は次式のように指数関数で近似できることがわかる。

$$co_coh(\lambda) = A \exp(-b \Delta x \lambda) \quad (10)$$

ここに、 Δx は測線間距離

今回の計測結果を最小 2 乗近似すれば、 A 、 b は次のようになる。

$$A = \left\{ 1 - 0.0743 \left(\frac{\Delta x}{\bar{z}} \right) \right\} \quad (11)$$

（但し $A < 0$ の時 $A = 0$ ）

$$b = 0.5 \quad (12)$$

フェーズに関しては、ゼロ近傍に大きくばらつき、また測線毎に異なるため、波数特性を一意に定めるこことは困難であった。また、腐食波面生成を目的とする場合、フェーズの影響は小さいものと考えられる。これらのことから、フェーズについては、定式化にあたって波数にかかわらずゼロとするものとする。

4. 腐食面の生成

(1) 腐食面生成

今回計測した腐食面については、測線に沿った十分な測定値があるので、2. (2) a) に述べた方法が適用可能である。ここでは、十分なデータが揃っていない場合の多いことを鑑み、平均腐食量と標準偏差、スペクトルピークを与える波数、測線間の相関を与えるパラメータのみを与えて、2. (2) b) の方法で腐食面を生成した。自己回帰係数の項数は $M=100$ とした。

腐食面の再現は測定と同じ条件とし、2mm 間隔で 20 本の線上に 1mm 間隔で 200mm の長さについて腐食面の値を算出した結果を Fig. 8 に示す。生成波面は、平均値ゼロ、標準偏差 1 に規格化された不規則波形から、設定した平均腐食深、変動腐食量の標準偏差をもとに実次元の波形に変換しているため。基本統計量は設定値と同一である。次に、再現された腐食面の測線に相当するすべての線上におけるパワースペクトル密度を Fig. 10 に示す。再現結果は波面の特性を支配するスペクトルピーク前後の $\lambda z = 0.01 \sim 0.1$ でよく一致しており、ターゲットとした Fig. 6 のスペクトル特性を再現できることが確認できる。なお、高波数側で近似式

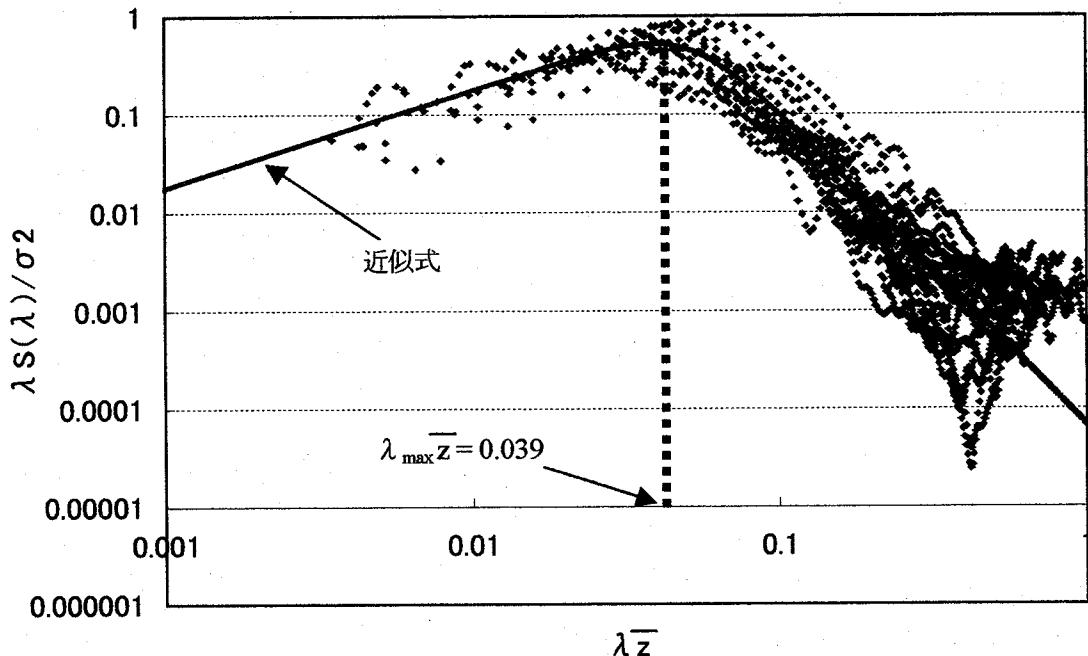


Fig. 6 腐食面形状のパワースペクトル密度

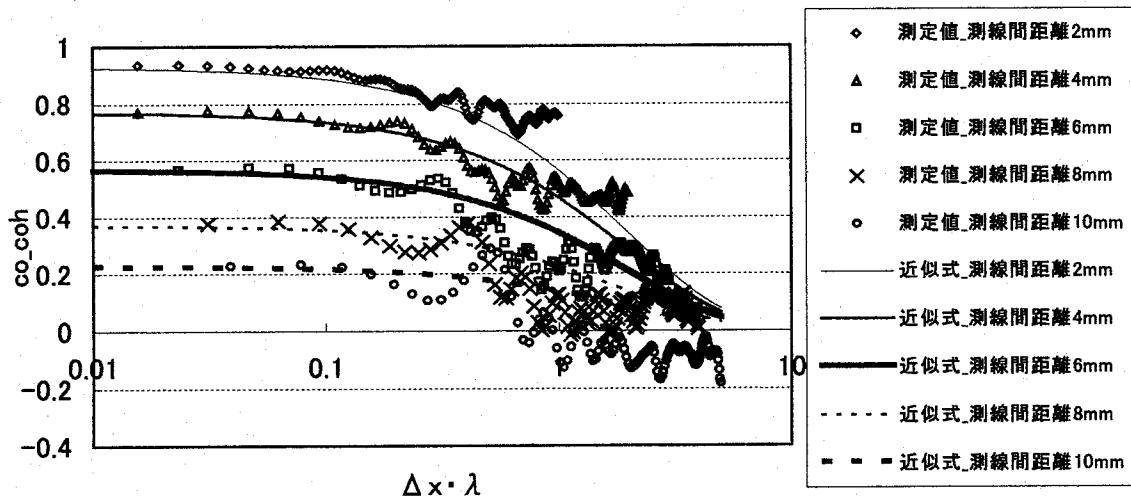
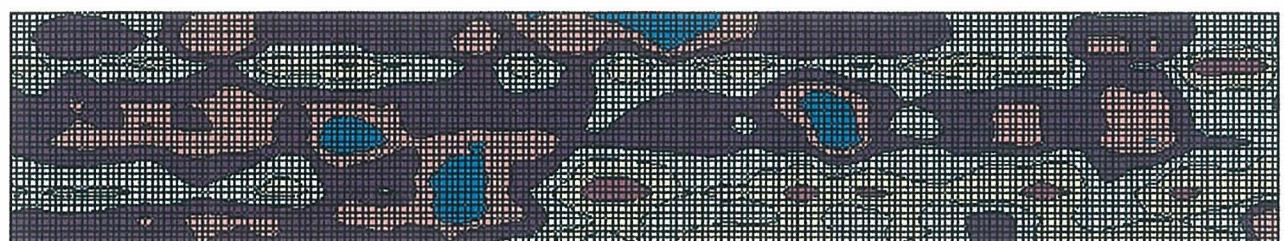


Fig. 7 腐食面形状のココヒーレンスと近似式

よりも若干大きくなっているが、パワーが小さいためこの差による影響は、わずかである。本手法の精度（スペクトル特性の整合性）は、設定したパワースペクトル密度、クロススペクトル密度から自己相関関数、相互相間関数を求めるためのフーリエ逆変換法や、自己回帰式の最大ラグ数Mの値に影響される⁹⁾。このため上記の高波数域の差異については、フーリエ逆変換手法や最大ラグ数の最適化を行うことにより、精度が向上するものと考えられる。最適化に関する検討は、今後の課題である。

(2) パワースペクトル密度とココヒーレンスを定めるパラメータが腐食面に及ぼす影響

スペクトルピークの無次元波数が腐食面に及ぼす影響を把握するため、 $\lambda_{max} \bar{z} = 0.025, 0.050, 0.100$ の各々の場合について、同様の手順で腐食面の生成を行った。本パラメータは、スペクトルピーク波数と平均腐食深の積、すなわち、腐食形状の支配的な波長と平均腐食深との比を表す。本パラメータが大きくなるにしたがい、平均腐食深が同じであれば波長の短い成分を多く含む腐食波面となり、一方、波長が同じであれ



a) 計測した腐食面



b) AR 法で再現した腐食面

| 腐食深 (mm) | -1.5 ~ -2.0 |
|-------------|-------------|
| 0. ~ -0.5 | -2.0 ~ -2.5 |
| -0.5 ~ -1.0 | -2.5 ~ -3.0 |
| -1.0 ~ -1.5 | -3.0 ~ -3.5 |

Fig. 8 計測した腐食面形状と再現された腐食面
($\lambda_{max}\bar{z} = 0.039$) (200mm×37mm, 図中の格子間隔 1mm)



a) $\lambda_{max}\bar{z} = 0.025$ の場合



b) $\lambda_{max}\bar{z} = 0.050$ の場合



c) $\lambda_{max}\bar{z} = 0.100$ の場合

Fig. 9 スペクトルピークを変えて再現された腐食面
(200mm×37mm, 図中の格子間隔 1mm)

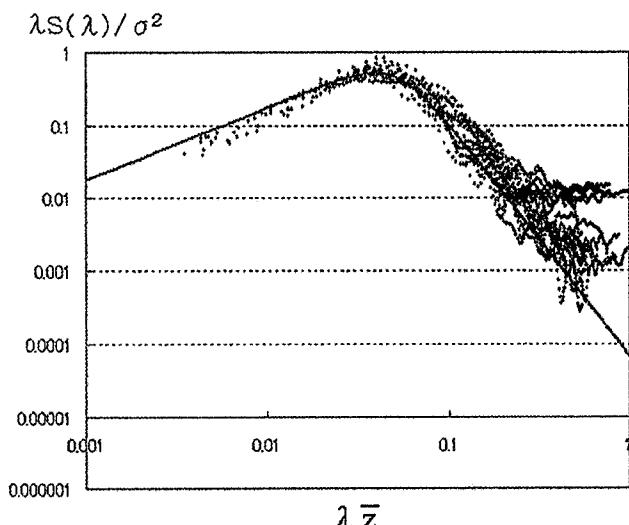


Fig. 10 再現腐食面形状のパワースペクトル密度

ば、平均腐食深が大きい（振幅の大きい）波面となる。比較を容易にするため、 $\lambda_{max}\bar{\lambda}$ 以外は4. (1) と共通とした。Fig. 9 に腐食面の生成結果を示す。これらの図より、 $\lambda_{max}\bar{\lambda}$ が大きくなると共に測線方向の凹凸が増え、スペクトルピークが高周波側にシフトする傾向が確認された。

一方、側線と直角方向の凹凸はFig. 8 と同様の傾向となった。このため、 $\lambda_{max}\bar{\lambda}$ が 0.025 と小さい場合は、測線方向が測定値に比べて長周期化するのに対して、測線直角方向には変化しないため、全体に腐食面が橢円化することとなり、実態と異なることになる。これは、今回の計測例に基づいて定めた A , b を共通に用いていることが原因と考えられる。この点については、今後、データの蓄積・整理により精度を高めて行く必要があるであろう。

5. 結 び

本論文は、腐食面の統計的性質に関する知見に基づき、多次元 AR 法を適用して、同じ統計的性質を有する腐食面を生成する方法について検討したものである。得られた結論を要約すると次の通りである。

- (1) 腐食鋼構造物の実態に即した耐荷力評価を行う上で、平均腐食量や標準偏差だけでなく、波長や相関関係なども実際の腐食面と同じ統計的性質を有する人工的な腐食面の生成が必要になることから、多次元 AR 法に基づく腐食面生成法を提案した。
- (2) 実際の鋼腐食面について計測し、統計的性質を分析した結果、腐食面上に平行に引かれた測線上

の腐食波形については、共通の形の近似式でパワースペクトル、およびコヒーレンスを表しえることが明らかになった。

- (3) 腐食面を多次元 AR 法で生成する上で、測線上の計測値が十分密に取れている場合と、取れていない場合では、腐食面の生成手順に大きな違いが生じる。取れている場合は、直接相互相関マトリックスが求まるが、取れていない場合は、(2) で述べた事実に基づいて、パワースペクトルとコヒーレンスを求め、フーリエ逆変換で相互相関マトリックスを求める必要がある。
- (4) 本論文で述べた方法により腐食面の生成を行ない、もとの腐食面と比較した結果、同じ統計的性質を有する腐食面が生成できることが確認された。さらに、パラメータの一部を変えて生成した腐食面は想定される通りに変化することが確認された。

参 考 文 献

- 1) 藤井堅・海田辰将・平井勝志・奥村誠：腐食鋼板表面形状モデル作成における空間的自己相関モデルの適用性、構造工学論文集, Vol. 48A, 2002.3, pp. 1031-1038
- 2) 奥村誠・藤井堅・塚井誠人：空間的自己相関を考慮した鋼板腐食形状のモデル化、土木学会論文集, No. 672/VI-50, pp. 109-116, 2001.3
- 3) 森 猛・渡邊 一・正井資之：腐食した鋼板の表面形状シミュレーションと腐食鋼桁の曲げ耐力、構造工学論文集, Vol. 49A, 2003.3, pp. 675-686
- 4) 中村秀治・藤井堅・石川智巳・海田辰将：経年水力鋼構造物の腐食面形状の統計的性質について、構造工学論文集, Vol. 49A, 2003.3, pp. 687-696
- 5) Nakamura, H., Fujii, K., Ishikawa, T. and Kaita, T. : Statistical properties of the corroded surface configuration of existing steel structures, 9th EASEC, pp. SSM50-SSM56, 2003
- 6) 岩谷祥美：任意のパワースペクトルとクロススペクトルをもつ多次元の風速変動のシミュレーション、日本風工学会誌, Vol. 11, 1982
- 7) 日野幹雄：スペクトル解析、朝倉書店, 1997
- 8) 海田辰将、藤井堅、中村秀治：腐食したフランジの簡易な圧縮強度評価法、土木学会論文集, No. 766/I-68, pp. 59-71, 2004.7.
- 9) 岩谷祥美：与えられたパワースペクトルとクロススペクトルをもつ多次元風速変動のシミュレーションとその精度の検討、日本風工学会誌, Vol. 36, 1988.7

(2005年9月10日 受付)