

未知の加振力によるフーリエ振幅比を用いた損傷同定手法

DAMAGE IDENTIFICATION USING FOURIER AMPLITUDE RATIOS
GENERATED BY UNMEASURABLE EXCITATION FORCE

古川愛子*・大塚久哲**・清野純史***

Aiko FURUKAWA, Hisanori OTSUKA and Junji KIYONO

*正会員 修(工)九州大学助手 工学研究院建設デザイン部門 (〒812-8581 福岡市東区箱崎 6-10-1)

**正会員 工博九州大学教授 工学研究院建設デザイン部門 (〒812-8581 福岡市東区箱崎 6-10-1)

***正会員 博(工)京都大学助教授 工学研究科都市社会工学専攻 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

This paper presents a damage identification technique for structures using change in dynamic characteristics generated by an unmeasurable excitation force. Structural damage is accompanied by changes in element stiffness and damping. These changes in structural parameters alter dynamic characteristics of the structure, which provides useful information about the location and magnitude of damage. The proposed technique identifies structural damage by taking ratio between Fourier amplitudes of two points because the ratio is constant with regards to the different amplitudes of input forces. The proposed technique enables to use the uncontrolled exciters and also has the possibilities of introducing the device like electric generators. The validity of the proposed technique was confirmed through the numerical study on a cantilever beam and a three-story frame structure.

Key Words : damage identification, unmeasurable excitaton force, Fourier amplitude ratio, stiffness reduction

キーワード: 損傷同定, 未知の加振力, フーリエ振幅比, 剛性低下

1. はじめに

構造物の老朽化は避けることができないが, 構造物の損傷をいち早く発見し, 損傷レベルを把握して, 必要に応じて補修・補強を行うことにより, 構造物の耐荷力を保持し, 耐久性を向上させることができる. 可能な限り早い段階で損傷を検出し, 何らかの対策を打つことは, 悲劇的な状態を避ける為に必要である. このような背景の下, 構造物の損傷検出に関する研究は過去数多く行われており, アプローチ方法も多種多様にわたっている.

中でも, 振動特性の変化を利用した損傷検出手法は, 構造物全体の損傷を評価できる手法として, 近年, 土木工学に限らず機械工学や航空工学等の幅広い分野で開発され適用されてきた手法である. 構造物の損傷を剛性の低下および減衰の増加とみなし, 結果として振動特性に変化が見られるという事実に基づくものである. 損傷検出に用いられる振動データは, 微動から抽出可能で加振を必要としない, 固有振動数^{1,2)}, モードシェープ^{3,4)}, モードシェープ曲率⁵⁾, モーダルひずみエネルギー⁶⁾等のモーダルデータと, 強制加振による周波数応答関数 (FRF)⁷⁾などが代表的である.

筆者らは, 携帯可能な小型の起振器による調和外力を利用し, 起振振動数でのフーリエ振幅の変化から損傷箇所および損傷の程度を検出する手法の開発を行ってきた^{8),9),10)}. 筆者らの提案手法は, 起振点・起振力・

起振振動数等の入力を既知とした上で出力データを扱うことができ, また起振点・計測点・起振振動数の組み合わせを変えることにより豊富なデータを扱うことが可能であった. 当然の事ながら, 正確な加振力を知る必要があり, 想定する起振力・回転数で正確に構造物を加振できる起振器を用意する必要がある.

世間には, 発電機などの比較的簡単に手に入りやすい加振源が数多く存在する. また, 起振器も, 高度な制御が必要でなく, 単に構造物を起振する能力だけを要求するのであれば, より安価で簡単に製作することができると考えられる.

そこで本研究では, 構造物に設置できて, その点において構造物に何らかの外力を与えることのできる加振源を用いて損傷を同定することを考えた. すなわち, 未知の加振力を用いた損傷同定手法を提案する. これは, 同じ加振力による構造物の応答を同時に2地点で計測した場合, 入力の大さがいくらであっても, フーリエ振幅の比は一定であることを利用するものである. 加振点, 計測点2地点, 振動数の組み合わせ毎に豊富な情報を集め, 逆解析的に各部材の剛性変化率・減衰変化率を同定し, 剛性が低下している部材を特定することで, 損傷している部材の特定と損傷の程度を推定するというものである.

入力が未知である場合の損傷同定手法としては, 微動から, 前述したモードデータを抽出し, これらの変化から損傷を同定する手法が代表的である. また, 建築

構造物を質点モデルで表現し、入力を床振動のみと仮定し、床振動と各層での応答を同時に計測することより、層ごとの剛性・減衰を直接同定する手法もある¹¹⁾。前者のモードデータを利用した手法は、入力ホワイトであるという仮定をすれば、各点の応答が自由振動応答とみなせることや、ある時刻におけるある点での応答と、他の時刻における外力とが無相関であるという仮定をすれば、各点の応答とある1点の応答の相互相関関数が自由振動応答と相似形をなすことを利用するものである。後者の方法は、構造物に入る外力を床振動のみと仮定し、入出力情報を利用するものである。すなわち、ホワイト性や無相関性や外力を仮定するものであり、これらの仮定に基づく誤差がある。一方、本研究で採用するのは、強制加振による応答のフーリエ振幅比であり、上記の仮定が必要でないこと、加振力の振幅は未知であるが加振点は既知であること、および現実的な周波数範囲における情報を用いることができること等の点で優れている。

片持ち梁、3層フレーム構造物を利用した数値シミュレーションを通して、入力の大きさが正確に分かる場合は、筆者らの従来の手法である入力情報を用いた同定手法よりも同定精度が若干劣るが、入力の大きさが未知であっても剛性低下率の同定が可能であることがわかり、提案手法の有効性を示すことができた。

2. 損傷同定手法

2.1 損傷のモデル化

構造物の損傷は、剛性および減衰の変化を伴うと考えられる。本研究では、剛性が低下した要素を損傷箇所とみなし、その減少割合を損傷の指標として用いる。また、構造物の質量は損傷前後で不変と仮定する。

構造物全体系の剛性マトリクス K および減衰マトリクス C は、各要素の剛性・減衰マトリクスの集合体として次式のようにモデル化できる。

$$K = \sum_{e=1}^n K^e \quad C = \sum_{e=1}^n C^e \quad (1)$$

ここで、 n は梁要素の総数であり、 K^e, C^e はそれぞれ e 番目の梁要素の剛性・減衰マトリクスである。損傷により e 番目の梁要素の剛性マトリクスが δk_e (無次元) の割合で減少し、減衰マトリクスが δc_e (無次元) の割合で増加したとすると、 e 番目の梁要素の剛性マトリクスの減少分 δK^e および減衰マトリクスの増分 δC^e は、

$$\delta K^e = \delta k_e K^e \quad \delta C^e = \delta c_e C^e \quad (2)$$

と表される。よって、全体剛性マトリクスおよび全体減衰マトリクスの変化量は、

$$\delta K = \sum_{e=1}^n \delta k_e K^e \quad \delta C = \sum_{e=1}^n \delta c_e C^e \quad (3)$$

となる。剛性低下率 δk_e および減衰増加率 δc_e が同定の対象となるパラメータである。

2.2 損傷前の構造物の応答

損傷前の周波数領域における運動方程式は、

$$[-\omega^2 M + i\omega C + K]X(\omega) = F(\omega) \quad (4)$$

である。ここで、 $X(\omega)$ と $F(\omega)$ はそれぞれ、変位と外力のフーリエ振幅である。

変位応答 $X(\omega)$ は次式の通りである。

$$X(\omega) = H(\omega)F(\omega) \quad H(\omega) = [-\omega^2 M + i\omega C + K]^{-1} \quad (5)$$

ここで、 $H(\omega)$ は伝達関数である。

2.3 損傷後の構造物の応答

損傷により剛性マトリクスが δK 低下、減衰マトリクスが δC 増加し、変位が $\delta X(\omega)$ 増加すると、損傷後の運動方程式は次式のようになる。

$$[-\omega^2 M + i\omega(C + \delta C) + (K - \delta K)](X(\omega) + \delta X(\omega)) = F(\omega) \quad (6)$$

式(4)を式(6)に代入し、式(2)、(5)を用いて整理すると、変位の増分 $\delta X(\omega)$ に関する方程式となる。

$$\begin{aligned} & [-\omega^2 M + i\omega(C + \sum_{e=1}^n \delta c_e C^e) + (K - \sum_{e=1}^n \delta k_e K^e)]\delta X(\omega) \\ & = \sum_{e=1}^n \delta k_e K^e H(\omega)F(\omega) - \sum_{e=1}^n i\omega \delta c_e C^e H(\omega)F(\omega) \end{aligned} \quad (7)$$

式(7)を応答の増分 $\delta X(\omega)$ について解くと、

$$\begin{aligned} \delta X(\omega) & = \sum_{e=1}^n \delta k_e H_d(\delta \mathbf{k}, \delta \mathbf{c}, \omega) K^e H(\omega)F(\omega) \\ & - \sum_{e=1}^n i\omega \delta c_e H_d(\delta \mathbf{k}, \delta \mathbf{c}, \omega) C^e H(\omega)F(\omega) \end{aligned} \quad (8)$$

となる。ここで、 $H_d(\delta \mathbf{k}, \delta \mathbf{c}, \omega)$ は損傷後の構造物の伝達関数であり、次式で表されるような ω と δc_e および δk_e ($e=1, \dots, n$) の関数である。

$$H_d(\delta \mathbf{k}, \delta \mathbf{c}, \omega) =$$

$$[-\omega^2 M + i\omega(C + \sum_{e=1}^n \delta c_e C^e) + (K - \sum_{e=1}^n \delta k_e K^e)]^{-1} \quad (9)$$

式(5)に示す損傷前の変位 $X(\omega)$ に、上式(8)で求めた損傷による変位増分 $\delta X(\omega)$ を加えることにより、損傷後の応答 $X'(\omega)$ が求まる。

$$X'(\omega) = H(\omega)F(\omega) + \quad (10)$$

$$\sum_{e=1}^n \delta k_e S^e(\delta \mathbf{k}, \delta \mathbf{c}, \omega)F(\omega) + \sum_{e=1}^n \delta c_e T^e(\delta \mathbf{k}, \delta \mathbf{c}, \omega)F(\omega)$$

ここに、 $S^e(\delta \mathbf{k}, \delta \mathbf{c}, \omega)$ と $T^e(\delta \mathbf{k}, \delta \mathbf{c}, \omega)$ はそれぞれ次の通りである。

$$S^e(\delta \mathbf{k}, \delta \mathbf{c}, \omega) = H_d(\delta \mathbf{k}, \delta \mathbf{c}, \omega) K^e H(\omega) \quad (11)$$

$$T^e(\delta \mathbf{k}, \delta \mathbf{c}, \omega) = -i\omega H_d(\delta \mathbf{k}, \delta \mathbf{c}, \omega) C^e H(\omega) \quad (12)$$

2.4 既知の加振力による入力情報とフーリエ振幅を用いた損傷同定

まず始めに、制御可能な起振器を用いて構造物を加振して構造物の損傷を同定する場合、すなわち入力も出力も既知である場合の損傷同定手法について述べる。

起振器をノード i に設置し、応答をノード j で計測することを想定する。起振器がノード i において構造物に与える外力のフーリエ振幅を $F_i(\omega)$ とする。計測点であるノード j において計測される加速度応答のフーリエ振幅を $a(i, j, \omega)$ とする。

式 (10) より、ノード j における加速度応答のフーリエ振幅 $a(i, j, \omega)$ は次式のとおりとなる。

$$a(i, j, \omega) = -\omega^2 X_j'(\omega) = -\omega^2 (H_{ji}(\omega) +$$

$$\sum_{e=1}^n \delta k_e S_{ji}^e(\delta \mathbf{k}, \delta \mathbf{c}, \omega) + \sum_{e=1}^n \delta c_e T_{ji}^e(\delta \mathbf{k}, \delta \mathbf{c}, \omega)) F_i(\omega)$$

式 (13) において、 H_{ji} は損傷前の構造物のパラメータ M, C, K および振動数 ω から求まる既知の値である。また、 $a(i, j, \omega)$ は損傷後のフーリエ振幅であり、計測により得られる値である。一方、 $S_{ji}^e(\delta \mathbf{k}, \delta \mathbf{c}, \omega)$ 、 $S_{ki}^e(\delta \mathbf{k}, \delta \mathbf{c}, \omega)$ 、 $T_{ji}^e(\delta \mathbf{k}, \delta \mathbf{c}, \omega)$ 、 $T_{ki}^e(\delta \mathbf{k}, \delta \mathbf{c}, \omega)$ は M, C, K, ω 、および未知のパラメータ δc_e 、 δk_e から決まる値である。式 (13) を整理し、左辺に未知の項、右辺に既知の項を移項すると、次式のようになる。

$$-\omega^2 \sum_{e=1}^n S_{ji}^e(\delta \mathbf{k}, \delta \mathbf{c}, \omega) F_i(\omega) \delta k_e -$$

$$\omega^2 \sum_{e=1}^n T_{ij}^e(\delta \mathbf{k}, \delta \mathbf{c}, \omega) F_i(\omega) \delta c_e = a(i, j, \omega) + \omega^2 H_{ij}(\omega) F_i(\omega)$$

式 (14) は、加振点 i 、計測点 j 、振動数 ω の組み合わせ毎に成り立つ方程式である。よって、 i, j, ω の組み合わせを様々に変え、 nm 種類の計測を行うと、式 (14) の方程式が nm 個得られることになる。ここで、式 (14) の係数行列と右辺の値は複素数であるので、実数部と虚数部に分けると、 $\delta \mathbf{k}$ と $\delta \mathbf{c}$ に対する $2nm$ 個の連立方程式 (損傷同定方程式) が得られることになる。

2.5 未知の加振力によるフーリエ振幅比を用いた損傷同定

次に、本研究の提案手法である、入力が未知で出力のみが既知である場合の損傷同定手法について述べる。

加振源をノード i に設置し、応答をノード j と k で同時に計測することを想定する。加振源は構造物を揺らすような外力を発生することができるが、加振力は未知である。ノード i において加振したときにノード j, k で同時に計測した場合、外力のフーリエ振幅 $F_i(\omega)$ は共通であるので、ノード j, k における加速度応答のフーリエ振幅 $a(i, j, \omega)$ と $a(i, k, \omega)$ の比を $b(i, j, k, \omega)$ とおくと、

$$b(i, j, k, \omega) = \frac{a(i, j, \omega)}{a(i, k, \omega)} =$$

$$\frac{H_{ji}(\omega) + \sum_{e=1}^n \delta k_e S_{ji}^e(\delta \mathbf{k}, \delta \mathbf{c}, \omega) + \sum_{e=1}^n \delta c_e T_{ji}^e(\delta \mathbf{k}, \delta \mathbf{c}, \omega)}{H_{ki}(\omega) + \sum_{e=1}^n \delta k_e S_{ki}^e(\delta \mathbf{k}, \delta \mathbf{c}, \omega) + \sum_{e=1}^n \delta c_e T_{ki}^e(\delta \mathbf{k}, \delta \mathbf{c}, \omega)}$$

となり、フーリエ振幅比 $b(i, j, k, \omega)$ は入力のフーリエ振幅 $F_i(\omega)$ に無関係となり、加振点 i 、計測点 j, k 、および振動数 ω の関数であることがわかる。

式 (15) を整理し、左辺に未知の項、右辺に既知の項を移項すると、次式のようになる。

$$\begin{aligned} & \sum_{e=1}^n (b(i, j, k, \omega) S_{kj}^e(\delta \mathbf{k}, \delta \mathbf{c}, \omega) - S_{ij}^e(\delta \mathbf{k}, \delta \mathbf{c}, \omega)) \delta k_e \\ & + \sum_{e=1}^n (b(i, j, k, \omega) T_{kj}^e(\delta \mathbf{k}, \delta \mathbf{c}, \omega) - T_{ij}^e(\delta \mathbf{k}, \delta \mathbf{c}, \omega)) \delta c_e \\ & = H_{ij}(\omega) - b(i, j, k, \omega) H_{kj}(\omega) \end{aligned} \quad (16)$$

式 (16) は、加振点 i 、計測点 2 点 j と k 、振動数 ω の組み合わせ毎に成り立つ方程式である。よって、 i, j, k, ω の組み合わせを様々に変え、 nm 種類の計測を行うと、式 (16) の方程式が nm 個得られることになる。ここで、式 (16) の係数行列と右辺の値は複素数であるので、実数部と虚数部に分けると、 $\delta \mathbf{k}$ と $\delta \mathbf{c}$ に対する $2nm$ 個の連立方程式 (損傷同定方程式) が得られることになる。

2.6 損傷同定方程式の解法

損傷同定方程式を解く際は、方程式の係数行列が未知数 $\delta \mathbf{k}$ 、 $\delta \mathbf{c}$ を含んでいるため、繰り返し計算が必要となる。本研究では、繰り返し計算を実施する際に、剛性低下率・減衰増加率 δk_e 、 δc_e の初期値を共に 0.0 としして損傷同定方程式を構築し、得られた剛性低下率・減衰増加率 δk_e 、 δc_e を元に各要素の要素剛性マトリクス K^e 、要素減衰マトリクス C^e を徐々に損傷後の構造物に一致するように近づけていくこととする。

3. 解析モデル

3.1 構造モデル

(1) 片持ち梁

解析に用いた片持ち梁の概念図、節点番号、要素番号を図-1(a)に示す。長さ 50cm、幅 2.0cm、厚さ 0.5cm であり、材質はヤング率 $7.2 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ 、ポアソン比 0.28、密度が $2.7 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ のアルミニウムである。減衰は考慮せず、非減衰系としてモデル化した。

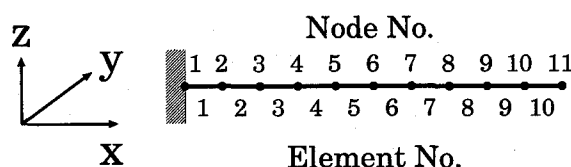
(2) 3 層フレーム

解析に用いた 3 層フレームの概念図、節点番号、要素番号を図-1(b)に示す。高さ 9m (各層高さ 3m)、幅 7.5m である。材質はヤング率 $2.15 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ 、ポアソン比 0.28、密度が $7.1 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ の鋼である。損傷前の減衰マトリックスはレーリー減衰を採用し、1 次および 9 次モードに対する減衰定数を共に 2% とした。

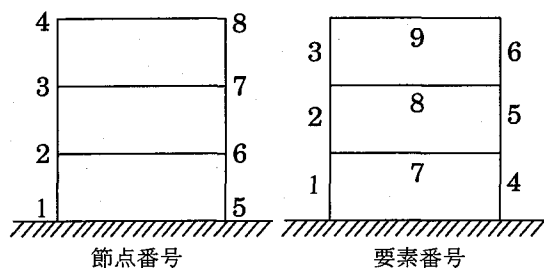
3.2 損傷モデル

(1) 片持ち梁

片持ち梁の損傷モデルとして、図-2(a),(b)に示す剛性低下率を想定した。横軸は要素番号、縦軸は各要素の剛性低下率を表す無次元量である。損傷モデル 1 では、要素 2 が 10%、要素 5 が 15% の剛性低下率を示して



(a) 片持ち梁



(b) 3層フレーム

図-1 構造モデル

いる。損傷モデル2では、損傷モデル1に加え、要素9が10%の剛性低下率を示している。

(2) 3層フレーム

3層フレームの損傷モデルとして、図-2(c)に示す損傷率を想定した。要素2,6,8の剛性がそれぞれ5%,15%,10%低下し、減衰がそれぞれ5%,15%,10%増加すると想定した。損傷要素の減衰増加率は、剛性低下率と同じ値に設定したが、同定の際は、各要素の剛性低下率・減衰増加率を独立として方程式を解くため、同じ値である必要はない。

本研究では、腐食による断面減少、亀裂損傷、ひび割れ損傷を、部材の剛性低下と考え、剛性低下率を損傷指標とした。損傷により、剛性と減衰がリニアに変化するとした。必ずしも減衰がリニアに変化するとは限らないが、この場合は、計測時間での平均化された減衰増加率が同定されることになると考えられる。

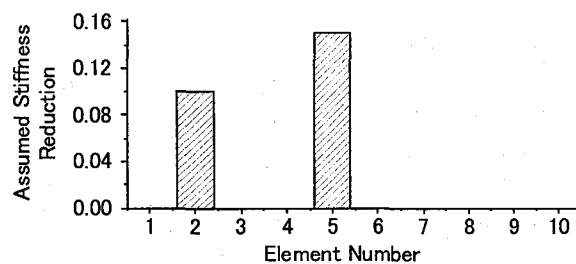
4. フーリエ振幅比を利用した損傷同定手法の有用性検証

4.1 検討ケース

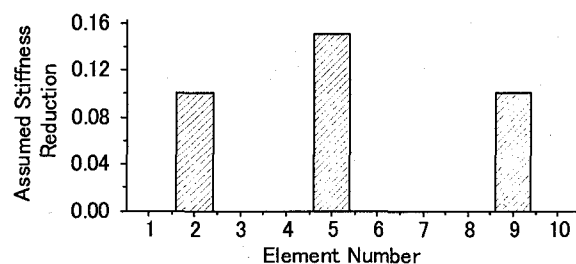
提案手法の有用性を検証するため、単純な片持ち梁を用いて、数値解析を行った。ここでは、起振点と計測点2の配置と同定精度の関係、計測データ数と同定精度の関係について調べた。

検討ケースを表1に示す。表1に示す加振点において加振したときの応答を、計測点1と計測点2で同時に計測することを想定する。

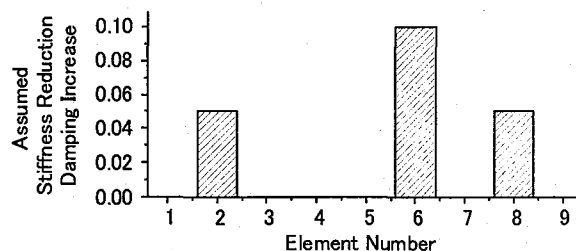
CaseAは、加振点と計測点1が固定で、もう片方の計測点を移動させて、合計8または9組のデータを得



(a) 片持ち梁損傷モデル1



(b) 片持ち梁損傷モデル2



(c) 3層フレーム

図-2 損傷モデル

るというものである。例えばケースA11は、加振点を節点2に固定、計測点1を節点3に固定する。計測点2として節点4~11まで計測器を移動し、全部で8回の加振を行うというものである。

CaseBは、計測点1が固定で、加振点と、もう片方の計測点を移動させて、合計8または9組のデータを得るというものである。例えばケースB11では、加振点を節点4~11まで動かして8回の加振を行う。計測点1は常に節点2に固定しておき、計測点2として、加振点の左隣の節点を選ぶというものである。加振点の移動とともに、計測点2も移動することになる。

CaseCは、加振点、2計測点をともに移動させ、合計8または9組のデータを得るというものである。加振器と2台の計測器は隣同士に設置してある。例えばケースC1は、加振点を節点2~9まで動かして8回の加振を行う。計測点1は常に加振点の右隣、計測点2は計測点1の右隣であり、加振点の移動とともに2計測点は移動する。

CaseD11~D14では、CaseA11のデータ8個にデータを加え、より多くのデータを用いて同定を行うことを考えた。CaseD11では、加振点を節点2に固定して、計測点1と計測点2の組み合わせとして、加振点(節

点2) 以外のあらゆる節点の組み合わせを考えた。これにより、同定に用いるデータは30個となる。CaseD12～D14は、CaseA11の8個に対して、加振点、計測点1を変えた8個のデータを追加し、計16個のデータで同定を行うものである。

CaseD21, D22は、CaseB12のデータ8個に対して、加振点、計測点1を変えた8個のデータを追加し、計16個のデータで同定を行うものである。

CaseD31, D32は、CaseB21のデータ8個に対して、加振点、計測点1を変えた8個のデータを追加し、計16個のデータで同定を行うものである。

いずれも、入力として、起振振動数16Hzの余弦波を想定し、応答として振動数16Hzにおけるフーリエ振幅を用い、応答に誤差は含まれないとした。起振振動数として16Hzを選んだ理由は、片持ち梁の1次固有振動数が約16.6Hzである為、損傷前後において大きな応答差が期待され、損傷に対して感度が高いデータである為である。起振振動数として1次固有振動数により近い16.6Hzを選んだ例についても解析を行ったが、損傷同定方程式の収束計算を工夫することにより同程度の精度での同定が可能であった。

4.2 損傷モデル1に対するCaseA,B,Cの同定結果

損傷モデル1に対するCaseA,B,Cの同定結果を図-3に示す。

(1) ケース A

加振点、計測点1点を固定端側に設置したCaseA11～A13では、CaseA11とCaseA13は良い精度で損傷要素2と5の剛性低下率が同定出来ている。CaseA12では、損傷要素2の剛性低下率が過小評価されており、無損傷である要素1に負の剛性低下率が検出されている。CaseA12の精度がデータ数が同じ8個であるCaseA11の精度より悪い理由は、節点2で加振して節点3で計測するか、節点3で加振して節点2で加振するかの違いにあると考えられる。損傷同定方程式の係数行列の特異値を調べたところ、精度の良かったCaseA11では、最大特異値と最小特異値は3オーダーの差があるのに対し、精度の劣ったCaseA12では、最大特異値と最小特異値には4オーダーの差があり、これからもデータの情報量として、CaseA11の方が高いことがわかる(図-3(a))。

CaseA21～A23では、いずれも損傷要素2と5には正の剛性低下率が検出されており、値も想定した値とほぼ近いが、多くの無損傷要素において負の剛性低下率が検出された。CaseA21～A23の同定精度が、CaseA11～A13の同定精度より悪い原因としては、加振点・計測点1の配置の仕方であり、固定端側に加振点・計測点1を設置したCaseA1の設置方法の方が良いことがわかった(図-3(b))。

表-1 検討ケース A,B,C,D

(a)CaseA

	加振点	計測点 1	計測点 2	総数
A11	2 に固定	3 に固定	4-11 を移動	8
A12	3 に固定	2 に固定	4-11 を移動	8
A13	2 に固定	2 に固定	3-11 を移動	9
A21	11 に固定	10 に固定	2-9 を移動	8
A22	10 に固定	11 に固定	2-9 を移動	8
A23	11 に固定	11 に固定	2-10 を移動	9

(b)CaseB

	加振点	計測点 1	計測点 2	総数
B11	4-11 を移動	2 に固定	加振点の左	8
B12	3-10 を移動	2 に固定	加振点と同じ	9
B14	2-10 を移動	2 に固定	加振点の右	9
B21	2-9 を移動	11 に固定	加振点の右	8
B22	3-10 を移動	11 に固定	加振点の左	8
B23	2-10 を移動	11 に固定	加振点と同じ	9
B24	3-11 を移動	11 に固定	加振点の左	9

(c)CaseC

	加振点	計測点 1	計測点 2	総数
C1	2-9 を移動	加振点の右	計測点 1 の右	8
C2	4-11 を移動	加振点の左	計測点 1 の左	8
C3	3-10 を移動	加振点の左	加振点の右	8

(d)CaseD

	加振点	計測点 1	計測点 2	総数
D11	2 に固定	3-10 を移動	4-11(計測点 1 以外総当り)	36
D12	2 に固定 6 に固定	3 に固定 3 に固定	4-11 を移動 2,4,5,7-11 を移動	8 8
D13	2 に固定 6 に固定	3 に固定 7 に固定	4-11 を移動 2-5,8-11 を移動	8 8
D14	2 に固定 11 に固定	3 に固定 2 に固定	4-11 を移動 3-10 を移動	8 8
D21	3-10 を移動 2-4 を移動 7-10 を移動 5 に固定	2 に固定 6 に固定 6 に固定 6 に固定	加振点の右 加振点の右 加振点の右 7 に固定	8 3 4 1
D22	3-10 を移動 2-9 を移動	2 に固定 11 に固定	加振点の右 加振点の右	8 8
D31	2-9 を移動 3-10 を移動	11 に固定 2 に固定	加振点の右 加振点の右	8 8
D32	2-9 を移動 2-4 を移動 7-10 を移動 5 に固定	11 に固定 6 に固定 6 に固定 6 に固定	加振点の右 加振点の右 加振点の右 7 に固定	8 3 4 1

(2) ケース B

計測点1点を固定端側に設置したCaseB11～B14の比較では、CaseB12～CaseB14はよい精度で損傷要素2と5の剛性低下率が同定できている。CaseB11では、損傷要素2,5の剛性低下率が若干過小評価されており、無損傷である要素に僅かな負の剛性低下率が検出されている。CaseB11とCaseB12は、データ数は同じで移動する加振点と計測点の位置が逆なだけであるが、データの持つ情報量に違いがあると考えられる。損傷同定方程式の係数行列の特異値を調べたところ、精度の勝ったCaseB12では、最大特異値と最小特異値は3

オーダーの差があるのに対し、精度の劣った CaseB11 では、最大特異値と最小特異値には 4 オーダーの差があり、これからもデータの情報量として、CaseB12の方が高いことがわかる(図-3(c)).

CaseB21~B24は、ひとつの計測点のみ自由端に固定するケースであるが、加振点と計測点 1 両方を自由端側に固定したケース A21~A23 より精度は優れている。ケース B21 よりケース B22 の精度が劣るのは、ケース A11 よりケース A12 の精度が劣るのと同様の理由であると考えられる(図-3(d)).

(3) ケース C

加振点、計測点 2 点を全て移動させる CaseC1~C3 はいずれも、CaseA、CaseB で最も精度のよかったケースよりも、精度が劣っている。CaseC1~C3 の比較では、CaseC1、Case3、Case2 の順に精度が最もよい(図-3(e)).

4.3 損傷モデル 2 に対するケース A,B,C の同定結果

損傷モデル 1 に対して同定精度の良かった、CaseA11、CaseB12、CaseB21、CaseC1 に対して、損傷部材が 3 箇所である損傷モデル 2 に対して同定を行った結果を図-4 に示す。

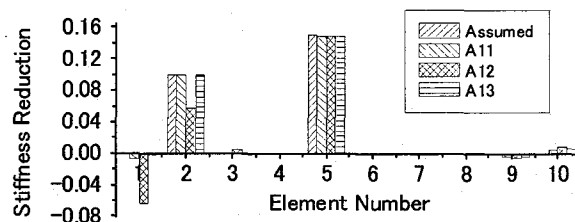
4 ケースとも、損傷要素 2 と 5 の損傷は検出できているが、要素 9 の精度は劣り、CaseA11 以外はかなり の過小評価であり、ケース B21 に至っては、剛性低下率の同定値はほぼ 0 に近い。CaseA11 では、自由端にある無損傷要素 10 に約 4 % の剛性低下率を検出してしまっているが、それ以外の要素については、ほぼよい精度で推定できている。CaseB12 については、固定端側の要素 1~5 については非常に精度がよいものの、自由端側では、損傷要素 9 を過小評価、無損傷要素 8 に損傷要素 9 より大きい損傷を検出するなど、自由端側の同定結果はいまひとつである。CaseB21 についても、固定端側の同定結果は精度がよいが、損傷要素 9 の損傷を全く検出できていない。CaseC については、自由端側、固定端側の区別なく、無損傷要素に正・負の剛性低下率を検出している。

損傷モデル 1 と 2 の比較より、損傷部材数が多くかつ自由端側に損傷要素を持つ損傷モデル 2 の同定精度が悪いことがわかった。CaseA,B,C のデータでは、この片持ち梁の各部材の損傷を評価するのに不十分であることがわかる。当然の事であるが、実構造物に手法を適用する際は、前もって計器の配置を変えたケーススタディを行い、精度よい結果が得られる配置を調べることが重要である。

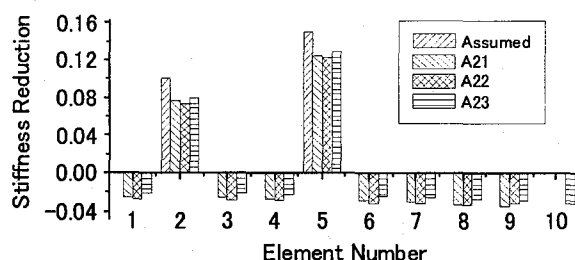
4.4 損傷モデル 2 に対するデータ数を増やした場合の同定結果

(1) CaseA11、D11~D14 の比較

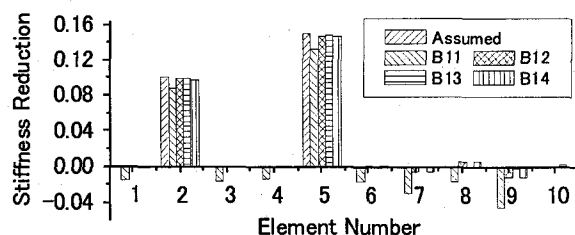
同定結果を、図-5(a) に示す。CaseA11 と CaseD11 の結果はほぼ同じであり、新たな計測を行わず、計測 2



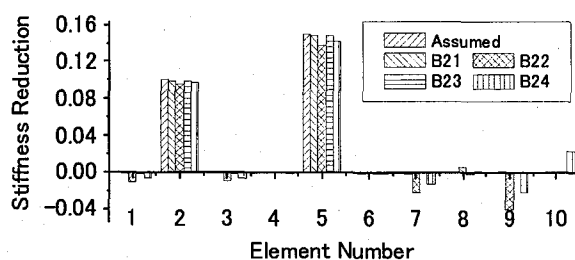
(a)CaseA1 の同定結果



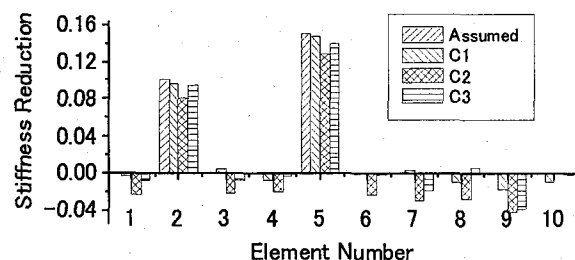
(b)CaseA2 の同定結果



(c)CaseB1 の同定結果



(d)CaseB2 の同定結果



(e)CaseC の同定結果

図-3 CaseA,B,C の同定結果 (損傷モデル 1)

点の組み合わせを変えるだけでは、精度が向上しないことがわかる。新たな振動データを追加した CaseD12~D14 の比較では、CaseD14 の同定結果が最も精度がよい。特に自由端側の精度において顕著である。これの理由は、CaseD12、CaseD13 が中央の節点 6 を加振点としたデータを追加したのに対し、CaseD14 では自

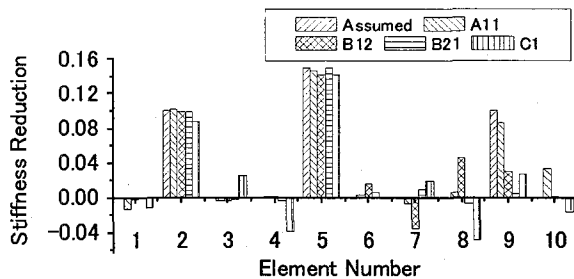


図-4 CaseA,B,C の同定結果 (損傷モデル 2)

由端の節点 11 を加振点としたデータを追加したためである。

(2) CaseB12, D21, D22 の比較

CaseD21, D22 の結果は CaseB12 に比べて明らかに精度が向上しており、振動データを追加する効果が明らかである。CaseD21 と D22 は、自由端側の要素において若干値が異なる (図-5(b))。

(3) CaseB21, D31, D32 の比較

CaseD31, D32 の結果は CaseB21 に比べて明らかに精度が向上しており、振動データを追加する効果が明らかである。CaseD31 と D32 は、若干値が異なるが、これは計測点 1 を節点 2 とした CaseD31 が、節点 6 とした CaseD32 よりも、固定端側で精度が若干よく、自由端側で精度が若干劣るという違いである (図-5(c))。

(4) 考察

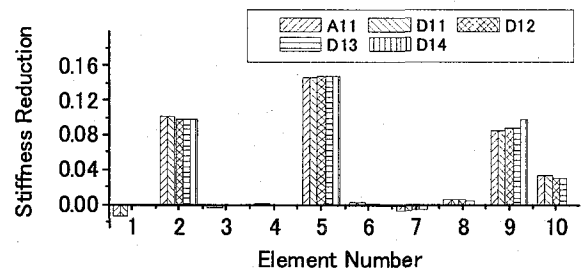
CaseD 全体の比較では、CaseD14 が最も精度がよい。加振点、計測点の組み合わせを適切に選び、十分なデータがあれば、入力振幅が分からなくてもフーリエ振幅比から同定が可能であることがわかった。

5. 入力とフーリエ振幅を用いた損傷同定手法との比較

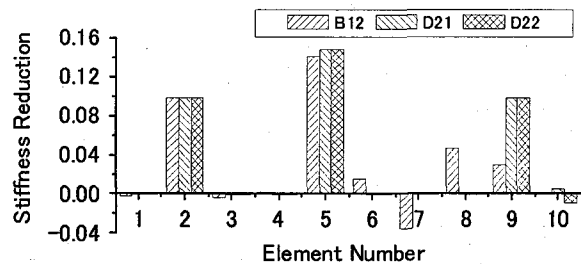
本節では、加振力が得られる場合の、加振力とフーリエ振幅を用いた損傷同定手法 (AMP と記す) と、本研究で提案した、加振力が未知の場合の、フーリエ振幅比を用いた損傷同定手法 (AMP RATIO と記す) の結果を比較する。検討ケースとして、(1) 入力にも出力にも誤差がない場合、(2) 入力に誤差はないが出力に誤差がある場合、(3) 入力にも出力にも誤差がある場合の、計 3 通りについて、両手法の精度の比較を行った。

5.1 入力誤差のモデル化

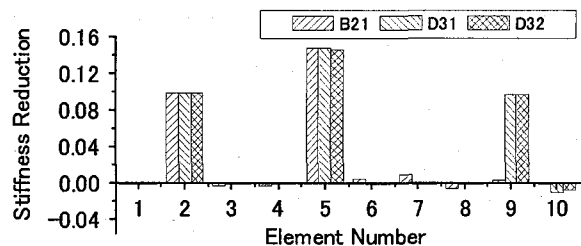
数値解析においては、加振力として、一定振動数で構造物を加振することのできる加振器を想定する。加振力の誤差としては、電圧の変化などにより、加振力が一定でない場合が考えられる。また、加振器を構造物に取り付ける際の固定の具合によって、加振器が発



(a)CaseD1 の同定結果



(b)CaseD2 の同定結果



(c)CaseD3 の同定結果

図-5 CaseD の同定結果 (損傷モデル 2)

生し得る加振力全てを構造物に伝えることが出来ない場合も考えられる。本節の入力誤差のモデル化においては、実際の加振力全てが構造物に伝わらない場合を想定した。

加振力を振幅 F 、加振振動数 ω の余弦波とすると、加振力 $f(t)$ を次式によって表現できる。

$$f(t) = F \cos \omega t \quad (17)$$

誤差を含む加振力は、次式のように表現した。

$$f_{\text{noise}}(t) = F(1 - \text{error}) \cos \omega t \quad (18)$$

ここに、 error が加振力の低減率であり、本研究では、1%と5%の2通りを採用した。

5.2 出力誤差のモデル化

観測ノイズの影響を考慮する為、数値計算によって得られた応答の時刻歴波形にガウス分布を有するホワイトノイズを与えた。応答波形に混入するノイズは、応答値と観測ノイズの標準偏差の比を基準にして次式に

より定義した。

$$\nu = \frac{\sigma_{noise}}{\sigma_{resp}} \times 100(\%) \quad (19)$$

ここで、 σ_{resp} は観測ノイズを含まない真の計測波形の標準偏差、 σ_{noise} は観測ノイズの標準偏差である。ここでは $\nu = 5\%$ を用いて解析を行った。

5.3 検討ケース

(1) 片持ち梁

フーリエ振幅比を用いる手法 (AMP RATIO) では、前節の検討より最も高い精度が得られた CaseD14 と、CaseA11 を採用することとする。

CaseD14 は、加振点を節点 2、計測点 1 を節点 3 に固定し、計測点 2 を節点 4-11 上を動かして得られる 8 データ (CaseA11 の 8 データ) と、加振点を節点 11、計測点 1 を節点 2 に固定し、計測点 2 を節点 2-9 上を動かして得られる 8 データの計 16 データからなる。すなわち、加振点である節点 2 に対して、計測点を節点 3~11 まで動かす 9 データ、加振点である節点 11 に対し、計測点を節点 2~10 まで動かす 9 データの合計 18 データを計測するということになる。

よって、加振力とフーリエ振幅比を用いる手法 (AMP) では、CaseD14 と同じデータ、すなわち 18 データを利用する CaseE1 (CaseD14 と同じ振動データ) と、加振点を節点 2 とした 9 データを用いる CaseE2 (CaseA11 と同じ振動データ) の 2 通りを検討することとした。

検討ケースを表-2 に示す。

表-2 片持ち梁の計器の配置

(a) フーリエ振幅比を用いる手法 (AMP RATIO)

	加振点	計測点 1	計測点 2	総数
A11	2 に固定	3 に固定	4-11 を移動	8
D14	2 に固定 11 に固定	3 に固定 2 に固定	4-11 を移動 3-10 を移動	8 8

(b) 入力とフーリエ振幅比を用いる手法 (AMP)

	加振点	計測点	総数
E1	2 に固定 11 に固定	3-11 を移動 2-10 を移動	9 9
E2	2 に固定	3-11 を移動	9

(2) 3 層フレーム

3 層フレームについても同様に、(1) 入出力両方に誤差がない場合、(2) 出力だけに誤差がある場合、(3) 入出力両方に誤差がある場合の、3 通りについて数値解析を実施した。加振器・計測器の設置の概要を表に示す。フーリエ振幅比を用いる手法 (AMP RATIO)、入力とフーリエ振幅比を用いる手法 (AMP) はどちらも、同じ計測データをもとに、それぞれ 10 データ、12 データを蓄積することになる。計器の配置について表 3 に示す。

入力の加振振動数は 10Hz とした。10Hz を選択した理由は、前述の片持ち梁のケースと同様であり、3 層フレームの固有振動数が、1 次が 2.31Hz、2 次が 7.31Hz、3 次が 11.0Hz であるため、2 次と 3 次の間で 3 次振動数よりやや小さい値を選択することにより、損傷前後で応答の変化が大きくなるようなデータとした。

表-3 3 層フレームの計器の配置

(a) フーリエ振幅比を用いる手法 (AMP RATIO)

加振点	計測点 1	計測点 2	総数
4 に固定 8 に固定	2 に固定 6 に固定	3,4,6,7,8 を移動 2,3,4,7,8 を移動	5 5

(b) 入力とフーリエ振幅比を用いる手法 (AMP)

加振器設置点	計測器設置点	総数
4 に固定 8 に固定	2,3,4,6,7,8 を移動 2,3,4,6,7,8 を移動	6 6

5.4 片持ち梁の同定結果

フーリエ振幅比を用いる CaseA11、CaseD14 と、入力とフーリエ振幅比を用いる CaseE1、CaseE2 の結果を図-6 に示す。

(1) 入力にも出力にも誤差がない場合

図-6(a) より、精度が劣るのは、フーリエ振幅比を用いる CaseA1 と、入力と 1 点フーリエ振幅比を用いる CaseE2 である。この 2 ケースは、同じ振動データを用いたものであり、2 つの同定手法の違いよりも、同定に用いたデータの持つ情報量の欠如が精度の劣る原因だと考えられる。それ以外の CaseD14、CaseE1 はともによい精度で損傷が検出できており、手法の差による精度の差は見られなかった。

(2) 入力に誤差がなく出力に誤差がある場合

図-6(b) より、自由端において CaseA11 と CaseE2 の精度が劣るのは、表 6(a) と同様であり、同定に用いたデータが持つ情報量の問題である。CaseA11 が無損傷要素 1 に大きな負の剛性低下率を検出しているが、これは観測ノイズにより、同定誤差が増大したものと考えられる。2 つの手法を比較すると、データが十分な CaseD14、CaseE1 では精度に明確な違いはないが、データが不十分な CaseA11、CaseE2 ではフーリエ振幅比を用いた方が観測ノイズにより精度が悪化している。

(3) 入力と出力の両方に誤差がある場合

入力の低減率が 1% のときの結果を図-6(c) に示す。図-6(b) との比較より、データ数の少ない CaseE2 の精度は自由端側において悪化していることがわかる。データ数の多い CaseE1 の精度は、それほど悪化していない。

入力の低減率が 5% のときの結果を図-6(d) に示す。データ数の多い CaseE1 でも、自由端側の無損傷要素 10 に約 0.05 の剛性低下率が検出されている。要素全体

としての精度を比較すると、加振力に5%の誤差がある場合は、フーリエ振幅比を用いる CaseD14 の方が優れていることがわかった。

5.5 3層フレームの同定結果

3層フレームの同定結果を図-7に示す。本研究で対象とした3層フレームは減衰系であるため、要素毎に剛性低下率だけでなく、減衰低下率も同時に同定される。しかし、減衰の同定結果については良い精度が得られなかったため、ここでは剛性低下率の同定結果のみを示すこととする。

(1) 入力にも出力にも誤差がない場合

入出力ともに誤差がない場合の結果を図-7(a)に示す。データ数が十分でないこともあり、フーリエ振幅比(AMP RATIO)よりも、加振力とフーリエ振幅(AMP)を用いた手法の方が精度が高いことがわかる。これは、加振力という情報を余計に用いるため、より多くのデータを使って同定をすることになり、精度も良くなるものと考えられる。

(2) 入力に誤差がなく出力に誤差がある場合

出力にだけ誤差がある場合の結果を図-7(b)に示す。データ数が十分でないこともあり、フーリエ振幅比(AMP RATIO)を用いた手法の精度が劣っている。これは、片持ち梁において、データ数が少なかった CaseA11, CaseE2 の結果の比較と同様である。入力とフーリエ振幅を用いる方が、加振力という情報を余分に用いている点で精度が優れている上に、計測誤差の悪影響が、フーリエ振幅比を用いる手法に大きく表れていることが原因と考えられる。

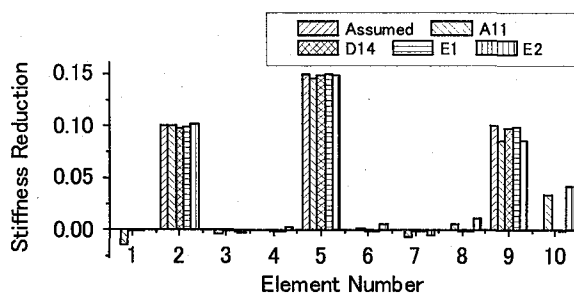
(3) 入力と出力の両方に誤差がある場合

入出力ともに誤差がある場合の結果を図-7(c)に示す。入力の誤差が1%なら、入力とフーリエ振幅(AMP)を用いたほうが精度がよいが、入力の誤差が5%となると、無損傷要素3に非常に大きな剛性低下率が検出されており、また損傷3要素の同定値も過大評価であり、フーリエ振幅比(AMP RATIO)を用いた手法の方が精度が高いことが非常に顕著に表れている。

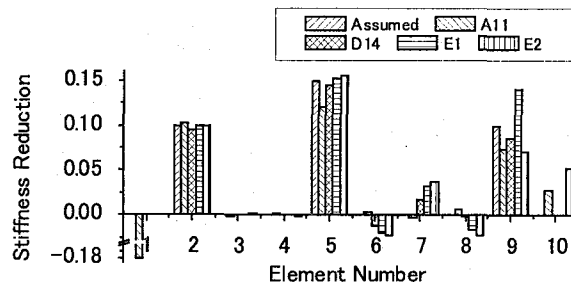
6. まとめ

本研究では、未知の加振力を利用した損傷同定手法を提案した。入力の大さがいくらであっても、同時に計測した2地点における応答のフーリエ振幅比は一定であることを利用し、加振点、計測点2点、振動数の組み合わせ毎にデータを蓄積し、逆解析的に各部材の剛性低下率・減衰増加率を同定し、損傷している部材の特定と損傷の程度を推定するというものである。

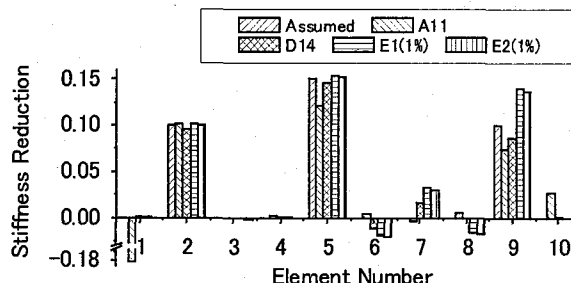
片持ち梁を用いたケーススタディを通して、適切に加振点、計測2点を選択し、データ数も適切に選択すれば、入力未知であってもフーリエ振幅比から剛性



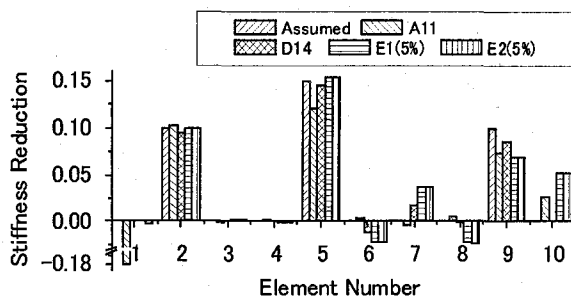
(a) 入力にも出力にも誤差がない場合



(b) 入力に誤差がなく出力に誤差がある場合



(c) 入力と出力の両方に誤差がある場合 (入力誤差 1%)

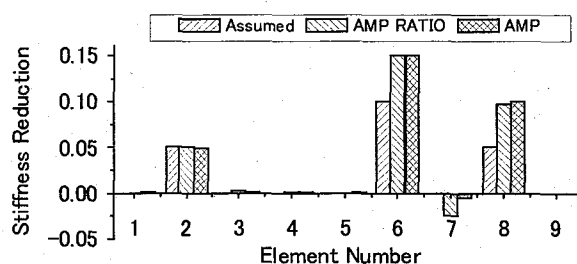


(d) 入力と出力の両方に誤差がある場合 (入力誤差 5%)

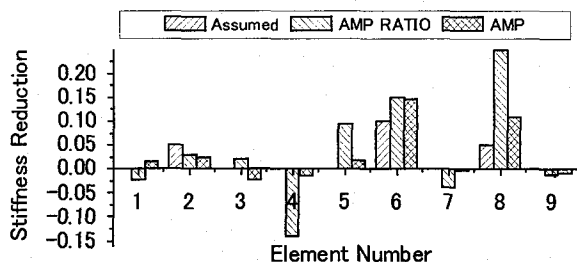
図-6 片持ち梁の同定結果の比較

低下率の同定が可能となることがわかり、提案手法の有用性を示せた。

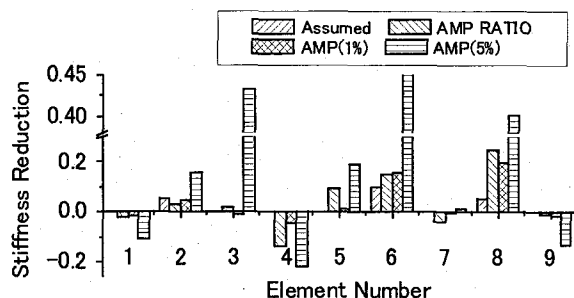
また、片持ち梁と3層フレーム構造物に対して、入力が既知である場合に、入力の振幅と、それによるフー



(a) 入力にも出力にも誤差がない場合



(b) 入力に誤差がなく出力に誤差がある場合



(c) 入力と出力の両方に誤差がある場合

図-7 3層フレームの同定結果の比較

リエ振幅の値の両方を用いて損傷同定を行う手法との結果の比較を行った。入力の振幅が正確に分かっている場合は、出力に誤差がない場合・誤差がある場合ともに、データ数が十分でないときは加振力という情報を同定に用いる手法の方が高い精度が得られることがわかった。しかし、加振力情報を同定に用いる手法では、想定する加振力が、実際に構造物に作用する加振力と異なる場合は、データ数が十分であっても、入力の誤差が大きくなるほど同定精度が劣ることがわかった。本研究におけるケーススタディでは、入力誤差が1%の場合はそれほど悪化しないが、入力誤差が5%の場合は、非常に精度が悪化することがわかった。このような場合は、入力の情報を用いずに、2点におけるフーリエ振幅の比を用いた方が、精度がよくなることが示された。

今後の課題として、フーリエ振幅比以外に、位相差も加振力の絶対値の影響を受けないので、周波数空間の情報のみならず、位相差の情報も用いることにより、

さらに精度の良い同定が可能となるかどうか検討を行いたい。また、減衰のモデル化誤差が損傷度同定の精度に与える影響についても検討を行いたい。

参考文献

- 1) Hassiotis S, Jeong GD.: Identification of stiffness reduction using natural frequencies. Journal of Engineering Mechanics, ASCE 121: 1106-1113. 1995.
- 2) 貝戸清之, 阿部雅人, 藤野陽三: 不確定性を考慮した非比例減衰系の同定と構造物の性能評価への適用, 構造工学論文集, Vol.45A, pp.701-712, 1999.
- 3) Xia Y, Hao H, Brownjohn JMW, Xia P.: Damage identification of structures with uncertain frequency and mode shape data. Earthquake Engineering and Structure Dynamics 31: 1053-1066. 2002.
- 4) 阿部雅人, 藤野陽三, 長山智則, 池田憲二: 常時微動計測に基づく非比例減衰系の構造同定と長大吊橋への適用例, 土木学会論文集, No.689/I-57, pp.261-274, 2001.10.
- 5) Ricles JM, Kosmatka JB.: Damage detection from changes in curvature mode shapes. AIAA Journal 30: 2310-2316. 1992.
- 6) Peterson ST, McLean DI, Symans MD, Pollock DG, Cofer WF, Emerson RN, Gridley KJ.: Application of dynamic system identification to timber beams. I. Journal of Structural Engineering 127: 418-425. 2001.
- 7) Wang Z, Lin RM, Lim MK.: Structural damage detection using measured FRF data. Computer methods in applied mechanics and engineering 147: 187-197. 1997.
- 8) Furukawa A., Kiyono J.: Structural damage identification based on harmonic excitation force. Structural Health Monitoring and Intelligent Infrastructure, Vol. 1, pp.535-542, A.A. BALKEMA PUBLISHERS, November, 2003.
- 9) 古川愛子, 大塚久哲, 清野純史: ブーストラップ仮説検定を用いた統計的損傷同定手法について. 応用力学論文集, Vol.7, pp.1187-1194, 2004 年
- 10) 古川愛子, 清野純史, 大塚久哲: 質量変化が損傷同定手法の精度に与える影響と初期値に依存する同定結果に対する集団学習の適用. 構造工学論文集, Vol.51A, pp.537-548, 2005 年 3 月
- 11) 中村充, 安井譲: 微動測定に基づく地震被災鉄骨建物の層損傷評価, 日本建築学会構造系論文集, No.517, pp.61-68, 1999 年 3 月

(2005 年 9 月 10 日 受付)