

2段階推定法による橋梁振動特性の高精度自動推定

High accurate estimation of structural dynamic characteristics by the two-step structural identification method

奥松俊博*, 岡林隆敏**, 房前真一***, 船原 祐樹****, 大岩根健吾****

Toshihiro OKUMATSU, Takatoshi OKABAYASHI, Shinichi FUSAMAE, Yuki FUNABARA and Kengo OIWANE

*工修, 長崎大学助手, 工学部社会開発工学科 (〒852-8521 長崎市文教町 1-14)

**工博, 長崎大学教授, 工学部社会開発工学科 (〒852-8521 長崎市文教町 1-14)

***工修, 株式会社千代田コンサルタント (〒114-0024 東京都北区西ヶ原 3-57-5)

**** 長崎大学大学院生産科学研究科 (〒852-8521 長崎市文教町 1-14)

The two-step structural identification algorithm is developed for high accurate identification of structural dynamic characteristics. After estimating natural frequencies by AR model at 1st step, each ingredients of structural vibration order is to be extracted with band pass filter, automatically. Accordingly, curve fitting for auto correlation function using non-linear least-squares method and ARMA model are adapted. By operating the algorithm, high accurate structural dynamic characteristics are to be obtained. To verify the algorithm's accuracy, numerical simulation was conducted using the arch bridge model and the result shows that the algorithm can estimate the structural dynamic characteristics accurately. Next, the estimation algorithm is applied to an existing ranger bridge with developed measurement system, which realize automatic measurement and analysis.

Key Words: structural health monitoring, ambient vibration, AR model, ARMA model, curve-fitting

キーワード: 健全度診断, 常時微動, AR モデル, ARMA モデル, 曲線適合

1. はじめに

橋梁構造物は, 車両走行による荷重変動, 風また地震などの外力を絶えず受けるため, 損傷および劣化が経時的に発生していく。そのため, 継続的に維持管理を行う必要がある。また高度経済成長期に建設された多くの橋梁は建設後 50 年を経過しており, 維持管理体制を早期に構築する必要がある^{1),2)}。国および地方公共団体の財政状況から, 多額の予算を既存橋梁の維持管理に充てることは難しいため, 効率的で信頼性のある維持管理方法を確立することが現在の課題である。従来, 主として行われてきた目視点検による維持管理方法では, 人的コストや効率性の面で問題が残るため, 新しい維持管理手法の確立が求められる。さらに, 労働人口の減少, 公共投資額の削減などの背景から, 低コストかつ効率的な維持管理システムの開発が必要とされている。

橋梁に損傷・劣化が発生すると, 局所的な剛性の低下が起こり, その結果, 固有振動数に変化を生じるが, その変化量は微細である^{3),4)}。また損傷の度合いや位置によっても, 振動特性の変化に影響を及ぼす。これらの理由により, 振動特性の変化から橋梁の健全度評価を行うためには, 高精度な分解能を有する振動特性推定手法の開発が必要である。

構造物の健全度を評価するための様々な技術が数多く提案され^{1),5),6),7)}, 維持管理手法として確立している。常時微動を用いた振動特性の同定理論および計測方法^{8)~13)}は簡便かつ有効な方法として, 古くより研究・開発が進められてきた。

常時微動を用いる場合, 高次振動成分の同定やノイズによる影響の除去等について検討する必要がある。これまで著者らは, 自己回帰(Auto-Regressive)モデル(以下 AR モデルと記す)を用いて構造物の常時微動から固有振動数を高精度に自動推定する手法を開発し, 数値シミュレーション, 室内実験および実橋梁への適用実験からその有効性を検証した^{14),15)}。その結果, 効率的な橋梁維持管理手法を実現することができた。しかしながら, この方法によると, AR モデルを用いて構造物動特性を推定するため, 自己回帰移動平均(Auto-Regressive Moving-Average)モデル^{16),17),18)}(以下 ARMA モデルと記す)の外力項の影響を受けることになり, 減衰定数の推定に課題が残った^{15),19)}。そこで本研究では, 構造物の固有振動数をさらに高精度に推定し, 同時に減衰定数を推定できる構造同定アルゴリズムの開発と, 実橋梁の常時微動計測において, 計測から振動特性の推定までを自動化できる計測システムの開発を目的とした。

本手法による構造物振動特性推定は, まず AR モデル

より振動特性を推定する。これを1段階推定と称する。1段階推定で求められた各次の固有振動数を用いて、自動的にバンドパスフィルタ^{20),21)}を設定し、各振動次数に対応する応答波形を自動抽出する。次に、各振動次数に対し、自己相関関数曲線適合²²⁾およびARMAモデルを適用することにより、構造系の振動特性をさらに高精度に推定する。これらの流れを完全に自動化することで、実橋梁における自動計測を実現する。

本論文では、本手法の有効性について検証するために、橋長約60mの補剛アーチ橋を橋梁モデルとし、数値シミュレーションにより振動特性の精度検証を行う。1段階推定および2段階推定でそれぞれ求めた各次数の固有振動数および減衰定数を、平均値、標準偏差、変動係数を指標として示すことにより、動特性の推定精度について検証する。次に本手法を実橋梁に適用し、開発した自動計測システムおよび振動特性の推定精度について検証する。対象橋梁は、長崎県に架設されている橋長約230mの鋼ランガー橋である樺島大橋（長崎県）であり、桁部の常時微動を計測データとした。これらの結果から、本研究で提案する2段階推定法の有効性について評価する。

2. 運動方程式のARMAモデルへの変換

2.1 運動方程式の離散表示

m 自由度系の運動方程式は、

$$M\ddot{y}(t) + C\dot{y}(t) + Ky(t) = f(t) \quad (1)$$

で与えられる。ここに $y(t)$, $f(t)$ は m 次元の変位ベクトルと外力ベクトルである。また M , C および K はそれぞれ、質量行列、減衰行列および剛性行列である。減衰を比例減衰系と仮定すると、非減衰系の振動モード行列 $\Phi(m \times m)$ により、 M , C , K は対角化される。振動モード行列 Φ と基準座標行列 $q(t)$ により運動方程式(1)は次のように表される。

$$\ddot{q} + H\dot{q} + \Omega q = \Phi^T f(t) \quad (2-1)$$

$$y(t) = \Phi q(t) \quad (2-2)$$

ここに $q(t)$ は m 次元ベクトルである。

状態変数を

$$x(t) = \begin{bmatrix} q(t) \\ \dot{q}(t) \end{bmatrix} \quad (3)$$

で定義すると、基準座標で表された運動方程式は状態方程式として、

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bf(t) \quad (4-1)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (4-2)$$

で表される。ここに、

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\Omega & -H \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \Phi^T \end{bmatrix}, \quad C = [\Phi \ 0] \quad (5)$$

である。なお以後、式の簡略化のために $2m=n$ と表す。 $x(t)$ は n 次元のベクトル、 A , B , C はそれぞれ、 $(n \times n)$ 行列、 $(n \times m)$ 行列および $(m \times n)$ 行列である。

連続系の運動方程式を Δt で離散化すると、離散化された運動方程式は

$$x_{k+1} = \hat{A}x_k + \hat{B}f_k \quad (6-1)$$

$$y_k = \hat{C}x_k \quad (6-2)$$

となる。ここに x_k , f_k および y_k は、それぞれ $t=t_k$ のときの $x(t)$, $f(t)$ および $y(t)$ の値を表している。ここで、 $\hat{A}$, $\hat{B}$ および $\hat{C}$ は、

$$\hat{A} = e^{A\Delta t}, \quad \hat{B} = A^{-1}(e^{A\Delta t} - I)B, \quad \hat{C} = C \quad (7)$$

である。

2.2 可観測変換方程式からARMAモデルへの変換

状態方程式(6)において、1入力1出力の系を考える。すなわち、外力ベクトル f_k の代わりに f_k を考え、出力ベクトル y_k の代わりに y_k を考える。可観測行列は次式で構成される。

$$Q = \begin{bmatrix} \hat{C} \\ \hat{C}\hat{A} \\ \vdots \\ \hat{C}\hat{A}^{n-1} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$\text{rank}[Q]=n$ のとき、式(6)の系は可観測となる。

$$Q\bar{A} = \begin{bmatrix} \hat{C}\hat{A} \\ \hat{C}\hat{A}^2 \\ \vdots \\ \hat{C}\hat{A}^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ & & \ddots & \ddots & \vdots \\ & & & 1 & \\ -a_n & -a_{n-1} & \cdots & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{C} \\ \hat{C}\hat{A} \\ \vdots \\ \hat{C}\hat{A}^{n-1} \end{bmatrix} = \bar{A}Q \quad (9)$$

となり、この Q により x_k を変換する。

$$\bar{x}_k = Qx_k \quad (10)$$

ここで Q を式(6-1)の左辺より乗じると、次式を得る。

$$\bar{x}_{k+1} = \bar{A}\bar{x}_k + \bar{B}f_k \quad (11-1)$$

$$y(t) = \bar{C}\bar{x}_k(t) \quad (11-2)$$

ここに、

$$\bar{A} = Q\hat{A}Q^{-1}, \quad \bar{B} = Q\hat{B}, \quad \bar{C} = \hat{C}Q^{-1} \quad (12)$$

である。さらに、

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ & & & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & \cdots & -a_1 \end{bmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} \bar{b}_1 \\ \vdots \\ \bar{b}_n \end{bmatrix}, \quad \bar{C} = [1 \ 0 \ \cdots \ 0] \quad (13)$$

である。

式(11)よりARMAモデル^{16),18)}を誘導する。(11-1)式を要素毎にまとめ、それぞれ $\bar{x}_1(k)$ を用いて表す。さらに、 $\bar{x}_1(k) \sim \bar{x}_n(k)$ を y_k で表し、ベクトル表示すると以下のようになる。

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_n(k) \\ \vdots \\ \bar{x}_1(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y(k+n-1) \\ \vdots \\ y(k) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & \bar{b}_1 & \cdots & \bar{b}_{n-1} \\ 0 & 0 & \bar{b}_1 & \cdots & \bar{b}_{n-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \bar{b}_1 & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f(k+n-1) \\ \vdots \\ f(k) \end{bmatrix} \quad (14)$$

式(14)を変形して整理することにより ARMA モデルが得られる。

$$y(k) = -\sum_{s=1}^{n-1} a_s y(k-s) + \sum_{s=1}^{n-1} b_s f(k-s) \quad (15)$$

2.3 AR モデルによる振動特性推定^{14),15),16)}

ARMA モデルは次数 ∞ の AR モデルと等価であると考えることができる。そこで、比較的次数の大きな AR モデルで ARMA モデルを近似する。

$$y(k) + \sum_{s=1}^p a_s y(k-s) = e(k) \quad (16)$$

この AR モデルの係数 $a_1 \sim a_p$ は、測定値である標本時系列 $y(k)$ ($k=0 \sim N$) により推定する。時系列 $y(k)$ の値を、過去のデータ $y(k-1) \sim y(k-p)$ を用いた予測モデルで構成する。予測値 $\hat{y}(k)$ を

$$\hat{y}(k) = -\sum_{s=1}^p \hat{a}_s y(k-s) \quad (17)$$

で表現したときの推定誤差を

$$e(k) = y(k) - \hat{y}(k) \quad (18)$$

として、推定誤差の二乗平均値 $J = E[e(k)^2]$ を最小にするように AR モデルの係数を決定する。ここに、 $E[\]$ は数学的平均値を表している。

$$\frac{\partial J}{\partial a_s} = 0 \quad (s=1, \dots, p) \quad (19)$$

この結果、以下の Yule-Walker 方程式が得られる。

$$R\mathbf{a} = -\mathbf{r} \quad (20)$$

ここに $\mathbf{a}$ は求める係数ベクトル

$$\mathbf{a} = [a_1 \cdots a_p]^T \quad (21)$$

であり、 $\mathbf{R}$ と $\mathbf{r}$ は、

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} R_0 & \cdots & R_{p-1} \\ R_1 & R_0 & R_{p-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ R_{p-1} & \cdots & R_0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{r} = -\begin{bmatrix} R_1 \\ \vdots \\ R_p \end{bmatrix} \quad (22)$$

である。 R_s は測定データの自己相関関数であり、

$$R_s = E[y(k)y(k+s)], \quad R_s = R_{-s} \quad (23)$$

で表される。式(20)の解として、AR モデルの係数 $\mathbf{a}$ が得られる。このとき予測誤差の二乗平均値は、

$$\sigma_e^2 = R_0 + \sum_{s=1}^p a_s R_s \quad (24)$$

となる。時間遅れ演算子を z^{-1} とすると、式(16)の伝達関数は、

$$y(k) = \frac{1}{1 + \sum_{s=1}^p a_s z^{-s}} e(k) \quad (25)$$

で表され^{16),17)}。よって p 次の AR モデルの特性方程式は

$$z^p - a_1 z^{p-1} - \cdots - a_p = 0 \quad (26)$$

となり、この根が構造系の固有値 λ_l に対応する。式(26)は、

$$\prod_{l=1}^{p/2} (\lambda - \lambda_l)(\lambda - \lambda_l^*) = 0 \quad (27)$$

で表される。ここに*は λ_l の複素共役である。固有値を

$$\lambda_l = \lambda_{Re}^l - i\lambda_{Im}^l \quad (28)$$

とすると、離散系の l 次の固有値とモーダルパラメータとの関係は、

$$h_l \omega_l = (-1/\Delta) \ln \sqrt{(\lambda_{Re}^l)^2 + (\lambda_{Im}^l)^2} \quad (29)$$

$$\omega_l \sqrt{1 - h_l^2} = (-1/\Delta) \tan^{-1}(\lambda_{Im}^l / \lambda_{Re}^l) \quad (30)$$

であり、固有円振動数 ω_l と減衰定数 h_l を推定することができる。ここに Δ は時間刻みを表す。

このように、観測データの時系列から AR モデルの係数を同定し、系の動特性（固有振動数・減衰定数）を推定することができる。本論文では、AR モデルから固有振動数および減衰定数を推定するまでの過程を1段階推定法と称することにする。この1段階推定法で得た各次の振動数を、次章に示す2段階推定法の初期設定値として用いる。

3. 高精度振動特性推定法

3.1 2段階振動特性推定法の考え方

AR モデルから構造系の減衰定数を推定する場合、減衰定数は ARMA モデルの伝達関数の形状に関係することになり、ARMA モデルの外力項の影響を受ける。そのため、AR モデルによる減衰定数の推定には誤差を伴うことが知られている。そこで、振動数および減衰定数の高精度推定を実現するための手法を提案する。まず1段階推定法（AR モデル）で求めた各次の固有振動数を用いてバンドパスフィルタ^{20),21)}を設定し、各振動次数に対応する応答波形を抽出する。この操作により、時間領域上で、対象系を振動次数ごとの1自由度系として表現できるため、隣り合う振動次数の成分による影響を少なくすることができる。さらに、各振動次数の応答波形に対し、自己相関関数曲線適合および ARMA モデルを適用することで、より精度の高い振動数の推定、また減衰定数の精度改善が期待できると考える。以上を2段階推定法と称し、その過程を次節以降に示す。

3.2 自己相関関数曲線適合による振動特性推定

時間領域における構造同定では、系の常時微動からバンドパスフィルタを用いて、各振動次数の応答波形とし

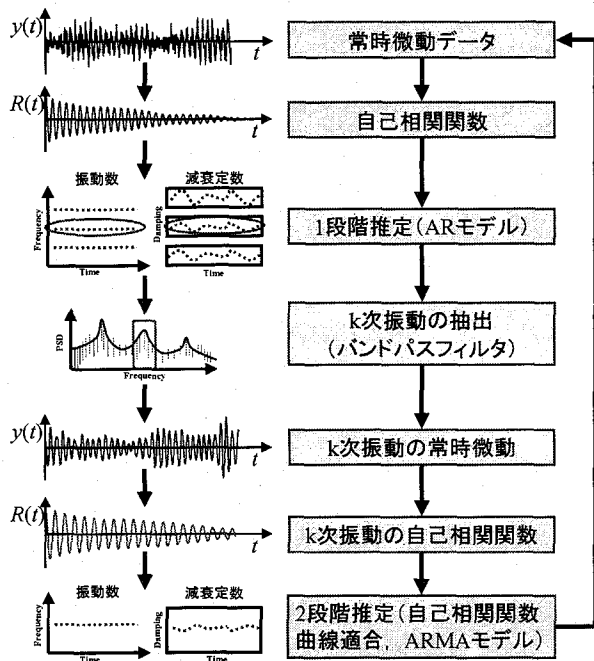


図-1 振動特性推定法の流れ

て抽出し、多自由度系の不規則応答を1自由度系に還元する。その応答より自己相関関数を算出して、曲線適合を行う。ARモデルで推定された固有振動数と減衰定数を初期のパラメータとし、非線形最小二乗法による自己相関関数曲線適合を用いて、振動特性を推定する。非線形最小二乗法による時間領域での自己相関関数曲線適合では、推定関数として、単位衝撃応答関数を次式で定義する²²⁾。

$$R_k = A_k \exp(-h_k \omega_k t) \cos(\omega_k \sqrt{1-h_k^2} t + \theta_k) \quad (31)$$

ここで、求めるパラメータを次式のようにおく。

$$\alpha_k = [A_k \ \omega_k \ h_k \ \theta_k] \quad (32)$$

式(32)の各パラメータ A_k , ω_k , h_k , θ_k はそれぞれ k 次振動の振幅、固有円振動数、減衰定数、位相である。

k 次振動の自己相関関数 $\tilde{R}_k$ が N 個得られているとすると、自己相関関数 $\tilde{R}_k$ に式(31)を推定関数として曲線適合させ、二乗誤差 ε_k を最小にするような最適なパラメータ α_k を非線形最小二乗法により決定する。

$$\varepsilon_k = \sum_{s=0}^{N-1} |\tilde{R}_k - R_k|^2 \quad (33)$$

この操作を各次振動について行い、さらに次の応答波形に対して継続することにより、各次振動の固有振動数、減衰定数を逐次求めていく。

3.3 ARMAモデルによる振動特性推定

ARMAモデルは、バンドパスフィルタを施した後の各振動次数の自己相関関数と、式(15)に $n=2$ を代入した場合のARMAモデルより、固有振動数と減衰定数を推定する。その場合のARMAモデルは以下になる¹⁶⁾。

$$y(k) + a_1 y(k-1) + a_2 y(k-2) = e(k) + b_1 e(k-1) \quad (34)$$

3.4 2段階振動特性推定法の流れ

上述した自己相関関数曲線適合およびARMAモデルによる2段階振動特性推定法の流れを図-1に示す。まず常時微動より自己相関関数を算出し、ARモデルより振動数と減衰定数を推定する。振動特性は0.01秒ごとに計30秒間分の応答データを1回区分として振動数を推定していく。ARモデルで推定された固有振動数をもとに、隣り合う次数の振動数、またパワースペクトルの形状を考慮して、バンドパスフィルタの位置を決定する。

時間領域による構造同定を考える場合、振動(実測)データを一度、フーリエ変換して、フィルタ処理を行い、1自由度系応答を抽出した後、それを逆フーリエ変換した時間関数を用いる。抽出する振動データはARモデルにより推定された振動数の20周期分とする。還元された各振動次数の振動データに基づいて自己相関関数を算出し、自己相関関数曲線適合およびARMAモデルによる2段階推定を用いて振動特性として振動数と減衰定数を再度推定する。本システムは、常時微動測定から振動特性推定までの一連の流れを完全に自動化している。

4. 2段階推定による数値シミュレーション

4.1 対象橋梁の諸元と常時微動シミュレーション

解析対象モデルは、図-2に示す補剛アーチ橋である。この橋梁モデルの諸元を表-1に、2次元FEM解析によって得られた固有振動数を表-2に示す。またこのモデルの減衰定数は各振動次数とともに0.02に設定する。

常時微動は、節点②～⑨の鉛直方向に独立な白色雑音を与えた場合の速度応答を常時微動として採用する。主桁部の鉛直方向の常時微動により、8次までの振動特性を推定する。ARモデルによる1段階推定では、0.01秒毎に計30秒間分の応答データを1回区分とし、計100回分を行う。ARモデルの次数は $p=70$ とした。実績($p=50$)¹⁴⁾をもとに、試行錯誤を繰り返して決定した値である。

観測点を節点番号②としたときの常時微動モデル(速度応答)を図-3に示す。図-4にMEMとFFTによるパワースペクトル密度と、3次振動におけるバンドパスフィルタの処理状況を示す。本シミュレーションで採用したバンドパスフィルタは、パワースペクトルの形状を参考に、ARモデルで推定した各次の固有振動数を中心とし、周波数領域において前後25ポイント($\pm 0.83\text{Hz}$)の周波数幅を有する矩形フィルタとした。節点番号②は、2次、6次振動モードの節に近く、振動成分が検出されにくい。よって、固有振動数と減衰定数を明確に推定することは困難である。

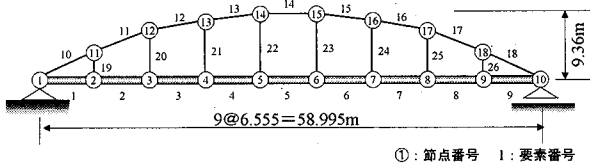


図-2 橋梁モデル (補剛アーチ橋)

表-1 補剛アーチ橋の諸元

形式	補剛アーチ橋
支間長 $L(m)$	58.995
ライズ $f(m)$	9.36
補剛桁の断面積 $A_1(m^2)$	2.24×10^{-2}
拱肋の断面積 $A_2(m^2)$	2.24×10^{-2}
曲げ剛性 $EI(kN \cdot m^2)$	1.74×10^4
桁全重量 $W(kN)$	149.74
格間数	9

表-2 固有振動数

	固有振動数 (Hz)
1次	1.742
2次	2.558
3次	4.018
4次	6.355
5次	9.734
6次	11.390
7次	13.616
8次	17.607

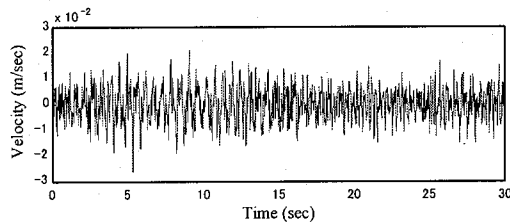


図-3 常時微動モデル

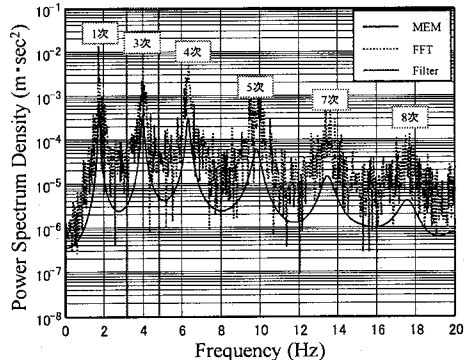


図-4 パワースペクトル密度

4.2 自己相関関数曲線適合の結果

節点番号②で観測した常時微動モデルの、2、6次を除く1～8次振動の自己相関関数曲線適合の状況を図-5 a)～f) に示す。バンドパスフィルタを施した後の振動データにより算出された各振動次数における自己相関関数と、非線形最小二乗法より算出された曲線との適合状況を、20周期分表示したものである。縦軸は速度応答を最大値で基準化したものであり、横軸は時間を表す。実線がバンドパスフィルタ後の各振動次数の自己相関関数であり、破線が非線形最小二乗法により算出された曲線である。全体的な波形のよい一致が見られる。

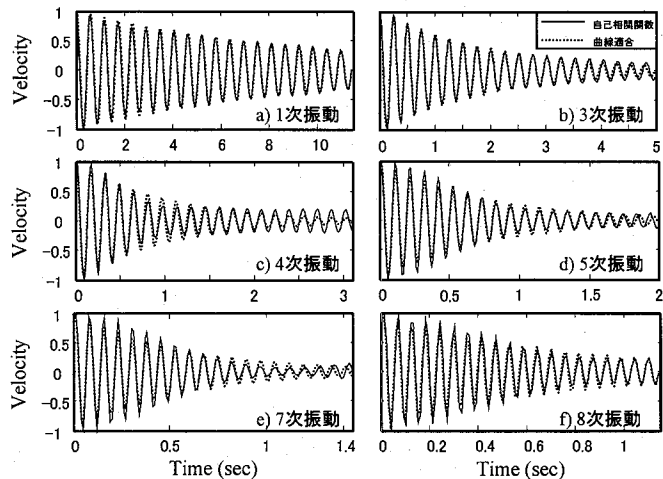


図-5 自己相関関数曲線適合状況

4.3 推定精度の検証

節点番号②を観測点とする振動特性推定精度の検証を行う。AR モデルより推定した固有振動数の推定軌跡を図-6 に示し、自己相関関数曲線適合および ARMA モデルによる2段階推定結果を図-7a) b) に示す。0.01秒毎に計30秒間分の応答データを1回区分として振動数を推定した結果を、100回分表示したものである。各推定法による1次、4次、8次振動の減衰定数の推定軌跡を、図-8a) b) c) に示す。各推定法による固有振動数推定結果を表-3 に示す。図-9は推定された各次の減衰定数の平均値と標準偏差を示したものである。

1) 固有振動数の推定

1段階推定法 (AR モデル) および2段階推定法 (自己相関関数曲線適合, ARMA モデル) について固有振動数の推定結果について検討する。標準偏差および変動係数で比較すると、表-3を見ると、2段階推定結果は1段階推定結果に比べてばらつきが大きくなる傾向にあるが、変動係数は全体的に変動係数1%前後であることから、高い精度で振動数を推定していると言える。1段階推定で精度よく振動数推定が行われていること、パワースペクトルの形状から分かるとおり、近接周波数の影響が少なかったことが、影響したものと考えられる。

2) 減衰定数の推定

1段階推定の結果、1次および8次の減衰定数の推定誤差 (平均値) が大きいことが図-8および図-9より確認できる。自己相関関数曲線適合および ARMA モデルによる2段階推定を施すことにより、1次を除いて、全体的に推定精度が向上しており、特に高次 (8次) の減衰定数の推定精度が大幅に改善していることが分かる。

AR モデルで得た各次固有振動数を用いてバンドパスフィルタを施すことにより、隣接する振動成分の影響を除去することが可能である。さらに2段階推定を施すことによって振動特性推定精度につながる事が確認された。

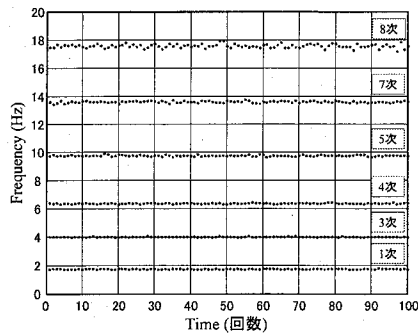
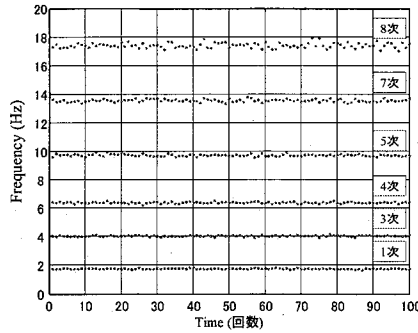
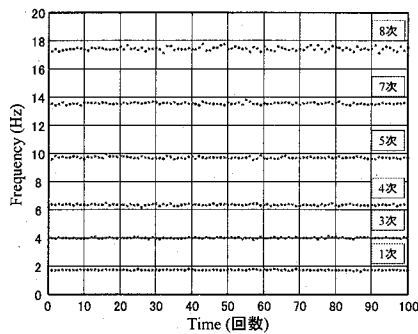


図-6 ARモデルによる固有振動数の推定軌跡

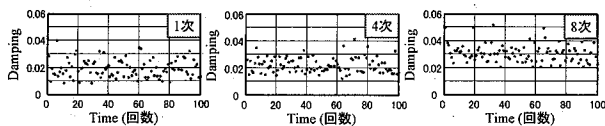


a) 自己相関関数曲線適合

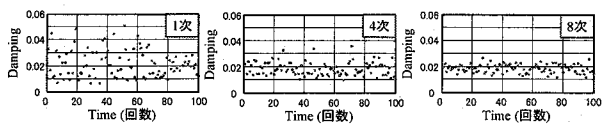


b) ARMAモデル

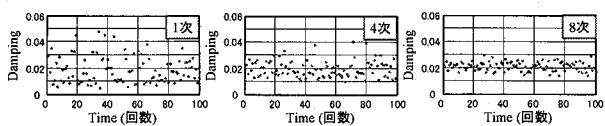
図-7 2段階推定法による固有振動数の推定軌跡



a) ARモデル



b) 自己相関関数曲線適合



c) ARMAモデル

図-8 各推定法による減衰定数の推定軌跡

表-3 固有振動数推定結果

次数	理論値 (Hz)	推定法	推定振動数		
			平均値 (Hz)	標準偏差 (Hz)	変動係数 (%)
1	1.742	ARモデル	1.747	0.015	0.868
		曲線適合	1.743	0.026	1.504
		ARMAモデル	1.743	0.025	1.444
3	4.018	ARモデル	4.016	0.019	0.464
		曲線適合	4.024	0.045	1.116
		ARMAモデル	4.023	0.043	1.075
4	6.355	ARモデル	6.375	0.029	0.456
		曲線適合	6.365	0.056	0.872
		ARMAモデル	6.364	0.052	0.822
5	9.734	ARモデル	9.745	0.049	0.505
		曲線適合	9.719	0.075	0.771
		ARMAモデル	9.718	0.065	0.672
7	13.616	ARモデル	13.599	0.062	0.457
		曲線適合	13.559	0.093	0.690
		ARMAモデル	13.558	0.069	0.510
8	17.607	ARモデル	17.566	0.135	0.766
		曲線適合	17.406	0.179	1.028
		ARMAモデル	17.440	0.135	0.773

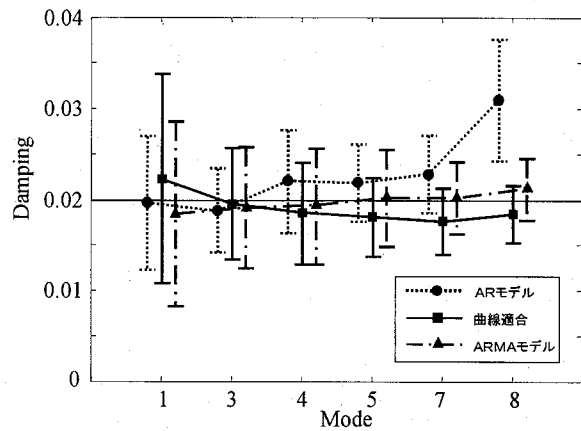


図-9 推定減衰定数 (平均値および標準偏差)

5. 実橋梁における振動特性推定

5.1 対象橋梁

実橋梁の常時微動を対象に、本研究で提案する2段階推定を適用し、振動特性の自動推定を試みた。その推定精度について検証する。

対象橋梁は、長崎県の南部に架設されている樺島大橋である。本橋梁は、昭和61年に完成した、橋長227m、幅員7.5m、最大支間153mを有する鋼ランガー桁形式の道路橋である。図-10に樺島大橋の全景を示す。また一般図を図-11に示す。本橋梁の常時微動は、橋梁支間の1/2点、3/8点、1/4点、1/8点(図-11の①、②、③、④点に相当)の桁部(歩道部)に速度計を設置して計測した。表-4に2次元FEM解析により求められた1次～6次の固有振動数を示す²³⁾。

5.2 常時微動計測システム

樺島大橋の常時微動を計測するために計測システム^{14),24)}を開発した。計測システムは、速度計およびアンプからなる信号検知部と、パーソナルコンピュータ(以後、PCと記す)を中心とする制御部から構成される。屋外における計測であるため、自動車用バッテリー(鉛蓄電池)を交流変換してシステムに電源供給した。計測のためのソフトウェアは、仮想計測器ソフトウェアLabVIEW^{25),26)}を用いて独自に開発しており、自動計測を実現している。

図-11の各計測点に設置した速度計で橋梁桁部の常時微動を検出する。アンプで増幅された計測信号は、A/D変換した後、PCへと取り込まれる。PCでは計測および解析が逐次行われる。本計測システムの外観を図-12に示す。速度計は、サーボ型速度計(VSE-15A:東京測振社製)を使用した。計測は、3.4に示した内容および手順に準じている。

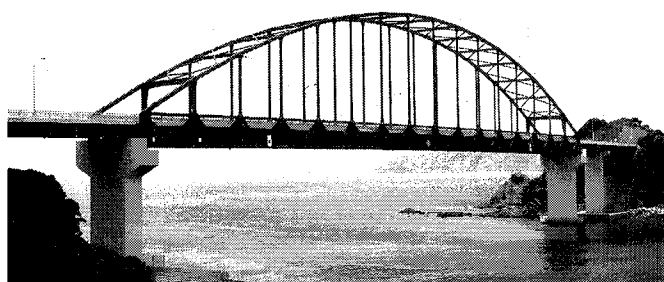


図-10 樺島大橋

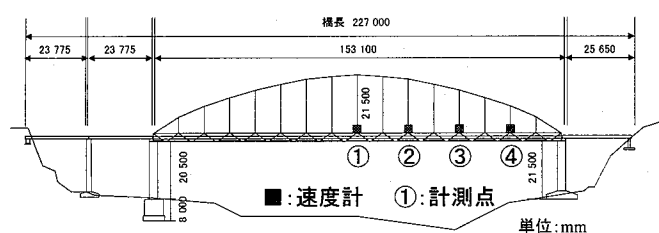


図-11 一般図と速度計設置位置

表-4 固有振動数 (2次元 FEM 解析)

固有振動数 (Hz)	1次	2次	3次	4次	5次	6次
	0.67	1.04	1.89	2.29	3.63	4.90

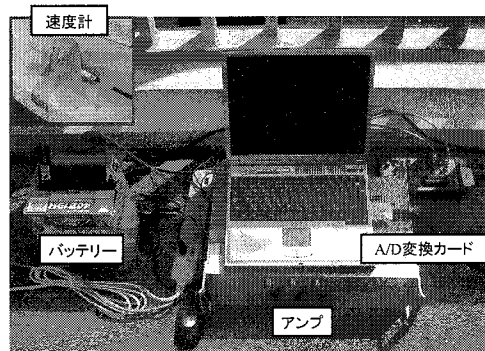


図-12 計測システム

5.3 データ計測・解析方法

まず、常時微動より自己相関関数を算出し、ARモデルより振動数と減衰定数を推定する。本計測では常時微動計測時のサンプリング周波数は100Hzとした。ARモデルによる1段階推定では、0.01秒毎に計60秒間の常時微動データを1回区分として、計50回振動特性の推定を行った。計測点①における常時微動(速度表示)を図-13に示す。また計測点①、④におけるパワースペクトル密度とバンドパスフィルタ処理状況を図-14 a) b)に示す。ARモデルで推定された固有振動数をもとに、バンドパスフィルタの位置を自動的に設定する。バンドパスフィルタ幅は、ARモデルで推定した各次の固有振動数を中心とし、周波数領域において前後15ポイント(±0.5Hz)の周波数幅を有する矩形フィルタとした。自己相関関数曲線適合およびARMAモデルによる2段階推定では、計測点①～④までに推定される1次～6次振動のうち、ARモデルにより推定された振動数の中で、変動が

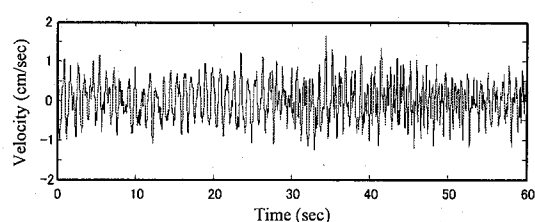
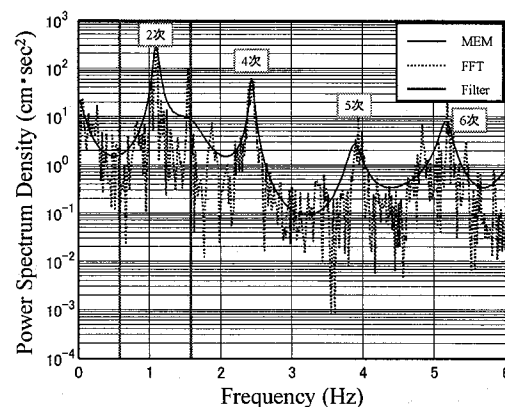
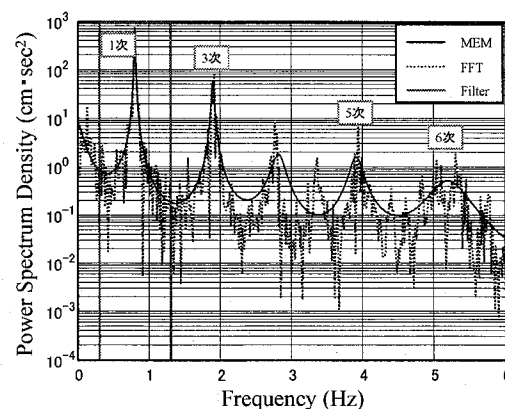


図-13 常時微動 (計測点①)



a) 計測点①



b) 計測点④

図-14 パワースペクトル密度

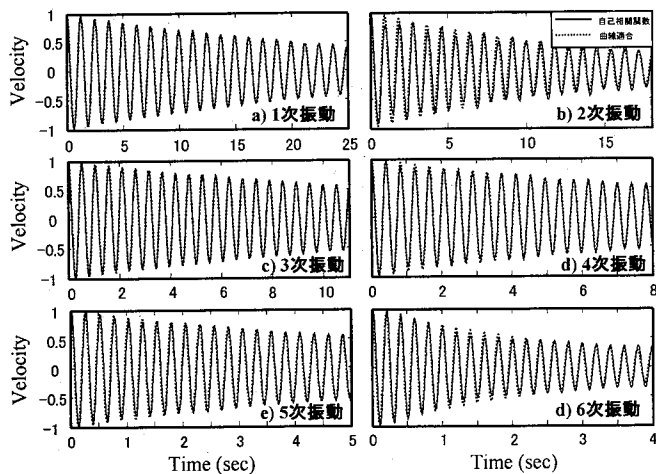
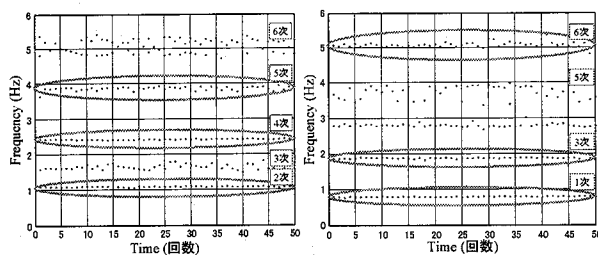


図-15 自己相関関数曲線適合状況



a) 計測点① b) 計測点④

図-16 ARモデルによる固有振動数の推定軌跡

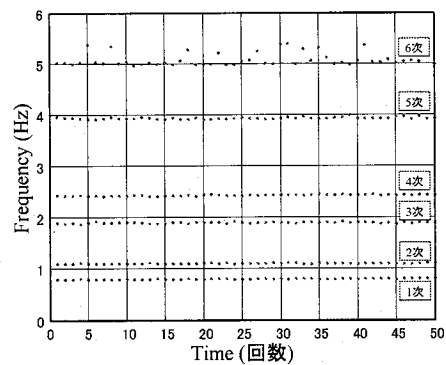
比較的小さい振動次数の固有振動数について精度検証する。

5.4 自己相関関数曲線適合の結果

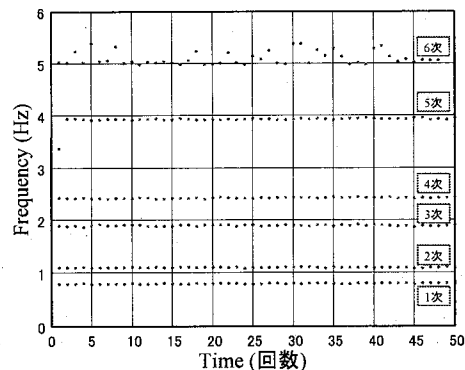
節点番号④で観測した常時微動モデルの1～6次振動の自己相関関数曲線適合状況を図-15 a)～f)に示す。図はバンドパスフィルタを施した後の振動データにより算出された各振動次数における自己相関関数と、非線形最小二乗法より算出された曲線との適合状況を、20周期分表示したものである。縦軸は速度応答を最大値で基準化したものであり、横軸は時間を表す。実線がバンドパスフィルタ後の各振動次数の自己相関関数であり、破線が非線形最小二乗法により算出された曲線である。

5.5 振動特性推定結果

計測点①、④におけるARモデルによる推定振動数を図-16 a) b)に示す。自己相関関数曲線適合およびARMAモデルによる2段階推定の振動数の推定軌跡を図-17 a) b)に示す。2段階推定における振動数は、計測点①、④においてモードの節と重なる振動次数が存在する。そのため、計測点①の2次、4次、5次振動、計測点④の1次、3次、6次振動を抽出し、振動数を重ねて図-17 a) b)に表示している。図-18に各手法により推定された減衰定数の1次～3次振動の推定軌跡を示す。表-5には各手法により推定した固有振動数の精度を示す。図-19は推

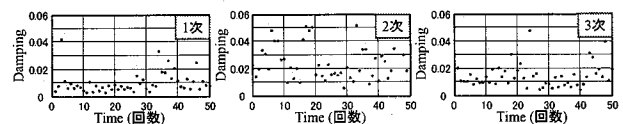


a) 自己相関関数曲線適合

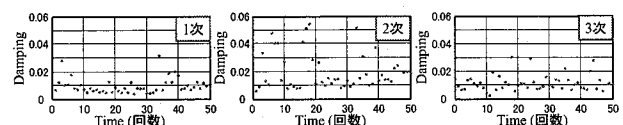


b) ARMAモデル

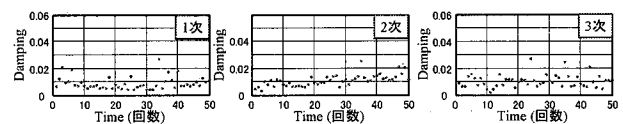
図-17 2段階推定法による固有振動数の推定軌跡



a) ARモデル



b) 自己相関関数曲線適合



c) ARMAモデル

図-18 各手法による減衰定数の推定軌跡

定された各次の減衰定数の平均値と標準偏差を示したものである。

1) 固有振動数の推定

表-5より固有振動数について検討する。理論値は2次元FEM解析結果であるため、実測による各推定振動数(平均値)との間に誤差が生じている。FEMにおけるモデル化や、細部部材の省略等により生じたものと考えられる。振動数は各手法とも総じて変動係数1%程度で推定することができており、また図-14のパワースペクト

表-5 振動特性推定精度（実測）

次数	理論値 (Hz)	推定法	推定振動数		
			平均値 (Hz)	標準偏差 (Hz)	変動係数 (%)
1	0.67	ARモデル	0.802	0.007	0.825
		曲線適合	0.804	0.004	0.540
		ARMAモデル	0.804	0.004	0.542
2	1.04	ARモデル	1.093	0.010	0.936
		曲線適合	1.106	0.006	0.564
		ARMAモデル	1.107	0.006	0.576
3	1.89	ARモデル	1.881	0.017	0.926
		曲線適合	1.898	0.012	0.636
		ARMAモデル	1.897	0.012	0.642
4	2.29	ARモデル	2.431	0.010	0.396
		曲線適合	2.426	0.008	0.318
		ARMAモデル	2.426	0.008	0.322
5	3.63	ARモデル	3.867	0.053	1.368
		曲線適合	3.944	0.018	0.465
		ARMAモデル	3.928	0.080	2.040
6	4.90	ARモデル	5.086	0.074	1.454
		曲線適合	5.088	0.132	2.593
		ARMAモデル	5.108	0.128	2.509

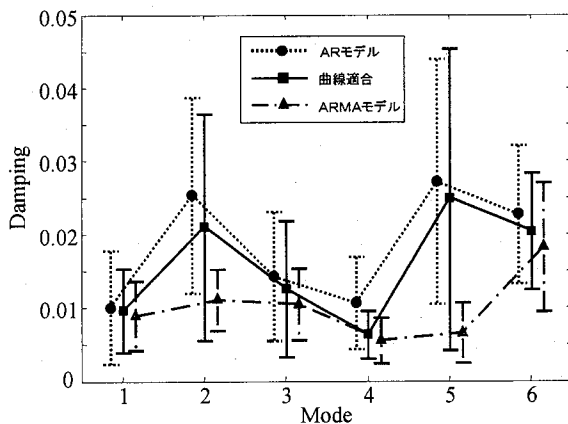


図-19 推定減衰定数（平均値および標準偏差）

ル密度からも各次数におけるピークが一致しているので、推定された振動数が樺島大橋の固有振動数であると判断することができる。1段階推定であるARモデルと、2段階推定である曲線適合およびARMAモデルの結果を比較する。1次～4次の低次では、2段階推定を施すことで、変動係数が小さくなっている様子が確認できる。曲線適合およびARMAモデルの結果の間にはほとんど差はない。5次、6次の高次振動では、1段階推定結果（ARモデル）と比較して変動係数が大きくなる場合も認められるが、それでも各推定手法とも変動係数2%程度の高い精度で推定できていることが確認できる。2段階推定法による振動数推定精度が可能であることを示した。2段階推定により低次振動数において推定精度の向上が認められた。

2) 減衰定数の推定

次に減衰定数の推定精度について検討する。図-19より、減衰定数の推定平均値が全体的にばらつきがあることが分かる。ARモデルによる減衰定数推定結果は、2

次および5次において、減衰定数の平均値および標準偏差が大きくなる推定結果となった。曲線適合による2段階推定を施した場合の結果もARモデルの結果とほとんど変化がない。一方で、ARMAモデルによる2段階推定を施した場合の結果は、全次数に渡り、減衰定数の平均値および標準偏差においてばらつきの少ない結果となった。この原因として橋梁振動計測時の状況（ノイズ・走行車両による外力）が考えられる。外力項の影響により、ARモデルによる減衰定数の推定精度が劣化し、そのまま曲線適合による2段階推定にも影響したものと思われる。

6. まとめ

本研究では、ARモデルによる構造物振動特性推定結果を初期値とする、自己相関関数曲線適合およびARMAモデルによる2段階推定法を開発した。本手法の推定精度について検証するために補剛アーチ橋モデルを対象とした数値シミュレーションを実施し、その有効性を確認した。次に実橋梁の自動計測システムを開発し、実橋梁（鋼ランガー橋）の常時微動計測および振動特性自動推定を行うことで、本システムの有効性について検証した。

本研究より得られた結果を要約すると以下のようなになる。

- (1) 常時微動からARモデルによる1段階推定と、自己相関関数曲線適合およびARMAモデルによる2段階推定による高精度振動特性推定法を開発した。
- (2) 数値シミュレーションにより、本手法の推定精度を検証した。その結果、1段階および2段階両推定ともに、構造物の固有振動数を変動係数1%程度の高い精度で推定できることを確認した。また減衰定数では、2段階推定を行うことで減衰定数の平均値がより真値に近づくことを確認した。
- (3) 2段階推定法による高精度振動特性推定のための自動計測システムを、仮想計測器ソフトウェアLabVIEWで開発し、実橋梁の振動特性自動推定に適用した。
- (4) 本システムで実橋梁の振動特性を推定した結果、固有振動数においては変動係数1～2%程度の高精度で推定できることを確認した。減衰定数の推定結果については、ARMAモデルによる2段階推定において推定精度が向上することを確認した。曲線適合については、今回使用したデータによると、計測時のノイズ成分および外力に起因するARモデルの短所を引き継いだため、減衰定数推定が困難となった。

本2段階推定法による推定精度をさらに検証していく必要があり、そのために解析事例および実橋梁計測データの蓄積が必要である。

参考文献

- 1) 土木学会メンテナンス工学連合小委員会：社会基盤メンテナンス工学，東京大学出版会，2004.
- 2) 土木学会構造工学委員会 橋梁振動モニタリング小委員会：橋梁振動モニタリングガイドライン，土木学会，2000.
- 3) 中村充,安井譲：微動測定に基づく地震被災鉄骨建物の層損傷評価，日本建築学会論文集第 517 号，pp.61-68, 1999.
- 4) 関雅樹,西村昭彦,佐野弘幸,中野聡：RC ラーメン高架橋の地震時損傷レベルの評価に関する研究，土木学会論文集, No.731/I-63, pp.51-64, 2003.
- 5) Fu-Kuo Chang : Proceeding of the International Workshop on Structural Health Monitoring, Stanford University, Stanford, CA., 1997
- 6) Fu-Kuo Chang : Proceeding of the 2nd International Workshop on Structural Health Monitoring, Stanford University, Stanford, CA., 1999
- 7) Fu-Kuo Chang : Proceeding of the 3rd International Workshop on Structural Health Monitoring -The Demands and Challenges-, Stanford University, Stanford, CA., 2001
- 8) 安部雅人, 藤野陽三, 長山智則, 池田憲二：常時微動計測に基づく非比例減衰系の構造同定と長大吊橋への適用例，土木学会論文集，No.689/ I -57, pp.261-274, 2001.
- 9) C.S. Huang and H.L. Lin: Model identification of structures from ambient vibration, free vibration, and seismic response data via a subspace approach, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol.30, pp.1857-1878, 2001.
- 10) Peeters, B, De Roeck G.: One-year monitoring of the Z24-Bridge: Environmental effects versus damage events, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.30, pp.149-171, 2001.
- 11) 星谷勝, 斉藤悦郎：線形多自由度系の動特性の推定，土木学会論文集，No.344/ I -1, pp.261-274, 1984.
- 12) 丸山収, 相沢旬, 星谷勝：ARMA モデルによる既存構造物の動特性の同定，土木学会論文集，No.416/ I -13, pp.439-447, 1990.
- 13) 土岐憲三, 佐藤忠信：微動観測に基づく構造物の動特性評価，第 15 回土木学会地震工学研究発表会，pp.253-256, 1979.
- 14) 岡林隆敏, 奥松俊博, 中宮義貴：常時微動に基づく AR モデルによる構造物振動数の高精度自動推定，土木学会論文集 No.759/I-67, pp.271-282, 2004.
- 15) 岡林隆敏, 奥松俊博, 中宮義貴：高精度自動振動数推定システムによる構造物損傷の検知に関する実験的研究，構造工学論文集 Vol.51A, pp.479-490, 2005.
- 16) 中溝高好：信号解析とシステム同定，コロナ社，1988.
- 17) 星谷勝, 斉藤悦郎：データ解析と応用・カルマンフィルタを中心として，鹿島出版会，1991.
- 18) 日野幹雄：スペクトル解析，朝倉書店，1977.Dafalias, Y. F. and Popov, E. P. : A model of nonlinear hardening loading, Acta Mecha., Vol.21, pp.173-192, 1975.
- 19) K.Yamada: Real-time prediction of near-future seismic excitation adapting AR model to preceding information, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 28, pp.1587-1599, 1999.
- 20) 今井聖：デジタル信号処理，秋葉出版，1988.
- 21) 武部幹：デジタルフィルタの設計，東海大学出版，1986.
- 22) 中川徹：最小二乗法による実験データ解析，東京大学出版，1982.
- 23) 岡林隆敏, 原忠彦：道路橋振動特性測定における衝撃加振法の適用，構造工学論文集，Vol.34A, pp.731-738, 1988.
- 24) 岡林隆敏, 山森和博, 讃岐康博, 田村太一郎：近接固有値を有する構造物の振動特性推定，土木学会論文集，No.633/ I -49, pp.93-102, 1999.
- 25) LabVIEW マニュアル：National Instruments Corporation，1998.
- 26) 井上泰典：LabVIEW グラフィカルプログラミング，森北出版株式会社，1998.

(2005 年 9 月 10 日受付)