

塑性域の広がりを考慮した木平面骨組構造物の弾塑性解析

ELASTO-PLASTIC ANALYSIS OF TIMBER PLANE FRAME STRUCTURES
CONSIDERING SPREAD OF PLASTIC PORTION

岩崎正二*, 出戸秀明*, 佐々木寛幸**, 山本亮***, 宮本裕****

Shoji IWASAKI, Hideaki DETO, Hiroyuki SASAKI, Ryo YAMAMOTO and Yutaka MIYAMOTO

*工博, 岩手大学助教授, 工学部建設環境工学科 (〒 020-8551 岩手県盛岡市上田 4 丁目 3-5)

**岩手大学大学院, 工学研究科建設環境工学専攻 (〒 020-8551 岩手県盛岡市上田 4 丁目 3-5)

***工博, (株) 昭和土木設計 (〒 020-0891 岩手県紫波郡矢巾町流通センター南 4 丁目 1-23)

****工博, 岩手大学教授, 工学部建設環境工学科 (〒 020-8551 岩手県盛岡市上田 4 丁目 3-5)

The purpose of this paper is to simulate the spread of plastic portion and the load-displacement relationship of timber plane frame structures which are imposed gradually by increasing load. In order to perform elasto-plastic analysis for timber plane frame structures, we introduce the stiffness matrix of beam element considering spread of plastic regions. From the result of the numerical examples, the accuracy and the usefulness of this method are verified.

Key Words : spread of plastic portion, timber plane frame structures, elasto-plastic analysis,

キーワード : 塑性域の広がり, 木平面骨組構造物, 弾塑性解析

1. はじめに

今日, 人々の地球環境への関心の高まりと, 自然とのふれあいを求める傾向が強まる中で, 橋梁に対しても単に強度, 耐久性, 経済性等だけでなく, 周囲の環境との調和を保ちつつ美しい景観を提供するものが求められている. このような点で木材は自然景観と調和する独自の雰囲気を持っており, その木材を主材料とした木橋が見直されてきたことは, 再生可能な唯一の天然資源といわれる木材の有効活用が叫ばれている中で当然の帰結かとも思われる.

近年の木材加工技術の進歩に伴い, 強度・品質の安定した長期耐久性に優れた構造用大断面集成材の製作が可能となったことにより, この集成材を木橋の主材料として使用することで, 公園内の歩道橋等に限らず, 25 トン級的大型車が通る木車道橋にも集成材が積極的に採用されるようになってきた. しかし, 我国における木橋に関する設計規準は, 昭和 15 年内務省制定の「木道路橋設計示方書 (案)」が残っているだけであり, 近代木橋の設計に際しては, 日本建築学会「木構造設計基準・同解説」や諸外国の設計法を参照している事例が多いようである. また, RC 橋, PC 橋などの一般橋梁の設計法が, これまでの許容応力度法から限界状態設計法に移行しつつある中で, 土木学会木橋技術小委員会でも, 木橋の性能照査型設計指針の作成を目指した取り組みが現在行われている. なお, 我国における木質構造の限界状態設計法に関する検討は, 日本建築学会を中心に行われてきたが, 日本建築学会ではそれらの成果を「木質構造限界状態設計指針 (案)・同解説」¹⁾として出版している. このような現状を踏まえ, 木橋などの木骨組構造物に限界状態設計法を適用するにあたり, その弾塑性挙動を明らかにし耐荷力と終局

変位を求めることは, 極めて重要である.

著者らは文献²⁾で, 平沢ら³⁾⁻⁵⁾が鋼部材に適用するために誘導した弾塑性解析理論を木部材に適用することを試みた. そして, 塑性域の広がりを考慮した木材はり要素の弾塑性剛性マトリックスを誘導するとともに, それらの公式を用いた数値計算例を示し, 木材はりの弾塑性挙動と耐荷力を明らかにした. その際, はり構造は曲げによる引張破壊が中心となるため, せん断変形の影響およびせん断力による破壊については考慮しなかった. しかし木材のせん断強度は, 他の強度に比べて極めて小さいので, せん断力による破壊を考慮することは重要であると思われる.

本論文では, 木平面骨組構造物の解析が出来るように, 文献²⁾の木材はり要素の弾塑性剛性マトリックスを軸力項を考慮した公式に拡張する. はり構造と異なり木平面骨組構造物では, 部材要素に働く断面力に曲げモーメント, せん断力の他に軸力も加わるので, もし軸圧縮力が支配的な構造物では, その破壊形態もはり圧縮縁での破壊に依存する可能性がある. 従って本論文では, 圧縮縁での破壊を圧縮ひずみによって制限することで, 圧縮破壊から引張破壊までの判定が連続的に可能となる軸力と曲げモーメントに関する破壊相関曲線⁶⁾の導入を試みる. また, 木材はり要素のせん断破壊が考慮出来るように, 断面に生じる最大せん断応力が木材のせん断強度に達したとき破壊するという簡単なせん断破壊条件を導入する. 次に, 本解析手法の有用性を示すために, それらの公式を用いて, 軸力の生じるはり構造, 門形ラーメン, アーチ構造等の木平面骨組構造物の数値計算例を示し, その耐荷力と塑性域の広がりについて検討する. 同時に, 木平面骨組構造物が構造形式, 境界条件, 荷重条件等の組み合わせにより, どのような破壊形態 (引張破壊, 圧縮破壊,

せん断破壊)を生じるかを明らかにしたい。

2. 解析理論

薄木⁷⁾は木材において弾塑性解析を行うためには圧縮ひずみのひずみ軟化を考慮しなければならないものの、その程度は鋼などのひずみ軟化に比べて大きくないため終局曲げ強さに及ぼす影響は少なく、材料強度特性のばらつき等を考えるならば、図-1に示すような圧縮側に対しては完全弾塑性、引張側に対しては弾性とする bi-linear 型の応力-ひずみ曲線を仮定する解法⁹⁾は十分根拠があると述べている。

また、著者らが JIS 規格に基づき唐松材を用いて行った圧縮および引張破壊試験¹⁰⁾からも上記を裏付けるような試験結果が得られており、本研究においても、図-1に示すような bi-linear 型モデルを採用し、理論を展開していくものとする。

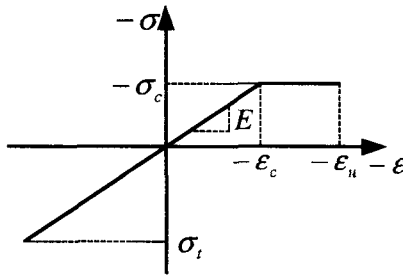


図-1 応力-ひずみ曲線

2.1 基本式誘導における仮定

基本式誘導に先立ち以下のような仮定を設定する。

1. 定式化するにあたり材料は図-1に示すような圧縮側で完全弾塑性モデル、引張側で弾性モデルとし、木材の圧縮ひずみに見られるようなひずみ軟化は考慮しないものとする。なお、図中の σ_c は圧縮強度、 σ_t は引張強度、 ε_c は圧縮側降伏ひずみ、 ε_u は圧縮側破壊ひずみ、 E は弾性係数を示す。
2. 微小変位理論に基づき、幾何学的非線形は考慮しないものとする。また、座屈は一切考慮しないものとする。
3. 荷重は節点に働く集中荷重のみとする。なお、中間荷重は考慮しないものとする。
4. 木材はりの断面は二軸対称断面とし、Timoshenko の仮定に基づき、曲げとせん断による変形を考慮するものとする。
5. 降伏および破壊は、軸力と曲げモーメントの相互関係式⁶⁾により判別するものとし、せん断力による破壊は、最大せん断応力がせん断強度に達したかどうかで判断するものとする。

2.2 弾塑性状態の木部材

図-2(f)に示すような、幅 b 、高さ h の矩形断面を有する長さ l の木部材を考える。図-3に示すように部材左端(節点 i)から x の距離における断面の応力分布が図-2(b)のような弾塑性状態になったとする。ここで δh は弾塑性境界の位置を表している。すなわち、断面の高さが $\delta \leq y/h \leq 0.5$ の範囲で弾性域、 $-0.5 \leq y/h \leq \delta$ の範囲で塑性域である。このとき、図-2(b)の応力分布から弾性域での応力、塑性域での応力 σ_x が次式で示される。

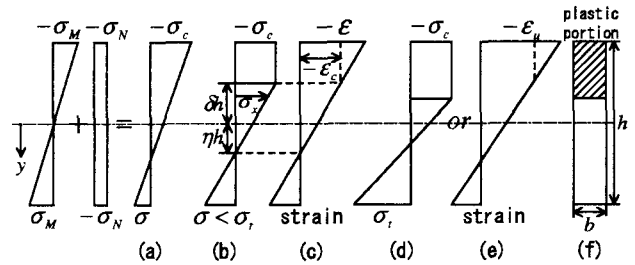


図-2 応力とひずみ分布の変化

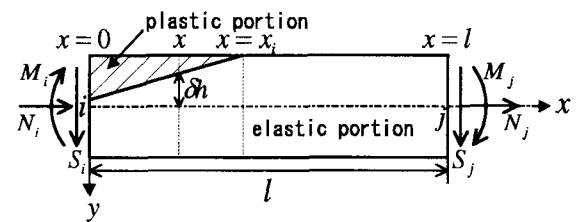


図-3 節点断面力と塑性域

$$\sigma_x = \frac{\sigma_c (y/h - \eta)}{\eta - \delta} \quad (\delta \leq y/h \leq 0.5) \quad (1)$$

$$\sigma_x = -\sigma_c \quad (-0.5 \leq y/h \leq \delta) \quad (2)$$

ここで、 h ははりの高さ、 η は無次元化した断面重心から中心軸までの距離、 δ は無次元化した弾塑性境界の位置を表す。ただし、 η と δ は正負の符号を持つものとする。

図-2(a)に示すように、はりの上縁の応力度が圧縮強度 σ_c になるまで弾性状態であるが、さらに荷重を増分させると図-2(b)に示すように圧縮側断面で一部塑性状態に至り、引張側は弾性状態を維持する。さらに荷重が増え、図-2(d)に示すように引張縁が引張強度 σ_t に到達した場合、もしくは図-2(e)に示すように圧縮縁が破壊ひずみ ε_u に到達した場合破壊に至る。任意断面に生じる軸力 N_x と曲げモーメント M_x は、図-2(b)の弾塑性状態に対して式(1)、(2)を用いると次式で示される。

$$N_x = \int_F \sigma_x dF = - \int_{-h/2}^{\delta h} \sigma_c b dy + \int_{\delta h}^{h/2} \frac{\sigma_c (y/h - \eta)}{\eta - \delta} b dy \quad (3)$$

$$M_x = \int_F \sigma_x y dF = - \int_{-h/2}^{\delta h} \sigma_c y b dy + \int_{\delta h}^{h/2} \frac{\sigma_c (y/h - \eta)}{\eta - \delta} y b dy \quad (4)$$

ここで、 F は断面積、 b ははりの断面幅である。

2.3 破壊相関曲線について

降伏および引張破壊、圧縮破壊の判別に用いる破壊相関曲線は、薄木らの理論⁶⁾に基づき式の展開を行うものとする。式(3)、(4)より軸力比 n 、曲げモーメント比 m は次式で示される。

$$n = \frac{N_x}{N_Y} = \frac{(2\delta + 1)^2 - 8\eta}{8(\delta - \eta)} \quad (5)$$

$$m = \frac{M_x}{M_Y} = \frac{(\delta + 1)(2\delta - 1)}{4(\eta - \delta)} \quad (6)$$

ここで、 N_Y は降伏軸力、 M_Y は降伏曲げモーメントを表し、 $N_Y = -\sigma_c b h$ 、 $M_Y = \sigma_c b h^2 / 6$ である。

式(5)、(6)より η を消去すると、弾塑性状態における軸力と曲げモーメントの相互関係式が次式で表される。

$$m - 2(\delta + 1)(1 - n) = 0 \quad (7)$$

式(7)の無次元パラメータ δ に、弾性限界状態、引張破壊状態、圧縮破壊状態における条件式を代入することにより、図-4に示すような $m-n$ 破壊相関曲線を描くことが出来る。弾性限界、引張破壊、圧縮破壊における δ の条件式は次式で示される。

$$\delta = -\frac{1}{2} \quad (8)$$

$$\delta = \frac{n_t + 4n - 3}{2(n_t + 1)} \quad (9)$$

$$\delta = \frac{n_c - 2n + 1 - 2\sqrt{(1-n)(2n_c - n - 1)}}{2(n_c - 1)} \quad (10)$$

ここで、 $n_t = \sigma_t / \sigma_c$ 、 $n_c = \varepsilon_u / \varepsilon_c$ である。なお、図-4は $n_t = 2.0$ 、 $n_c = 3.0$ の場合の $m-n$ 破壊相関曲線である。図中、 m が負の場合の相関曲線は、右象限の図と対称となるので省略した。

また、図-4中の軸圧縮力が大きく作用する $n \geq 0.5$ の領域において2つの境界線を用いることにより、図-5に示すような5つの領域に分けられる。境界線 $\eta = 1/2$ は、無次元化した断面重心から中心軸までの距離 η が下縁に達した場合の境界を表し、境界線 $\delta = 0$ は、無次元化した弾塑性境界の位置 δ が断面重心に達した場合を示している。図-5に示す①～⑤の各領域は、図-6に示すような①～⑤の応力分布に対応している。ただし、図-5の①の領域は弾性領域を表している。

次に、圧縮破壊曲線を決定する材料パラメータ n_c を3.0と固定し、引張破壊曲線を決定する材料パラメータ n_t の値を1.0から3.0と変化させた場合の破壊相関曲線を描くと、図-7のようになる。図に示すように圧縮強度 σ_c に対する引張強度 σ_t の割合を大きくすることによって、引張破壊曲線が外側に大きくなる。このことによって、弾性域および弾塑性域が広くなり耐力は大きくなる。

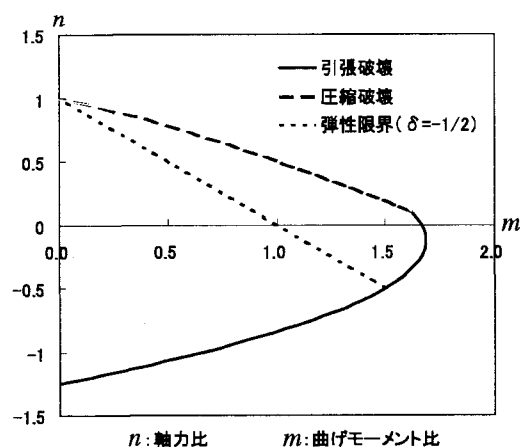


図-4 $m-n$ 破壊相関曲線

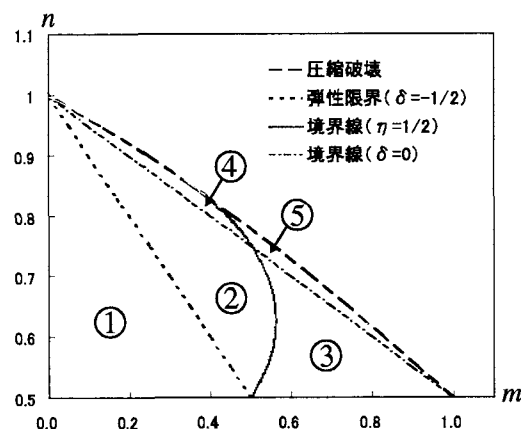


図-5 $n \geq 0.5$ の領域の拡大図

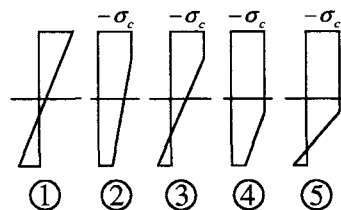


図-6 各領域の応力分布

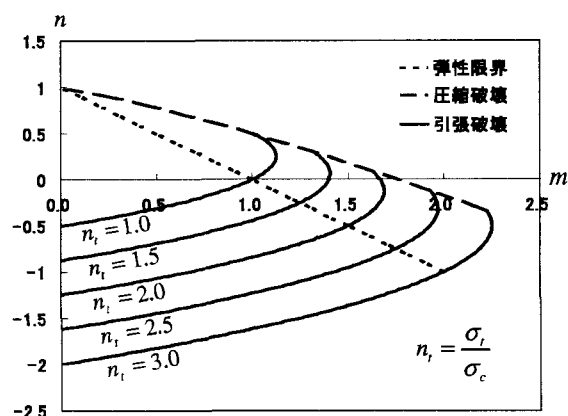


図-7 破壊相関曲線 (n_t 変化)

2.4 セン断破壊について

せん断力による破壊条件としては、部材要素内に生じる最大せん断応力 $\tau_{\max}$ が、せん断強度 τ_c に到達した場合破壊するものとする。木材のせん断強度は他の強度と比べて極めて小さいので、このような仮説はかなり適切であると思われる。はり断面部材の微小要素における x 方向の力のつり合い条件より、弾塑性状態にある断面に生じるせん断応力 τ_{yx} と直応力 σ_x の関係式が次式のようになる。

$$\frac{\partial (\tau_{yx}b)}{\partial y} = -\frac{\partial (\sigma_x b)}{\partial x} \quad (11)$$

文献⁷⁾を参考に式を展開すると、図-8に示すような弾塑性状態の断面に生じる最大せん断応力 $\tau_{\max}$ が次式で示される。

$$\tau_{\max} = -\frac{S_x h^2}{16R} (1-2\delta)^2 \quad (12)$$

$$R = I_x - \frac{h}{2} (1+2\delta) Z_x + \frac{h^2}{2} \delta A_x \quad (13)$$

ここで、 S_x は部材左端から x の距離における断面のせん断力を、 I_x 、 Z_x 、 A_x は、それぞれ弾性域の断面2次モーメント、断面1次モーメントおよび断面積を表す。また、図-8(b)に示す最大せん断応力 $\tau_{\max}$ が作用する位置 $y_{\max}$ は $h(1+2\delta)/4$ である。せん断応力の分布は、 $y_{\max}$ の位置に関して対称な二次放物線を描く。

文献⁸⁾によると、単一集中荷重を受ける単純はりの破壊形態は、はりせいスパン比 h/l が增大するに従い、弾塑性域での引張破壊からせん断破壊に移行すると記載されている。また、塑性域が生じなくても弾性域せん断破壊を起こす場合もあるようである。そこで、単一集中荷重を受ける単純はりについて、本手法を用いてはりせいスパン比 h/l を変化させ破壊形態の検討を行ったところ、表-1に示すように文献⁸⁾の結果と同じ解析結果が得られた。

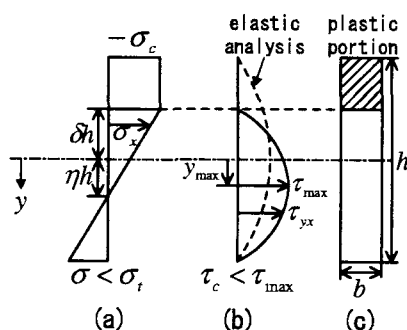


図-8 直応力とせん断応力分布

2.5 塑性域の広がりを考慮した木材はり要素の弾塑性剛性マトリックスの誘導

本論文では、図-9に示すように矢印方向を正とした材端力と材端変位を定義した。この部材の左端(節点 i)に作用している軸力を N_i 、せん断力を S_i 、曲げモーメントを M_i とおき、中間荷重が作用しないものと仮定すれば、左端から x の距離における断面の曲げモーメント M_x 、軸力 N_x は次式で示される。

$$M_x = M_i - S_i x, N_x = -N_i \quad (14)$$

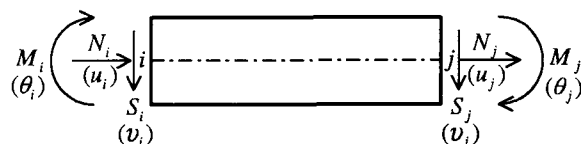


図-9 本論文での材端力と材端変位の定義

式(7)、(14)より M_x を消去してまとめると無次元化した弾塑性境界の位置 δ が次式のように x の1次式で示される。

$$\delta = -\frac{1}{2} \left\{ \frac{S_i}{M_Y (1-n_i)} x + 2 - \frac{M_i}{M_Y (1-n_i)} \right\} \quad (15)$$

ここで、 $n_i = -N_i/N_Y$ である。さらに、弾性限界の条件式 $\delta = -1/2$ を代入すると図-3に示すような、部材左端からの塑性化した距離 x_i が次式で示される。

$$x_i = \frac{M_i - M_Y (1-n_i)}{S_i} \quad (16)$$

$x \geq 0$ のとき塑性化が始まるので、塑性化判別式として次式が得られる。

$$M_i \geq M_Y (1-n_i) \quad (17)$$

従って、塑性域の広がりに伴う部材の剛性の低下を断面2次モーメントと断面積の減少としてとらえると、 $0 \leq x \leq x_i$ の断面2次モーメント I_x 、断面1次モーメント Z_x 、断面積 A_x は次式で示される。

$$I_x = \int_{\delta h}^{h/2} y^2 b dy = \frac{I}{2} (1-8\delta^3) \quad (18)$$

$$Z_x = \int_{\delta h}^{h/2} y b dy = \frac{Ah}{8} (1-4\delta^2) \quad (19)$$

$$A_x = \int_{\delta h}^{h/2} b dy = \frac{A}{2} (1-2\delta) \quad (20)$$

ここで、 $I = bh^3/12$ 、 $A = bh$ である。また、補仮想仕事の原理を用いて剛性マトリックスを定式化する³⁾と次式が得られる。

$$\begin{Bmatrix} N_i \\ S_i \\ M_i \\ N_j \\ S_j \\ M_j \end{Bmatrix} = \frac{1}{E_d} [K] \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ \theta_i \\ u_j \\ v_j \\ \theta_j \end{Bmatrix} \quad (21)$$

表-1 破壊形態の境界はりせいスパン比 h/l

引張⇔塑性域せん断		塑性域せん断⇔弾性域せん断	
解析結果	文献 ⁸⁾	解析結果	文献 ⁸⁾
0.1718	0.1718	0.3579	0.3579

$$[K] = \begin{bmatrix} E_d/H & 0 & 0 & -E_d/H & 0 & 0 \\ & D & -C & 0 & -D & E_a \\ & & B & 0 & C & E_b \\ & & & E_d/H & 0 & 0 \\ sym. & & & & D & -E_a \\ & & & & & E_c \end{bmatrix} \quad (22)$$

ここで、 $u_i, v_i, \theta_i, u_j, v_j, \theta_j$ は、それぞれ i 端、 j 端の水平変位、たわみ、たわみ角を表す。なお、剛性マトリックスの成分は以下の式で示される。

$$\begin{aligned} B &= \int_0^l \frac{x^2}{EI_x} dx + \kappa \int_0^l \frac{1}{GA_x} dx, \quad C = - \int_0^l \frac{x}{EI_x} dx, \\ D &= \int_0^l \frac{1}{EI_x} dx, \quad H = \int_0^l \frac{1}{EA_x} dx, \\ E_a &= Dl + C, \quad E_b = -Cl - B, \\ E_c &= Dl^2 + 2Cl + B, \quad E_d = BD - C^2 \end{aligned} \quad (23)$$

ここで、 E, G, κ は、それぞれ弾性係数、せん断弾性係数、せん断変形に対する補正係数である。

2.6 弾塑性状態の判別と塑性パターンの種類

部材要素の弾性、弾塑性、破壊状態の判別は、各荷重段階において i 端の N_i と M_i 、 j 端の N_j と M_j が、 $m-n$ 破壊相関曲線図のどこに分布しているかによって判断する。また、塑性パターンは全部で12種類ある。図-10(a) は、左端上部に x_i の塑性域の広がり、右端下部に x_j の塑性域の広がりが生じているパターンである。その他に、左端下部と右端上部に塑性域が広がる場合がある。同様に対称性を考慮すると、図-10(b) では4パターン、図-10(c) では4パターン、図-10(d) では2パターン存在することとなる。12種類の塑性パターンの選択については、各荷重段階において木材はり要素の両節点の断面力の大小関係および正負関係を用いて塑性パターンを判別する。

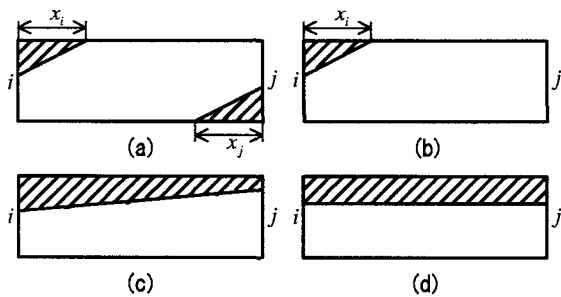


図-10 塑性パターン

ここでは、図-10(b) となる部材要素について断面2次モーメント I_x および断面積 A_x を求めると、式(18)、(20)に式(15)を代入することにより次式が得られる。

$$\begin{aligned} I_x &= \frac{I}{2} \left\{ \frac{S_i}{M_Y(1-n_i)} x + 3 - \frac{M_i}{M_Y(1-n_i)} \right\} \\ &\quad \left[\left\{ \frac{S_i}{M_Y(1-n_i)} \right\}^2 x^2 + \left\{ 3 - 2 \frac{M_i}{M_Y(1-n_i)} \right\} \right] \end{aligned}$$

$$\frac{S_i}{M_Y(1-n_i)} x + \left\{ \frac{M_i}{M_Y(1-n_i)} \right\}^2 - 3 \frac{M_i}{M_Y(1-n_i)} + 3 \quad (0 \leq x \leq x_i) \quad (24)$$

$$I_x = I \quad (x_i \leq x \leq l) \quad (25)$$

$$A_x = \frac{A}{2} \left\{ \frac{S_i}{M_Y(1-n_i)} x + 3 - \frac{M_i}{M_Y(1-n_i)} \right\} \quad (0 \leq x \leq x_i) \quad (26)$$

$$A_x = A \quad (x_i \leq x \leq l) \quad (27)$$

式(24)、(25)、(26)、(27)を式(23)に代入し、 B, C, D, H を求めることにより、部材要素の剛性マトリックスを得ることが出来る。 B, C, D, H は計算結果のみ示すと次のようになる。

$$B = B_1 + B_2 \quad (28)$$

$$\begin{aligned} B_1 &= \frac{1}{3EI} q^3 \left\{ 2(3-p)^2 \ln \frac{2}{3-p} \right. \\ &\quad \left. + (p^2 - 6p + 6) \ln |p^2 - 3p + 3| \right. \\ &\quad \left. + 2\sqrt{3}p(p-2) \left(\tan^{-1} \frac{\sqrt{3}}{3} - \tan^{-1} \frac{3-2p}{\sqrt{3}} \right) \right\} \\ &\quad + \frac{2\kappa}{GA} q \ln \frac{2}{3-p} \end{aligned}$$

$$B_2 = \frac{1}{3EI} (l^3 - x_i^3) + \frac{\kappa}{GA} (l - x_i)$$

$$C = C_1 + C_2 \quad (29)$$

$$\begin{aligned} C_1 &= -\frac{1}{3EI} q^2 \left\{ -(3-p) \ln \frac{4|p^2 - 3p + 3|}{(3-p)^2} \right. \\ &\quad \left. + 2\sqrt{3}(p-1) \left(\tan^{-1} \frac{\sqrt{3}}{3} - \tan^{-1} \frac{3-2p}{\sqrt{3}} \right) \right\} \end{aligned}$$

$$C_2 = -\frac{1}{2EI} (l^2 - x_i^2)$$

$$D = D_1 + D_2 \quad (30)$$

$$\begin{aligned} D_1 &= \frac{1}{3EI} q \left\{ \ln \frac{4|p^2 - 3p + 3|}{(3-p)^2} \right. \\ &\quad \left. + 2\sqrt{3} \left(\tan^{-1} \frac{\sqrt{3}}{3} - \tan^{-1} \frac{3-2p}{\sqrt{3}} \right) \right\} \end{aligned}$$

$$D_2 = \frac{1}{EI} (l - x_i)$$

$$H = H_1 + H_2 \quad (31)$$

$$H_1 = \frac{2}{EA} q \ln \frac{2}{3-p}$$

$$H_2 = \frac{1}{EA} (l - x_i)$$

ここで、 $p = M_i / \{M_Y(1-n_i)\}$ 、 $q = M_Y(1-n_i) / S_i$ である。その他の塑性パターンについても同様に計算することが出来るが、本論文では省略する。

3. 数値計算例

第2章で誘導した剛性マトリックスは、剛性マトリックスの成分に断面力を含んだ非線形方程式となっているため、数値解析手法としては、増分法に荷重増分法を適用し、それぞれの増分に対して逐次近似法を用いて反復計算を行った。

本解析手法の有用性を示すために、木平面骨組構造物の数値計算例として、正方形断面を持つはりモデル、門形ラーメンモデル、放物線アーチモデルおよび長方形断面を有するトラスドアーチ橋の4モデルを取り上げ弾塑性解析を行った。また、せん断破壊条件を考慮する場合と考慮しない場合の2通りの計算を行い比較検討した。それらの解析結果から、木平面骨組構造物の耐荷力と塑性域の広がりや進展状況および破壊形態について検討した。なお、トラスドアーチ橋を除いた3モデルの材料特性値は、著者らが行った集成材ラミナの静的破壊試験¹¹⁾より得られた2等級から4等級の平均値とし、それらの数値を表-2に示す。

表-2 材料特性値

σ_c :圧縮強度 (N/mm ²)	47.5
σ_t :引張強度 (N/mm ²)	81.8
τ_c :せん断強度 (N/mm ²)	8.5
E :弾性係数 (N/mm ²)	9560
G :せん断弾性係数 (N/mm ²)	1130
n_c :ひずみ比	3.0

3.1 はりモデル

解析するモデルとしては、今後実験することを考慮して、図-11に示すように単純はりの両支点上柱木部材から水平荷重を作用させ、軸力と曲げモーメントを受けるはりモデルを考えた。最初に、スパン全体に作用する軸力と曲げモーメントの変化による耐荷力や破壊形態の違いを検討するため、スパン中央点の集中荷重を0とし、支点上柱木部材に作用させる水平荷重 P の位置を変化させた3ケースの解析を行い比較検討した。水平荷重 P を作用させる節点は、支点から100mmの位置の節点3と7、200mmの位置の節点2と8、300mmの位置の節点1と9である。次に、はり部材の塑性域の進展の違いを検討するために、支点上柱木部材上端(作用節点1と9)に水平荷重 P を作用させた上に、スパン中央点に $0.5P$ 、 P の集中荷重を載荷する2ケースの解析を行った。なお、はり部材と柱木部材の断面形状は100mm×100mmの正方形断面とし、スパンは1000mm、支点上柱木部材の長さは300mmである。解析モデルの節点数は9、要素数は8とし、図-11中に節点番号を示す。

以上の条件を用いてはりモデルの数値計算を行った結果、図-12に示すような荷重-たわみ曲線が得られた。最初に、水平荷重 P の作用位置を変化させた3ケースについて比較すると、破壊形態、破壊荷重において大きな違いが見られた。せん断破壊条件を考慮しない場合、スパン全体にわたって作用する曲げモーメントが最も小さい水平載荷節点が3と7のケースは、圧

縮縁のひずみが破壊ひずみに到達したことによる圧縮破壊であったが、他の2ケースは引張による脆性破壊を示した。せん断破壊を考慮した場合、水平載荷節点3と7のケースでは、弾性限界状態に達する前の弾性領域でせん断破壊が生じ、水平載荷節点2と8のケースでは、弾塑性領域でせん断破壊が生じた。せん断破壊を生じた点は図-12中に▲点で示す。また、せん断破壊条件を考慮しない場合の破壊荷重は、図-12に示すように、圧縮破壊を起こした水平載荷節点3と7のケースが他の2ケースのそれぞれ1.9および2.8倍であることがわかった。次に、水平荷重 P の作用位置を支点上柱木部材上端(作用節点1と9)に固定し、スパン中央点の集中荷重を0、 $0.5P$ 、 P と変化させた3ケースについて比較する。中央集中荷重が0のケースが、弾性限界状態および引張破壊状態において荷重、中央たわみともに最も大きい値となった。このケースで、材料パラメータ n_t を1.7から1.3まで減少させて耐荷力に及ぼす影響を検討した。図-12に示すように耐荷力は16.6%、終局変位は31.7%、それぞれ低下した。

図-13は、支点上柱木部材上端に水平荷重 P を作用させ、スパン中央点の集中荷重を0、 $0.5P$ 、 P とした3ケースの破壊時における塑性域の広がりを斜線で示している。また、節点4、6近傍の塑性域の進展が理解出来るように、各部材を取り出して塑性進展図を描いた。図中の P は破壊荷重、 X はスパン方向の塑性域進展長さ、 Y_4 、 Y_5 、 Y_6 は各節点の高さ方向の塑性域進展長さを表している。なお、点線で表された円は破壊が生じた節点を示している。3ケースを比較すると、柱の水平荷重に対するスパン中央点の集中荷重の割合を大きくすることにより、スパン方向の塑性域の進展が中央近傍に集中していくことがわかる。

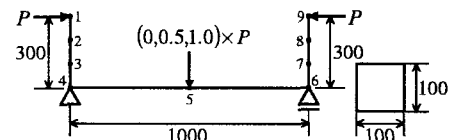


図-11 はりモデル (単位: mm)

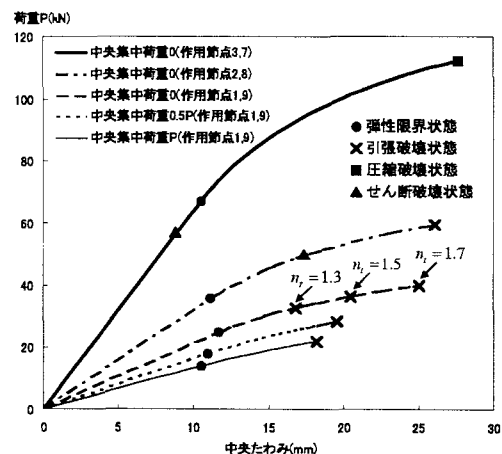


図-12 荷重-たわみ曲線 (はりモデル)

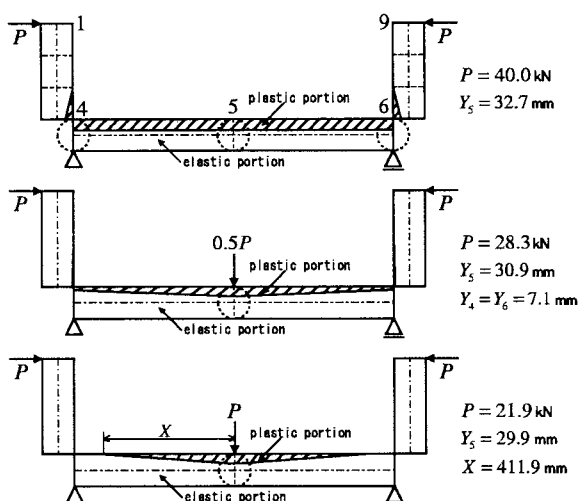


図-13 破壊時における塑性域の広がり（はりモデル）

3.2 門形ラーメンモデル

門形ラーメンモデルは、図-14に示すように節点3に集中荷重 P を載荷させ、節点2に $0, 0.5P, P$ の水平荷重を載荷する3ケースを比較検討した。なお、断面形状は $100\text{mm} \times 100\text{mm}$ の正方形断面とし、スパンおよび高さは 1000mm である。解析モデルの節点数は5、要素数は4とし、図-14中に節点番号を示す。

以上の条件を用いて数値計算を行った結果、節点3に着目すると、図-15に示すような荷重-変位曲線が得られた。なお、縦軸は載荷重を各ケースの弾性限界荷重で除した荷重比とし、横軸の変位はたわみと水平変位の2通り描いた。ただし、水平荷重が0のケースは水平変位は生じない。せん断破壊条件を考慮しない場合の破壊形態は、すべてのケースにおいて引張による脆性破壊であった。各ケースを比較すると、すべてのケースにおいて、荷重-変位曲線は破壊状態に到達するまで直線的な変化を示している。このことから、本モデルでは弾塑性状態時の荷重-変位関係に対して、塑性域の進展は大きな影響を与えないことがわかった。せん断破壊条件を考慮した場合、水平荷重が $0.5P$ のケースで、引張破壊よりせん断破壊が先行したが、その耐荷力の差は 6.8% である。せん断破壊が生じた点は図-15中に▲点で示す。

図-16は、せん断破壊条件を考慮した場合の破壊時における塑性域の広がり（はりモデル）を示したものである。また、節点2、4近傍の塑性域の進展が理解出来るように、各部材を取り出して塑性進展図を描いた。なお、点線で表した円は破壊が生じた節点を示している。水平荷重が0のケースは、節点3で引張破壊が生じたが、水平荷重を載荷させることにより、塑性域の進展の違いだけでなく、破壊節点にも違いが見られた。すなわち、水平荷重が $0.5P$ のケースは破壊節点が4のせん断破壊となり、水平荷重が P のケースは破壊節点が5の引張破壊となった。図-16に示すように、すべてのケースで塑性域の広がりが局所的に限られていることが、荷重-変位曲線が破壊時まで直線的な変化を示す理由と思われる。

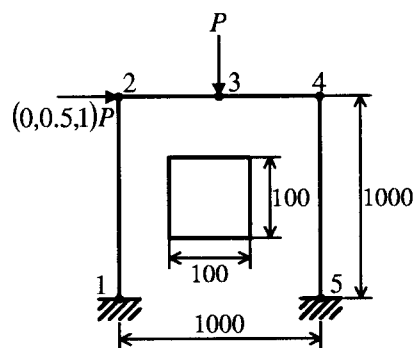


図-14 門形ラーメンモデル（単位：mm）

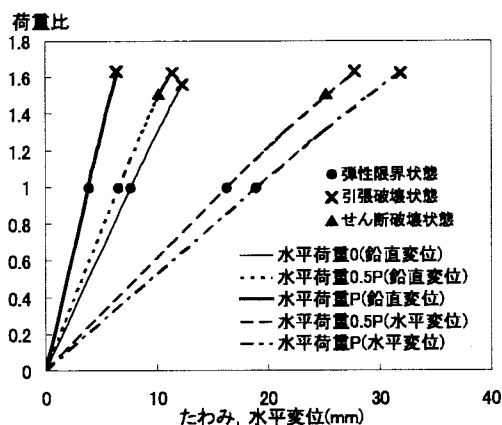


図-15 荷重-変位曲線（門形ラーメンモデル）

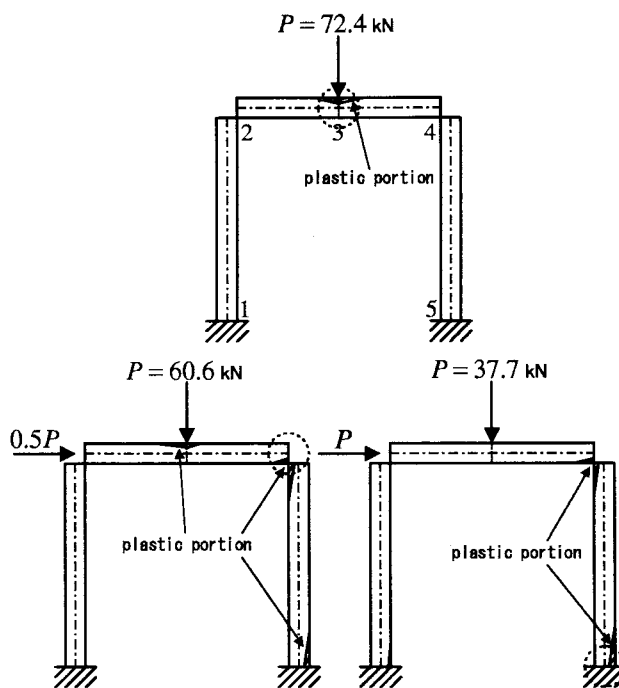


図-16 破壊時における塑性域の広がり（門形ラーメンモデル）

3.3 放物線アーチモデル

圧縮軸力が作用する典型的な構造として図-17に示すような放物線アーチを取り上げ解析した。断面形状は100mm×100mmの正方形断面とし、スパンは1000mm、ライズ比は0.14である。境界条件は両端ヒンジと両端固定とし、各境界条件のもとで中央集中荷重と等分布荷重が作用する4ケースについて解析を行った。解析モデルの要素数は10、節点数は11とし、図-17中に節点番号を、表-3に節点座標を示す。なお、等分布荷重は、節点荷重に置き換えて計算している。

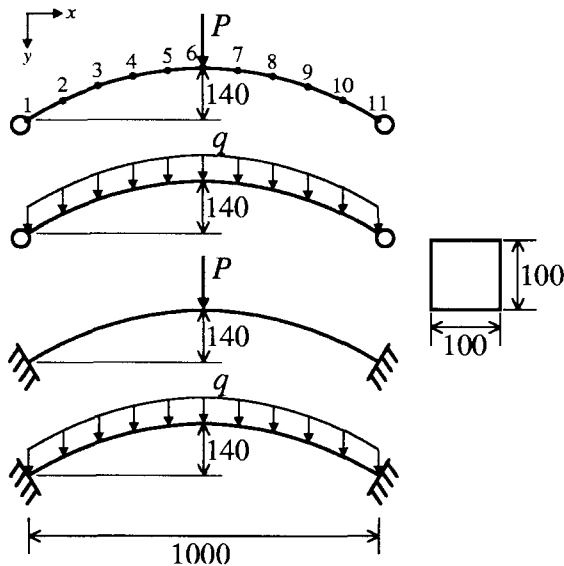


図-17 放物線アーチモデル (単位: mm)

表-3 放物線アーチモデルの節点座標 (単位: mm)

節点番号	x	y	節点番号	x	y
1	0	0	7	600	-134.4
2	100	-50.4	8	700	-117.6
3	200	-89.6	9	800	-89.6
4	300	-117.6	10	900	-50.4
5	400	-134.4	11	1000	0
6	500	-140.0			

図-18は、各ケースにおける荷重-たわみ曲線を表したものである。横軸の変位は節点6の鉛直たわみである。縦軸の荷重の値は等分布の場合、荷重総計を採用している。図-18より、せん断破壊条件を考慮しない場合では、4ケースとも圧縮ひずみにより破壊した。せん断破壊条件を考慮すると、両端ヒンジ支持で等分布が作用する場合を除いて、3ケースで圧縮破壊の前にせん断破壊が先行する結果となった。ヒンジと固定の境界条件の変化は、中央集中荷重を載荷する場合、荷重-変位曲線にほとんど影響を与えず耐力と破壊変位は同じ値が得られたが、等分布荷重が作用する場合には、耐力と終局変位は大きく異なる結果となった。特に両端ヒンジ支持で等分布荷重受ける場合が、4ケースの中で最大の耐力を有することがわかった。このケースで、材料パラメータ n_c を変化させて耐力に及

ぼす影響を検討した。図-18に示すように n_c を3.0から2.0まで減少させたが、耐力はそれに伴わずに2.5%しか低下しなかった。しかし、図-18中の集中荷重と等分布荷重が作用する両モデルは、特にせん断力分布が全く異なり、同一の力学モデルとは言えないので、単純な耐力比較は出来ないと思われる。

図-19は、4ケースの破壊時における塑性域の広がり性を示したものである。なお、図中の点線で表した円は破壊が生じた節点を示している。図-19より等分布荷重が作用する場合、両端ヒンジ支持の場合は節点5、7で圧縮破壊を、両端固定支持の場合は節点1、11の境界点でせん断破壊を起こし、境界条件の変化は破壊が生じた節点の位置や破壊形態にも影響を与えた。また、中央集中荷重が作用する場合に、荷重載荷点で引張破壊ではなく、せん断破壊が生じている点のはりモデルと比較すると興味深い。

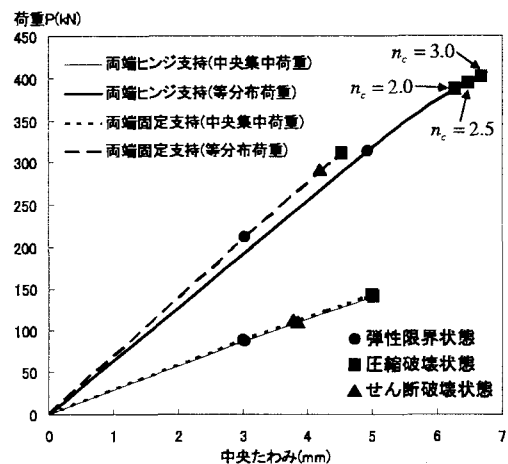


図-18 荷重-たわみ曲線 (放物線アーチモデル)

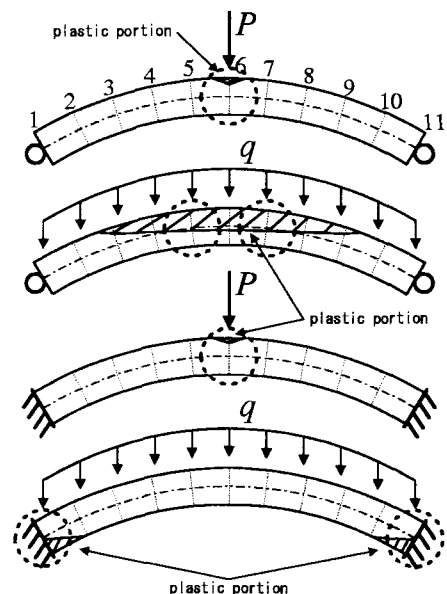


図-19 破壊時における塑性域の広がり (放物線アーチモデル)

3.4 トラスドアーチ橋

実大寸法の木橋モデルとして図-20に示すようなトラスドアーチ橋の解析を行った。図のトラスドアーチ橋は、岩手県田野畑村思惟公園内にある木歩道橋をモデル化したものである。スパンは16000mm、ライズ比は約0.28である。断面形状は、補剛桁と上弦材が220mm×450mm、吊材が220mm×170mmの長方形断面である。なお、材料特性値は、著者らが行った集成材の静的破壊試験¹¹⁾より得られた値とし、それらの数値を表-4に示す。境界条件は、ヒンジ・ローラー支持と両端ヒンジ支持の2通りとし、各境界条件のもとで、補剛桁のスパン全長に等分布荷重を全載する場合と、節点25から節点17にわたって等分布荷重を半載する解析を行った。なお、等分布荷重は節点荷重に置き換え計算している。図-20は、ヒンジ・ローラー支持で全載荷重の場合を示している。解析モデルの節点

表-4 材料特性値

σ_c :圧縮強度 (N/mm ²)	29.6
σ_t :引張強度 (N/mm ²)	48.8
τ_c :せん断強度 (N/mm ²)	9.8
E :弾性係数 (N/mm ²)	11480
G :せん断弾性係数 (N/mm ²)	960
n_c :ひずみ比	3.0

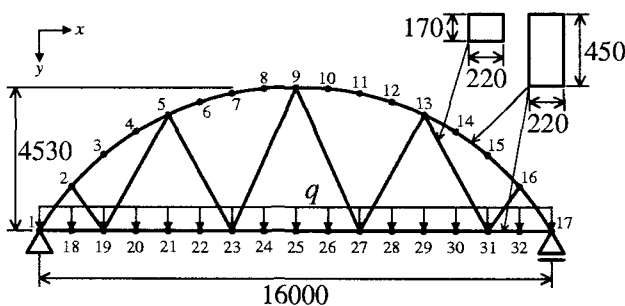


図-20 トラスドアーチ橋 (単位: mm)

表-5 トラスドアーチ橋の節点座標 (単位: mm)

節点番号	x	y	節点番号	x	y
1	0	0	17	16000	0
2	1000	-1345	18	1000	0
3	2000	-2311	19	2000	0
4	3000	-3037	20	3000	0
5	4000	-3585	21	4000	0
6	5000	-3988	22	5000	0
7	6000	-4265	23	6000	0
8	7000	-4430	24	7000	0
9	8000	-4530	25	8000	0
10	9000	-4430	26	9000	0
11	10000	-4265	27	10000	0
12	11000	-3988	28	11000	0
13	12000	-3585	29	12000	0
14	13000	-3037	30	13000	0
15	14000	-2311	31	14000	0
16	15000	-1345	32	15000	0

数は32、要素数は40とし、図-20中に節点番号を、表-5に節点座標を示す。

図-21は、各ケースの荷重-たわみ曲線を表したものである。横軸のたわみは、補剛桁中央の節点25のたわみである。縦軸の荷重の値は荷重総計を採用している。図-21の荷重-たわみ曲線は、破壊時まで直線的な変化を示し、せん断破壊条件を考慮してもしなくても耐荷力と破壊形態は変わらなかった。図より、荷重条件により耐荷力の変化が起こり、境界条件の違いにかかわらず全載荷重のケースの方が半載荷重のケースより33%程度大きくなった。破壊形態に関しては、ヒンジ・ローラー支持で半載荷重のケースのみ引張による脆性破壊を示したが、他の3ケースは圧縮縁のひずみが破壊ひずみに到達したことによる圧縮破壊であった。境界条件の違いは、全載荷重と半載荷重ともに耐荷力にほとんど影響は与えていないが、ヒンジ・ローラー支持から両端ヒンジ支持に変えた場合、終局変位は全載荷重の場合で17.4%、半載荷重の場合で6.6%の減少を示した。

図-22は、全載荷重と半載荷重が作用する場合のトラスドアーチ橋の破壊時における塑性域の広がりを見たものである。各荷重条件のもとで、ヒンジ・ローラー支持と両端ヒンジ支持の場合の2ケースが描かれている。図中の点線で表した円は破壊が生じた節点を示している。図-22(a), (b)に示すように補剛桁に全載荷重が作用する場合、ヒンジ・ローラー支持と両端ヒンジ支持の場合ではアーチ部材の節点5, 13の同位置で圧縮破壊を起こしている。しかし、ヒンジ・ローラー支持の場合は、補剛桁に塑性域が生じていないが、両端ヒンジ支持になると補剛桁の節点23, 27に塑性域の広がりが見られる。図-22(c)に示すようにヒンジ・ローラー支持で半載荷重が作用した場合の塑性域は、アーチ部材の節点13, 16のみに発生し、補剛桁には塑性域の発生が見られない。それにもかかわらず、破壊は補剛桁の節点27で生じ、弾性域での引張脆性破壊であった。図-22(d)に示すように境界条件が両端ヒンジ支持になると、補剛桁にも塑性域が発生し、破壊はアーチ部材の節点13における圧縮破壊に移行した。

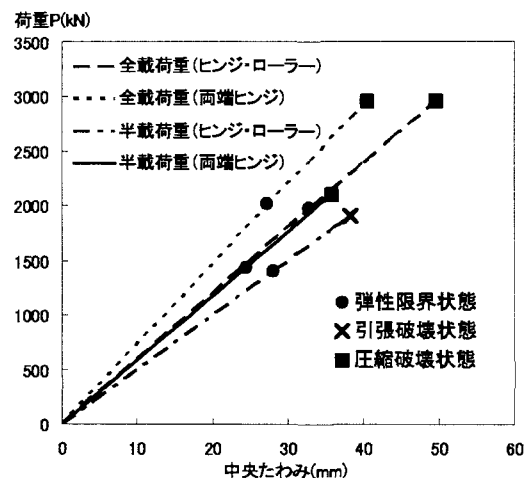


図-21 荷重-たわみ曲線 (トラスドアーチ橋)

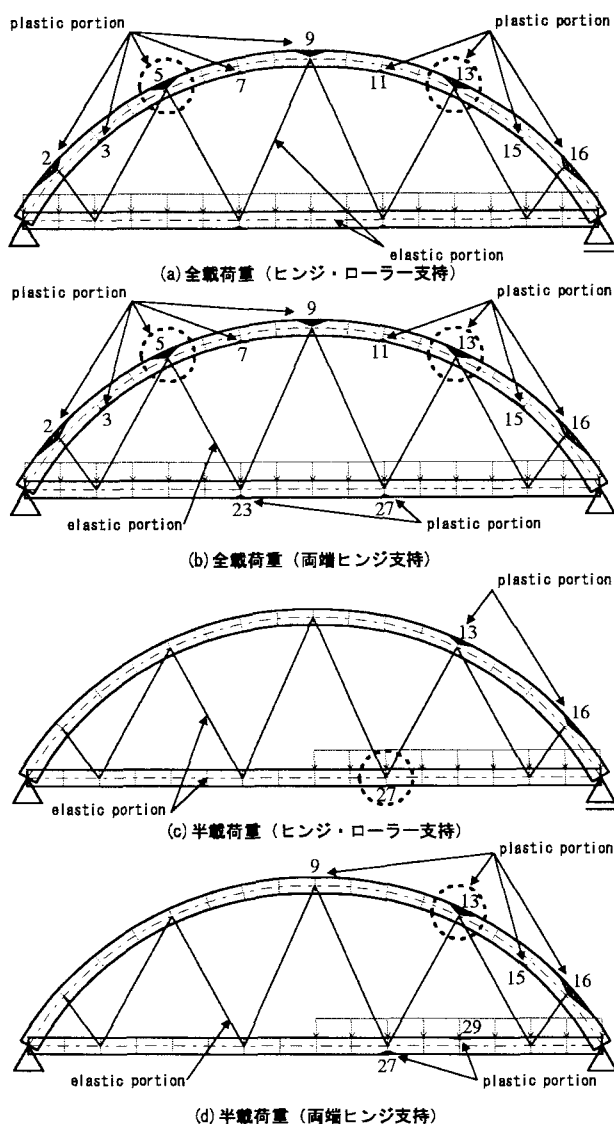


図-22 破壊時における塑性域の広がり（トラスドアーチ橋）

4. おわりに

本論文では、塑性域の広がり考慮した木材はり要素の弾塑性剛性マトリックスを誘導し、それらの公式を用いて、軸力の生じる木平面骨組構造物の弾塑性解析を行った。それらの解析結果から、木平面骨組構造物の荷重-変位曲線と破壊時における塑性域の広がり傾向について明らかにした。また、本論文で取り上げた木平面骨組構造物において構造形式、境界条件、荷重条件の組合せにより、どのような位置にどのような破壊形態（引張破壊、圧縮破壊、せん断破壊）が生じるかを計算上明らかにした。本論文の解析モデルの解析結果から、本解析手法が木平面骨組構造物の弾塑性解析に十分適用可能であることがわかった。なお、文献²⁾で著者らは、はりモデルについての解析結果と実験結果の比較を行い、この解析手法が十分有効であることを証明している。

今後は、本解析手法の実用性を証明するために、今回取り上げた解析モデルの載荷実験を実施し、実験結

果と解析結果との比較検討を行いたいと考えている。

今回は、降伏および引張破壊、圧縮破壊を軸力と曲げモーメントの相関曲線によって判断した。特に本手法の特徴としては、木材はり要素の塑性域の進展パターンを、はり要素端の軸力と曲げモーメントが相関曲線のどの領域に位置しているかで判断したことである。また、木材はり要素のせん断破壊については、断面に生じる最大せん断応力が木材のせん断強度に達したとき破壊するという簡単な破壊則を導入した。しかし、実際の降伏、破壊は、曲げ応力、せん断応力等の組合せにより決定されるものであり、解析の簡易性が損なわれない程度に適切な破壊条件式を用いた解析法を確立させることが、今後の検討課題と考えられる。また、本手法と平沢ら⁵⁾が誘導した鋼材用のはり部材要素を組み合わせるにより、鋼と木部材からなるハイブリッド木橋の弾塑性解析も可能である。さらに、本手法の動的解析への拡張も興味ある問題と言えよう。

参考文献

- 1) 日本建築学会：木質構造限界状態設計指針（案）・同解説，2003.
- 2) 岩崎正二，山本亮，出戸秀明，佐藤和也，宮本裕：塑性域の広がりを考慮した木材はりの弾塑性解析，構造工学論文集，Vol.48A，pp.1139-1145，2002.
- 3) 平沢秀之，林川俊郎，佐藤浩一：塑性域の広がりを考慮したはりの弾塑性解析，構造工学論文集，Vol.41A，pp.1-8，1995.
- 4) 平沢秀之，林川俊郎，佐藤浩一：曲げと曲げねじりによるI型断面部材の相関曲線と塑性域，鋼構造年次論文報告集，第3巻，pp.349-354，1995.
- 5) 平沢秀之，林川俊郎，佐藤浩一，植木広行：組合せ応力を受ける部材の弾塑性域の相関曲線について，鋼構造年次論文報告集，第4巻，pp.265-271，1996.
- 6) 亀井義典，長谷部薫，薄木征三：曲げと軸力を受けるひずみ軟化部分の相互作用曲線，土木学会東北支部技術研究発表会講演概要，I-21，pp.40-41，1988.
- 7) 長谷部薫，薄木征三：曲げとせん断を受けるひずみ軟化はりの弾塑性変位解析，土木学会論文集，第410号/I-12，pp.351-358，1989.
- 8) 杉山英男：建築構造学体系22・木構造，靖国社，1971.
- 9) 今俊三：木材の曲げ破壊法則について，北海道大学工学部研究報告，pp.1-28，1949.
- 10) 山本亮，佐藤和也，宮本裕，岩崎正二，出戸秀明，五郎丸英博：静的破壊試験による集成材ラミナ材料強度特性について，土木学会東北支部技術研究発表会講演概要，I-18，pp.36-37，2000.
- 11) 出戸秀明，岩崎正二，五郎丸英博，山本亮，佐藤和也，山崎光：静的破壊試験による木材および集成材の材料強度評価，土木学会東北支部技術研究発表会講演概要，I-40，pp.82-83，2001.
- 12) 岩崎正二，佐々木寛幸，山本亮，宮本裕：塑性域の広がりを考慮した平面木骨組構造物の弾塑性解析，第3回木橋技術に関するシンポジウム論文報告集，pp.95-102，2004.

(2004年9月17日受付)