

鋼部材の有限要素解析における局部座屈を考慮した軟化型構成則の取り扱い

Treatment of constitutive equations of softening type in finite element analysis of steel members undergoing local buckling

山口栄輝
Eiki Yamaguchi

Ph.D. 九州工業大学教授 工学部建設社会工学科 (〒804-8550 福岡県北九州市戸畑区仙水町1-1)

Since the nonlinear finite element analysis of a steel structure by shell/solid elements is expensive, effort has been made to implement the effect of local buckling in constitutive equations so that beam elements can be used even for post-buckling analysis. Such constitutive equations include the softening region. The characteristics of that type of constitutive equations are investigated first by conducting the finite element analysis of a moment frame, which reveals that the softening-type constitutive equations lead to a fictitious dependency on finite element mesh. The present study then proposes a method to solve this numerical problem, the effectiveness of which is confirmed by a numerical example.

Key Words: constitutive equations of softening type, finite element analysis, local buckling, steel member

キーワード: 軟化型構成則, 有限要素解析, 局部座屈, 鋼部材

1. はじめに

地震による水平荷重を受ける鋼製橋脚は、一般に局部座屈が発生して終局強度に達する。局部座屈を伴う鋼部材の変形過程は、シェル要素あるいはソリッド要素を用いた3次元複合非線形有限要素解析で精度よくシミュレーションできることが報告されている¹⁾。しかしながら、そのような解析は計算時間がかかりかかるのみならず、要素分割等の入力データ作成にも多大な時間を要するため、現状では実務で気軽に用いるのは困難である。

そこで、本来は構造的な現象である局部座屈の影響を材料特性に組み込み、梁要素で解析することが試みられている。この場合、構成則が下り勾配を有し、いわゆる軟化型となる。例えば、文献2)、3)では、鋼箱形断面部材を対象に局部座屈を考慮した構成則を提案し、地震応答解析も実施している。また、鉄道橋の耐震設計では、大地震時には最大強度を超えて95%強度に低下するまでを設計で考慮すべく、断面力で定義された構成則に軟化型が採用されている⁴⁾。

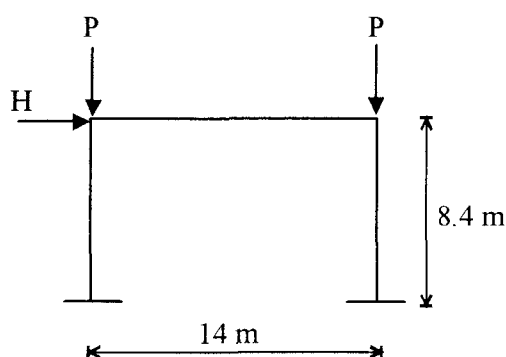
引張応力を受けるコンクリートの有限要素解析に軟化型構成則を適用すると、要素を小さくするに伴い強度が漸次低下し、一定の解に漸近する傾向(要素分割に関する収束傾向)は認められないことがす

で明らかにされている。その解決方法として、構成則の下り勾配を要素の大きさに応じて変化させる手法が一般的に用いられている⁵⁾。

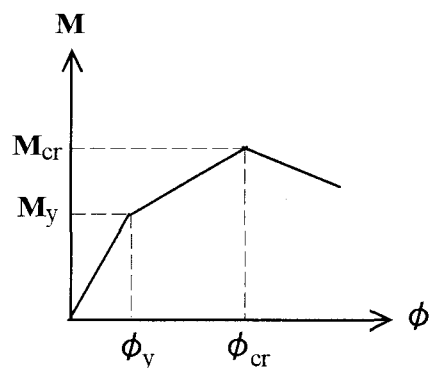
上記鋼部材の解析についても、軟化型構成則を用いると有限要素解析に際して同様の問題が生じることが小澤らにより指摘されている⁶⁾。その上で、小澤らは軟化型構成則を有した座屈要素1個で局部座屈発生領域をモデル化する解析法を提案している。その場合、座屈要素長が解析結果に大きな影響を及ぼし得るが、それに関しても鋼部材の構造特性をパラメータとした算定式を提案している。

有限要素法で精度よい解を得るには離散化誤差を小さくする必要があり、十分に細かな要素分割を行うことが原則である。一般に、変位の離散化誤差は要素の代表長さの2乗、ひずみの離散化誤差は要素の代表長さに比例する^{7), 8)}。この点からすると、局部座屈が生じる領域を要素1個で解析する小澤らの解析手法は、離散化誤差を十分に小さくできない可能性がある。

以上のことを背景に、本論文では、鋼部材を梁要素で有限要素解析する際の、軟化型構成則の取り扱い方法について検討する。



図－1 鋼製門型ラーメン橋脚



図－2 トリリニアモデル

2. 解析モデル

2.1 梁要素

数多くの梁要素が提案され、使用されているが、ここでは最も標準的なベルヌーイ・オイラーの仮定に従う2節点の梁要素を用いる。これは、たわみの形状関数に、3次多項式が用いられた梁要素である⁷⁾。本論文で着目するのは軟化型構成則の扱いであるため、この梁要素を用いて、非線形性としては材料非線形のみを考慮した2次元微小変形解析を行い、議論を進める。

2.2 解析対象

図－1の鋼製門型ラーメン橋脚を解析する。高さ、スパンはそれぞれ8.4 m、14 m、断面は幅が2000 mm、厚さが40 mmの鋼板4枚で構成される薄肉箱形（正方形）断面とする。隅角部では梁、柱ともに1400 mmの区間を剛域とし、非線形挙動は剛域を除いた柱（以下では、柱一般部と呼ぶ）のみで生じるものとする。この非線形性は、図－2に示すような曲げモーメント M と曲率 ϕ の関係で与えられるとする。この構成則は鉄道橋の耐震設計⁴⁾で採用されたのと同じタイプであり、3本の直線からなるトリリニアモデルである。最初の直線が弾性変形、2番目（硬化域）が弾塑性変形、最後の下り勾配部（軟化域）が局部座屈発生後の変形挙動を表す。なお、除荷時の勾配は、最初の直線勾配（初期勾配）と同じとする。

図－1に示す通り、このラーメンには鉛直荷重 P と水平荷重 H が作用している。 P は一定値であるのに対し、 H は漸次変化する。具体的には、 P は柱に全断面塑性軸力の15%を生じさせる一定荷重とし、 H はその載荷点での水平変位 u を制御することで載荷する。ここではPushover解析を行うこととし、水平変位は単調に増加させる。

2.3 要素分割

要素分割が解析結果に及ぼす影響を見るため、3種類の要素分割（Mesh A－C）を基本として用いる。Mesh Aは、梁、柱ともすべての領域を等長（1400 mm）の要素でモデル化したものである。Mesh Bは、柱一般部の領域をMesh Aの1/2の長さ（700 mm）の梁要素でモデル化したもので、Mesh Cは柱一般部をさらに短い要素（350 mm）でモデル化したものである。

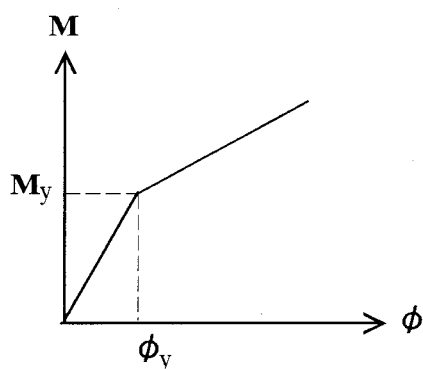
3. 構成則タイプと要素分割の影響

構成則タイプごとの有限要素解析上の特性を調べるため、図－2の構成則（トリリニアモデル）に加えて、軟化域がないモデル（バイリニアモデルⅠ）、硬化域がないモデル（バイリニアモデルⅡ）を用いた解析も行う。なお、ヤング率は206 kN/mm²、降伏応力は235 N/mm²とする。したがって、鉛直荷重 P は11280 kN、降伏曲げモーメント M_y は41794 kNm、降伏曲率 ϕ_y は0.0009506 1/mとなる。

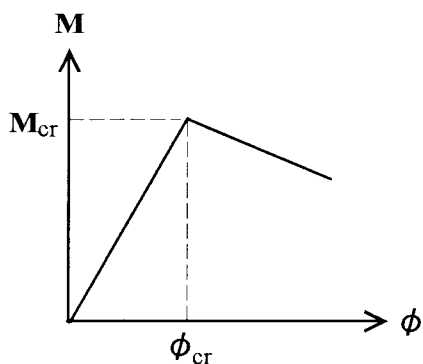
3.1 バイリニアモデルⅠ

このモデルは図－3(a)に示すような硬化型の構成則である。まず硬化域の勾配を初期勾配の1/10として解析を行い、その結果として、水平荷重 H とその載荷点での水平変位 u の関係を図－4(a)に示している。図中、 H_y 、 u_y はそれぞれ降伏水平力、水平変位である。この図より、要素長によって解は異なるものの、要素が短くなるに伴い、解が収束していく様子が認められる。

硬化域の勾配を初期勾配の1/100とした場合の解析結果を図－4(b)に示している。勾配が小さくなり、塑性変形が大きくなると、要素分割の影響が大きくなっている。しかしながら、この場合においても、要素長が短くなるに伴い、解が収束する傾向が認められる。ただ、Mesh BとMesh Cの解析結果にはまだ若干の差が見られるため、収束性をさらに確認す



(a) バイリニアモデル I



(b) バイリニアモデル II

図-3 バイリニアモデル

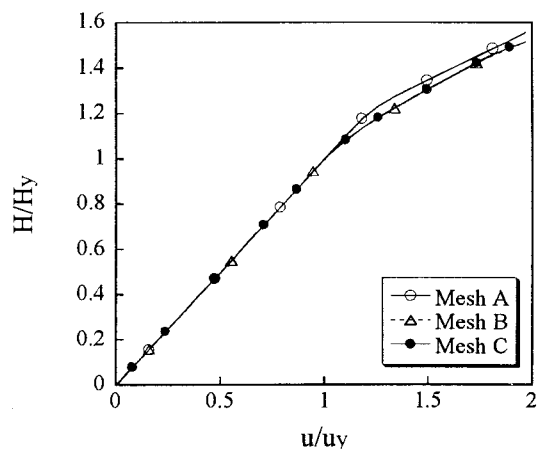
るべく、Mesh C よりもさらに短い要素を用いた要素分割（柱一般部の要素長が 175mm）で解析を行った。この要素分割を Mesh D と呼び、解析結果を図-4 (b) に示しているが、Mesh C とよく一致した結果となっており、収束性を検証できた。

3.2 バイリニアモデル II

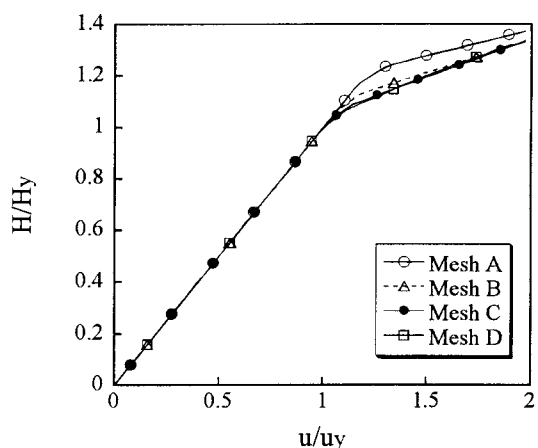
これは図-3 (b) に示すようなモデルで、弾性変形後、直ちに軟化に至る構成則モデルである。すなわち、 $M_{cr}=M_y$ 、 $\phi_{cr}=\phi_y$ となっている。

図-3 (b) の軟化域の勾配を初期勾配の-1/10として解析を行い、その結果として、水平荷重 H とその載荷点での水平変位 u の関係を図-5 に示す。この図より、要素長によって解は大きく異なり、要素長が短くなるに伴い、強度が漸次低下していく様子が認められる。バイリニアモデル I の場合とは大きく異なる結果となった。

この解析の変形性状では、隣り合う複数の要素が構成則の軟化域に達するような現象は認められない。ある要素の変形状態が軟化域に至ると、隣接する要素では除荷が始まる。変形は軟化域に達した要素で



(a) 硬化域勾配 1/10



(b) 硬化域勾配 1/100

図-4 水平荷重-水平変位関係
(バイリニアモデル I)

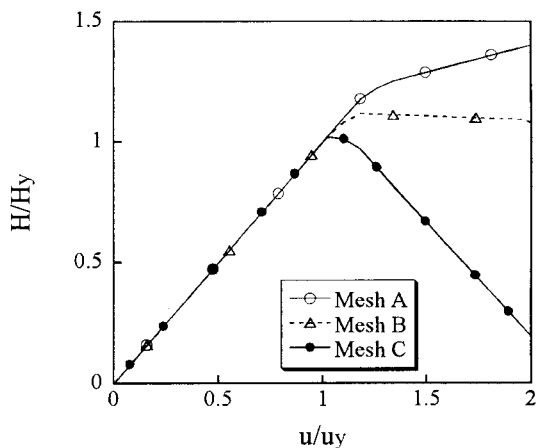
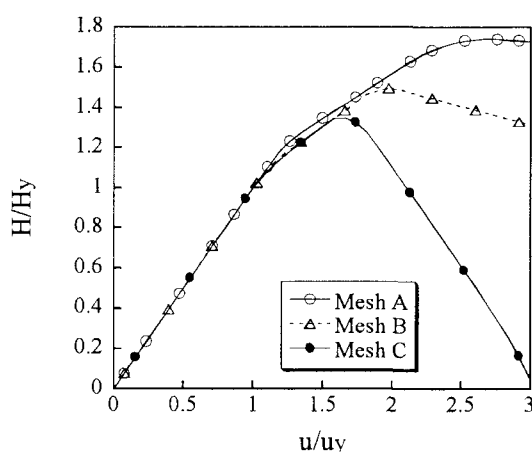
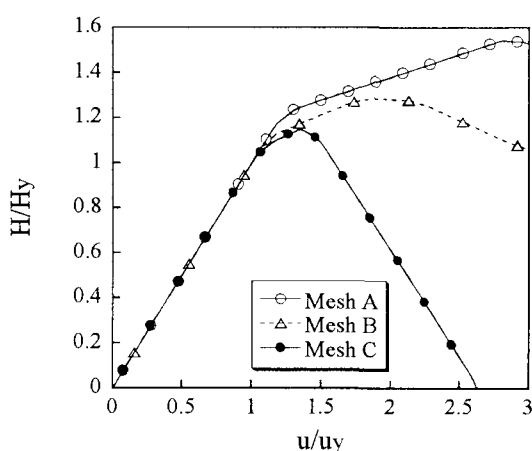


図-5 水平荷重-水平変位関係
(バイリニアモデル II)



(a) 硬化域勾配 1/10



(b) 硬化域勾配 1/100

図-6 水平荷重-水平変位関係
(トリリニアモデル)

のみ進行し、変形の局所化が見られる。そのため、要素分割を細かくして要素が短くなるに伴い、より小さな領域に変形が集中することになる。このことが、バイリニアモデルⅡにおいて、要素が短くなるに伴って強度が漸次低下し、収束傾向が認められない原因である。なお、バイリニアモデルⅠでは、隣接する要素で変形性状が大きく異なることはなく、特定の要素に変形が集中するような現象は見られない。

3.3 トリリニアモデル

図-2の構成則で、硬化域の勾配を初期勾配の1/10、軟化域の勾配を初期勾配の-1/10、 ϕ_{cr} を ϕ_y の3倍とした場合の解析結果を図-6(a)に示す。ここでも、要素分割の影響が明らかに認められる。しかしながら、軟化域に達する要素が現れるまでの水

平荷重 H -変位 u 曲線では、要素が短くなるにつれて解が収束する傾向が認められる。一方、軟化域に達する要素が現れると、解が収束しなくなる。図-6(b)には、硬化域の勾配を初期勾配の1/100とした場合の解析結果を示しているが、図-6(a)と同様の傾向が認められる。ここでの結果は、3.1、3.2の解析結果に見られた現象とよく整合する内容である。

3.4 まとめ

要素分割が解析結果に及ぼす影響は、構成則タイプにより大きく異なる。すなわち、硬化型構成則では、要素分割を細かくし、要素が短くなるに伴い、解析結果は収束する。一方、軟化型構成則では、軟化域に達する要素が現れると解析結果は収束しなくなる。要素が短くなるにつれて強度が漸次低下する。

本来は無数の自由度を有する構造物を有限の自由度しか有さないモデルに置き換えるため、有限要素法では解析結果に離散化誤差が含まれる。精度よい解を得るには離散化誤差を小さくする必要があり、そのためには要素分割数を十分に大きくし、細かな要素を用いて解析しなければならない。しかしながら、軟化型構成則を用いると、要素分割数を増やして要素を短くするにつれて変形が局所化し、解は収束しない。したがって、軟化型構成則を通常の構成則と同様に用いて有限要素解析を行っても、信頼性のある解を得ることはできない。

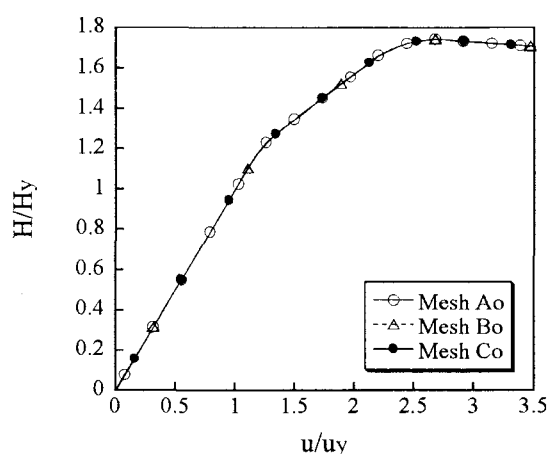
4. 軟化域の扱い

4.1 手法1

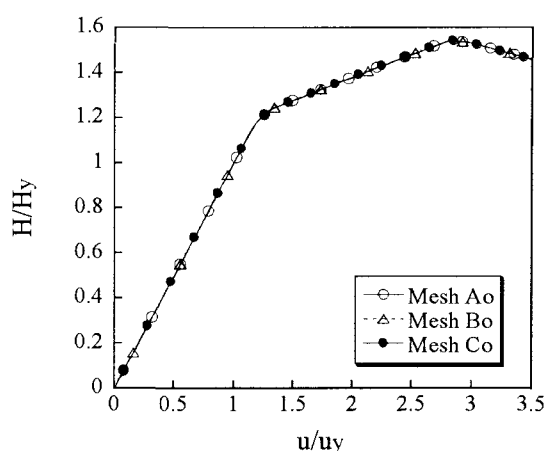
3章で見られた軟化型構成則に伴う有限要素解析の問題点に対し、小澤らは局部座屈が生じ得る領域（以下では、局部座屈領域と呼ぶ）を1要素でモデル化することを提案している⁶⁾。すなわち、この1個の要素においてのみ変形状態が軟化域に達するとしている。

この手法の考え方に従って3章の解析を試みる。局部座屈領域は、文献9)を参考にフランジ幅の0.7倍(1400mm)の区間とし、これを1要素でモデル化する。本解析例では、局部座屈領域が各柱一般部の上下端部に位置し、合計で4箇所となる。局部座屈領域はトリリニアモデル、局部座屈領域以外の柱一般部はバイリニアモデルⅠを適用した梁要素でモデル化する。

硬化域、軟化域の勾配をそれぞれ初期勾配の1/10、-1/10、 ϕ_{cr} を ϕ_y の3倍とした場合の解析結果を図-7(a)に示す。図中、Mesh Ao~Coと記しているが、これらは、局部座屈領域を除く柱一般部での要素分割をそれぞれ3章で用いたMesh A~Cと同じにした



(a) 硬化域勾配 1/10



(b) 硬化域勾配 1/100

図-7 水平荷重－水平変位関係（手法1）

ものである。図-7(a)の解析結果においては、要素分割の影響は全く見られない。図-7(b)には、硬化域の勾配を初期勾配の 1/100 とした場合の解析結果を示しているが、ここでも要素分割の影響は認められない。

この解析における変形性状を調べてみると、降伏曲げモーメント M_y を超え、弾塑性変形をするのは、局部座屈領域の要素だけである。そのため、局部座屈領域以外の要素分割を変更しても、解析結果に影響は現れず、要素分割に影響されない結果となっている。

4.2 手法2

局部座屈が発生すると、その領域は非常に複雑な変形状態となる。そのため、軟化域の構成則は、局部座屈が生じている領域の平均応力－平均ひずみ関係として求められている^{2), 6)}。このことを思えば、

有限要素解析においても、軟化域での構成則には、平均的な変形量を用いるべきと考えられる。

この点に鑑み、ここでは、硬化域については通常の構成則を用いるものの、軟化域については局部座屈領域における平均量を用いることとする。具体的には、局部座屈領域の平均曲率（局部座屈領域内の梁要素に生じる曲率の平均値）がある値に達すると局部座屈が発生したと判定し、それ以降の構成則（軟化域の構成則）は平均曲率をもとに定められるとする。ちなみに、平均的な変形量を用いる方法としては、文献9)の有効破壊長での平均ひずみを用いて終局状態を定義している例がある。

この手法で3章の解析を行う。局部座屈領域は、4.1と同様に、フランジ幅の0.7倍（1400mm）の区間とする。この区間の構成則は基本的にはバイリニアモデルIであるが、平均曲率が ϕ_{cr} に達すると、局部座屈領域内の曲げ変形は軟化型の曲げモーメント M －曲率 ϕ 関係になるとする。

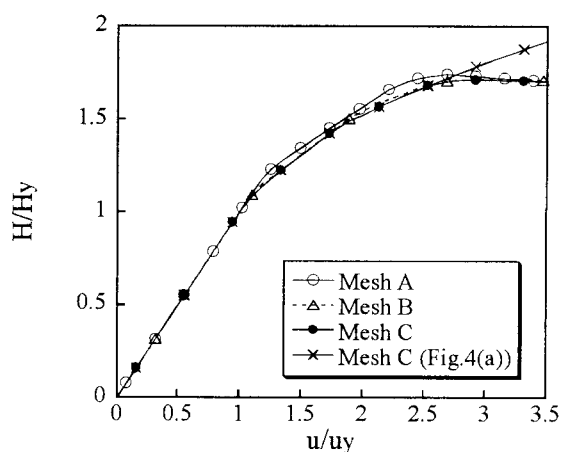
バイリニアモデルIの硬化域の勾配を初期勾配の 1/10、 ϕ_{cr} を ϕ_y の3倍、軟化域の勾配を初期勾配の -1/10 として解析する。図-8(a)に解析結果を示しているが、要素分割を細かくするにつれて、解は収束している。3.3で見られたような要素分割数の増加に伴う強度低下は生じていない。図-8(b)には硬化域の勾配を初期勾配の 1/100 とした場合の解析結果を示しているが、図-8(a)と同様に、要素長が短くなるに伴い解は収束している。なお、ここでは塑性変形が大きいため図-8(a)よりも若干収束が遅く、Mesh B と Mesh C の結果に差が認められたため、Mesh D でも解析した。Mesh C と Mesh D の解析結果はよく一致しており、収束性が確認された。

図-8には図-4の Mesh C または Mesh D の結果も示しているが、硬化域が変形挙動に大きな影響を及ぼす範囲（ほぼ最大強度までの領域）では、手法2の解析結果とよく一致している。このことより、手法2を用いれば、弾塑性解析における離散化誤差も十分小さくできることが確認される。

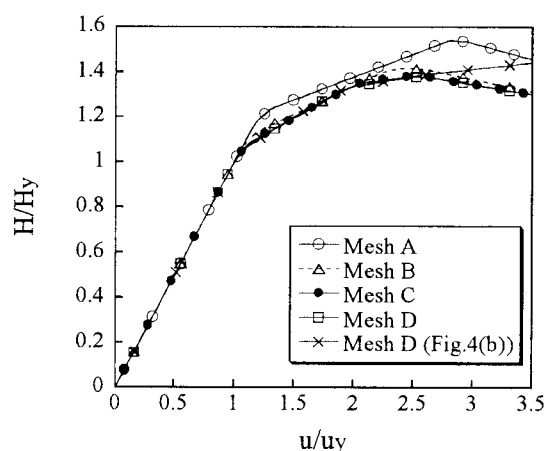
本解析の Mesh A は、4.2の Mesh Ao と同じである。4.2では要素分割の影響が認められなかったことから、図-8の Mesh A を手法1の解析結果と考えてよい。Mesh A の結果は、図-4の Mesh C または Mesh D の解析結果と明らかに異なり、手法1では弾塑性変形を十分精度よく表現できないことが理解される。

5. おわりに

本研究では、まず構成則のタイプによって、要素分割の影響が大きく異なることを数値計算により示した。端的には、軟化型構成則を通常の構成則と同



(a) 硬化域勾配 1/10



(b) 硬化域勾配 1/100

図-8 水平荷重－水平変位関係（手法2）

様に用いて有限要素解析を行っても、信頼性のある解は得られないと結論される。

この問題を解決するために、有限要素解析における軟化型構成則の扱い方として手法2を提案した。鋼部材の軟化域の構成則は、変形状態の平均量を用いて構築されていることに鑑み、有限要素解析でもそれに倣うことにしたものである。提案手法の有効性は数値計算例で示した通りであり、離散化誤差や要素分割数の増加に伴う強度低下といった問題を解

消できる。なお、ここでは曲げモーメントと曲率の関係で記述された構成則を対象としたが、本手法は応力とひずみで表された構成則にも容易に適用できる。

参考文献

- 1) 例えば、山口栄輝、市川篤司、池田学、久保知徳、三木千寿：繰返し荷重を受ける鋼製ラーメン隅角部におけるハンチの効果，構造工学論文集，Vol. 46A，土木学会，pp. 119-125，2000.
- 2) 崎元達郎，渡辺浩，中島黄太：局部座屈を考慮した鋼箱形断面部材の復元力モデル，土木学会論文集，No. 647/I-51，pp. 343-355，2000.
- 3) 渡辺浩，崎元達郎：コンクリートを充填した角形鋼管柱の局部座屈を考慮した地震応答解析，土木学会論文集，No. 647/I-51，pp. 357-368，2000.
- 4) 運輸省鉄道局（監修）：鉄道構造物等設計標準・同解説 耐震設計，鉄道総合技術研究所編，丸善，1999.
- 5) Yamaguchi, E. and Chen, W.F.: Cracking model for finite element analysis of concrete materials, J. Engrg. Mech., ASCE, Vol. 116, No. 6, pp. 1242-1260, 1990.
- 6) 小澤一誠，王慶雲，後藤芳顕：座屈モードの局所化を考慮した補剛板の軟化型構成則を用いた鋼製橋脚の Pushover 解析，土木学会論文集，No. 689/I-57，pp. 225-237，2001.
- 7) Cook, R.D., Malkus, D.S. and Plesha, M.E.: Concepts and Applications of Finite Element Analysis, 3rd Edition, John Wiley & Sons, New York, 1989.
- 8) 山口栄輝：講座 有限要素法の基礎と地盤工学への応用 3. 一次元問題の有限要素解析，地盤工学会「土と基礎」，Vol. 49, No. 5, Sr.No. 520, pp. 39-44，2001.
- 9) 土木学会鋼構造委員会鋼構造物の耐震検討小委員会・日本鋼構造協会次世代土木鋼構造研究特別委員会鋼橋の耐震検討小委員会：鋼構造物の耐震解析用ベンチマークと耐震設計法の高度化，2000.

(2004年9月17日受付)