

質量変化が損傷同定手法の精度に与える影響と 初期値に依存する同定結果への集団学習の適用

Effect of mass change on damage identification accuracy and application of
ensemble learning to the identified results dependent on initial values

古川愛子*, 清野純史**, 大塚久哲***

Aiko Furukawa, Junji Kiyono and Hisanori Otsuka

*工修 九州大学助手, 工学研究院建設デザイン部門 (〒812-8581 福岡市東区箱崎 6-10-1)

**工博 京都大学助教授, 工学研究科都市社会工学専攻 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

***工博 九州大学教授, 工学研究院建設デザイン部門 (〒812-8581 福岡市東区箱崎 6-10-1)

This paper proposes a damage identification technique for structures using frequency response functions (FRFs) and modal data. Structural parameters, such as mass, damping and stiffness, varies across the ages and alter the dynamic characteristics. We first identify changes in structural parameters from changes in vibration responses, and then estimate damage using the stiffness reduction as an indicator. This paper investigated the importance of considering change in mass, and compared the results using only FRFs with those using both FRFs and modal data. The technique needs an iteration calculation and the identified results are dependent on the initial values. Therefore, there is a possibility that the iteration calculation doesn't reach the true values when appropriate initial values are not used. To handle this, an idea based on ensemble learning is proposed. The validity of the proposed method was confirmed through the numerical study on a truss bridge

Key Words: damage identification, frequency response function, modal data, mass change, ensemble learning,

キーワード: 損傷同定, 周波数応答関数, 固有振動特性, 質量変化, 集団学習

1. はじめに

1995 の年兵庫県南部地震では, 物的・人的ともに甚大な被害が発生した. どんなに頑丈な構造物であっても, 設計耐力を上回る地震動を受ければ破壊は免れないが, 耐震補強が十分に施されておれば, その被害の程度を最小限に抑えることができたと考えられる. また, 構造物は風化・降雨・地震等の作用によって年々老朽化し, 微小な損傷が累積する. その累積された損傷の程度が大きければ大きい程, 地震等の自然災害に対する耐力が弱いことは言うまでもない. このように構造物の老朽化は避けることのできないものであり, 可能な限り早い段階で損傷を検出し何らかの対策を打つことは, 悲劇的な状態を避ける為に必要である. また, 近年の我が国の経済状態を顧みると, 建替えるよりもむしろ維持・管理に力を入れ, 必要とあらば補修・補強を施すことにより構造物の長寿化を図ることが非常に重要である.

このような背景の下, 筆者らは構造物の健全度を簡便に

評価するシステムの開発を行ってきた¹⁾. 具体的には, 可搬型の小型起振器による調和外力を用いて構造物の振動実験を行い, 損傷前の構造物を表す解析モデルから計算された周波数応答関数と, 起振実験によって得られた周波数応答関数の変化量から, 各部材の要素剛性の低下率と要素減衰の増加率を逆解析によって求めるものである.

既往の多くの研究では^{2),3),4),5),6)}, 構造物を非減衰系と仮定し, 構造物の損傷を要素剛性の低下であるとモデル化しており, 質量は設計図面から正確な値が計算できており, かつ損傷前後において不変であるものとしている. 筆者らの従来の手法では, 構造物を減衰系でモデル化し, 構造物の損傷は剛性の減少だけでなく減衰の増加も伴うと仮定し, 剛性が低下した要素および減衰が増加した要素を損傷箇所とみなし, その減少および増加割合を損傷の指標として用いていた. 質量に関しては, 損傷前後で不変で正確な値が算定できると仮定していた. しかしながら実際は, 質量が図面から正確にモデル化できるという保証はなく, 損傷前後で変化しないという保証もないので, 質量変化も考

慮に入れた手法に拡張することが望ましいと言える。そこで本研究では、各部材の質量・減衰・剛性がともに変化すると仮定した上で、応答の変化からそれらを同定するための定式化について述べる。本研究では、損傷前の正しい質量が得られている場合の損傷前後における質量の変化と、損傷前後で質量が変わらなくても損傷前の質量が不正確な場合の実際の構造物との質量差を合わせて質量変化と呼ぶこととする。

損傷検出に用いられる振動データとしては、強制振動によって求められる固有振動数以外での周波数応答関数 (FRF)^{2,3,4)} と、自由振動応答から抽出した固有振動特性^{5,6)} などが代表的である。筆者らの従来の手法では、小型起振器によって得られる周波数応答関数だけを採用していた。一方 Hassiotis⁶⁾らは、非減衰系に対して固有振動数の変化だけから剛性の変化した部材とその剛性低下率を同定するための手法を提案している。本研究では、Hassiotis らの手法を非比例減衰系に拡張した手法を提案した上で、周波数応答関数だけを用いた場合の結果と、周波数応答関数と固有振動特性の両方を用いた場合結果の差異について、質量変化の有無に関して比較検討を行った。

本研究の提案手法は 1 次の摂動法に基づいたものであり、各部材の質量・減衰・剛性の変化率の初期値を与え、初期値に依存する 1 次の連立方程式を解くことによって各部材の質量・減衰・剛性の変化率を得る。得られた変化率を初期値として、再度 1 次の連立方程式を解くといった繰り返し計算により真の値へと収束させるという手法をとる。損傷前後でほとんど構造特性が変化しないと仮定すると、各部材の質量・減衰・剛性の変化率の初期値として 0.0 を用いればよいことになる。

1 次の摂動法を基本とする逆解析は、線形の逆問題を解けば解が求まるという、アルゴリズムの単純さを利点とする。しかしながら、特に損傷前後で様相が大きく変わったときには適切な初期値を与えないと正しい大域解に到達しないという問題がある。このような問題点を解決するため、本研究では集団学習のアルゴリズムを採用する。乱数を発生させて様々な初期値のサンプルを作り、様々な同定結果を得る。それらの結果を組み合わせたものから最終的な初期値を生成し、繰り返し計算を行って最終的な同定結果を得るというものである。

トラス構造物を対象とした数値解析により手法の妥当性を検証した。

2. 損傷同定手法

2.1 構造パラメータ

損傷前の全体質量 M 、減衰 C 、剛性 K マトリクスは各要素の要素質量、減衰、剛性マトリクスの総和として、次式により表される。

$$M = \sum_{e=1}^n M^e \quad (1)$$

$$C = \sum_{e=1}^n C^e \quad (2)$$

$$K = \sum_{e=1}^n K^e \quad (3)$$

ここで、 n は要素の総数を、 M^e, C^e, K^e ($e=1, \dots, n$) は e 番要素の損傷前の要素質量、減衰、剛性マトリクスである。

本研究では、損傷によって各要素の要素質量、減衰、剛性マトリクスが一律に $\delta m_e, \delta c_e, \delta k_e$ だけ変化するとする。要素マトリクスの変分 $\delta M^e, \delta C^e, \delta K^e$ は

$$\delta M^e = \delta m_e M^e \quad (4)$$

$$\delta C^e = \delta c_e C^e \quad (5)$$

$$\delta K^e = \delta k_e K^e \quad (6)$$

となる。これにより、損傷後の全体マトリクスは、

$$M + \delta M = \sum_{e=1}^n (1 + \delta m_e) M^e \quad (7)$$

$$C + \delta C = \sum_{e=1}^n (1 + \delta c_e) C^e \quad (8)$$

$$K + \delta K = \sum_{e=1}^n (1 + \delta k_e) K^e \quad (9)$$

となる。 $\delta M, \delta C, \delta K$ は全体マトリクスの変分である。

前章において、損傷前の正しい質量が得られている場合の損傷前後における質量の変化と、損傷前後で質量が変わらなくても損傷前の質量が不正確な場合の実際の構造物との質量差を合わせて質量変化と呼ぶこととした。後者の場合、 M は損傷前の不正確な質量に相当し、 $M + \delta M$ は実際の正確な質量に相当する。すなわち、 M は基準となる解析モデルの質量を、 $M + \delta M$ は実験を行う時点での構造物の実際の質量を表すという点で、この 2 つのケースは同等と考えることができる。

本研究では損傷同定の問題を、解析モデルから計算される応答が、計測された応答に一致するような $\delta m_e, \delta c_e, \delta k_e$ を求める問題と考えることとする。この内、剛性の変化率 δk_e が負となる要素が損傷している要素であり、その低下の割合が損傷の程度を表すと考えることができる。

2.2 周波数応答関数の変化を利用する手法

(1) 損傷前の構造物の起振応答

非比例減衰系の構造物を起振振動数 ω の調和外力で起振した場合の運動方程式は次式である。

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = fe^{i\omega t} \quad (10)$$

ここで、 $x(t), f(t)$ はそれぞれ変位、外力ベクトルである。変位応答は次式の通りである。

$$x(t) = H(\omega) fe^{i\omega t} \quad (11)$$

ここで、 $H(\omega)$ は次式で表される損傷前の伝達関数である。

$$H(\omega) = [-\omega^2 M + i\omega C + K]^{-1} \quad (12)$$

(2) 損傷後の構造物の起振応答

損傷後の構造物を起振振動数 ω の調和外力で起振した場合の運動方程式は以下の通りである。

$$(M + \delta M)(\ddot{x}(t) + \delta \ddot{x}(t)) + (C + \delta C)(\dot{x}(t) + \delta \dot{x}(t)) + (K + \delta K)(x(t) + \delta x(t)) = fe^{i\omega t} \quad (13)$$

式(13)を展開して式(10)に代入し、さらに 2 次の微小項を無視すると、変位の増分 $\delta x(t)$ に関する次の方程式となる。

$$M\delta \ddot{x}(t) + C\delta \dot{x}(t) + K\delta x(t) = -\delta M\ddot{x}(t) - \delta C\dot{x}(t) - \delta Kx(t) \quad (14)$$

となる。式(11)を上式に代入すると、

$$M\delta \ddot{x}(t) + C\delta \dot{x}(t) + K\delta x(t) = (\omega^2 \delta MH(\omega) - i\omega \delta CH(\omega) - \delta KH(\omega))fe^{i\omega t} \quad (15)$$

よって、応答の増分 $\delta x(t)$ について解くと、

$$\delta x(t) = \left(\frac{\omega^2 H(\omega) \delta MH(\omega)}{-i\omega H(\omega) \delta CH(\omega) - H(\omega) \delta KH(\omega)} \right) fe^{i\omega t} \quad (16)$$

式(11)に示した損傷前の変位 $x(t)$ に、上式(16)で求めた損傷による変位増分 $\delta x(t)$ を加えることにより、損傷後の構造物の起振応答 $x'(t)$ は次式のようになる。

$$\begin{aligned} \{x'\} &= \{x\} + \{\delta x\} \\ &= \left(\frac{H(\omega) + \omega^2 H(\omega) \delta MH(\omega)}{-i\omega H(\omega) \delta CH(\omega) - H(\omega) \delta KH(\omega)} \right) fe^{i\omega t} \quad (17) \\ &= \left(H(\omega) + \sum_{e=1}^n P^e \delta m_e + \sum_{e=1}^n Q^e \delta c_e + \sum_{e=1}^n R^e \delta k_e \right) fe^{i\omega t} \end{aligned}$$

ここで、 $[P^e(\omega)]$, $[Q^e(\omega)]$, $[R^e(\omega)]$ は次式のとおりである。

$$P^e = \omega^2 H(\omega) M^e H(\omega) \quad (18)$$

$$Q^e = -i\omega H(\omega) C^e H(\omega) \quad (19)$$

$$R^e = -H(\omega) K^e H(\omega) \quad (20)$$

以下、起振力として $f \cos \omega t$ を与えた場合について誘導する。この場合、応答は式(13)の実数部を採用すればよいので、応答のフーリエ振幅 $X'(\omega)$ は次式となる。

$$X'(\omega) = \left(H(\omega) + \sum_{e=1}^n P^e \delta m_e + \sum_{e=1}^n Q^e \delta c_e + \sum_{e=1}^n R^e \delta k_e \right) f \quad (21)$$

(3) 連立 1 次方程式の誘導

本研究では、起振振動数における加速度応答のフーリエ振幅を、入力である調和外力の振幅で除したものを周波数応答関数(FRF)と定義する。計測点をノード i 、起振点をノード j 、起振振動数を ω としたとき、FRF は次式のように表される。

$$a(i, j, \omega) = -\omega^2 \left(\frac{H_{ij}(\omega) + \sum_{e=1}^n P_{ij}^e \delta m_e + \sum_{e=1}^n Q_{ij}^e \delta c_e + \sum_{e=1}^n R_{ij}^e \delta k_e}{H_{ij}(\omega)} \right) \quad (22)$$

式(22)において、FRF である $a(i, j, \omega)$ は、実際の構造物の周波数応答関数であり、計測により得られる値であり、計測点 i 、起振点 j 、および起振振動数 ω の関数である。一方、 $H_{ij}(\omega)$ 、 $P_{ij}(\omega)$ 、 $Q_{ij}(\omega)$ 、 $R_{ij}(\omega)$ は損傷前のモデルから得られる既知の値である。

式(22)を整理し、左辺に未知の項、右辺に既知の項を移項すると、次式のようになる。

$$\begin{aligned} -\omega^2 \sum_{e=1}^n P_{ij}^e \delta m_e - \omega^2 \sum_{e=1}^n Q_{ij}^e \delta c_e - \omega^2 \sum_{e=1}^n R_{ij}^e \delta k_e \\ = a(i, j, \omega) + \omega^2 H_{ij}(\omega) \end{aligned} \quad (23)$$

式(23)は、計測点 i 、起振点 j 、起振振動数 ω の組み合わせ毎に成り立つ方程式である。 i, j, ω の組み合わせを様々に変え、 m 種類の計測を行うと、上の関係式が m 個得られることになり、次式のような同次連立方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} S & T & U \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta m \\ \delta c \\ \delta k \end{Bmatrix} = \delta a \quad (24)$$

ここで S , T , U はそれぞれ (i, e) 成分が次式で表さ

れる既知の $m \times n$ の複素マトリクスである。

$$S_{ie} = -\omega^2 P_{ij}^e \quad (25)$$

$$T_{ie} = -\omega^2 Q_{ij}^e \quad (26)$$

$$U_{ie} = -\omega^2 R_{ij}^e \quad (27)$$

δm , δc , δk はそれぞれ各要素の質量マトリクスの増分から構成される n 次の未知のベクトルである。

$$\delta m = \{\delta m_1, \dots, \delta m_n\}^T \quad (28)$$

$$\delta c = \{\delta c_1, \dots, \delta c_n\}^T \quad (29)$$

$$\delta k = \{\delta k_1, \dots, \delta k_n\}^T \quad (30)$$

δa は各モードの周波数応答関数の増分

$$a(i, j, \omega) + \omega^2 H_{ij}(\omega) \quad (31)$$

から構成され、計測によって得られる m 次の複素ベクトルである。式(24)の複素マトリクス、複素ベクトルの実数部と虚数部を分けることにより、次式のような $2m$ 次の連立方程式となる。

$$\begin{bmatrix} \text{Re } S & \text{Re } T & \text{Re } U \\ \text{Im } S & \text{Im } T & \text{Im } U \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta m \\ \delta c \\ \delta k \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \text{Re } \delta a \\ \text{Im } \delta a \end{Bmatrix} \quad (32)$$

このように、 m 個の異なる起振データが得られれば、 $3n$ 個の未知数に対する $2m$ 個の方程式が得られることになる。式(32)を解くことによって得られた質量、減衰、剛性の増分を式(7)(8)(9)に代入することにより、損傷後の構造物の応答に一致する解

析モデルへとアップデーティングすることができ
る。この内、剛性の変化率 $\delta \mathbf{K}_e$ が負となる要素が損
傷している要素であり、低下割合が損傷の程度を表
すと考えることができる。

2.3 固有振動特性の変化を利用する手法

(1) 損傷前の構造物の固有振動特性

非比例減衰系の構造物の運動方程式は次式に示す。

$$\begin{bmatrix} -K & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}(t) \\ \ddot{x}(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & K \\ K & C \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ f(t) \end{Bmatrix} \quad (33)$$

上式におけるマトリクスを次のように表すこととする。

$$A = \begin{bmatrix} -K & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \quad (34)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & K \\ K & C \end{bmatrix} \quad (35)$$

固有値問題は次式のようになる。

$$(\mu_i A + B)\phi_i = 0 \quad (36)$$

ここに、 μ_i 、 ϕ_i はそれぞれ i 次の固有値、固有ベクトルで
ある。

(2) 損傷後の構造物の固有振動特性

損傷後の構造物の固有値問題は次式により表される。

$$\{(\mu_i + \delta\mu_i)(A + \delta A) + (B + \delta B)\}(\phi_i + \delta\phi_i) = 0 \quad (37)$$

ここに、 $\delta\mu_i$ 、 $\delta\phi_i$ はそれぞれ i 次の固有値と固有ベクトル
の増分である。 δA 、 δB はマトリクス A 、 B の増分であ
る。

$$\delta A = \begin{bmatrix} -\delta K & 0 \\ 0 & \delta M \end{bmatrix} \quad (38)$$

$$\delta B = \begin{bmatrix} 0 & \delta K \\ \delta K & \delta C \end{bmatrix} \quad (39)$$

式(37)を展開し、高次の項を無視すれば次式となる。

$$\begin{aligned} &(\mu_i A + B)\phi_i + (\mu_i \delta A + \delta\mu_i A + \delta B)\phi_i \\ &+ (\mu_i \delta A + \delta\mu_i A + \delta B)\phi_i = 0 \end{aligned} \quad (40)$$

式 (36) より上式の左辺第一項は0となるので、

$$(\mu_i \delta A + \delta\mu_i A + \delta B)\phi_i = 0 \quad (41)$$

となる。上式に左から ϕ_i^T を掛けると

$$\phi_i^T (\mu_i \delta A + \delta\mu_i A + \delta B)\phi_i = 0 \quad (42)$$

となる。質量、減衰、剛性マトリクスが対象マトリクスで
あると仮定すると、マトリクス A と B も対象となる。よ
って式(42)の第一項は

$$\begin{aligned} \phi_i^T (\mu_i A + B)\delta\phi_i &= \phi_i^T (\mu_i A^T + B^T)\delta\phi_i \\ &= \{(\mu_i A + B)\phi_i\}^T \delta\phi_i = 0^T \delta\phi_i = 0 \end{aligned} \quad (43)$$

と0になるので、以下の関係式が得られる。

$$\delta\mu_i = -\frac{\mu_i \phi_i^T \delta A \phi_i + \phi_i^T \delta B \phi_i}{\phi_i^T A \phi_i} \quad (44)$$

ここで、 i 次の固有ベクトルを $\phi_i = \{\phi_i^1 \quad \phi_i^2\}^T$ のように分
解し、式(34)、(38)、(39) を式(44) に代入すると、

$$\delta\mu_i = \frac{\mu_i \phi_i^{2T} \delta M \phi_i^2 + \phi_i^{2T} \delta C \phi_i^2 - \mu_i \phi_i^{1T} \delta K \phi_i^1 + 2\phi_i^{1T} \delta K \phi_i^2}{-\phi_i^{2T} M \phi_i^2 + \phi_i^{1T} K \phi_i^1} \quad (45)$$

となる。式(4)(5)(6)を上式に代入すると、

$$\begin{aligned} \delta\mu_i &= \sum_{e=1}^n \frac{\mu_i \phi_i^{2T} M^e \phi_i^2}{-\phi_i^{2T} M \phi_i^2 + \phi_i^{1T} K \phi_i^1} \delta m_e + \sum_{e=1}^n \frac{\phi_i^{2T} C^e \phi_i^2}{-\phi_i^{2T} M \phi_i^2 + \phi_i^{1T} K \phi_i^1} \delta c_e \\ &+ \sum_{e=1}^n \frac{-\mu_i \phi_i^{1T} K^e \phi_i^1 + 2\phi_i^{1T} K^e \phi_i^2}{-\phi_i^{2T} M \phi_i^2 + \phi_i^{1T} K \phi_i^1} \delta \mathbf{K}_e \end{aligned} \quad (46)$$

となり、 i 次の固有値の増分と、各要素の要素質量、減衰、
剛性マトリクスの増分との関係が得られる。

(3) 連立1次方程式の誘導

i 次の固有値 μ_i は、固有振動数 f_i と減衰定数 h_i から次
式により求めることができる。

$$\mu_i = -h_i \omega_i + i \omega_i \sqrt{1 - h_i^2} \quad (47)$$

計測によって m 個の固有値が得られた場合、上の関係式
が m 個得られることになり、次式のような同次連立方程
式が得られる。

$$\begin{bmatrix} V & W & Y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta m \\ \delta c \\ \delta \mathbf{K} \end{Bmatrix} = \delta \mu \quad (48)$$

ここで V 、 W 、 Y はそれぞれ (i, e) 成分が次式で表される既
知の $m \times n$ の複素マトリクスである。

$$V_{ie} = \frac{\mu_i \phi_i^{2T} M^e \phi_i^2}{-\phi_i^{2T} M \phi_i^2 + \phi_i^{1T} K \phi_i^1} \quad (49)$$

$$W_{ie} = \frac{\phi_i^{2T} C^e \phi_i^2}{-\phi_i^{2T} M \phi_i^2 + \phi_i^{1T} K \phi_i^1} \quad (50)$$

$$Y_{ie} = \frac{-\mu_i \phi_i^{1T} K^e \phi_i^1 + 2\phi_i^{1T} K^e \phi_i^2}{-\phi_i^{2T} M \phi_i^2 + \phi_i^{1T} K \phi_i^1} \quad (51)$$

e は要素番号($e=1, \dots, n$)、 i は計測データから推定された固
有値の次数($i=1, \dots, m$)を表している。

$\delta\mu$ は各モードの固有値の増分 $\delta\mu_i$ から構成され、計測に
よって得られる m 次の複素ベクトルである。

$$\delta\mu = \{\delta\mu_1, \dots, \delta\mu_n\}^T \quad (52)$$

表-1 計測条件

起振点	計測点			
9	1	2	10	
10	2	3	9	11
11	3	4	10	12
12	4	5	11	13
13	5	6	12	14
14	6	7	13	15

表-2 固有振動特性

		1次	2次	3次
損傷前	固有振動数	3.044Hz	6.920Hz	9.205Hz
	減衰定数	0.02	0.02	0.023
損傷後	固有振動数	3.039Hz	6.907Hz	9.114Hz
	減衰定数	0.0205	0.0204	0.0243

表-3 解析ケース

ケース	減衰	損傷前後で変化するパラメータ	同定の対象とするパラメータ
A	非減衰系	剛性	剛性
B	非減衰系	質量・剛性	剛性
C	非減衰系	質量・剛性	質量・剛性
D	減衰系	減衰・剛性	減衰・剛性
E	減衰系	質量・減衰・剛性	減衰・剛性
F	減衰系	質量・減衰・剛性	質量・減衰・剛性

式(48)の複素マトリクス、複素ベクトルの実数部と虚数部を分けることにより、次式のような $2m$ 個の連立方程式となる。

$$\begin{bmatrix} \text{Re} V & \text{Re} W & \text{Re} Y \\ \text{Im} V & \text{Im} W & \text{Im} Y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta m \\ \delta c \\ \delta k \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \text{Re} \delta \mu \\ \text{Im} \delta \mu \end{Bmatrix} \quad (53)$$

このように、 m 個の異なる次数の固有値が得られれば、 $3n$ 個の未知数に対する $2m$ 個の方程式が得られることになる。式(53)を解くことによって得られた質量、減衰、剛性の増分を式(7)(8)(9)に代入することにより、損傷後の構造物の応答に一致する解析モデルへとアップデーティングすることができる。この内、剛性の変化率 δk_e が負となる要素が損傷している要素であり、その低下の割合が損傷の程度を表すと考えることができる。

2.4 繰り返し計算

本研究では、式(32)、(53)の連立1次方程式を解く際に繰り返し計算を行う。

- ① 損傷前の構造物の要素質量・減衰・剛性マトリクスを用いて式(32)、(53)の連立1次方程式を解き δm_e 、 δc_e 、 δk_e を求める。求まった δm_e 、 δc_e 、 δk_e を用いて要素質量・減衰・剛性マトリクスを更新する。

$$M^e \leftarrow (1 + \delta m_e) M^e \quad (54)$$

$$C^e \leftarrow (1 + \delta c_e) C^e \quad (55)$$

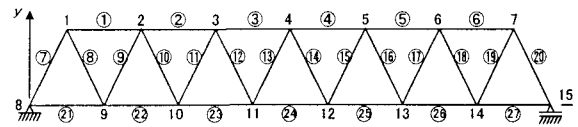


図-1 解析モデル

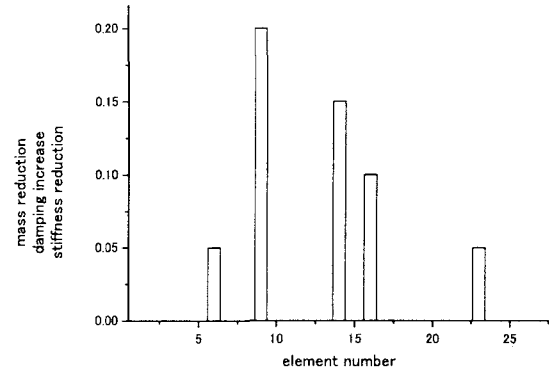


図-2 損傷モデルA

$$K^e \leftarrow (1 + \delta k_e) K^e \quad (56)$$

- ② 更新された要素質量・減衰・剛性マトリクスを用いて式(32)、(53)の連立1次方程式を解き δm_e 、 δc_e 、 δk_e を求める。

- ③ 収束するまで②③を繰り返す。

①では δm_e 、 δc_e 、 δk_e の初期値を0.0として解いていることに相当する。2次以上の微小項を無視する1次の摂動法に基づいた定式化を行っているため、損傷前後の変化が微小であるという仮定が成立しない大きな損傷のときには正しい大域解に到達しにくいものと考えられる。

3. 質量変化が同定精度に与える影響

3.1 解析モデル

解析対象モデルは、橋長47.0mの単径間鋼トラス橋である。図-1に節点番号および要素番号を示す。上主構、下主構は共に長さ6.6mの箱桁断面であり、断面積はそれぞれ 0.0121m^2 、 0.0094m^2 とした。斜材は全て長さ7.361mであり、要素番号7と20以外はI字断面で断面積は 0.0055m^2 とした。要素7と20の端柱については上主構と同じとした。上主構、下主構、斜材はいずれも鋼製であり、ヤング率は $2.2 \times 10^{11}\text{N/m}^2$ 、密度は $7.660 \times 10^3\text{kg/m}^3$ とした。トラス構造であるため、節点でのモーメントの伝達を考えず、ヒンジ結合としている。支承条件として、節点8を回転支承、節点15を可動支承とした。また、2次部材である床版、縦桁、上横構、下横構等の影響を考慮するため、質量を近接の要素に付加した。2次部材の剛性については考慮していな

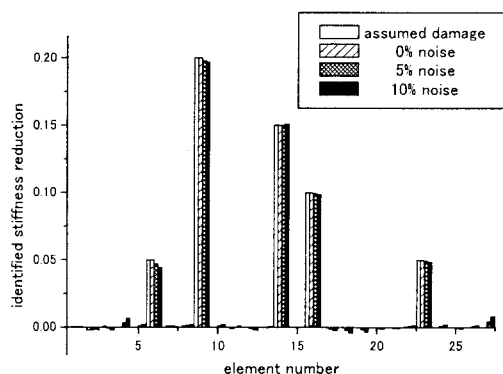


図3 解析ケース A の同定結果

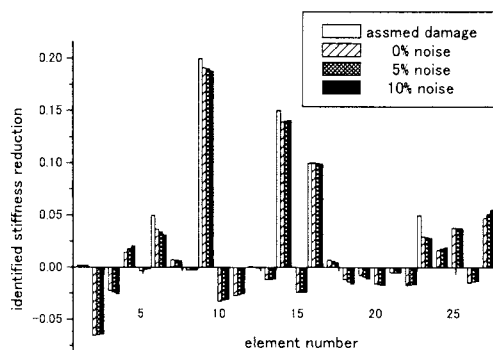


図4 解析ケース B の同定結果

い。減衰は、1次と2次の減衰定数を2%とするレイリー減衰と仮定した。ここで、損傷前のモデルは、レイリー減衰を用いているため比例減衰系であるが、図-2 から分かるように損傷後の質量・剛性変化率と減衰変化率の符号は互いに逆であり、同じ割合で変化するのではないので、損傷後の構造物は非比例減衰系であることを言及しておく。

損傷により剛性は減少すると考えられるので、剛性の低下率を損傷レベルとみなすとする。本研究では図-2 に示す損傷モデル A に示された剛性低下率を採用した。また、減衰系においては減衰も変化するとし、減衰増加率を同じく図-2 の値とした。質量については、損傷前の質量が既知であるとし、損傷前後で質量変化が無い場合と、質量が変化する場合を考慮した。質量が変化する場合、同じく図-2 の質量減少率を用いた。質量・減衰・剛性ともに同じ変化率を想定しているが、同定の際は独立に値を求めている。

3.2 同定に用いるデータ

起振データは、起振器の設置箇所、起振方向、計測箇所、計測方向の組み合わせごとに異なるデータが得られる。本研究では、表-1 に示す計測を想定した。起振点において水平・鉛直2方向に起振し、応答を両方向計測することを仮定しているの、90個の周波数応答関数が得られることになる(計測点

15は水平方向の応答のみ)。起振振動数は10Hzとした。固有振動特性に関しては、表-2 に示す3次モードまでの値を採用することとした。損傷前のモデルと、質量・減衰・剛性がともに変化する場合の損傷後のモデルの固有値・減衰定数を表-2 に示す。起振振動数10Hzは共振を避けて選択しており、3次と4次モードの間である。

3.3 解析ケース

解析ケースを表-3 に示す。

ケース A,B,C は、非減衰系である。ケース A は損傷により剛性だけが変化し、ケース B,C は、質量と剛性がともに変化するものである。ケース B は剛性だけが変化すると仮定して同定を行うもので、ケース C は質量と剛性がともに変化すると仮定して同定を行うものである。

一方、ケース D,E,F は減衰系である。ケース D は、剛性と減衰が変化するケースで、ケース E,F は、損傷により質量・減衰・剛性がともに変化するものである。ケース E が減衰と剛性だけが変化すると仮定して同定を行うのに対し、ケース F は質量・減衰・剛性がともに変化すると仮定して同定を行うものである。

計測ノイズについては、数値計算によって得られた応答の時刻歴波形にガウス分布を有するノイズを与えた。応答波形に混入するノイズは、応答値と観測ノイズの標準偏差の比を基準にして次式により求めた⁷⁾。

$$\nu = \frac{\sigma_{noise}}{\sigma_{resp}} \times 100(\%) \quad (57)$$

ここで σ_{resp} は観測ノイズを含まない真の観測波形の標準偏差、 σ_{noise} は観測ノイズの標準偏差である。本研究では0%、5%、10%の3通りを想定した。

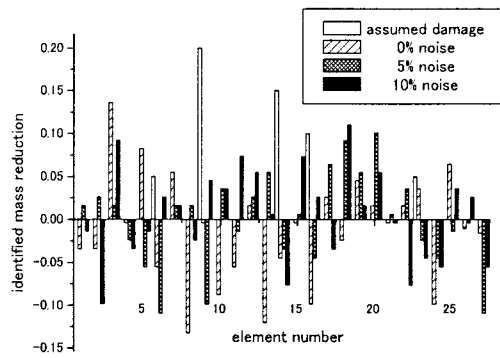
3.4 同定結果

(1) ケース A

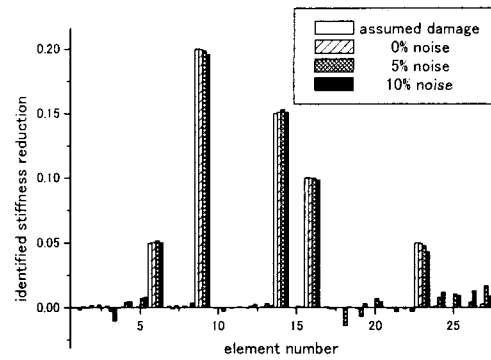
ケース A の同定結果を図-3 に示す。ノイズのないケースではほぼ完全に同定出来ていることがわかる。また、ノイズが10%存在する状況であっても、計測数が多いためほぼ正確に剛性の低下を評価出来ていることがわかる。

(2) ケース B

ケース B の同定結果を図-4 に示す。実際は質量が変化しているのにも関わらず、質量が不変と仮定して同定を行うと、質量の変化による応答の差を剛性の変化で補おうとするため、損傷していない要素に数%の損傷が検出されたり、剛性が数%増加したと判断されたりしている。数%の小さな損傷を評価したい場合に質量を損傷前後で不変と仮定することは適切でないと考えられる。

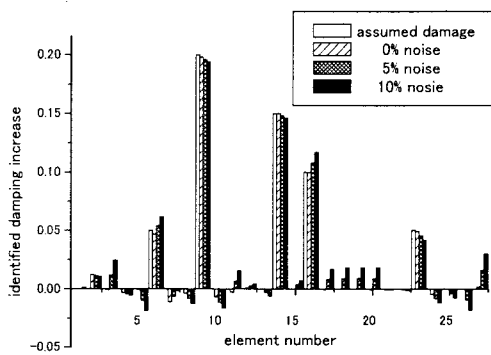


(a)質量低下率

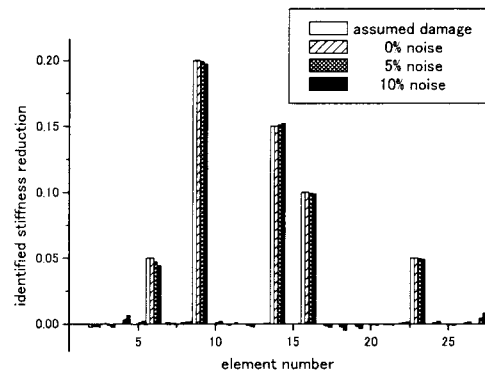


(b)剛性低下率

図-5 解析ケース C の同定結果

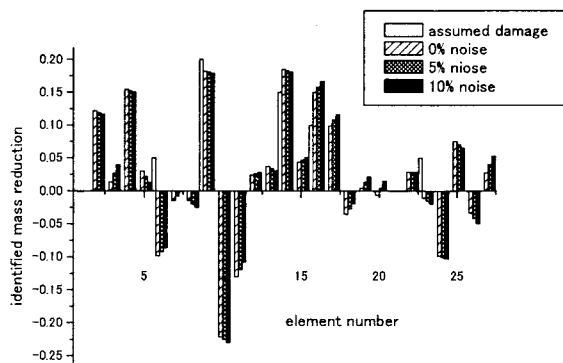


(a)減衰増加率

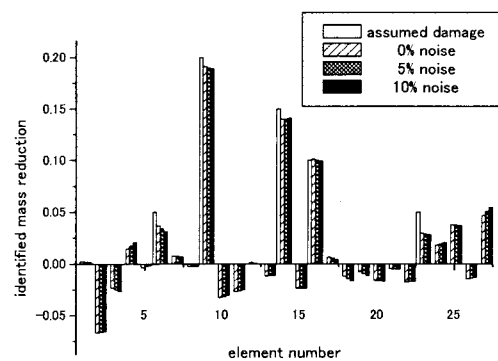


(b)剛性低下率

図-6 解析ケース D の同定結果



(a)減衰増加率



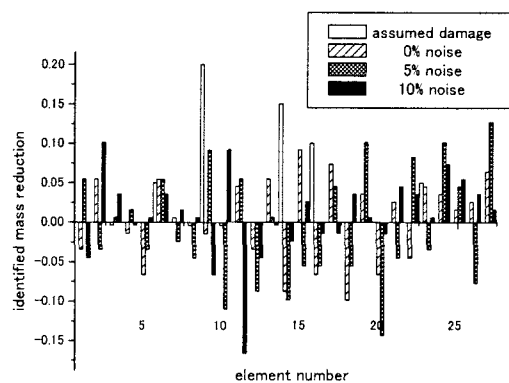
(b)剛性低下率

図-7 解析ケース E の同定結果

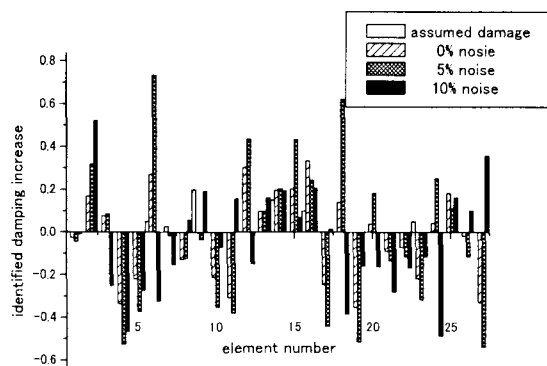
(3) ケース C

ケース C の同定結果を図-5 に示す。剛性だけを
変化させたケース B に比べて、質量も変化すると
仮定することによって剛性低下率の同定値の精度

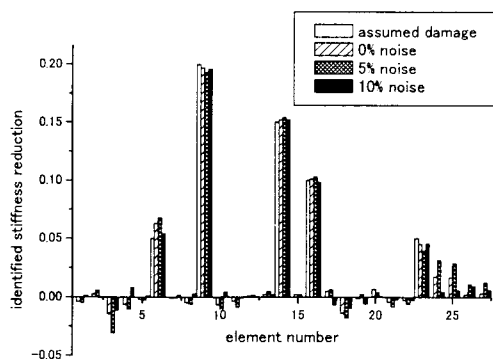
が向上している。一方、質量の変化率の同定値は想
定したモデルと一致していない。これは、周波数応
答関数に対する質量の感度が低いことが原因であ
る。式(12)の伝達関数において、起振振動数 ω が本



(a)質量低下率



(b)減衰増加率



(c)剛性低下率

図-8 解析ケースFの同定結果

研究で想定しているような小さい値の場合、 $\omega^2 M$ が K に対して相対的に小さくなるためである。

質量の変分の同定はできなかったが、損傷を表す指標である剛性の低下率に関しては非常に高い精度で同定できている。

(4)ケース D

ケース D の同定結果を図-6 に示す。ノイズのないケースではほぼ完全に同定出来ている。また、ノイズが 10% 存在する状況であっても、ほぼ正確に

剛性の低下と減衰の増加を評価出来ている。

(5)ケース E

ケース E の同定結果を図-7 に示す。実際は質量が変化しているのにも関わらず、質量が不変と仮定して同定を行うと、質量の変化による応答の差を減衰と剛性の変化で補おうとするため、大きな誤差が生じる。特に減衰の誤差が顕著である。数%の小さな損傷を評価したい場合に質量を損傷前後で不変と仮定することは適切でないと考えられる。

(6)ケース F

ケース F の同定結果を図-8 に示す。剛性だけを变化させたケース E に比べて、質量も変化すると仮定することによって剛性低下率の同定値の精度が向上している。一方、質量と減衰の変化率の同定精度は良くない。この原因はケース C で述べた通り、周波数応答関数に対する質量の感度が低いことが原因である。式(36)の伝達関数において、起振振動数 ω が本研究で想定しているような小さい値の場合、 $\omega^2 M$ や ωC が K に対して相対的に小さくなるためである。

構造全体の同定は難しいが、損傷を表す指標である剛性の低下率に関しては非常に高い精度で同定できることがわかる。

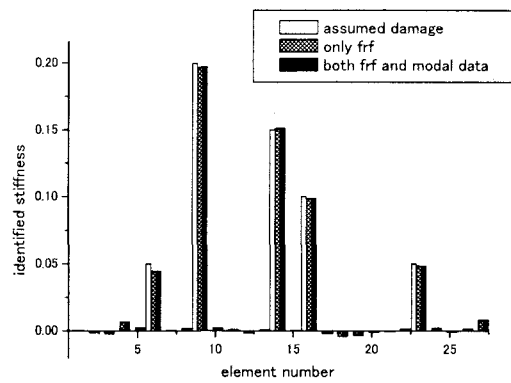
4 固有振動特性の変化を同定に用いる場合と用いない場合の結果の比較

4.1 質量変化がない場合の同定結果 (ケース A,D)

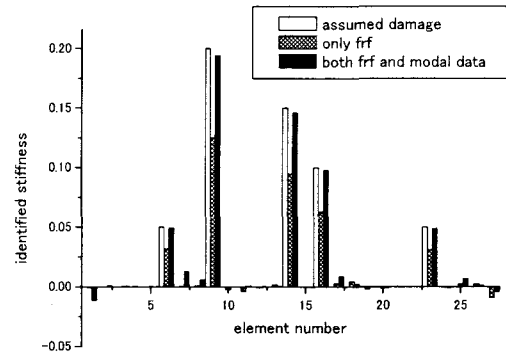
損傷前後で質量を不変とするケース A と D に対して、周波数応答関数 90 個または 45 個だけを用いる場合と周波数応答関数に加えて 3 次までの固有振動特性を用いた損傷同定の結果を図-9,10 に示す。周波数応答関数 90 個または 45 個だけを用いた結果も合わせて示す。前章における解析結果から、本研究で提案した質量変化を考慮する手法によって、剛性低下に関する同定の精度は向上したが、質量変化についての同定の精度は不十分であることがわかったので、ここでは剛性の結果だけを示している。固有振動特性に関しては誤差を含まない正確な値が計測されると仮定しており、周波数応答関数については 10% の計測ノイズを与えた時の結果を示している。

周波数応答関数 90 個のケースでは、固有振動数を用いることによって若干精度は良くなっているが、ほとんど差はみられない。

周波数応答関数 45 個を用いた場合は、損傷している 5 要素について、周波数応答関数 45 個だけを用いた同定結果は過小評価となっているが、モードデータを加えることによって精度が向上している。

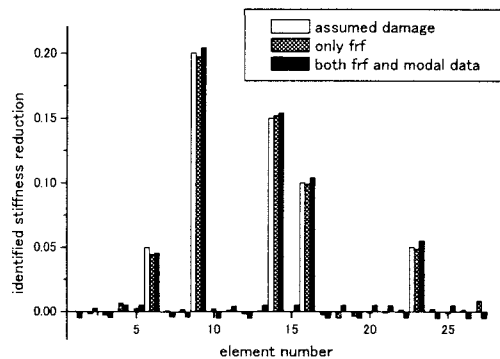


(a)周波数応答関数が90個のとき

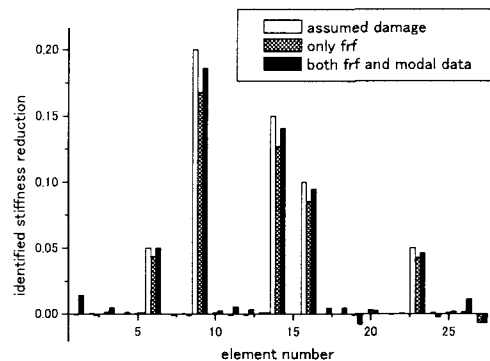


(b)周波数応答関数が45個のとき

図-9 解析ケース A の同定結果の比較



(a)周波数応答関数が90個のとき



(b)周波数応答関数が45個のとき

図-10 解析ケース D の同定結果の比較

このように周波数応答関数の数が十分でない場合は固有振動数を用いることで精度があがる要素があること、周波数応答関数の計測数が十分であれば精度はほとんど変わらないことがわかった。

4.2 質量変化がある場合の同定結果 (ケース B,C,E,F)

質量が変化するとするケース B,C,E,F について、周波数応答関数だけから同定した結果と固有振動特性を用いた結果を図-11 に示す。損傷前後で質量が変化しているのに質量変化はないと仮定するケース B,E では、固有振動数を考慮すると精度が悪くなっているのがわかる。質量変化を考慮するケース C, F では両者の差はあまりないが、固有振動数を考慮することで若干精度は悪くなっている。

4.3 考察

ケース A,D のように損傷後の質量が既知の場合は、周波数応答関数に加えて固有振動数を用いることで同定精度が向上することがわかった。しかし、質量が損傷前後で変化する場合や、損傷前の正確な

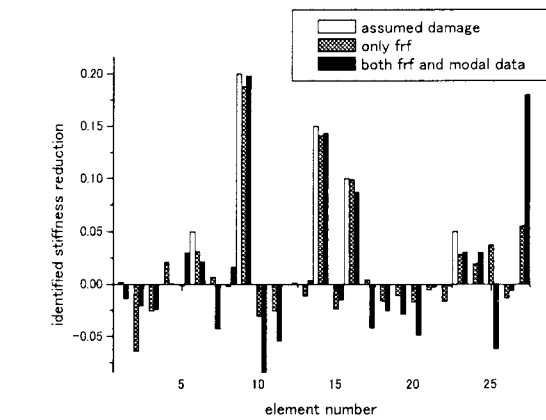
質量が分からない場合は、固有振動数を用いることでかえって精度が悪くなることが示された。

非共振振動数における周波数応答関数を用いる場合は、低次の振動数を選べば質量変化の影響を受けにくいため、質量の変動があっても剛性を精度よく評価できるが、質量変化の影響を受けやすい固有値を用いる場合はかえって精度が悪くなると思われる。

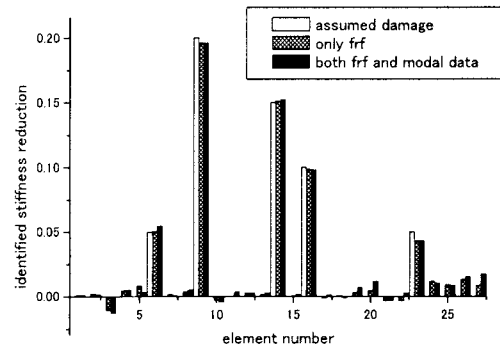
5 初期値に依存した同定結果に対する集団学習の適用

5.1 初期値に依存した同定結果

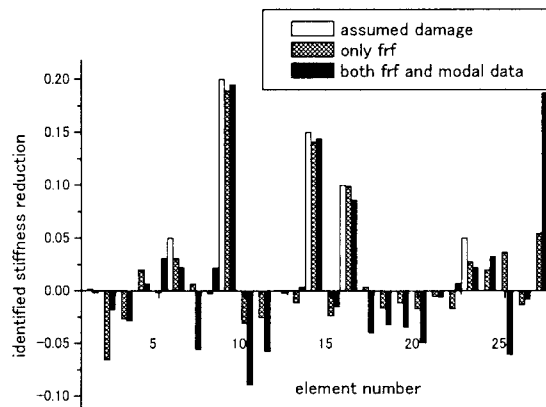
本研究で提案する損傷同定手法は 1 次の摂動法に基づいたものであり、各部材の質量・減衰・剛性の変化率の初期値を与え、初期値に依存する 1 次の連立方程式を解くことによって各部材の質量・減衰・剛性の変化率を得る。これを初期値として、再度 1 次の連立方程式を解くといった繰り返し計算を行う。小さい損傷の場合、損傷前後でほとんど構造特性が変化しないと仮定すると、各部材の質量・



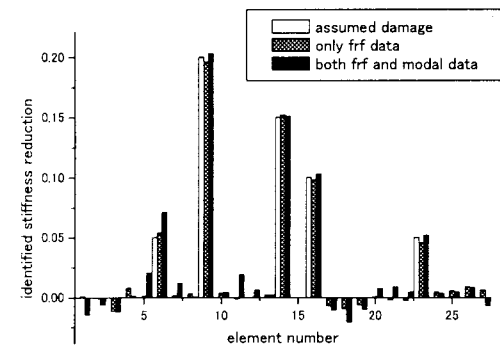
(a) ケース B の同定結果



(b) ケース C の同定結果



(c) ケース E の同定結果



(d) ケース F の同定結果

図-11 解析ケース B,C,E,F の同定結果の比較

減衰・剛性の変化率の初期値として 0.0 を用いればよいこととなる。

しかしながら、1 次の摂動法を基本とする逆解析は、特に損傷前後で様相が大きく変わったときに正しい大域解に到達しないという問題がある。

例として、図-12(a)(b)に示す損傷モデル B,C を考える。全ての要素が比較的大きな損傷を受けたモデルである。この様に損傷前後で様相が大きく変わる損傷モデルに対して、各部材の質量・減衰・剛性の変化率の初期値として 0.0 を与えた場合の剛性低下率の同定結果を図-12(a),(b)に併せて示す。ケース F と同じ条件であり、10%の計測ノイズを与えている。前節の結果から分かったように、小さい振動数で揺らした起振応答に対して質量と減衰は敏感でないで、また剛性の変化率が損傷の直接的な指標と考えられるため、これ以降は剛性だけの結果について考察することとする。全体的に大きな損傷が検出されているものの、要素 3 に大きな負の損傷が検出されたり、実際の損傷が 2 倍近く大きく評価されている要素もある。

比較のため、初期値として真値を与えた場合の結果を合わせて図-12(a),(b)に示す。当然の事であるが、ほぼ正解に近い値が得られている。このように損傷前後の違いが大き

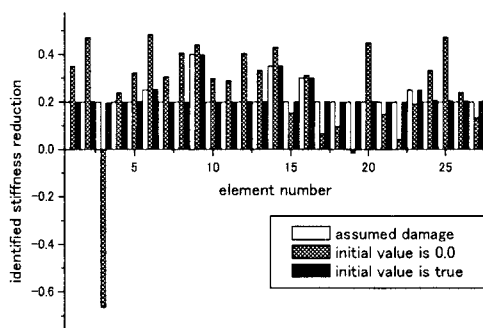
い場合は、初期値を適切に与えなければ大域解に収束しないことがわかる。

5.2 集団学習を用いたアルゴリズム

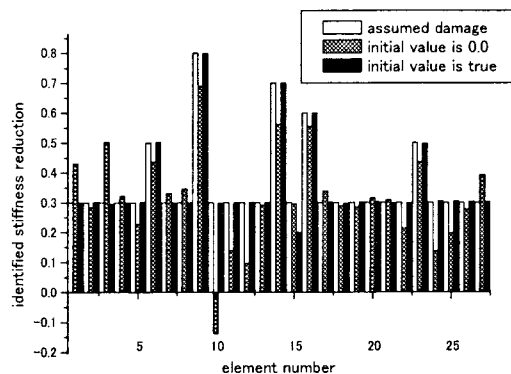
このような問題点を解決するため、本研究では集団学習を用いたアルゴリズムを提案する。

- ① 乱数を発生させて、初期値のサンプルを N 個作る。
- ② N 個のサンプルを用いて提案手法を解くことにより、 N 個の同定結果を得る。
- ③ ②で得られた N 個の結果から、部材毎に構造特性の同定値の平均値を求める。
- ④ ③で得られた平均値を初期値とみなして再度提案手法を解く。得られた解を初期値の推定値のサンプルとする。
- ⑤ ①～④を M 回繰り返す、初期値の推定値のサンプルを M 個求める。
- ⑥ 初期値の推定値の平均値を求める。得られた平均値を最終的な初期値とみなして再度提案手法を解く。得られた解を最終的な同定結果とする。

というシンプルなものである。 N , M の値は大きいほど多くのサンプルの推定量を組み合わせることになる。

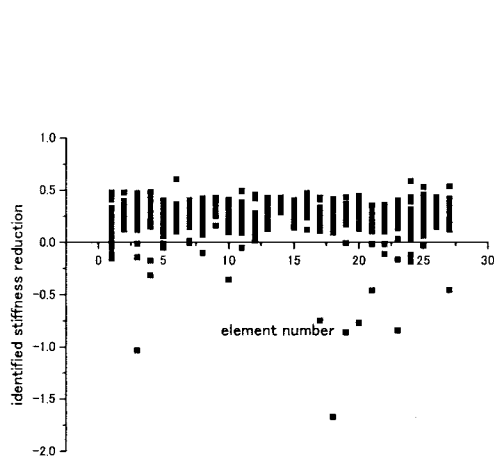


(a) 損傷モデル B

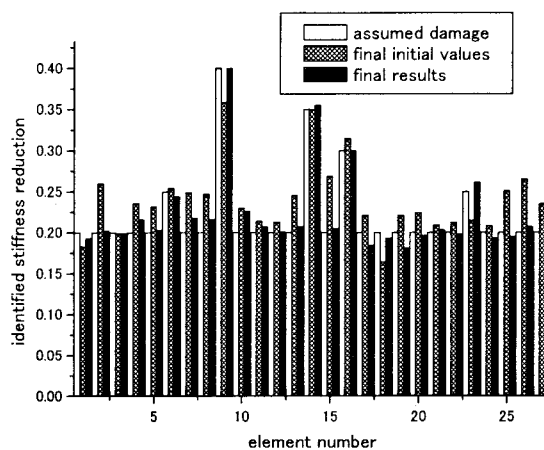


(b) 損傷モデル C

図-12 損傷モデル・初期値を 0.0 としたときの同定結果・初期値を真値としたときの同定結果の比較

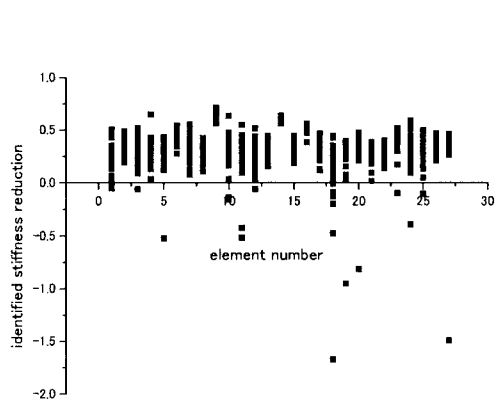


(a) 初期値に依存する同定結果のばらつき

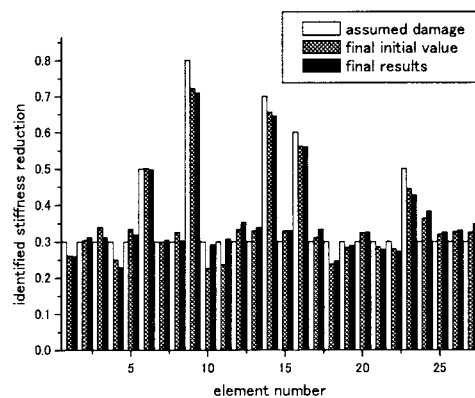


(b) 最終的な初期値と同定結果

図-13 損傷モデル B の同定結果



(a) 初期値に依存する同定結果のばらつき



(b) 最終的な初期値と同定結果

図-14 損傷モデル C の同定結果

5.3 適用結果

初期値のサンプル数 N を 10 個、推定値のサンプル数 M を 3 個として解析を行った。すなわち、初期値のサンプルは 30 個発生させ、30 個の方程式を解き 30 サンプルの同定結果を求める。10 サンプルずつの同定結果の平均を取ることで 3 個の平均値が得られる。3 個の平均値を初期値として 3 個の方程式を解き、得られた 3 個の同定結果の平均をとることで、最終的な初期値が得られる。この最終的な初期値に対して再度提案手法を解き、得られた解を最終的な解とする。

(1) 損傷モデル B

質量減少率・減衰増加率・剛性低下率の初期値として、0～1.0 の一様乱数を発生させてサンプルを作成した。図-13(a)に、30 サンプルの同定結果を示す。真値と大きくかけ離れた値も見られるが、多くのサンプルの同定結果はほぼ真値の近くの値に集まっている。提案手法によって推定された最終的な初期値を図-13(b)に示す。真値と大きくかけ離れた値は見られず、また初期値を 0.0 とした図-13(a)の結果より真値に近づいていると言える。最後に、最終的な初期値を用いたときの同定結果を併せて図-13(b)に示す。完璧とまでは行かないが、本研究で提案する手法によって精度の改善が可能となり、良好な同定結果が得られることが示せた。

(2) 損傷モデル C

損傷モデル C に対しても質量減少率・減衰増加率・剛性低下率の初期値として、0～1.0 の一様乱数を発生させてサンプルを作成した。図-14(a)に、30 サンプルの同定結果を示す。提案手法によって推定された最終的な初期値を図-14(b)に示す。最後に、最終的な初期値を用いたときの同定結果を併せて図-14(b)に示す。完璧とまでは行かないが、本研究で提案する手法によって精度の改善が可能となり、良好な同定結果が得られることが示せた。

6 結論

本研究では、起振実験によって得られる周波数応答関数と、固有振動特性の損傷前後における変化から構造物の損傷を同定するための手法を提案した。既往の研究では、損傷前後において質量は不変であると仮定していたが、質量・減衰・剛性のすべてが変化すると仮定し、部材ごとの要素質量・要素減衰・要素剛性の損傷前後における変化率を算定する定式化を提案した。

損傷前後で質量が変化している場合に質量は不変であると仮定したり、または質量が不変であったとしても損傷前の正確な質量が得られていない場合、質量が正確に計測できると仮定して剛性と減衰

の変化だけを推定しようとする、質量変化に依存する応答の変化に一致するように剛性変化率と減衰変化率の推定値が追従するため、精度が悪化することがわかった。損傷前後で質量を不変と仮定することは適切でないことがわかった。

また、共振を避けて低い振動数で起振する場合、周波数応答関数は剛性の変化に最も感度が高いこと、そのため質量変化がある状況でも周波数応答関数を用いることで剛性に関しては高精度で同定が可能となることがわかった。一方、固有振動特性は質量の変化に影響されてしまうので、質量が正確に分かっていない場合は固有振動特性を用いない方が剛性に関しては精度が高い結果が得られた。

また、1 次の摂動法を基本とする逆解析は、特に損傷前後で様相が大きく変わったときには正しい大域解に到達しないという問題がある。初期値を正しく選択すれば正しい解に到達できるが、適切な初期値を前もって知ることは不可能である。この問題に対して、本研究では集団学習に基づいたアルゴリズムを提案した。乱数を発生させて様々な初期値のサンプルを作成して同定結果を得て、それらの推定値を組み合わせるというものである。初期値を 0.0 とする通常の摂動法を用いた繰り返し計算のアルゴリズムでは正しいを得ることが難しい、損傷前後で大きく様相が変化する場合であっても、完璧とまでは行かないが、提案手法によって精度の改善が可能となり、良好な同定結果が得られることが示せた。

参考文献

- 1) Furukawa, A. and Kiyono, J.: Structural damage identification based on harmonic excitation force, *Structural Health Monitoring and Intelligent Infrastructure*, Vol.1, pp.535-542, 2003
- 2) Wang Z, Lin RM, Lim MK. Structural damage detection using measured FRF data. *Computer methods in applied mechanics and engineering* 147: 187-197. 1997.
- 3) Thyagarajan SK, Schulz MJ, Pai PF. Detecting structural damage using frequency response functions. *Journal of Sound and Vibration* 210(1): 162-170. 1998.
- 4) Lee U, Shin J. A frequency response function-based structural damage identification method. *Computers and Structures* 80: 117-132. 2002.
- 5) Hearn G, Testa GR. Modal analysis for damage detection in structures. *Journal of Structural Engineering, ASCE* 117: 3042-3063. 1991.
- 6) Hassiotis S, Jeong GD. Identification of stiffness reduction using natural frequencies. *Journal of Engineering Mechanics, ASCE* 121: 1106-1113. 1995.
- 7) 佐藤忠信, 梶啓介: 非線形構造システムの線形同定法, 土木学会論文集, No.647/I-51, pp.155-165, 2000

(2004 年 9 月 17 日 受付)