

雑音が含まれる計測系の周波数応答関数推定法

An evaluation method of frequency response functions through observed motions with noise

仲村成貴*, 鈴木順一**, 花田和史***

Masataka NAKAMURA, Jun-ichi SUZUMURA and Kazufumi HANADA

* 修(工), 日本大学助手, 理工学部土木工学科 (〒101-8308 東京都千代田区神田駿河台 1-8)

** 理博, 日本大学助教授, 理工学部土木工学科 (〒101-8308 東京都千代田区神田駿河台 1-8)

*** 工博, 日本大学教授, 理工学部土木工学科 (〒101-8308 東京都千代田区神田駿河台 1-8)

This paper proposes an evaluation method of the frequency response functions (FRFs) concerning with single-input multi-output (SIMO) system. It is used to be too difficult to determine an input motion to an object system under the natural external forces such as an earthquake or micro-tremor, even if it is presumed that an input motion on a single point. The proposed method deals with all observed motion like a response signal with noises, without an exact estimation on each noise strength level. The method has been applied to some numerically simulated models, and the observed data set of a model test on shaking table. Comparing the identified light modal dampings with model ones, the validity of the proposed method is proved to be useful for the FRFs estimation.

Key Words: frequency response function, single-input multi-output system, dynamic characteristics, method evaluation

キーワード: 周波数応答関数, 1入力多出力 (SIMO)系, モード特性, 手法の評価

1. はじめに

入力が制御可能であって出力計測値にだけ雑音が混入するとみなされる場合には, 多点の応答計測が行われても1入力1出力 (SISO: Single-Input Single-Output) 系として対象系の伝達関数を推定することが可能である. この場合, 信号/雑音比 (S/N 比) は個別に評価される.

地震応答や風応答では全ての応答計測値に雑音が含まれ, 入力を特定することが困難である. また, たとえ入力機構が明確であっても, 入力計測値にも雑音が混入していることがある.

本論文は後者を検討の対象としており, 入力が不明であるか, あるいは入力にも応答と同様の機構で雑音が混入している1入力多出力 (SIMO: Single-Input Multi-Output) 系の周波数応答関数 (FRF: Frequency Response Function) を定めることによって, 対象系の動特性を把握する手法を提案している. 入力に相当する基準点で計測できない場合は, 応答間の相対的挙動を把握する.

本目的に類する手法は, これまでに多く提案されている^{1)~3)}. それらの多くは入りに雑音が含まれず, またモード数などを設定して実施される parametric な推定法に属する. Rocklin は入出力の双方に雑音を認めた SISO 系を対象として, 双方の S/N 比が等しいと仮定している⁴⁾.

Frisch は多因数解析を提案しているが, 多入力1出力 (MISO: Multi-Input Single-Output) 系を対象とし要因分析を主な目的としている⁵⁾.

著者らは, 多点計測が比較的容易になった近年の計測技術の進展⁶⁾を背景に, SISO 系としてデータ処理を応答点ごとに処理するのではなく, 多点同時計測の特長を活用して全応答点データを並列処理するとともに, 動特性把握における初期段階のデータ処理法として, non-parametric な処理を目指した. つまり, 微小地震観測や常時微動観測におけるデータの処理法として, 不明な入力が対象系に作用した場合に入出力間が線形であることだけを条件とし, 対象系の parametric モデルや, S/N 比を計測点個別に仮定せずに対象系の動特性を把握することを試みた. これにより, 入力を決定することはできないが, SISO 系では対処不可能な計測点ごとに混入する雑音に対する影響を低減することを目的としている. 本論文では, 混入する雑音には計測点間の相関がないと仮定して FRF を推定する手法を提案し, 推定した FRF を基に対象系のモード特性を同定して, モード特性の比較を通じて提案法の有効性を検討している.

既に本手法の概要と数値適用例を検討した結果を報告している^{7) 8)}. 本論文ではそれらを整理し, さらに模型実験への適用を通じて, 手法の特長について考察を加え

ている。なお、本論文における式の中の変数については、行列やベクトルを太字で表記し、これらの変数は全て振動数領域の関数であるので (ω) を省略している。

2. FRF の推定法

2.1 Rocklin 法 (H_1 推定: SISO 系の FRF)

図-1 に示すように、SISO 系の入力 x 、出力 y にそれぞれ雑音 v_1 、 v_2 が混入して w_1 、 w_2 が計測される場合、 N 回の計測により、ある振動数における伝達関数 h として次式に示す Rocklin の提唱する推定式^{2),4)}が一般に用いられる。

$$h = \sqrt{h_o} \sqrt{h_i} = \sqrt{\frac{\mathbf{w}_1^* \mathbf{w}_2}{\mathbf{w}_1^* \mathbf{w}_1} \cdot \frac{\mathbf{w}_2^* \mathbf{w}_2}{\mathbf{w}_2^* \mathbf{w}_1}} \quad (1)$$

ここに、 $\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2 \in C(N \times 1)$ であり、 $\mathbf{w}_1$ は入力側、 $\mathbf{w}_2$ は出力側における N 回の計測値を縦に並べたものである。右肩の*は共役転置操作を表し、 h_o は H_1 推定 (出力のみに雑音が混入した場合)、 h_i は H_2 推定 (入力にのみ雑音が混入した場合) による伝達関数を示す。図-1 の系では、 h_o で伝達関数の絶対値が過小に、 h_i で過大に評価されることから、Rocklin はこれらの幾何平均を伝達関数の妥当な値として提案した。

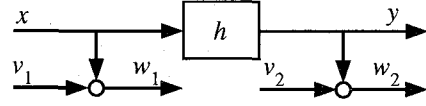
一方、花田は固有値問題を利用して式(1)を解釈した⁴⁾。式(1)による伝達関数の振幅はフーリエスペクトル比として評価され⁹⁾、幾何平均が妥当であれば、次式のように雑音量は信号パワーに比例する。

$$\mathbf{x}^* \mathbf{x} / \mathbf{v}_1^* \mathbf{v}_1 = \mathbf{y}^* \mathbf{y} / \mathbf{v}_2^* \mathbf{v}_2 \quad (2)$$

ここに、 $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2 \in C(N \times 1)$ であり、それぞれ入力の真値、出力の真値、入力計測値に含まれる雑音、出力計測値に含まれる雑音を N 回分縦に並べたベクトルである。Rocklin 法では、計測点個別に仮定された S/N 比が入出力双方で等しいことを式(2)は示している。 H_1 推定や H_2 推定と同様に Rocklin 法による雑音処理能力は計測回数 N に依存し、多点計測が行われたとしても入出力に対応する 2 箇所の計測点でのデータのみで伝達関数が推定されるため計測点数 L には依らない。

2.2 提案法 (SIMO 系の FRF)

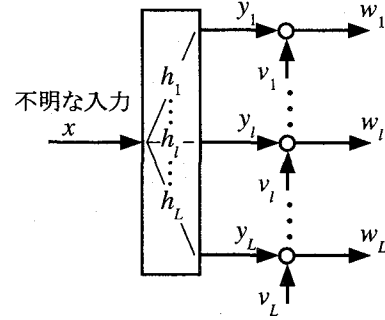
常時微動観測や地震観測では、対象系への入力を特定することは一般に困難である。しかし、ある不明な入力に対する多点応答が雑音を含んで計測される SIMO 系と解釈できる。そこで、計測値に含まれない入力が存在し、その挙動を基準とした FRF を推定する手法を提案する。つまり、入力を特定することなく応答値のみの関係を記述する。図-2 に示すように、不明な入力 x が系に作用し、 L 箇所の計測点で計測が実施されたとする。このとき各計



h : 伝達関数

x : 真値 (入力値), v_1 : 雑音, w_1 : 入力計測値
 y : 真値 (出力値), v_2 : 雑音, w_2 : 出力計測値

図-1 入出力に雑音が含まれる SISO 系



h : FRF, y_l : 真値 (応答値),
 v_l : 雑音, w_l : 計測値 ($l=1,2,\dots,L$)

図-2 不明の入力と多点応答

測点の応答 $y_1, y_2, \dots, y_L$ にそれぞれ雑音 $v_1, v_2, \dots, v_L$ が含まれ、計測値として $w_1, w_2, \dots, w_L$ が得られる。この計測を N 回繰り返すことによって、計測点 l での計測値 $\mathbf{w}_l$,

$$\mathbf{w}_l = \mathbf{y}_l + \mathbf{v}_l, \quad (l=1,2,\dots,L) \quad (3)$$

が得られる。ここに、

$$\mathbf{y}_l = \{y_l^{(1)} \quad y_l^{(2)} \quad \dots \quad y_l^{(N)}\}^T \in C(N \times 1) \quad (4a)$$

$$\mathbf{v}_l = \{v_l^{(1)} \quad v_l^{(2)} \quad \dots \quad v_l^{(N)}\}^T \in C(N \times 1) \quad (4b)$$

$$\mathbf{w}_l = \{w_l^{(1)} \quad w_l^{(2)} \quad \dots \quad w_l^{(N)}\}^T \in C(N \times 1) \quad (4c)$$

であり、このとき系には不明な入力 $\mathbf{x}$

$$\mathbf{x} = \{x^{(1)} \quad x^{(2)} \quad \dots \quad x^{(N)}\}^T \in C(N \times 1) \quad (4d)$$

が作用している。ここに、式(4a~d)の右肩カッコ内の数字は計測回 ($n=1,2,\dots,N$) を示す。入力 $\mathbf{x}$ に対する計測点 l の FRF を h_l 、応答を $\mathbf{y}_l = h_l \mathbf{x}$ とおく。点 j の計測値 ($\mathbf{w}_j = h_j \mathbf{x} + \mathbf{v}_j$) と点 k の計測値 ($\mathbf{w}_k = h_k \mathbf{x} + \mathbf{v}_k$) から次の関係が成立する。

$$h_k \mathbf{w}_j - h_j \mathbf{w}_k = h_k \mathbf{v}_j - h_j \mathbf{v}_k \quad (6)$$

式(6)を行列表示して次式を得る。

$$\mathbf{A}_{jk} \mathbf{h} = \mathbf{C}_{jk} \mathbf{h} \quad (7)$$

ここに,

$$\mathbf{h} = [h_1 \ \dots \ h_{j-1} \ h_j \ h_{j+1} \ \dots \ h_{k-1} \ h_k \ h_{k+1} \ \dots \ h_L]^T \quad (8)$$

$$\mathbf{A}_{jk} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & -\mathbf{w}_k & 0 & \dots & 0 & \mathbf{w}_j & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\mathbf{C}_{jk} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & -\mathbf{v}_k & 0 & \dots & 0 & \mathbf{v}_j & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

である。式(8)の $\mathbf{h}$ は不明な入力 $\mathbf{x}$ に対する全計測点の FRF 値をベクトル表示したものである。さらに、全計測点での計測値を考慮して、式(7)を次式で表す。

$$\mathbf{B}\mathbf{h} = \mathbf{D}\mathbf{h} \quad (11)$$

ここに,

$$\mathbf{B} = [\mathbf{A}_{12} \ \mathbf{A}_{13} \ \dots \ \mathbf{A}_{1L} \ \mathbf{A}_{23} \ \dots \ \mathbf{A}_{L-1,L}]^T \quad (12a)$$

$$\mathbf{D} = [\mathbf{C}_{12} \ \mathbf{C}_{13} \ \dots \ \mathbf{C}_{1L} \ \mathbf{C}_{23} \ \dots \ \mathbf{C}_{L-1,L}]^T \quad (12b)$$

である。式(11)の両辺に左側から $\mathbf{B}^*$ を乗じ、 $\Sigma = \mathbf{B}^* \mathbf{B}$ 、 $\mathbf{R} = \mathbf{B}^* \mathbf{D}$ において整理すると次式を得る。

$$(\Sigma - \mathbf{R})\mathbf{h} = \mathbf{0} \quad (13)$$

式(13)は、計測式(11)に対応する SIMO 系の正規方程式である。このとき Σ の対角項成分 Σ_{jj} および非対角項成分 Σ_{jk} ($j \neq k$) は次のように示される。

$$\begin{aligned} \Sigma_{jj} &= \sum_{l=1(l \neq j)}^L \mathbf{w}_l^* \mathbf{w}_l \\ &= \left(\sum_{l=1}^L \mathbf{w}_l^* \mathbf{w}_l \right) - \mathbf{w}_j^* \mathbf{w}_j \end{aligned} \quad (14a)$$

$$\Sigma_{jk} = -\mathbf{w}_k^* \mathbf{w}_j = -\text{conjg}(\mathbf{w}_j^* \mathbf{w}_k) \quad (14b)$$

すなわち、正規方程式の係数行列 Σ は共分散行列 $\mathbf{W}^* \mathbf{W}$ を用いて次式で表される。

$$\Sigma = \text{trace}(\mathbf{W}^* \mathbf{W}) \cdot \mathbf{I} - \text{conjg}(\mathbf{W}^* \mathbf{W}) \quad (15)$$

ここに、 $\mathbf{W} = [\mathbf{w}_1 \ \mathbf{w}_2 \ \dots \ \mathbf{w}_L] \in C(N \times L)$ であり、 $\mathbf{I}$ は $L \times L$ の単位行列である。式(15)は Σ が計測値のみで表現できることを示している。さらに、計測点間の雑音に相関が無いことを考慮すると、式(14a,b)は次式で構成される。

$$\Sigma_{jj} \approx \left(\sum_{l=1}^L \mathbf{y}_l^* \mathbf{y}_l \right) - \mathbf{y}_j^* \mathbf{y}_j + \left(\sum_{l=1}^L \mathbf{v}_l^* \mathbf{v}_l \right) - \mathbf{v}_j^* \mathbf{v}_j \quad (16a)$$

$$\Sigma_{jk} \approx -\mathbf{y}_k^* \mathbf{y}_j \quad (16b)$$

一方、 $\mathbf{R}$ の対角項成分 R_{jj} には雑音が累積し、非対角項成分 R_{jk} ($j \neq k$) を構成する雑音は互いに独立で相関はないので、それぞれ次のように示される。

$$\begin{aligned} R_{jj} &= \sum_{l=1(l \neq j)}^L \mathbf{w}_l^* \mathbf{v}_l \\ &= \left(\sum_{l=1}^L \mathbf{w}_l^* \mathbf{v}_l \right) - \mathbf{w}_j^* \mathbf{v}_j \\ &\approx \left(\sum_{l=1}^L \mathbf{v}_l^* \mathbf{v}_l \right) - \mathbf{v}_j^* \mathbf{v}_j \end{aligned} \quad (17a)$$

$$R_{jk} \approx -\mathbf{v}_k^* \mathbf{v}_j \approx 0 \quad (17b)$$

したがって、式(16a,b)と(17a,b)より、式(13)の各成分は次のように構成される。

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} + r_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1L} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} + r_{22} & \sigma_{23} & \dots & \sigma_{2L} \\ & \sigma_{32} & & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \sigma_{L-1,L} \\ \sigma_{L1} & \sigma_{L2} & \dots & \sigma_{L,L-1} & \sigma_{LL} + r_{LL} \end{bmatrix} \quad (18a)$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} r_{11} & 0 \\ & \ddots \\ 0 & r_{LL} \end{bmatrix} \quad (18b)$$

ここに,

$$\begin{cases} \sigma_{jj} = \left(\sum_{l=1}^L \mathbf{y}_l^* \mathbf{y}_l \right) - \mathbf{y}_j^* \mathbf{y}_j \\ \sigma_{jk} = -\mathbf{y}_k^* \mathbf{y}_j \\ r_{jj} = \left(\sum_{l=1}^L \mathbf{v}_l^* \mathbf{v}_l \right) - \mathbf{v}_j^* \mathbf{v}_j \end{cases} \quad (19)$$

である。すなわち、 Σ および $\mathbf{R}$ の非対角項では N 回の計測値を重ね合わせることで理論上、雑音は減少する。 Σ の対角項は信号に雑音を加わった形、 $\mathbf{R}$ の対角項は雑音のみで構成されており、雑音が Σ および $\mathbf{R}$ の対角項に集約された。もし雑音量が既知であれば、式(18a,b)を式(13)に代入することにより、式(13)は

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1L} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \dots & \sigma_{2L} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \sigma_{L1} & \sigma_{L2} & \dots & \sigma_{LL} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_L \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (20)$$

の形式で表現できる。しかし、式(20)の係数行列は雑音のない応答値のみで構成され、通常では未知である。そこで、Rocklin 法における花田の解釈を適用し、 $\mathbf{R}$ の相対的形状を $\mathbf{R} = \lambda \mathbf{R}_0$ と設定すれば、式(13)を次の固有値

問題に帰着させることができる。

$$(\Sigma - \lambda R_0) \mathbf{h} = 0 \quad (21)$$

計測値で構成される Σ を式(15)より定めて、雑音量の総和が信号のパワー和に比例すると仮定して R_0 を設定し、式(21)を解いて、最小固有値 λ より R を、対応する固有ベクトル $\mathbf{h}$ より FRF を定めることができる。 λ は雑音量の混入程度を表し、 $0 < \lambda < 1$ の値をとる。 λ が 1 に近いほど、 Σ の対角項には多くの雑音が含まれていることになる。 R_0 は Σ の対角項に含まれる雑音量を相対化するパラメータであり、非対角項成分はゼロである。本論文では、雑音量の総和が信号パワー和に比例すると仮定し、式(15)の対角項を R_0 として用いている。本手法では個々の計測点における計測値に含まれる雑音量を仮定していないが、1 回の計測における 1 計測点あたりの平均的な雑音パワー $\hat{\epsilon}$ は、計測点数 L が 3 箇所以上の場合に次式で表される。

$$\hat{\epsilon} = \frac{\text{trace}(\lambda R_0)}{N(L-1)} \quad (22)$$

なお、計測点数 L が 2 箇所の場合には、式(21)は式(1)の Rocklin 法と同一の形式となり、S/N 比が計測点個別に仮定される。つまり、本手法による不明な 1 入力に対する 2 出力系の FRF は、SISO 系の Rocklin 法と同一の推定式となる。

よって、3 箇所以上の計測点での雑音量を並列処理する本手法は、S/N 比を計測点個別に仮定する Rocklin 法より雑音処理に有効である。

本手法の主な特長を以下に記す。

- (1) R の対角項 r_{jj} は、式(19)第 3 式に示すように全計測点の雑音パワー和から当該点の雑音パワーを差引いた値である。したがって計測点数 L を増加すれば、 $\lim_{L \rightarrow \infty} R = \lambda I$ (I は単位行列) が成立し、個別の計測点ごとに雑音の S/N 比を仮定する必要はない。
- (2) Frisch は各種の要因が結果に線形結合されている問題を対象として要因解析をし、信号と雑音を式(18a)のように分離して式(13)と同一形式で与えられる固有値問題を導いている。コンピュータを自由に使用できない環境で Σ のランク解析が検討されており、雑音を個別に評価する必要があるため最小固有値に至る試行錯誤と経験式が含まれる。本論文では、式(15)の対角項を R_0 として式(21)の固有値問題を解いているため、計測値から自動的に決定できる。

3. 数値モデルでの検討

簡単な数値モデルの応答値に適用して提案する手法を検証した。次いで、推定した FRF からモデルのモード特性を同定し、他のデータ処理法による結果と比較した。図-3 に示す検討手順のように、最終的に同定されたモー

ド特性によって手法の有効性を判断することとする。本論文では、雑音による影響を低減する効果を検証することを主目的とするため、基礎の挙動を含めた全自由度が計測されたとして FRF 推定に用いる計測点数を 6 点とした。

3.1 5 質点数値モデル

表-1 に記す質量比例型の減衰特性をもつ、5 質点系モデル (図-4) の基礎に白色波および地震波 (Elcentro NS 波) を入力して線形応答解析を行った。次いで、平均値 0、標準偏差 0.1 の正規分布を持つ乱数とスペクトル振幅を乗じて雑音を表現し、同一振動数における各質点の振幅を比較し、振幅が小さい応答値には雑音を多く、大きい応答値には雑音を少なく含ませるように設定した。固有値問題では雑音量が振幅値に比例すると設定しており、この雑音設定は固有値問題への帰着における設定とは正反対の方向に与えている。雑音量を振幅値に比例させた場合には、提案法および Rocklin 法ともに良好な結果を既に得ており⁹⁾、ここでは想定外の雑音に対する提案法の適用性を既往の手法と比較、検討する。図-5 に白色入力波、図-6 に応答波、図-7 に雑音の一例を示す。サンプリング間隔を 10ms、1 回の計測時間を 10s、計測回数を 10 回としたデータの組を 10 セット準備した。

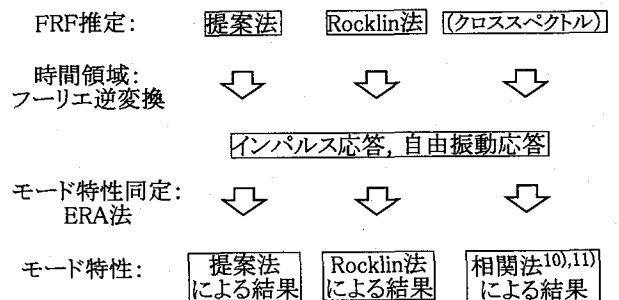


図-3 検討手順

表-1 数値モデルの諸元

固有振動数 (Hz)	モード減衰定数
2.96	0.020
8.36	0.007
13.23	0.004
16.97	0.003
18.36	0.003



図-4 5質点系モデル

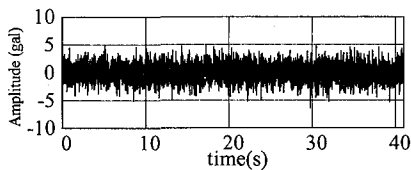


図-5 白色入力波の一例

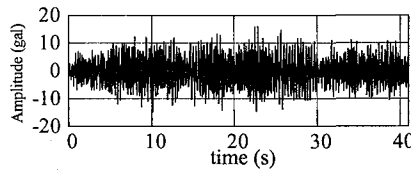


図-6 応答波の一例 (第5層)

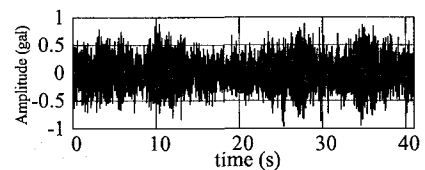


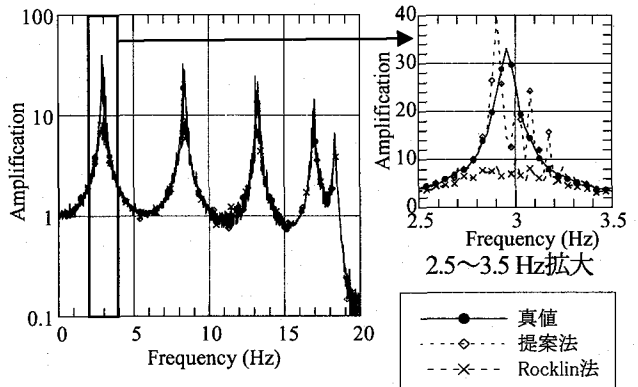
図-7 雑音の一例 (第5層)

3.2 FRFの推定

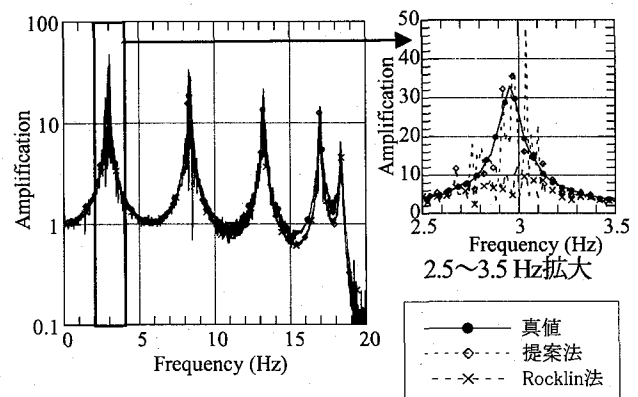
基礎の挙動を基準としたときのFRFを推定した。一例として5層目におけるFRFを図-8に示す。同図に併せて1次卓越付近を拡大して示すように、(1)白色波入力、(2)地震波入力ともにRocklin法による振幅は、特に低次で真値よりも低く推定されるのに対し、提案法では真値に近い値が推定されている。位相の推定値には両手法に大きな差異を確認できなかった。他の層におけるFRFにも同様の傾向が得られた。よって、固有値問題で設定した雑音とは異なる雑音量を設定しても、提案法では真値に近いFRFが推定された。これは、計測点個別にS/N比を仮定するRocklin法では対応できず、先に提案法の特長の一つとして記したように、データ処理を並列処理する本手法の利点を活用することにより、想定外の雑音にも対応可能なことを示している。

3.3 モード特性の同定

推定したFRFからモード特性を同定し、常時微動観測などのデータ処理に用いられる相関法^{10,11)}による同定結果と比較した。相関法は白色波入力を仮定したものであり、理論的には地震波入力は適用範囲外であるが、雑音量の設定と同様に想定外の状況に対する適用性および提案法との比較を行うために実施した。モード特性の同定にはERA法²⁾を用いた。相関法では基礎の挙動を基準として各測点ごとに重ね合わせたクロススペクトルを、提案法とRocklin法ではFRFを、それぞれ0.5Hzのハイパスフィルタ処理を施した後にフーリエ逆変換してインパルス応答または自由振動応答とみなした。一例として、図-8(1)に示したFRFによるインパルス応答を図-9に示す。インパルス応答の $t=0$ では、高振動数成分の影響で突出した振幅値となることがあるので、最初の1波を除外してからERA法を適用した。また提案法の有効性を検証することを目的としているので、ERA法の適用の際には質点数に合わせて次数を10に固定した場合の同定結果を参照した。10セット分の同定結果によるモード減衰定数の平均値±標準偏差を固有振動数の平均値に対応させて、真値と併せて図-10に示す。白色波入力では、提案法と相関法によるモード減衰定数は真値近傍で変動する傾向が認められる。Rocklin法では低次でモード減衰定数が過大評価された。地震波入力では、提案法では5

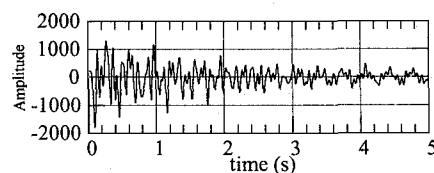


(1) 白色波入力

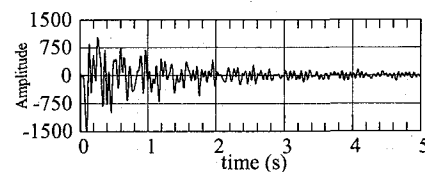


(2) 地震波入力

図-8 推定されたFRF



(1) 提案法



(2) Rocklin 法

図-9 インパルス応答の一例

次を特定できなかったものの、1～4次では真値近傍の値が得られた。Rocklin法では1～5次を特定できたが、低次でモード減衰定数が過大評価された。相関法では2～5次を特定することができなかった。また、ERA法における次数を特異値から判断される妥当な値に設定した場合、提案法、Rocklin法では1～5次、相関法では1次のみを特定することが可能であるが、同定されたモード減衰定数は次数を10に固定した図-10と同様の傾向を示した。なお、同定された固有振動数のばらつきは小さく、モード形は手法によらず真値に近い結果が得られた。

また、計測回数をさらに増やして推定されたインパルス応答を用いた場合には、各推定法による同定値の変動は減少するが、以上に示した結果と同様の傾向が強調して得られた⁹⁾。

以上より、信号の振幅値に雑音量が逆比例するという条件に対しても、提案法による処理結果は既往の手法よりも精度良く動特性を把握できることが示された。

4. せん断型構造物モデルでの検討

図-3に示した手順により、模型実験データを用いて提案法の有効性を検証する。

4.1 対象模型と実験内容

図-11に示すせん断型5層模型を対象とする。床版と柱の接合部はボルトで剛結されている。アルミ製床版は断面2次モーメントを大きくして剛体とみなせるように設計した。表-2に材料の諸元を示す。模型を電磁式振動台上に設置し、白色波および地震波で加振し、各床版上の中央に取り付けたひずみ変換型加速度計により各層の応答を計測した。データのサンプリング時間は10ms、計測時間は白色波加振時で約10分間、地震波加振時で約50秒である。地震波には振幅を約1/20に基準化したElcentro NS波を用いて、10回の加振、計測を行った。計測値の一例として、白色波加振時における5層目の加速度時刻歴を図-12に示す。

4.2 FRFの推定

振動台挙動を基準とした5層目のFRFを図-13に示す。白色波加振の場合は10分間の連続データを分割し、40.96sの計測時間で14回の計測を行ったものとして処理した。白色波、地震波いずれの入力時においても提案法、Rocklin法ともに類似のFRFが推定された。式(22)により推定された雑音パワーの平均値を図-14に示す。図-15には、1計測回かつ1計測点あたり平均的なパワースペクトルを示す。これは各計測点でのパワースペクトルを全て重ね合わせた後に計測点数6で除し、さらに計測回数で除したものである。入力波によらず図-14の雑音パワ

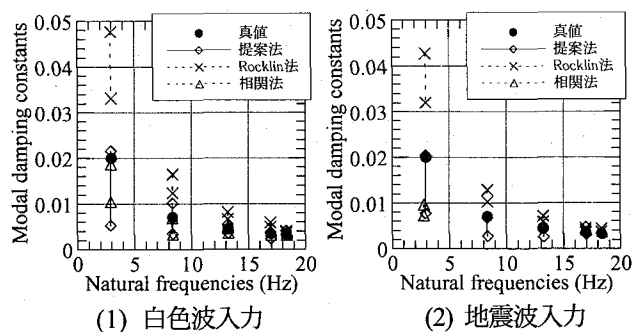


図-10 固有振動数とモード減衰定数

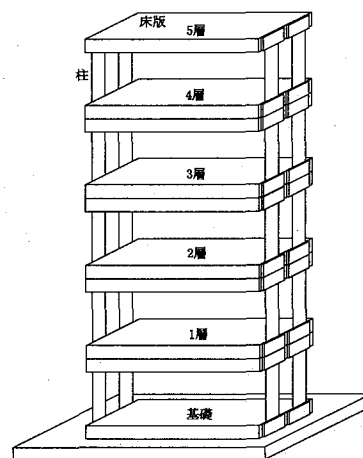


図-11 せん断型5層模型

表-2 模型材料の諸元

部品名	材質	質量 (kg/枚)	ヤング率 (N/m ²)
床版	アルミ	10.86	7.0×10^{10}
板バネ	磷青銅	0.8771	1.2×10^{11}

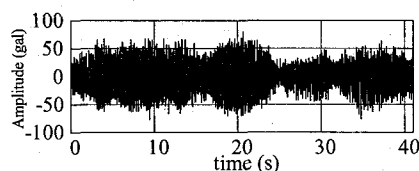


図-12 5層目の加速度応答時刻歴

ー平均値の振幅は、18Hz付近に振幅が鋭く立ち上がっている箇所が見られるが、ほとんどの振動数において、図-15のスペクトル振幅値を下回っている。このことから、いずれの実験においても、雑音レベルは信号レベルに比べて相対的に小さかったと推測される。よって、計測点ごとにS/N比を仮定するRocklin法においても提案法と同等の精度でFRFを推定できたと考えられる。

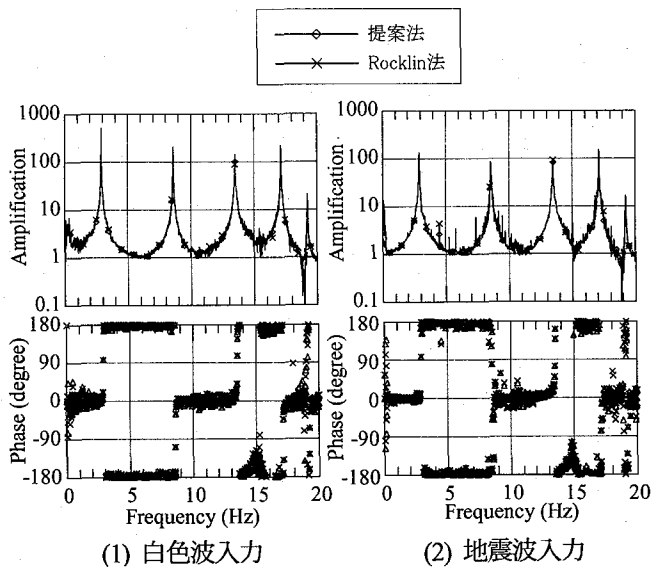


図-13 推定されたFRF

4.3 モード特性の同定

数値例での検討と同様に、FRF をインパルス応答に変換し、モード特性を同定することによってFRF 推定法を検討した。図-13(1)のFRF によるインパルス応答を図-16 に示す。数値例の場合とは異なり、両者に大きな差異は認められない。前章と同様に0.5Hz のハイパスフィルタを施し、最初の1 波分を除外したインパルス応答より同定された固有振動数とモード減衰定数を図-17 に示す。ERA 法適用時の次数は特異値分解において妥当と判断される値を用いた。相関法では5 次を特定することができず、1~4 次のモード減衰定数が若干高めに同定された。提案法と Rocklin 法の結果には大差は認められない。この結果からも Rocklin 法が提案法と同等の精度でFRF を推定できたと判断できる。本実験は単純な構造かつ減衰量の小さい模型を対象として、実験室内で行われたものであり、実構造物を対象とした屋外での実験と比べ実験環境は良好であった。そのため、計測値に混入した雑音、固有値問題における雑音条件の仮定に適合している理由によると推測される。なお、モード形に関しては手法の差は見られなかった。

5. おわりに

SIMO 系のFRF 推定法を提案し、数値データおよび模型実験データに適用した。さらに対象系のモード特性を同定して、提案法の有効性を検証した。得られた知見を以下に記す。

- (1) 数値例に示した信号パワーに逆比例する雑音量を設定した場合、Rocklin 法ではFRF 振幅を過小評価、モード減衰定数を過大評価する傾向が認められたのに対し、提案法では真値に近い値を得られた。信号

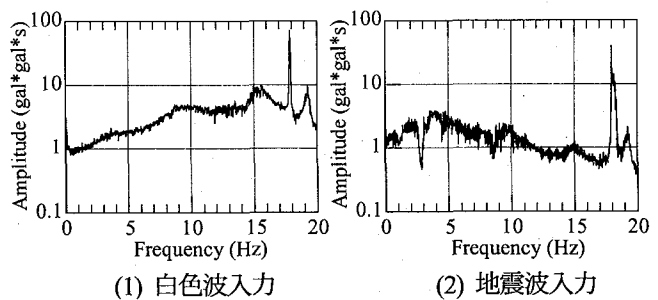


図-14 平均的な雑音量

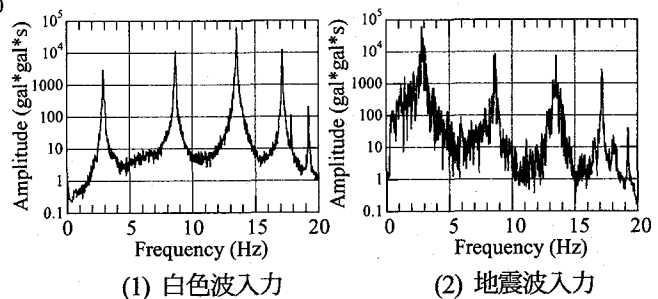


図-15 平均的なパワースペクトル

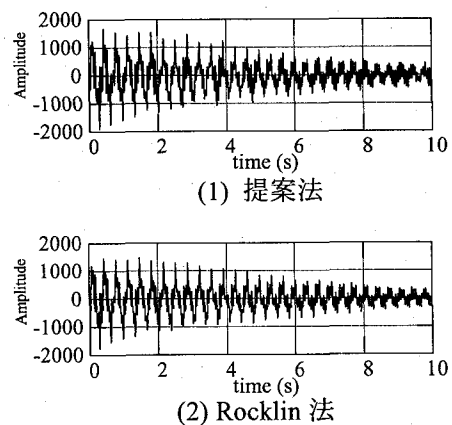


図-16 インパルス応答 (白色波入力)

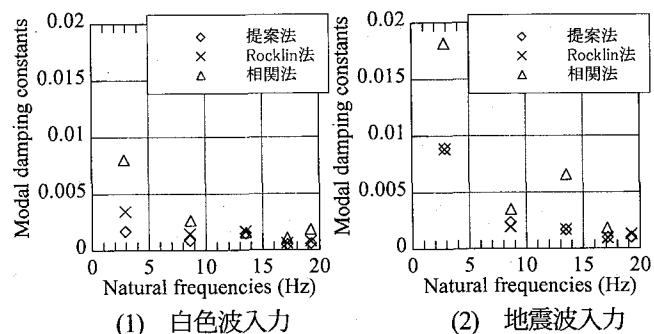


図-17 固有振動数とモード減衰定数

のパワーに比例しない雑音を設定しても、既往の手法より精度良く FRF を推定することができた。Rocklin 法では 2 箇所の計測点データのみを用いてそれぞれ計測点個別に S/N 比を仮定するため、真値とは異なる値を推定してしまう。一方、提案法では全ての計測点データを並列処理するため、仮定とは異なる雑音であっても真値に近い値を推定することができた。数値例に示した信号の振幅値に逆比例する雑音は特殊なものであるが、振動数によらず信号の RMS 値に比例させる S/N 比を設定した場合では、提案法、Rocklin 法ともに良好な結果を得ている⁸⁾。

- (2) 模型実験データへ適用した結果、提案法によって推定された平均的な雑音量は、計測値によるパワースペクトル振幅より大幅に小さいことから、計測値に含まれる雑音量が応答値に比べ相対的に少なかったと推測された。このため、2 箇所の計測点データのみを用いる Rocklin 法でも、提案法と同等の精度で FRF を推定することができた。

以上の結果は、雑音特性を推定できない状況でも提案法が有効に機能することを示している。今後は自然地震等による実構造物で計測されたデータへの適用性について検討を進める。

謝辞

本論文の作成にあたり、日本大学理工学部土木工学科塩尻弘雄教授より貴重な御助言をいただいた。ここに記して感謝いたします。本研究の一部は、平成 16 年度文部科学省学術フロンティア推進事業（日本大学理工学部：継続）「環境・防災都市に関する研究」（研究代表者：石丸辰治）および日本大学理工学部特別推進研究 A の一環として実施したものである。

参考文献

- 1) 橋梁振動研究会：橋梁振動の計測と解析，技報堂，1993.
- 2) モード解析ハンドブック編集委員会：モード解析ハンドブック，コロナ社，2000.
- 3) 日本建築学会：建築物の減衰，2000.
- 4) 花田和史：地盤一構造物系の動特性と動剛性の同定法，電力中央研究所総合報告，UO5，1988.
- 5) S. Beghelli, R. P. Guidorzi and U. Sovorni: The Frisch Scheme in Dynamic System Identification, *Automatica*, 26(1), pp.171-176, 1990.
- 6) 例えば，松本高志，石田哲也，阿部雅人：メインテナンスの力学問題，応用力学論文集，Vol.5, pp.755-767, 2002.
- 7) 仲村成貴，鈴木順一，花田和史：計測誤差が含まれる系の振動数応答関数，日本地震工学会大会－2004 梗概集，pp.448-449, 2005.
- 8) 仲村成貴，鈴木順一，花田和史：不明な入力に対する系の振動数応答関数，土木学会年次学術講演会，pp.1059-1060, 2005.
- 9) 理論地震動研究会：地震動 その合成と波形処理，鹿島出版会，1994.
- 10) 長山智則，阿部雅人，藤野陽三，池田憲二：常時微動計測に基づく非比例減衰系の非反復構造逆解析と長大吊橋の動特性の理解，土木学会論文集，No.745/I-65, pp.155-169, 2003.
- 11) 足立修一：MATLAB による制御のためのシステム同定，東京電機大学出版局，1996.

(2005 年 9 月 10 日受付)