

3次元数値流体解析による斜張橋主桁断面の空力性能の予測

A study of aerodynamic characteristics of a cable stayed bridge girder by 3D numerical simulation

石原 孟*, 嶋田 健司**, 山崎 康嗣***, 池田 虎彦****

Takeshi Ishihara, Kenji Shimada, Yasutsugu Yamasaki and Torahiko Ikeda

*工博, 東京大学大学院助教授 工学系研究科総合研究機構 (〒113-8656 東京都文京区弥生2丁目11-16)

**博士(工学), 主任研究員 清水建設(株)技術研究所 (〒135-8530 東京都江東区越中島3丁目14-10)

*** Mauness Consultants Asia Ltd (8/F Grand Central Plaza, Tower2, 138 Shatin Rural Committee Road, Shatin, Hong Kong)

****株式会社 長大 国際事業部 (〒103-0014 東京都中央区日本橋蛸殻町1丁目20-4)

Aerodynamic characteristics of girder cross-section of a cable stayed bridge girder was investigated by the three-dimensional computational fluid dynamics with LES turbulence model. Drag, lift and pitching moment were analyzed and compared with a wind tunnel test. Forced vibration was simulated in order to investigate the aeroelastic behavior of the cross-section. The flutter derivatives were investigated and compared with the experimental results on rectangular cross-sections.

Key Words: Cable Stayed Bridge, 3D Computational Fluid Dynamics, Aerodynamic Force, Forced Vibration, Separated Flow

キーワード: 斜張橋, 3次元数値流体解析, 空気力, 強制加振, はく離流れ

1. はじめに

橋梁の耐風設計では主桁の空力性能は部分模型を用いて風洞実験により調べるのが一般的である¹⁾。近年, 耐風設計の新しい手法として数値流体解析が確立され, さまざまな検証が行なわれている²⁻⁴⁾。これまでのところ数値流体解析の適用性については一様流中において検討が行われてきている。橋梁の空力不安定性は乱れが小さな気流中の方が際立って発現することから, 風洞実験でもその照査は一様流中において行われるのが一般的であり, 数値流体解析の適用も適切であると考えられる。

橋梁の耐風設計の中で現状の数値流体解析が適用できるのは, Boxタイプの主桁の静的三分力測定試験や強制加振実験, ばね支持試験などの2次元部分模型を用いた検討に相当する部分である。嶋田・石原⁵⁻⁷⁾は種々の辺長比を有する矩形断面に関する既往の多くの研究成果を対象に, $k-\epsilon$ モデルを用いた2次元解析により, これらの空力不安定振動(渦励振, ねじれフラッター, 連成フラッター)を再現することに成功している。これらに代表されるRANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes Model)を用いた2次元解析⁸⁾では, RANSの乱流粘性がスパン方向の運動量拡散をうまく模擬していることから, 扁平な矩形断面に関しては実験や3次元流体解析⁹⁻¹¹⁾と比較しても遜色ない結果を与えている。

以上の解析例は高欄等の付加物のないものとして扁平

矩形断面に関する検討である。実際のBoxタイプの橋梁断面ではフェアリング, 導流板等の整流パーツや高欄や検査車レール, グレーチング等の付加物が設置されていることが一般的である。フェアリングは流れの剥離を抑制し流れを断面に沿わせたり渦の抑制効果があるため, 辺長比が中程度であっても空力的には再付着型の断面を形成する効果がある。また最近よく見られるように断面に一定幅以上の開口部が存在すると, 表面上に沿った流れによる大きな速度勾配によって開口部付近に強い渦が発生し, この渦が風下断面の空力特性を特徴づける¹²⁾。付加物は部材としての大きさは桁断面全体から比べると非常に小さなものであるが, 剥離点近傍に設置されることが多いため空力特性に及ぼす影響も小さくはない。

フェアリングに関しては開口の効果も含めて渡邊ら¹⁴⁾, Shiraiら¹⁶⁾によって行われており, また最近の研究¹³⁾ではさまざまな数値流体力学的手法に関して詳しい検討がなされている。しかし以上の解析では付加物は考慮されていない。付加物に関してはBrunoら¹⁵⁾は高欄を考慮した2次元解析を行い, 平均風圧係数については実験とよい対応を得られたことを報告している。白井ら¹⁶⁾は壁高欄, 水平スタビライザ(水平導流板), 鉛直スタビライザ(センターバリア)を考慮した二箱桁断面の実験結果を二次元解析で再現できることを報告しているが, 一方で鉛直スタビライザがない二箱桁断面の動的空気力では風下断面上の非定常風圧の位相特性が十分に再現で

きない問題点が指摘されている^{12, 17)}ことから実橋梁に近い複雑な断面構成になると、一般的には3次元解析が必要になるものと考えられる。

最近、石原ら¹⁸⁾は完全にく離型断面である正方形角柱まわりの流れ場をLES (Large Eddy Simulation) によって解析し平均空気力係数のみならず変動空気力係数やパワースペクトル密度の迎角による変化を再現したことを報告している。本論文では同手法により高欄や検査車レール等の付加物を考慮した実際に建設中の実橋梁断面を対象とした3次元非定常流体解析を行い、静的および動的空気力を求め風洞実験の結果と比較することにより、実橋梁断面における3次元数値流体解析の予測精度を明らかにする。

本論文ではまず第2節では検討の対象とした橋梁の構造を概説し、第3節では数値解析方法について説明する。そして第4節では静的三分力の解析結果と風洞実験結果との比較を示し数値解析の予測精度を調べるとともに高欄などの付加物の影響を明確にする。第5節では強制振動法を模擬した解析により非定常空気力係数を算出し、既往の種々の辺長比を有する矩形断面の非定常空気力係数との比較を行う。なお非定常流体解析結果から非定常空気力係数を導出する方法について付録1に、一般的に用いられている二つの非定常空気力係数の関係に関して付録2にまとめた。

2. 橋梁の概要

図-1には解析の対象とした橋梁である南京長江第三大橋¹⁹⁾の全景を、図-2には平面図を示す。本橋は側径間に中間橋脚を有する中央径間 648m の斜張橋で、支間割は 63-257-648-257-63m である。



図-1 南京長江第三大橋全景

主塔基礎は、長江の支持地盤の位置が深いことより杭基礎により設計された。南側主塔に対し、フーチングは塔柱位置での直径 29m、厚さ 7.5m とそれらを連結する 13.8m、厚さ 7.5m の RC 構造、杭はコンクリート場所打ち杭で塔柱部は直径 3m の杭 12 本、連結部は直径 2.5m の杭 6 本の合計 30 本、打設深さ-120m、フーチングと杭とを結合する杭頭工厚さは 4.6m である。北側主塔に対し、フーチングは塔柱位置での直径 29m、厚さ 7.0m とそれらを連結する 13.8m、厚さ 7.0m の RC 構造、杭はコンクリート場所打ち杭で塔柱部は直径 3m の杭 12 本、連結部は直径 2.5m の杭 6 本の合計 30 本、打設深さ-90m、フーチングと杭とを結合する杭頭工厚さは 3.8m である。主塔は逆 Y 型形状をした全高 215m のラーメン構造であり、最下段水平材を含む下部 36m はコンクリート製、水平材 3 本を含む上部 179m は鋼製である。塔柱間隔は、最下端で 55.116m で最上端で 9.5m で、中間部には半径 760m の曲線を有する。ケーブルは 7-ワイヤーストランドより構成されるマルチストランドで、2 面ファンタイプ配置である。主桁は、高さ 3.2m、幅 37.2m の鋼床版を

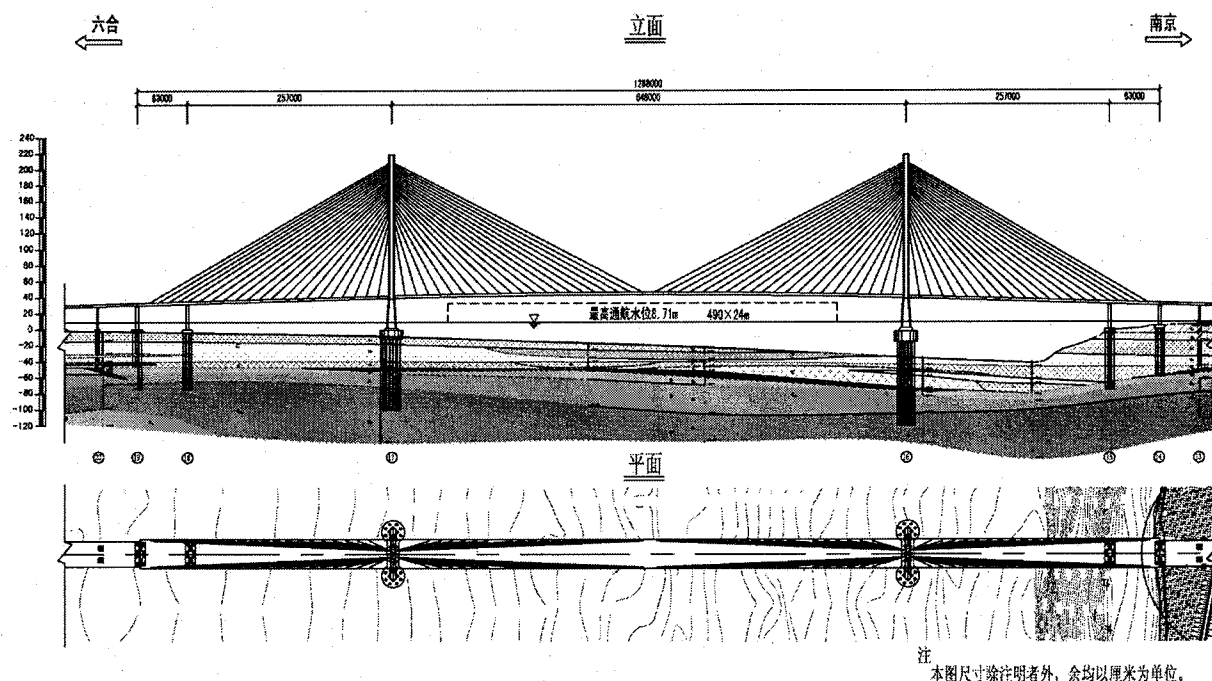


図-2 南京長江第三大橋全景の支間割

有する流線型の鋼製箱桁で、主塔位置において鉛直方向は自由で橋軸方向は弾性支持、側径間端部における負反力対策として単橋脚と中間橋脚にコンクリートの重錘を用いている。また、本橋梁の周辺地形は平坦である。本橋梁の固有振動数は橋軸直角方向は 0.21Hz、鉛直方向は 0.22Hz、ねじれは 0.71Hz である。ねじれと鉛直方向の固有振動数との比は 3.23 であり、ほぼ同規模の女神大橋 (2.67) と鶴見つばさ橋 (2.62) と比較して若干高い²⁰⁾。

3. 解析方法

3.1 基礎方程式と乱流モデル

本解析は流体運動を LES を用いて非構造格子を用いた有限体積法により離散化した。

格子平均された流体運動は以下のような連続の式と運動量保存の式により記述される。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho \bar{u}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho \bar{u}_j \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2)$$

ここで、 $\bar{u}_j$ は x_j 方向の格子平均された速度成分を表し、 $\bar{p}$ は圧力、 ρ は流体の密度、 μ は粘性係数である。また τ_{ij} はサブグリッドスケール応力で、

$$\tau_{ij} = \rho \bar{u}_i \bar{u}_j - \rho \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (3)$$

のように定義される。

フィルタリングされた方程式から導かれるサブグリッドスケール応力は渦粘性モデルにより表す。

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3} \tau_{kk} \delta_{ij} = -2\mu_t \bar{S}_{ij} \quad (4)$$

ここに μ_t はサブグリッドスケールの乱流粘性、 $\bar{S}_{ij}$ はひずみ速度テンソルである。

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (5)$$

サブグリッドスケールの乱流粘性 μ_t は Smagorinsky-Lilly²¹⁾ モデルにより以下のように表される。

$$\mu_t = \rho L_s^2 |\bar{S}| \quad (6)$$

ここに L_s はサブグリッドスケールの混合距離であり、

$$L_s = \min(xd, C_s \Delta^{1/3}) \quad (7)$$

から計算される。 κ はカルマン定数、 d は壁に最も近い距離、 Δ は計算セルの体積である。なお、Smagorinsky 係数については、剥離や再付着が伴う鈍い物体まわりの複雑な流れ場の再現に最適のように $C_s=0.032$ とした。

壁面せん断応力は応力とひずみ速度との関係¹⁸⁾

$$\frac{\bar{u}}{u_\tau} = \frac{\rho u_\tau y}{\mu} \quad (8)$$

から求められる。

数値解法としては、圧力と流速のカップリングは SIMPLE 法²²⁾を用い、移流項の離散化には二次精度中心差分を、時間積分には二次精度陰解法を用いた。表 1 には境界条件を示す。

表 1 境界条件

流入境界	U=14m/s, V=0
乱れの強さ (流入部)	0.0001%
側方境界	U=14m/s, V=0
流出境界	zero-diffusion-flux
物体境界	no-slip
スパン方向境界	zero-flux (zero-convective-flux) (zero-diffusion-flux)

表 2 解析条件

主桁幅 B	0.14864[m] (実寸: 37.16m)
主桁高さ D	0.0128[m] (実寸: 3.2m)
奥行き L	0.0384[m] (L=3D)
辺長比 B/D	11.6125
動粘性係数	1.7894E-05
Reynolds 数	1.0×10^4
流入風速 U	14[m/s]
気流	一様流
縮尺	1/250
見附面積 L×D	4.9152E-04[m ²]
解析ノード数	466,908 ノード (38,909×12)
無次元時間刻み: 静的三分力解析 ($\Delta t \times U/D$): 非定常空気力解析	$\Delta \tau = 0.04$ $\Delta \tau = 0.12$
実時間刻み: 静的三分力解析 : 非定常空気力解析	$\Delta t = 3.6570E-05[\text{sec}]$ $\Delta t = 1.0971E-04[\text{sec}]$

3.2 解析条件と解析モデル

解析条件の詳細を表 2 に示す。図-3 には主桁断面を示す。解析モデルでは実橋梁の高欄は等価水平材によりモデル化した。

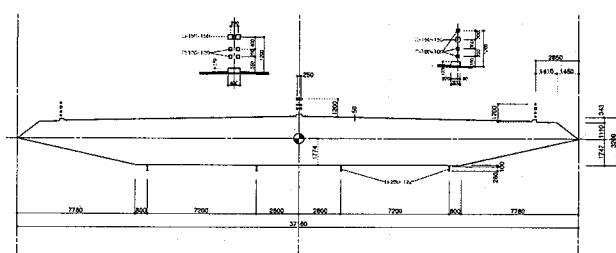


図-3 解析モデルの断面図

解析格子は図-4～図-8に示す。解析領域はx方向105D、y方向60Dでスパン方向には3Dとした。断面の中心は流入部から45Dの位置にその中心を置く(図-4)。断面近傍の格子を図-5～図-8に示すが、高欄および主桁下部の検査車レールも再現した。ただし高欄の鉛直支柱は再現せず、横架材のみ再現した。

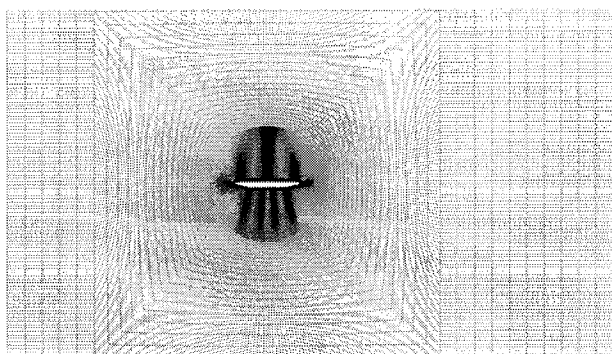


図-4 解析領域全体の解析格子

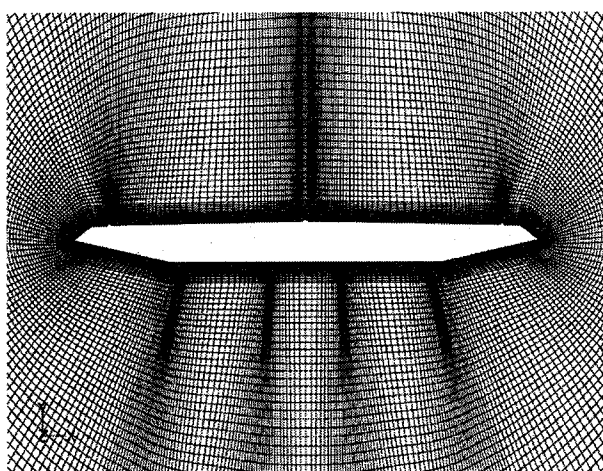


図-5 主桁断面近傍の解析格子

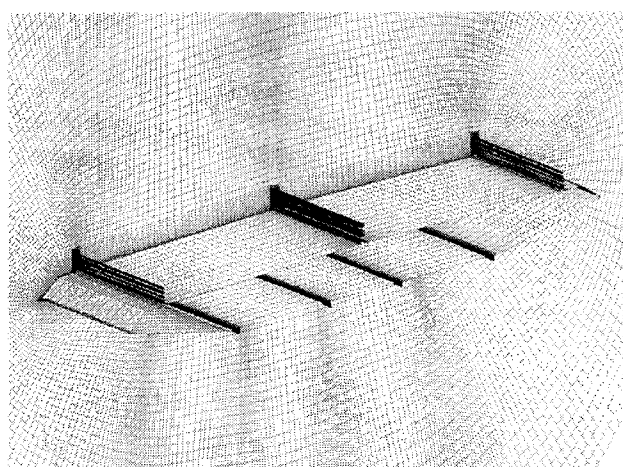


図-6 主桁スパン方向の解析格子

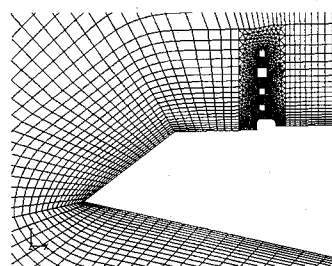


図-7 風上端部の解析格子

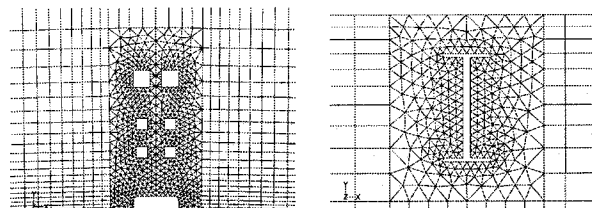


図-8 中央高欄部分および検査車レール部分の解析格子

3.3 解析ケース

静的三分力の解析では高欄および検査車レールの影響を調べるために付加物がある場合とない場合とについて行った。非定常空気力の解析は付加物がある場合についてのみ行い、解析ケースを表3に示す。解析はねじれ加振と鉛直たわみ加振について行い、加振振幅は松本らによる実験²³⁾を参考に、鉛直たわみ加振については $B/40$ 、ねじれ加振については 2° とした。

解析は無次元時間にして約700～800まで行い、非定常空気力係数はその内、解析の始めの過渡部分を除き変動が安定になった無次元時間約500の部分について、得られた時系列のフーリエ展開を行うことでその加振振動数成分から同定した。

表3 非定常空気力の解析ケース

迎角	加振方向	加振振動数 [Hz]	U/(fB)	加振振幅
0°	ねじれ	31.40	3	2°
		15.70	6	
		10.47	9	
	鉛直たわみ	31.40	3	$B/40$
		15.70	6	
		10.47	9	

4. 静的空気力係数の予測

本節では数値流体解析による実橋断面の静的空気力を調べる。また、高欄および検査車レールの影響を明らかにするために付加物がある場合とない場合の解析を行い、風洞実験の結果との比較検討を行う。

4.1 静的三分力の風洞実験

風洞実験は東京大学の強風シミュレーション風洞(測定部断面幅1.5m×高さ2m)を用いて行った。模型の縮

尺は 1/60, 中央部最大桁高 D (付加物を含まない) は 53.3mm, 桁幅 B は 619.3mm, アスペクト比は $B/D=11.6$ となる. 付加物は解析モデルと同様なモデルを用いた. 解析では縦材による影響を小さいと仮定し, 付加物の水平材のみを考慮したが, 実験では付加物を取り付ける都合上, 模型幅 ($L=1260\text{mm}$) 全体にわたって 50mm 間隔に縦材を配置した.

更にレイノルズ数効果を調べるため, 風速を変化させて実験を行った. 図-9 には高欄がない場合の空気力係数の実験結果のレイノルズ数による変化を示す. いずれの係数もレイノルズ数による変化が少なく, 本研究では解析結果と比較する際には実験結果として, 測定精度の高い $Re=3.5 \times 10^4$ における値を用いることとした.

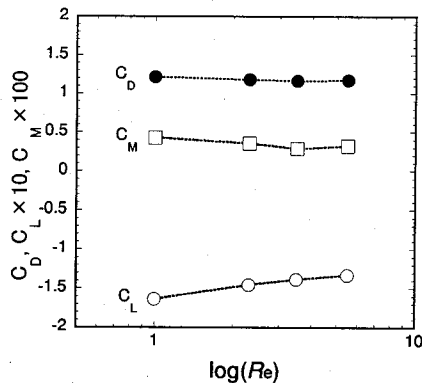


図-9 静的三分力係数の実験結果のレイノルズ数による変化 (高欄なし)

4.2 静的空気力係数の予測結果

静的三分力係数は以下のように定義した.

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho U^2 D H}, \quad C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2} \rho U^2 B H}, \quad C_M = \frac{F_M}{\frac{1}{2} \rho U^2 B^2 H} \quad (8)$$

ここに, F_D は抗力, F_L は揚力, F_M はピッチングモーメント, B は桁幅, D は桁高, H はスパン方向長さ ($=3D$) である. 図-10 に示す α は迎角 ($^\circ$) を示し, 頭上げを正としている.

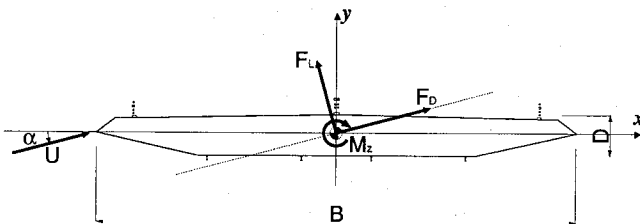
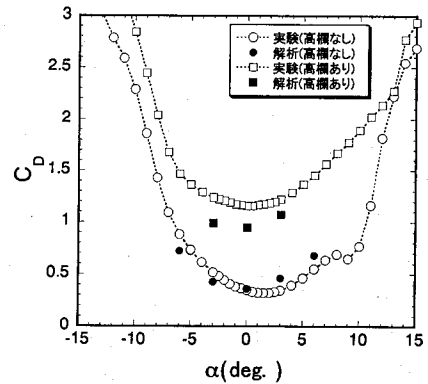


図-10 空気力係数の定義

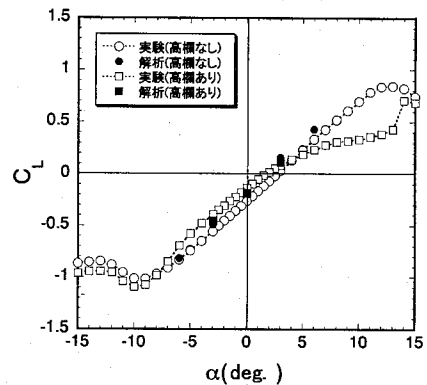
4.3 静的三分力の解析結果

図-11 には静的空気力係数の迎角による変化を示す. 図には風洞実験結果と解析結果をそれぞれ高欄がない場合とある場合について示す. 抗力係数の実験結果は α

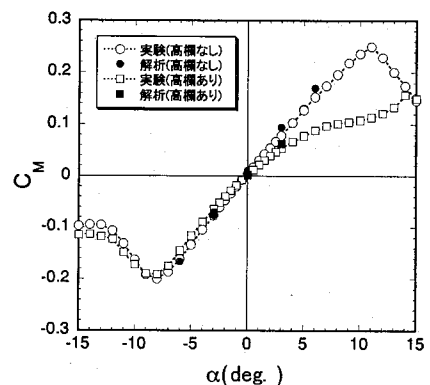
$=0^\circ$ では高欄がない場合では 0.35 であるのに対し高欄があると 1.15 となり, 高欄のない場合に比較して大きな値を示す. 同様な傾向は約 10° まで続く. 抗力係数の解析結果もほぼ同様な結果を示すが, 高欄がある場合では実験結果に比較してやや小さな値を示している. この点については, 高欄や検査車レールの部分の空間解像度が十分ではないことが原因と考えられ, 最小格子間隔, 分割数を含め, 今後検討していきたい. 揚力係数およびピッチングモーメント係数の実験結果は $+5^\circ < \alpha < +15^\circ$ の部分を除き, 高欄があっても特に大きな差異は認められない. 解析結果も同様な傾向を示している.



(a) 平均抗力係数



(b) 平均揚力係数



(c) 平均ピッチングモーメント係数

図-11 静的三分力係数の迎角変化

4.4 時間平均圧力場

図-12 には平均風圧のコンターを示す. 迎角 0° (図

-12b) では断面下部全般にわたって負圧が作用し、その結果、負の揚力係数(図-11b)が生じることがわかる。局所的に大きな負圧領域は、断面下部では風上側の検査レールの風下側および風下側の検査車レール背後に見られる。一方、断面上部では風上側の高欄付近で小さな負圧の領域が見られるのみである。頭下げの迎角-3°(図-12a)では風上フェアリングから断面下部にかけて大きな負圧領域が形成されており、フェアリング部より流れの剥離が生じているものと考えられる。さらに風上フェアリング部上面には正圧領域が形成されており、結果として負の揚力および負(反時計回り)のモーメントが作用することがわかる。

一方、頭上げの迎角+3°(図-12c)では断面上部において風上高欄部の風下側に大きな負圧領域が形成され、この影響で断面上部全般にわたって負圧の領域となっていることがわかる。断面下部では風上側の検査車レールと風下側の検査車レール付近に局所的に負圧領域が形成されている。結果として正の揚力係数と正(時計まわり)のモーメントが作用することがわかる。

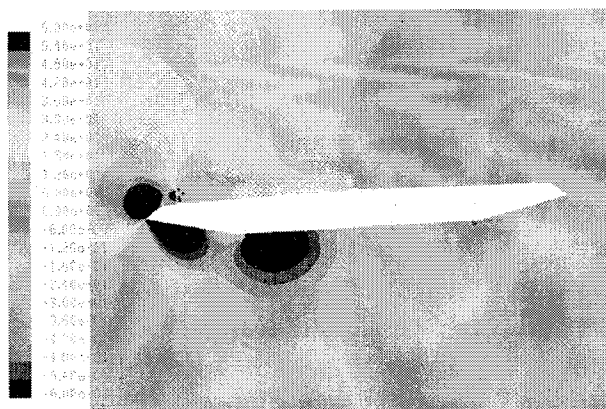
以上のことより、本橋梁断面においては付加物(高欄および検査車レール)は迎角 0° 付近の迎角が小さい場合、静的三分力係数のうち抗力係数の増加には寄与するものの、揚力およびピッチングモーメント係数にはさほど大きな変化をもたらさないことがわかる。解析結果も定量的にはわずかながらずれるものの実験結果の傾向とよく一致している。実橋梁の耐風設計においては、抗力係数の大きさは水平方向のガスト応答に大きな影響を与えるため、数値流体解析を用いる場合には付加物の考慮は不可欠である。

5. 非定常空気力係数の予測

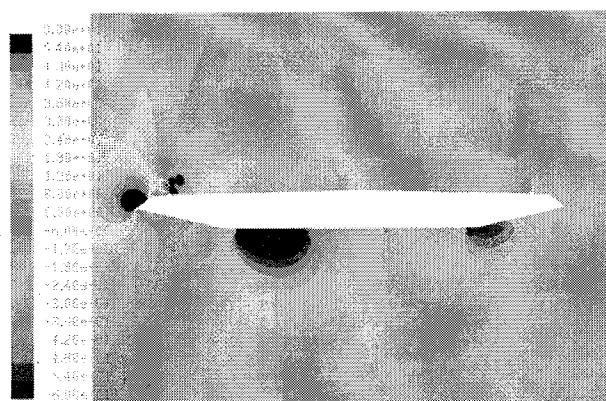
本節では数値流体解析による実橋梁断面の動的空気力を調べる。扁平断面では渦励振やギャロピングは生じにくい反面、鉛直たわみとねじれの振動に伴う揚力およびピッチングモーメントとの位相差に起因する発散型の不安定振動(連成フラッター)を生じる可能性があり、耐風設計においては限界風速(フラッター風速)を照査する必要がある。本節では鉛直たわみ一自由度とねじれの一自由度の強制加振試験を再現し、非定常空気力を求め、フラッター解析の入力データとした。

5.1 非定常空気力の定義および時系列

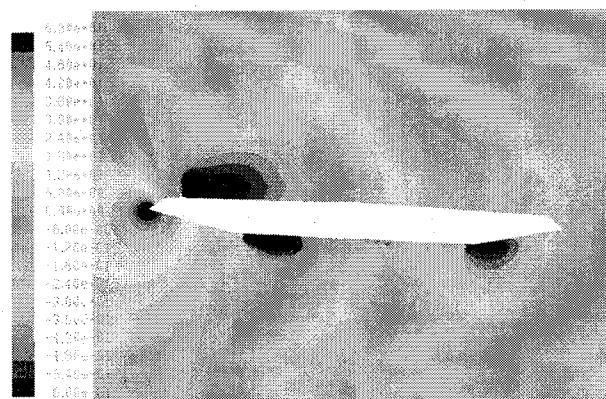
非定常空気力係数は松本ら²³⁾の表記法にしたがい次式により定義する。揚力とピッチングモーメントについてそれぞれについて鉛直たわみ加振とねじれ加振により得られる空気力の時系列を Fourier 展開することで速度および変位と同相成分に分解することによって同定した。同定方法の詳細に関しては付録 1 に示した。



(a) 迎角: -3° 静止



(b) 迎角: 0° 静止



(c) 迎角: +3° 静止

図-12 時間平均風圧のコンター

$$F_L = \rho U^2 b \left(kH_1 \frac{\dot{z}}{U} + kH_2 \frac{b\dot{\theta}}{U} + k^2 H_3 \theta + k^2 H_4 \frac{z}{b} \right) \quad (9a)$$

$$F_M = \rho U^2 b^2 \left(kA_1 \frac{\dot{z}}{U} + kA_2 \frac{b\dot{\theta}}{U} + k^2 A_3 \theta + k^2 A_4 \frac{z}{b} \right) \quad (9b)$$

図-13 および図-14 にはねじれ強制振動時の揚力およびピッチングモーメントの時系列波形を示す。図中では加振波形を点線で示した。図-13 に示す揚力はいずれの

無次元風速でもほぼ逆位相となっている。一方、図-14に示すピッチングモーメントはほぼ同位相になっている。図-15および図-16には鉛直たわみ振動時の波形を示す。揚力では位相遅れが、ピッチングモーメントでは位相進みが見られる。

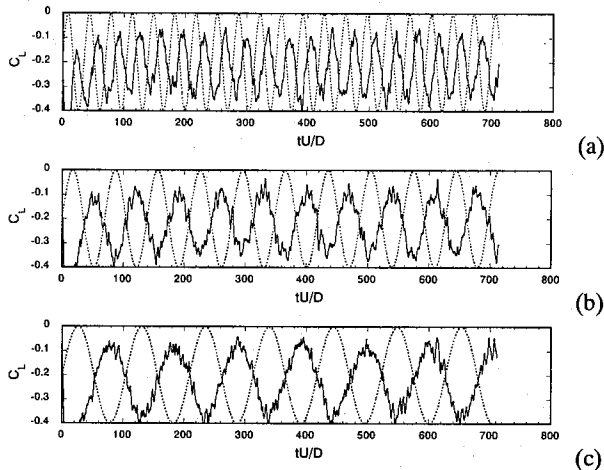


図 13 ねじれ強制振動時の揚力係数の時系列
(a) $Ur=3$, (b) $Ur=6$, (c) $Ur=9$

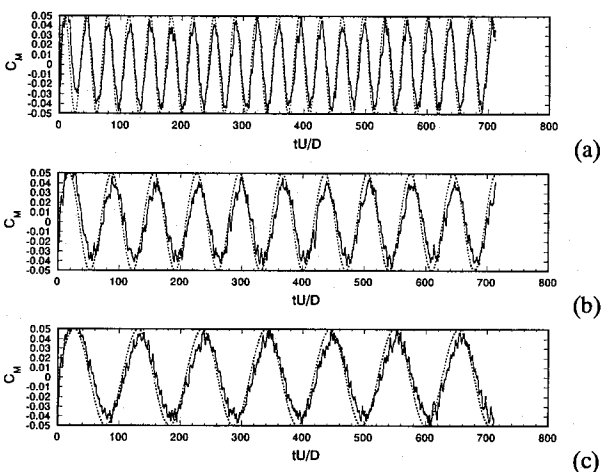


図-14 ねじれ強制振動時のモーメント係数の時系列波形 (a) $Ur=3$, (b) $Ur=6$, (c) $Ur=9$

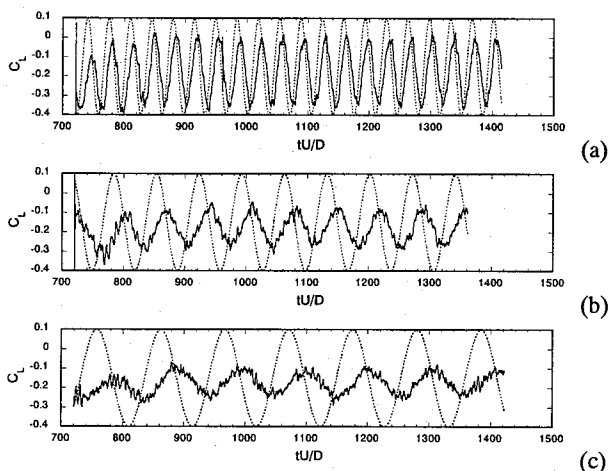


図-15 鉛直たわみ強制振動時の揚力係数の時系列波形 (a) $Ur=3$, (b) $Ur=6$, (c) $Ur=9$

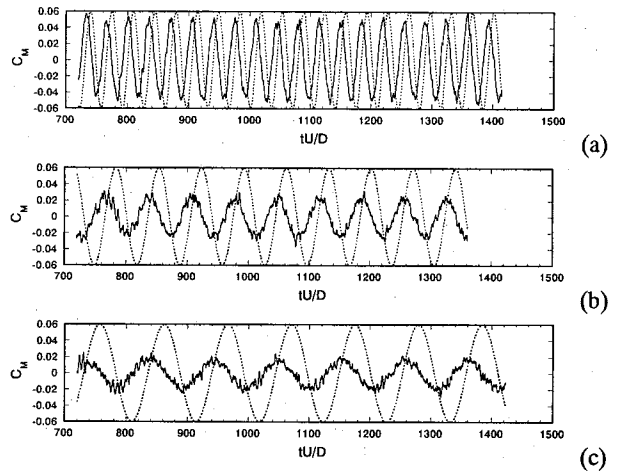


図-16 鉛直たわみ強制振動時のモーメント係数の時系列波形 (a) $Ur=3$, (b) $Ur=6$, (c) $Ur=9$

5.2 扁平矩形断面の非定常空気力との比較

図-17 には以上に示した揚力およびピッチングモーメントの時系列から求めた非定常空気力係数の結果と、松本らによる種々の辺長比を有する扁平矩形断面に関する研究結果²³⁾との比較を示す。

本断面はモーメントに関する空気力係数 A_2^* で、いずれの無次元風速においても負の値を示し、 $B/D=15\sim20$ に近い値を示している。 $B/D=15\sim20$ の辺長比は定常的な再付着型断面にあたる。本断面は高欄があるものの、風上端部にフェアリングにより大きな剥離は抑さえられ断面に沿った流れ場が形成され、定常的な再付着型断面と同様な性質を示すものと考えられる。本断面は B としてフェアリングまで含めた全幅、 D として高欄および検査レールがない値をとれば辺長比は $B/D=11.6$ となる。対応する矩形断面の辺長比の方が $B/D=15\sim20$ とやや大きめであるが、フェアリングによる剥離抑制効果のため見かけの辺長比は大きくなっているものと考えられる。

6. まとめ

本研究では高欄等の付加物が設置された実斜張橋を対象に主桁断面について3次元LES (Large Eddy Simulation) を行い、静的三分力係数および非定常空気力係数を予測し、風洞実験結果との比較検討を行った。その結果以下の結論を得た。

1. 実際の橋梁設計において重要である迎角 0° 付近では、付加物の影響は抗力係数の顕著な増加をもたらすが、揚力係数およびピッチングモーメント係数に与える影響は小さいことがわかった。
2. 数値解析結果はこれらの傾向をよく再現し、数値解析により実橋梁の空気力係数を求める場

合、付加物の考慮が不可欠であることがわかった。

3. 数値解析により予測された非定常空気力係数は、扁平矩形断面に関する既往の研究と比較した結果、本橋梁断面は $B/D=15\sim 20$ の矩形断面に近い性質を示すことがわかった。

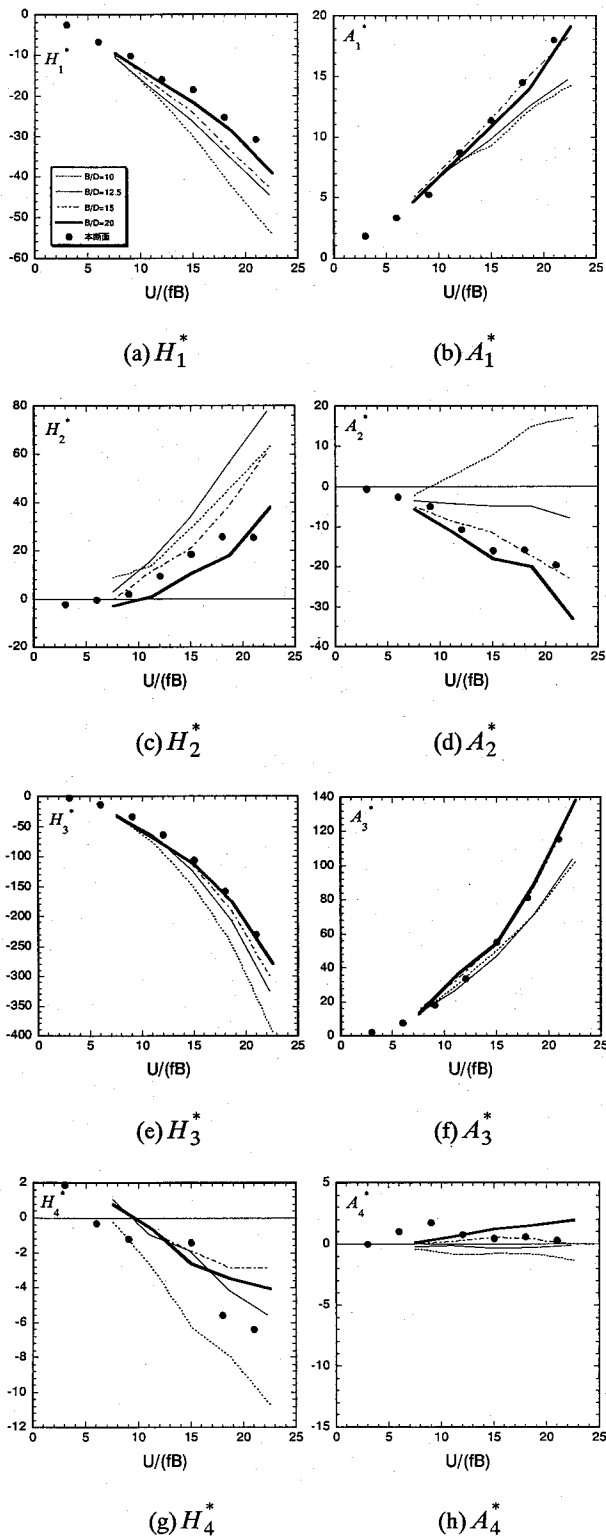


図-17 各種辺長比の矩形断面との比較

謝辞 風洞実験と数値解析の実施にあたり、東京大学大学院の Muhammad Waheed Sarwar 氏と Koo Kai Siang 氏に協力を頂いた。ここに記して謝意を表する。

参考文献

- 1) Fujino, Y., Iwamoto, M., Ito, M. and Hikami, Y. : Wind Tunnel Experiments Using 3D models and Response Prediction for a Long-span Suspension Bridge, J. of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 41-44, pp. 1333-1344, 1992
- 2) 野村卓史 : ALE 法に基づく粘性流体と構造との相関問題の有限要素解析手法, 土木学会論文集, Vol.416, pp.285-294, 1990
- 3) 加藤真志 : 修正生産項 $k-\epsilon$ モデルを用いた静止・振動角柱周りの二次元流れ解析, 土木学会論文集, No.577, I-41, pp.217-230, 1997
- 4) Larsen, A. and Walther, J.: Discrete vortex simulation of flow around five generic bridge deck sections, J. of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Vol.77 & 78, pp. 591-602, 1998
- 5) Shimada, K. and Ishihara, T. : Prediction of Aeroelastic Vibration of Rectangular Cylinders by $k-\epsilon$ Model, J. of Aerospace Engineering, Vol.12, No.4, pp. 122-135, 1999
- 6) Shimada, K. and Ishihara, T. : Numerical Simulation of Vortex-induced Vibration and Torsional Flutter of Rectangular Cross-Sections by $k-\epsilon$ Model, Proc. of 4th ASME JSME Joint Fluids Engineering Conference (FEDSM'03), 2003, FEDSM2003-45516
- 7) Shimada, K., Ishihara, T. and Wakahara, T. : Prediction of flutter characteristics of rectangular cross-sections by $k-\epsilon$ model, The second international symposium on wind and structures, Busan, Korea, August 21-23, Proc. of "Advances in Wind and Structures", pp. 211-218, 2002
- 8) Kuroda, S : Numerical Computations of Unsteady Flows for Airfoils and Non-Airfoil Structures, AIAA 2001-2714, 2001
- 9) Tamura, T. and Itoh, Y. : Unstable Oscillation of Rectangular Cylinder at Various Mass Ratio, J. of Aerospace Engineering, Vol.12, No.4, pp. 136-134, 1999
- 10) 丸岡 晃, 渡邊 茂, 平野廣和 : 扁平矩形断面の非定常空気力に関する数値流体解析, 土木学会第 56 回年次学術講演会講演概要集, 第 1 部(B), pp.708-709, 2001
- 11) 平野廣和, 丸岡 晃, 大佐嘉彦, 東 隆介 : 数値流体解析による超扁平矩形断面におけるねじれ 1 自由度振動時の非定常空気力係数の算出, 日本風工学会論文集, 第 103 号, pp.37-46, 2005
- 12) Shimada, K., Wakahara, T. and Satoh, H. : Prediction of Unsteady Wind Force acting on the Separated Box Girder

Cross-Section, J. of Wind Engineering (Proc. of 5th APCWE), No.89, pp. 625-628, 2001

- 13) (独) 土木研究所：経済性を考慮した超長大橋の耐風設計法に関する共同研究報告書（その2），共同研究報告書整理番号第279号，平成14年3月
- 14) 渡邊 茂，丸岡 晃，井上浩男：フェアリングを有する箱桁断面に作用する静的空気力の数値流体解析による検討，第17回風工学シンポジウム論文集，pp.219-224，2002
- 15) Bruno, L., Khriis, S. and Marcillat, J. : Contribution of numerical simulation to evaluating the effect of section details on the aerodynamic behaviour of a long-span bridge deck, Wind Engineering into the 21st Century (Proc. of 10th ICWE), pp. 1229-1236, 1999
- 16) 白井秀治，植田利夫，与口正敏，山口映二：超長大吊橋断面の空力特性に関する数値流体解析，第16回風工学シンポジウム論文集，pp.197-202，2000
- 17) Shirai, S. and Ueda, T. : Aerodynamic Simulation by CFD on Flat Box Girder of Super-Long Suspension Bridge, J. of Wind Engineering (Proc. of 5th APCWE), No.89, pp. 637-640, 2001
- 18) 石原孟，岡新一，藤野陽三：一様流中に置かれた正方形角柱の空気力特性の数値予測に関する研究，土木学会論文集，2006.1
- 19) Honda, A., Yamasaki, Y., Shen C., Lin, M. and Lou, X. : Aero-elastic wind tunnel tests of the Nanjing No.3 Yangtze River Bridge, Full bridge in operation and under construction, ICWE2006, to be published, 2006
- 20) 構造工学シリーズ 12：橋梁の台風設計，基準と最近の進歩，土木学会，pp.138-140，2003
- 21) Smagorinsky, J. : General circulation experiments with the primitive equations. I. The basic experiment, *Month. Wea. Rev.*, Vol. 91, pp. 99-164, 1963
- 22) Ferziger, J. and Peric, M.: *Computational method for fluid dynamics*, 3rd Edition, Springer, 2002
- 23) 松本勝，新原雄二，小林裕輔：構造基本断面のフラッター発生機構に関する研究，構造工学論文集，Vol.40A, pp.1019-1024，1994

付録1 非定常空気力係数の誘導

鉛直たわみおよびねじれの二自由度運動を考えた場合，非定常空気力係数は以下のように定義される。

$$D(t) = \pi \rho A_n B^2 \omega^2 \left(D_{z_r} \frac{z}{B} + D_{z_i} \frac{\dot{z}}{B\omega} + D_{\theta_r} \theta + D_{\theta_i} \frac{\dot{\theta}}{\omega} \right) \quad (\text{A.1.1})$$

$$L(t) = \pi \rho B^3 \omega^2 \left(L_{z_r} \frac{z}{B} + L_{z_i} \frac{\dot{z}}{B\omega} + L_{\theta_r} \theta + L_{\theta_i} \frac{\dot{\theta}}{\omega} \right) \quad (\text{A.1.2})$$

$$M(t) = \pi \rho B^4 \omega^2 \left(M_{z_r} \frac{z}{B} + M_{z_i} \frac{\dot{z}}{B\omega} + M_{\theta_r} \theta + M_{\theta_i} \frac{\dot{\theta}}{\omega} \right) \quad (\text{A.1.3})$$

ここで， z ， θ はそれぞれ鉛直変位，ねじれ変位， A_n は単位長さあたりの投影面積を表す。 D_{z_r} ， D_{z_i} ， $\dots$ ， M_{θ_r} ， M_{θ_i} は非定常空気力係数であり，下添え字の z ， θ はそれぞれ変位成分を表し， R ， I はそれぞれ変位同相成分，速度同相成分を表す。空気力係数の行列の形式で書き改めると式(A.1.1)～(A.1.3)は以下のように表される。

$$\begin{bmatrix} C_D(t) \\ C_L(t) \\ C_M(t) \end{bmatrix} = 2\pi K \begin{bmatrix} \frac{A_n}{D} D_{z_i} & \frac{A_n}{D} D_{\theta_i} \\ L_{z_i} & L_{\theta_i} \\ M_{z_i} & M_{\theta_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\dot{z}}{U} \\ \frac{B\dot{\theta}}{U} \end{bmatrix} + 2\pi K^2 \begin{bmatrix} \frac{A_n}{D} D_{z_r} & \frac{A_n}{D} D_{\theta_r} \\ L_{z_r} & L_{\theta_r} \\ M_{z_r} & M_{\theta_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{z}{B} \\ \theta \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.4})$$

ここに $K = \omega B / U$ である。

まず，鉛直たわみ1自由度加振を考える。

$$\begin{bmatrix} C_D(t) \\ C_L(t) \\ C_M(t) \end{bmatrix} = 2\pi K \begin{bmatrix} \frac{A_n}{D} D_{z_i} \\ L_{z_i} \\ M_{z_i} \end{bmatrix} \frac{\dot{z}}{U} + 2\pi K^2 \begin{bmatrix} \frac{A_n}{D} D_{z_r} \\ L_{z_r} \\ M_{z_r} \end{bmatrix} \frac{z}{B} \quad (\text{A.1.5})$$

強制振動状態を $z = z_0 e^{i\omega t}$ と表すと

$$\begin{bmatrix} C_D(t) \\ C_L(t) \\ C_M(t) \end{bmatrix} = 2\pi K^2 \left\{ i \begin{bmatrix} \frac{A_n}{D} D_{z_i} \\ L_{z_i} \\ M_{z_i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{A_n}{D} D_{z_r} \\ L_{z_r} \\ M_{z_r} \end{bmatrix} \right\} \frac{z}{B} \quad (\text{A.1.6})$$

ここで，加振変位が $z = z_0 e^{i\omega t}$ の虚部，すなわち $z = z_0 \sin \omega t$ と表されるとすると，式(A.1.6)の虚部をとれば

$$\begin{bmatrix} C_D(t) \\ C_L(t) \\ C_M(t) \end{bmatrix} = 2\pi K^2 \frac{z_0}{B} \left\{ \begin{bmatrix} \frac{A_n}{D} D_{z_i} \\ L_{z_i} \\ M_{z_i} \end{bmatrix} \cos \omega t + \begin{bmatrix} \frac{A_n}{D} D_{z_r} \\ L_{z_r} \\ M_{z_r} \end{bmatrix} \sin \omega t \right\} \quad (\text{A.1.7})$$

となる。非定常空気力係数は左辺の空気力係数の時系列波形のフーリエ展開を行うことで同定することができる。右辺をフーリエ展開し，加振振動数成分のみ取り出し，そのフーリエ余弦係数とフーリエ正弦係数をそれぞれ $A_{C_D}^z$ ， $B_{C_D}^z$ ， $\dots$ ， $A_{C_M}^z$ ， $B_{C_M}^z$ とすると，以下の関係が成り立つ。

$$\begin{bmatrix} A_{C_D}^z & B_{C_D}^z \\ A_{C_L}^z & B_{C_L}^z \\ A_{C_M}^z & B_{C_M}^z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \omega t \\ \sin \omega t \end{bmatrix} = 2\pi K^2 \frac{z_0}{B} \begin{bmatrix} \frac{A_n}{D} D_{z_i} & \frac{A_n}{D} D_{z_r} \\ L_{z_i} & L_{z_r} \\ M_{z_i} & M_{z_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \omega t \\ \sin \omega t \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.8})$$

ここに

$$\begin{aligned} A_{C_D}^z &= \int C_D(t) \cos \omega t dt, & B_{C_D}^z &= \int C_D(t) \sin \omega t dt \\ A_{C_L}^z &= \int C_L(t) \cos \omega t dt, & B_{C_L}^z &= \int C_L(t) \sin \omega t dt \\ A_{C_M}^z &= \int C_M(t) \cos \omega t dt, & B_{C_M}^z &= \int C_M(t) \sin \omega t dt \end{aligned}$$

したがって非定常空気力係数とフーリエ係数との間には以下の関係が導かれる。

$$\begin{bmatrix} D_{z_i} & D_{z_r} \\ L_{z_i} & L_{z_r} \\ M_{z_i} & M_{z_r} \end{bmatrix} = \frac{1}{2\pi K^2 \frac{z_0}{B}} \begin{bmatrix} A_{C_o}^z & B_{C_o}^z \\ A_n/D & A_n/D \\ A_{C_i}^z & B_{C_i}^z \\ A_{C_u}^z & B_{C_u}^z \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.9})$$

ねじれ加振に対する非定常空気力係数も同様にして

$$\begin{bmatrix} D_{\theta_i} & D_{\theta_r} \\ L_{\theta_i} & L_{\theta_r} \\ M_{\theta_i} & M_{\theta_r} \end{bmatrix} = \frac{1}{2\pi K^2 \theta_0} \begin{bmatrix} A_{C_o}^\theta & B_{C_o}^\theta \\ A_n/D & A_n/D \\ A_{C_i}^\theta & B_{C_i}^\theta \\ A_{C_u}^\theta & B_{C_u}^\theta \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.10})$$

となる。

付録 2 非定常空気力係数の表記法について

非定常空気力の表記法には本州四国連絡橋で用いられた表記法（以下，表記法 I）と航空系の表記法（以下，表記法 II）が一般的によく用いられる。表記法 I では揚力およびピッチングモーメントは以下のように表される。

$$F_L = \pi \rho B^3 \omega^2 \left(L_{z_r} \frac{z}{B} + L_{z_i} \frac{\dot{z}}{B\omega} + L_{\theta_r} \theta + L_{\theta_i} \frac{\dot{\theta}}{\omega} \right) \quad (\text{A.2.1})$$

$$F_M = \pi \rho B^4 \omega^2 \left(M_{z_r} \frac{z}{B} + M_{z_i} \frac{\dot{z}}{B\omega} + M_{\theta_r} \theta + M_{\theta_i} \frac{\dot{\theta}}{\omega} \right) \quad (\text{A.2.2})$$

また，表記法 II では揚力およびピッチングモーメントは以下のように表される。

$$F_L = \rho U^2 b \left(k H_1^* \frac{\dot{z}}{U} + k H_2^* \frac{b\dot{\theta}}{U} + k^2 H_3^* \theta + k^2 H_4^* \frac{z}{b} \right) \quad (\text{A.2.3})$$

$$F_M = \rho U^2 b^2 \left(k A_1^* \frac{\dot{z}}{U} + k A_2^* \frac{b\dot{\theta}}{U} + k^2 A_3^* \theta + k^2 A_4^* \frac{z}{b} \right) \quad (\text{A.2.4})$$

ここに $B = 2b$ および $k = b\omega/U$ である。両者の表記法の間には以下の関係がある。

$$\begin{aligned} H_1^* &= 4\pi L_{z_i}, & A_1^* &= 8\pi M_{z_i}, \\ H_2^* &= 8\pi L_{\theta_i}, & A_2^* &= 16\pi M_{\theta_i}, \\ H_3^* &= 8\pi L_{\theta_r}, & A_3^* &= 16\pi M_{\theta_r}, \\ H_4^* &= 4\pi L_{z_r}, & A_4^* &= 8\pi M_{z_r} \end{aligned} \quad (\text{A.2.5})$$

ここで両者ともに座標系は右手系にしたがう。

（2005 年 9 月 10 日受付）