

信頼性の変化に対応した部分安全係数の設定方法

The method on the determination of partial safety factors corresponding to changes in reliability

吉岡 健*, 長尾 毅**

Takeshi Yoshioka and Takashi Nagao

* 修(工) 電源開発(株) エンジニアリング事業部 (〒104-8165 東京都中央区銀座6-15-1)

** 工博 国土交通省 国土技術政策総合研究所 (〒239-0826 横須賀市長瀬3-1-1)

Level-one reliability-based design method which employs partial safety factors is recommended for the standard design method. Partial safety factors shall be determined by calibration with a number of case studies. The accuracy of design parameters may change after the calibration, however, re-calibration is time consuming and so the simple method to evaluate partial safety factors corresponding to changes in reliability is strongly required. This study aims at presenting the method for such cases. The proposed method only requires information on parameters before the change in reliability. Validity of this proposal method was confirmed with some case studies.

Key Words: reliability-based design, partial safety factor, safety index, sensitivity factor

キーワード: 信頼性設計, 部分安全係数, 安全性指標, 感度係数

1. はじめに

ISO2394 (構造物の信頼性に関する一般原則) を契機として, 土木および建築構造物への信頼性設計法の適用に関する研究が各方面で進められている。中でも, レベル1 信頼性設計法 (部分安全係数法, 以下, レベル1 設計法と略記) は, 汎用性, 利便性の観点から今後の標準的な設計法としてその導入が期待されている¹⁾。部分安全係数は, 各設計因子の推定精度, 感度係数および目標安全性指標をもとに算出される。ただし, わずかな設計事例のみによってこれを決定したのでは, 条件に偏りが生じてしまうため, レベル1 設計法の合理性は発揮されない可能性がある。したがって, 合理的なレベル1 設計法を構築するためには, 多数の建設事例に基づく信頼性評価によって, 部分安全係数のキャリブレーションを実施する必要がある。例えば長尾²⁾は, ケーソン式防波堤の外的安定問題に対し, 76 の建設事例に基づく信頼性解析によって現行設計法が担保する平均安全性水準を評価し, これを目標値として部分安全係数を決定する, いわゆるコードキャリブレーションを実施している。

ここで, 研究の進展により精度の良い算定式が提案されたり, 通常用いる算定式の代わりに各種実験, 試験, 調査により直接的に評価した等の理由によって, 設計因子の推定精度, すなわちその信頼性が変化した場合には, 得られた成果を何らかの方法によって設計に反映させることが望まれる。特に設計因子の推定精度向上時には,

設計側での建設コスト縮減が期待されるであろう。白戸³⁾は, 地盤調査における信頼性の地盤定数への反映方法として, 部分安全係数は変えずに, それに乗ずる特性値を推定精度に応じて評価する方法を提案した。これに対する別案として, 特性値は変えずに部分安全係数を再設定する方法も考えられる。その際には, 前述した感度係数が設計因子の推定精度に依存して変化することから, その影響について検討する必要がある。

また, 信頼性設計法における目標安全性水準の設定方法として, 前述した現行設計法の平均安全性水準の他に, ライフサイクルコストによる設定方法がある。これは, 初期建設費に, 設計供用期間中の期待復旧費などを加えて定義されるライフサイクルコストが最小となる安全性水準を目標水準とする方法であり, 設計条件や構造物の重要度によってその水準は変化する。この方法をレベル1 設計法に適用するためには, 目標安全性の変化に対応した部分安全係数の設定方法について検討する必要がある。なぜなら, 目標安全性が変化すれば, 安全性指標に与える荷重効果と耐力の影響度合が変化する, すなわち感度係数が変化するからである。著者ら⁴⁾は, ケーソン式防波堤の外的安定問題に対し, 特に感度の高い水平波力や摩擦係数等の設計因子について, 安全性指標に応じて感度係数が変化することを明らかにしている。

このような信頼性の変化による各設計因子の感度係数の変化は, 結局, 部分安全係数の再キャリブレーションを要求する。しかしながら, キャリブレーションの作業

は容易であるとは言い難いし、レベル1設計法を用いる設計者にこれを強いることは現実的ではない。

以上の背景のもと、本研究では、信頼性の変化に対応した部分安全係数の簡易修正法を提案することを目的とする。まず、1次信頼性理論 (FORM: First-Order Reliability Method) を応用し、設計因子の推定精度や目標安全性指標が変化した場合の、部分安全係数の修正方法について検討する。次に、それぞれの問題について、ケーススタディを実施し、本提案法の適用性を検証する。ケーススタディでは、様々な性能関数を設定した場合の詳細な検証を実施し、本提案法の有用性を示すとともに、その適用限界を明らかにする。

2. 部分安全係数のキャリブレーション法

2. 1 安全性指標と感度係数

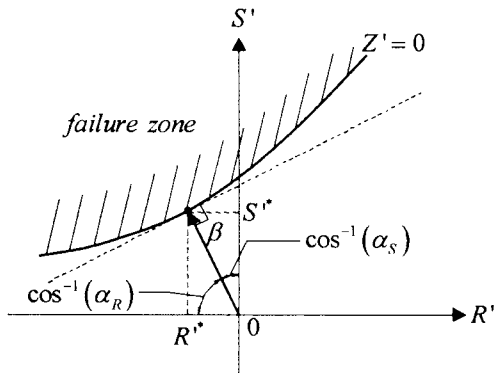


図-1 安全性指標 β と感度係数 α

部分安全係数の算出に用いる安全性指標 β と感度係数 α は、性能関数 Z が $Z=R-S$ (R : 耐力, S : 荷重効果) によって定義される場合、標準化空間 (平均値 0, 分散 1 に標準化した空間) において、図-1 に示す関係となる。図中の R', S' は、標準化した確率変数を表す。図に示すように、安全性指標 β は標準化空間における原点 (平均値) から破壊点までの距離を表し、その値が大きいほど安全であることを意味する。安全性指標は、性能関数の破壊点周りのテーラー展開に基づく FORM によって算出され、確率変数間に相関がない場合には式(1)によって定義される⁵⁾。

$$\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} = \frac{\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial Z}{\partial X_i} \right)_{X^*} (\mu_{X_i} - X_i^*)}{\sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial Z}{\partial X_i} \right)_{X^*}^2 \sigma_{X_i}^2}} \quad (1)$$

ここで、 Z : 性能関数, X^* : 確率変数 X の破壊点における値, μ_Z, σ_Z : Z の平均値と標準偏差である。

感度係数 α は、性能関数の線形化近似係数であり、確

率変数間に相関がない場合には、式(2a)または(2b)によって定義される。

$$\alpha_{X_i} = \left(\frac{\partial Z}{\partial X_i} \right)_{X^*} \frac{\sigma_{X_i}}{\sigma_Z} \quad (i=1, 2, \dots, m) \quad (2a)$$

$$= -\frac{X_i^*}{\beta} \quad \text{ここで, } X_i^* = \frac{X_i - \mu_{X_i}}{\sigma_{X_i}} \quad (2b)$$

式(2b)は、図-1 に示すように、標準化空間における安全性指標の各確率変数軸への方向余弦を表す。そのため、確率変数間に相関がない場合には、感度係数の自乗和は 1 となる。

$$\sum_{i=1}^m \alpha_i^2 = 1 \quad (3)$$

また、感度係数は耐力に対しては正值、荷重効果に対しては負値となり、その絶対値が 1 に近い確率変数ほど、破壊点での標準化した値が安全性指標に一致する傾向となり、安全性指標に及ぼす影響が大きいことを意味する。

2. 2 部分安全係数

レベル 1 設計法における部分安全係数は、式(2b)を破壊点 X^* に関する等式に変形することにより、次式によって算出される。

$$\gamma_X = (1 - \alpha_X \beta_T V_X) \frac{\mu_X}{X_k} \quad (4)$$

ここで、 β_T は目標安全性指標, V_X, μ_X, X_k はそれぞれ確率変数 X の変動係数、平均値および特性値 (統計分布から定められた所定のフラクタイル値もしくは公称値) である。式(2b), (4)より、各設計因子の特性値に部分安全係数を乗じることによって得られる設計用値を、標準化空間上に描画した点 (以下、これを設計点と称する) は、破壊点に一致することがわかる。

合理的なレベル 1 設計法を構築するための部分安全係数のキャリブレーションには、いくつかの方法が考えられる。部分安全係数の組合せを仮定し、得られた結果と目標破壊確率もしくは目標安全性指標との分散が最小となる部分安全係数を最適とする方法 (例えば、白木ら⁶⁾) や、既設構造物における信頼性解析によって感度係数を評価する方法 (例えば、鈴木ら⁷⁾) 等があげられる。本研究では、安全性指標が目標値に一致する断面をまず決定し、その断面における感度係数を評価する方法を用いる。この方法により抽出した感度係数の全事例についての平均値を用いることによって、目標破壊確率とのばらつきの小さい合理的な部分安全係数を得ることができる。著者ら⁸⁾ は、ケーソン式防波堤の滑動量に基づくレベル 1 信頼性設計法に関し、この方法によって良好なキャリブレーション結果を得ている。

図-1 や式(2b), (3)より明らかのように、各確率変数

の確率分布が変化すれば、その感度係数のみならず他の確率変数の感度係数も変化する。また、目標安全性指標が変化する場合も、耐力の平均値が変化することによってその標準偏差も変化するため、結果、全ての感度係数が変化する。したがって、このような場合には、再キャリブレーションが必要ということになる。

次章では、部分安全係数のキャリブレーションが適切に実施され、各設計因子の感度係数が既知であることを前提に、信頼性の変化に対応した部分安全係数の修正方法を検討する。

3. 部分安全係数簡易修正法の提案

信頼性の変化に対応した部分安全係数の修正方法として、再キャリブレーションによって新たな感度係数を評価し部分安全係数を修正する方法と、信頼性変化前の感度係数をそのまま用いて部分安全係数を修正する方法が、まず考えられる。以下では、前者を「再校正法」、後者を「簡便法」と称する。さらに、本研究において提案する方法を「提案法」と称する。また、以下では、信頼性の変化前後をそれぞれ添字 b, a によって表記する。なお、確率変数は全て正規分布に従うものとし、変数間に相関はなく独立とする。さらに、式(4)において $\mu_X = X_k$ とする。

3. 1 設計因子の推定精度が変化する場合

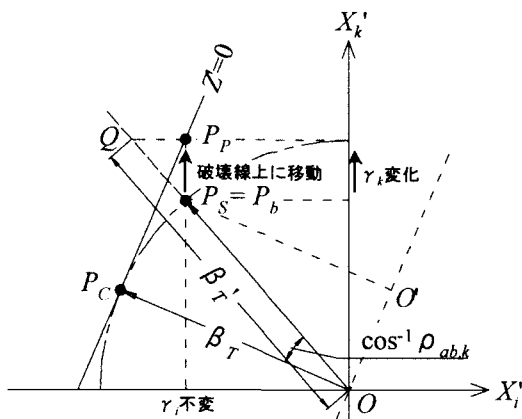


図-2 標準化平面上的各設計点(1)

本節では、目標安全性指標は変化せず、ある設計因子の推定精度が変化する場合について議論する。ここで、推定精度が変化する因子を X_k 、その他の設計因子を X_i 、設計因子の個数を m とする。このとき、 X_k および X_i として、荷重効果側、耐力側の区別は行わず、任意とする。

簡便法は、 X_k の部分安全係数 γ_k のみを新たな変動係数に応じて修正し、その他の因子の部分安全係数 γ_i は修正しない極めて簡易な方法である。このとき、再校正法および簡便法の設計点の標準化座標 P_C, P_S を、式(2b)、式(4)によって算出すると、

$$\text{再校正法} : P_C (-\alpha_{a,1}\beta_T, \dots, -\alpha_{a,k}\beta_T, \dots, -\alpha_{a,m}\beta_T)$$

$$\text{簡便法} : P_S (-\alpha_{b,1}\beta_T, \dots, -\alpha_{b,k}\beta_T, \dots, -\alpha_{b,m}\beta_T)$$

となる。これを確率変数 X_k, X_i の2次元標準化平面上に図示すると図-2となる。図において、 X_k は荷重効果側、 X_i は耐力側の因子を想定している。

座標または図からわかるように、簡便法の設計点 P_S は、精度変化前の設計点 P_b に一致する。これは、精度の変化に応じて X_k の部分安全係数 γ_k を修正しても、変化後の設計点は、感度係数が変わらない限り変化しないためである。また、設計点 P_C, P_S は、標準化空間において原点を中心、目標安全性指標 β_T を半径とする同一円周上に位置する。このとき、ベクトル OP_S とベクトル OP_C の方向余弦は、精度変化前後の破壊モード間の相関係数 $\rho_{ab,k}$ を表し、各感度係数を成分に持つ単位ベクトルの内積によって計算できる。

$$\rho_{ab,k} = \sum_{i=1}^m \alpha_{b,i} \alpha_{a,i} \quad (5)$$

再校正法による設計点 P_C における接線が精度変化後の破壊線であるから、 $\rho_{ab,k}$ が1に近い場合には、簡便法による設計点 P_S は破壊線近傍に位置し、 P_S が保有する安全性指標（以下、レベル1設計法が担保する安全性指標という意味で、保有安全性指標 β_{L1} と称す）は目標安全性指標にほぼ等しい値となる。しかしながら、 $\rho_{ab,k}$ が小さくなるにつれて設計点 P_S は破壊線から離れていく。このとき、設計点 P_S の保有安全性指標 β_{L1} は、図-2における $O' P_S$ 間の距離となる。これは目標安全性指標よりも必ず小さく、つまり、危険側の設計となる。

これに対し提案法は、設計点を破壊点に一致させるのではなく、破壊線上に位置させることによって、目標値に等しい安全性指標を得ようとする方法である。この方法による設計点は図中の P_P である。提案法では、簡便法と同じく、感度係数を再評価せずに変化前の値をそのまま用いることとする。つまり、 X_i の部分安全係数 γ_i は変化せず、簡便法の利便性が維持される。その代わり、 X_k の部分安全係数 γ_k を大きく変化させることによって、設計点を破壊線上に位置させる。この点を得るためには、 γ_k の再計算において、 β_T の代りに図中の β_T' を用いればよい。標準化空間における破壊線（多次元空間では破壊超曲面）の式は、

$$\frac{Z'}{\sigma_Z} = \sum_{i=1, i \neq k}^m \alpha_{a,i} X'_i + \alpha_{a,k} X'_k + \beta_T = 0 \quad (6)$$

であるから、式(6)に既知である設計点 P_b の X'_i を代入することにより、設計点 P_P における X'_k が得られる。また、2点 O, P_S を通る直線は、

$$\frac{X'_1}{\alpha_{b,1}} = \dots = \frac{X'_k}{\alpha_{b,k}} = \dots = \frac{X'_m}{\alpha_{b,m}} \quad (7)$$

であるから、先に求めた X_k^* を式(7)に代入することにより、図中の点 Q の座標が得られる。点 OQ 間の距離が β_T であるから、式(3)の関係を用いて変形すると、 β_T の算定式として次式を得る。

$$\beta_T' = \beta_T \left(1 + \frac{1 - \rho_{ab,k}}{\alpha_{b,k} \alpha_{a,k}} \right) \quad (8)$$

$\alpha_{b,k} \alpha_{a,k}$ は、式(5)による相関係数 $\rho_{ab,k}$ の算出に含まれるから、 β_T を計算するためには $\rho_{ab,k}$ を推定できればよい。

今、設計因子 X_k の変動係数の変化率を n_k ($=V_{a,k}/V_{b,k}$) として、式(5)に式(2a)を代入し、変形すると、

$$\rho_{ab,k} = \frac{\sum_{i=1, i \neq k}^m \lambda_i \left(\frac{\alpha_{b,i}}{\alpha_{b,k}} \right)^2 + n_k}{\sqrt{\sum_{i=1, i \neq k}^m \left(\frac{\alpha_{b,i}}{\alpha_{b,k}} \right)^2 + 1} \sqrt{\sum_{i=1, i \neq k}^m \left(\lambda_i \frac{\alpha_{b,i}}{\alpha_{b,k}} \right)^2 + n_k^2}} \quad (9)$$

ここで、 λ_i は次式に示すパラメータである。

$$\lambda_i = \frac{\left(\frac{\partial Z}{\partial X_k} \right)_{X_{b,k}^*} \left(\frac{\partial Z}{\partial X_i} \right)_{X_{a,i}^*} \mu_{b,k} \mu_{a,i}}{\left(\frac{\partial Z}{\partial X_k} \right)_{X_{a,k}^*} \left(\frac{\partial Z}{\partial X_i} \right)_{X_{b,i}^*} \mu_{a,k} \mu_{b,i}} \quad (10)$$

設計因子 X_i が複数存在する場合には、 λ_i は異なる値となり得るため、感度係数の再評価を行わない提案法においては、 λ_i が全て式(9)の未知数となる。本研究ではこれを単一の未知数 λ に近似する。

$$\lambda \cong \lambda_i \quad (11)$$

この近似の妥当性については、次章 4. 1 節において検証する。式(11) および式(3)を用いてさらに変形すると、 $\rho_{ab,k}$ の推定式として次式が得られる。

$$\rho_{ab,k} = \frac{|\alpha_{b,k}| \lambda \left(\frac{1}{\alpha_{b,k}^2} - 1 \right) + |\alpha_{b,k}| n_k}{\sqrt{\lambda^2 \left(\frac{1}{\alpha_{b,k}^2} - 1 \right) + n_k^2}} \quad (12)$$

性能関数 Z が $R-S$ で表される場合は、 Z の偏微分係数が定数となるため、式(10)における同一因子の偏微分係数の、精度変化前後の比は 1 となる。さらに、精度変更因子 X_k が荷重効果の場合には、式(10)における荷重平均値 μ_k の精度変化前後の比も 1 となる。したがって、 λ_i すなわち λ は、精度変化前後における耐力平均値 μ_i の比となる。これは設計断面の変化率を表す。以下では、パラメータ λ の推定方法を検討する。

今、精度変更後において目標安全性指標は変化しないことを想定しているから、式(1)より、

$$\beta_T = \frac{\sum_{i=1, i \neq k}^m \left(\frac{\partial Z}{\partial X_i} \right)_{X_{a,i}^*} (\mu_{a,i} - X_{a,i}^*) + \left(\frac{\partial Z}{\partial X_k} \right)_{X_{a,k}^*} (\mu_{a,k} - X_{a,k}^*)}{\sqrt{\sum_{i=1, i \neq k}^m \left(\frac{\partial Z}{\partial X_i} \right)_{X_{a,i}^*}^2 V_{b,i}^2 \mu_{a,i}^2 + \left(\frac{\partial Z}{\partial X_k} \right)_{X_{a,k}^*}^2 n_k^2 V_{b,k}^2 \mu_{a,k}^2}} \quad (13)$$

式(13)の分母については、式(12)の導出時と同様の変形が可能であるから、

$$\beta_T = \frac{\sum_{i=1, i \neq k}^m \left(\frac{\partial Z}{\partial X_i} \right)_{X_{a,i}^*} \mu_{a,i} - \sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial Z}{\partial X_i} \right)_{X_{a,i}^*} X_{a,i}^* + 1}{V_{b,k} \sqrt{\lambda^2 \left(\frac{1}{\alpha_{b,k}^2} - 1 \right) + n_k^2}} \quad (14)$$

式(14)の分子を、式(10)右辺の式形が得られるように変形し、さらに式(14)の分子の第 2 項において、次式に示す近似を行う。

$$X_{a,i}^* \cong X_{b,i}^* \frac{\mu_{a,i}}{\mu_{b,i}} \quad (15)$$

この近似の妥当性についても、次章 4. 1 節において検証する。式(15)および式(11)の近似により、式(14)の分子を λ によって記述することが可能となる。さらに式(2b)を用いて変形すると、結局、 λ に関する 2 次方程式として次式が得られる。

$$\beta_T = \frac{\lambda \left(\beta_T \frac{V_{b,k}}{\alpha_{b,k}} - 1 \right) + 1}{V_{b,k} \sqrt{\lambda^2 \left(\frac{1}{\alpha_{b,k}^2} - 1 \right) + n_k^2}} \quad (16)$$

式(16)を λ について解き、これを式(12)に代入することにより、 $\rho_{ab,k}$ の推定値を得る。さらにこれを式(8)に代入することにより、 β_T を推定することができる。以上をまとめ、 $\alpha_{b,k}$ を三角関数で表記することによって得た最終的な β_T の推定式を以下に示す。

$$\beta_T' = \beta_T \left(\frac{1}{|\cos \theta|} \sqrt{\frac{\lambda^2}{n_k^2} \tan^2 \theta + 1} - \frac{\lambda}{n_k} \tan^2 \theta \right) \quad (17)$$

$$\lambda = \left[c \beta_T V_{b,k} \sqrt{n_k^2 \left(1 - \frac{\beta_T V_{b,k}}{\cos \theta} \right)^2 - \{ (n_k \beta_T V_{b,k})^2 - 1 \} \tan^2 \theta} + \left(1 - \frac{\beta_T V_{b,k}}{\cos \theta} \right) \right] / \left[\left(1 - \frac{\beta_T V_{b,k}}{\cos \theta} \right)^2 - (\beta_T V_{b,k})^2 \tan^2 \theta \right],$$

$$c = \begin{cases} +1 : \cos \theta < 0 \\ -1 : \cos \theta > 0 \end{cases} \quad (\text{ここで、} \theta = \cos^{-1} \alpha_{b,k})$$

式(17)より明らかのように、 β_T の推定に用いるパラメータは、 β_T 、 $\alpha_{b,k}$ 、 $V_{b,k}$ および n_k の 4 つのみである。つ

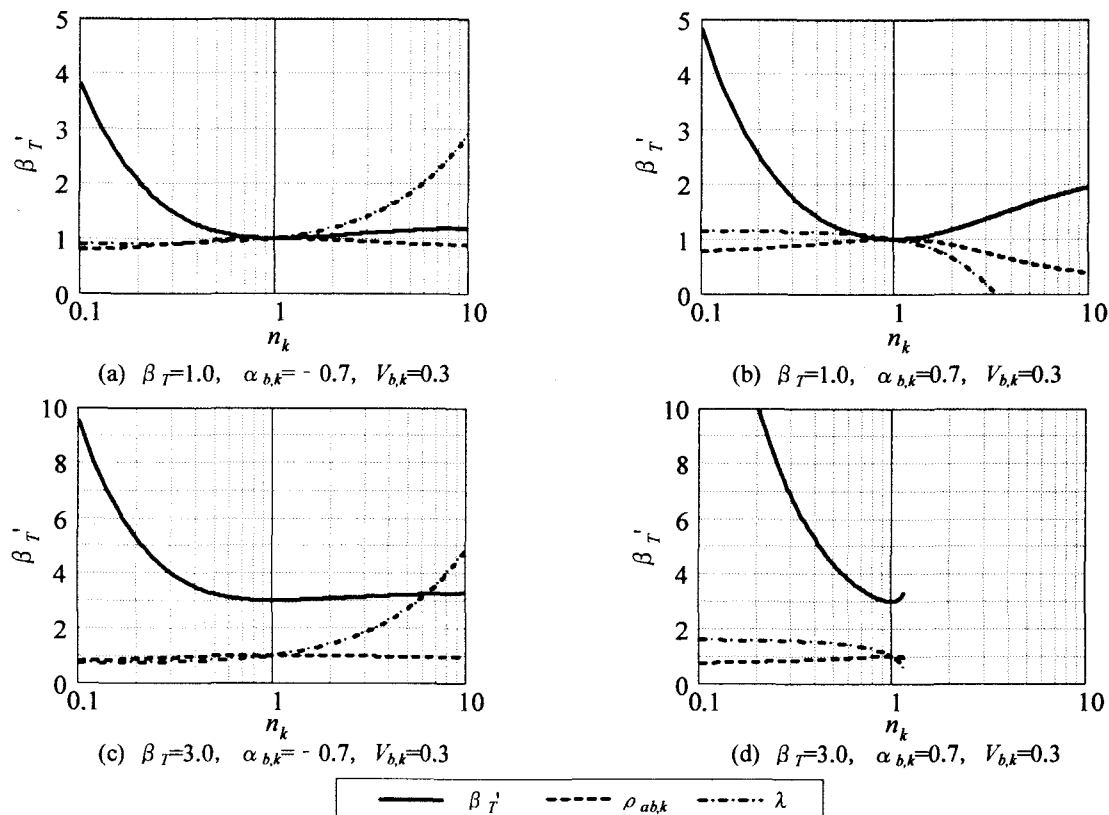


図-3 n_k と β_T' の関係

まり、精度変更因子 X_k の部分安全係数 γ_k の修正に用いる β_T' の推定において、 X_k 以外の因子の情報を一切必要としない。言い換えれば、性能関数 Z に依存せず、対象となる γ_k のみを修正できることとなるため、利便性が高いと言える。

一例として、目標安全性指標 β_T を 1.0, 3.0、感度係数 $\alpha_{b,k}$ を -0.7, 0.7、変動係数 $V_{b,k}$ を 0.3 とした場合の、精度変化率 n_k と β_T' の関係を図-3 に示す。図には、相関係数 $\rho_{ab,k}$ およびパラメータ λ の算出結果も併記している。図の(d)において n_k が 1.2 以上での表示が欠けているのは、式(17)による λ の解が複素数となるためである。つまり、精度変更因子 X_k が耐力で、その精度が悪くなる場合には、耐力の平均値を増加させるほど、その標準偏差も増加するため、目標安全性指標を満足する耐力の平均値が見つからないことになる。なお、このような条件で解が得られない場合があることは FORM で別途確認しており、解が得られないこと自体は提案法の適用限界を示すものではない。ただし、 λ の解が複素数となる n_k の境界値は常に 1.2 ではなく、 β_T 、 $\alpha_{b,k}$ および $V_{b,k}$ によって変化するし、実際には、式(11)、式(15)による近似の影響によっても変化するものと考えられる。

ここで、通常的设计実務で起こり得ると考えられる、 n_k が 0.1 から 2.0 程度の範囲に着目すると、概ね 0.7 を下回る範囲において、 β_T' は β_T を大きく上回っていることがわかる。その範囲の相関係数 $\rho_{ab,k}$ は約 0.75 から 0.96 であり、 $\rho_{ab,k}$ のわずかな減少によって、 β_T' は β_T よりも

高い値となる。言い換えれば、 n_k が概ね 0.7 以上であれば、 β_T' はほぼ β_T に等しく、簡便法によって部分安全係数を修正しても、十分信頼性の高い設計結果が得られる可能性がある。また、図中の(a)および(c)は、精度変更因子 X_k を荷重効果としているため、性能関数が $R-S$ で表される場合、図中の λ は設計断面の変化率を表す。設計因子の推定精度を向上することによって設計断面は縮小し、例えば n_k を 0.5 とする時、 β_T が 1.0 の場合に λ は 0.92、 β_T が 3.0 の場合に λ は 0.82 となっている。

3. 2 目標安全性指標が変化する場合

本節では、設計因子の推定精度は変化せず、目標安全性指標 β_T が変化する場合について議論する。この場合、 β_T の変化によって最も感度係数が変化する因子に着目することが適切であると考えられる。さらに、 β_T の変化は設計断面の変化をもたらすから、最も感度係数が変化する因子は耐力側の因子の中にあると考えてよい。したがって、耐力側の因子の中で最も感度係数の大きい因子を対象とし、これを X_j とする。その他の記号は 3. 1 節と同様である。

3. 1 節と同様、標準化平面上の各設計点を図-4 に示す。図において、 X_j は荷重効果側の因子を想定している。 β_T が変化する場合、式(4)によって全ての部分安全係数を修正することができるから、提案法では図中の P_p で示す位置を設計点とする。すなわち、感度係数としては変化前の値をそのまま用い、目標安全性指標としては

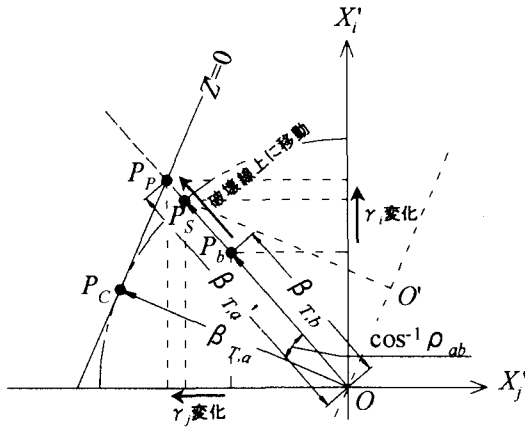


図-4 標準化平面上的各設計点(1)

変化後の $\beta_{T,a}$ の代わりに $\beta_{T,a}'$ を用いて部分安全係数を再計算することにより、目標値に等しい安全性指標を達成する。このとき、 $\beta_{T,a}'$ の算定式は次式となる。

$$\beta_{T,a}' = \beta_{T,a} / \rho_{ab} \quad (18)$$

したがって、 $\beta_{T,a}'$ を計算するためには、目標安全性指標変化前後の破壊モード間の相関係数 ρ_{ab} を推定できればよい。

以下、3. 1 節と同様の手法によって ρ_{ab} を推定することができ、結果のみを示すと、 $\beta_{T,a}'$ の推定式として次式を得る。

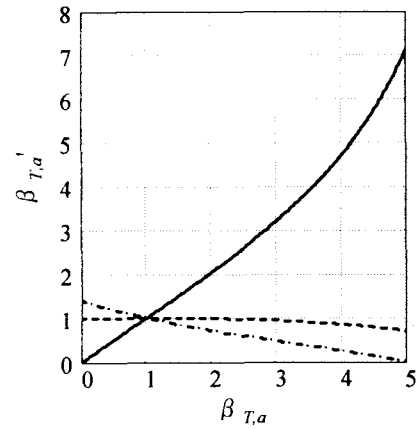
$$\beta_{T,a}' = \beta_{T,a} \frac{\sqrt{\lambda^2 \tan^2 \theta + 1}}{\cos \theta (\lambda \tan^2 \theta + 1)} \quad (19)$$

$$\lambda = \left[-\beta_{T,a} V_j \sqrt{\left(1 - \frac{\beta_{T,b} V_j}{\cos \theta}\right)^2 - \{(\beta_{T,a} V_j)^2 - 1\} \tan^2 \theta} + \left(1 - \frac{\beta_{T,b} V_j}{\cos \theta}\right) \right] / \left[\left(1 - \frac{\beta_{T,b} V_j}{\cos \theta}\right)^2 - (\beta_{T,a} V_j)^2 \tan^2 \theta \right]$$

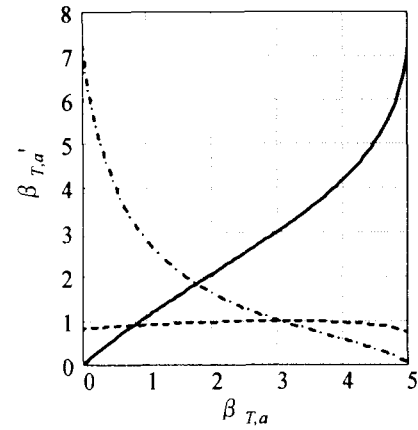
(ここで、 $\theta = \cos^{-1} \alpha_{b,j}$)

式(17)と同様に式(19)においても、対象因子 X_j のみの情報によって $\beta_{T,a}'$ を推定することが可能であるため、利便性が高いと言える。

一例として、変化前の目標安全性指標 $\beta_{T,b}$ を 1.0, 3.0, 感度係数 $\alpha_{b,j}$ を 0.7, 変動係数 V_j を 0.2 とした場合の、変化後の目標安全性指標 $\beta_{T,a}$ と $\beta_{T,a}'$ の関係を図-5 に示す。図には、相関係数 ρ_{ab} およびパラメータ λ の算出結果も併記している。図より、 $\beta_{T,a}$ が大きくなるほど相関係数 ρ_{ab} が小さくなり、 $\beta_{T,a}'$ は $\beta_{T,a}$ よりも大きな値となることがわかる。また、変化後の目標安全性指標 $\beta_{T,a}$ が 3 程度までは、図の(a), (b)共に、 $\beta_{T,a}'$ は $\beta_{T,a}$ にほぼ等しい。したがって、 $\beta_{T,a}$ が概ね 3 以下であれば、 $\beta_{T,a}$ をそのまま用いて部分安全係数を修正する簡便法によっても、十分信頼性の高い設計結果が得られる可能性がある。



(a) $\beta_{T,b}=1.0, \alpha_{b,j}=0.7, V_j=0.2$



(b) $\beta_{T,b}=3.0, \alpha_{b,j}=0.7, V_j=0.2$

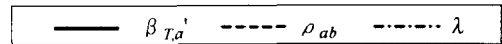


図-5 $\beta_{T,a}$ と $\beta_{T,a}'$ の関係

4. 本提案法の適用性評価

本章では、モデルケースとして様々な性能関数 Z を設定し、3. 章で提案した部分安全係数の修正方法の適用性について検証する。この目的のため、本研究では部分安全係数の丸めは行っていない。

4. 1 提案法における近似の妥当性

まず、提案法で用いた式(11), (15)による近似の妥当性を、次節で示す設計因子の推定精度が変化する場合について検討する。検討ケースを表-1 に、表-1 以外のパラメータの設定値を表-2 に示す。表-1 において、非線形の性能関数を検討ケースとしたのは、FORM による性能関数の線形化近似が提案法の適用性に及ぼす影響を把握するためである。

検討方法は以下の通りである。まず、目標安全性指標 β_T を 1.0 から 5.0 まで 1.0 刻みで変化させ、精度変化前の変動係数 $V_{b,k}$ をもとに、各 β_T に対し FORM によるレベル 2 信頼性設計を実施する。得られた設計断面における各設計因子の感度係数 $\alpha_{b,i}$ を用い、式(4)によって精度変更前の部分安全係数 $\gamma_{b,i}$ を計算する。次に、変動係数

表-1 検討ケース(1)

	Z	X_k	$V_{b,k}$
Case1	$Z = R - S$	S	0.3
Case2	$Z = R - S$	R	0.3
Case3	$Z = R + C - S$	S	0.3
Case4	$Z = R_2(R_1 + C) - S_1 - S_2$	S_1	0.3
Case5	$Z = R_2^3(R_1^2 + C) - S_1^2 \cdot \sqrt{S_2}$	S_1	0.3
Case6	$Z = R - S$	R, S	0.15, 0.3
Case7	$Z = R_2^3(R_1^2 + C) - S_1^2 \cdot \sqrt{S_2}$	S_1, S_2	0.3, 0.3

※R: 耐力, S: 荷重効果, C: 定数

表-2 表-1 以外のパラメータの設定値

(a) Case1, Case3

	R	S	C
μ	—	400	200
V	0.15	—	(Case3)

(b) Case2

	R	S
μ	—	200
V	—	0.1

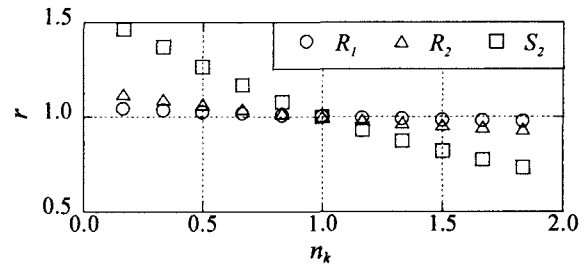
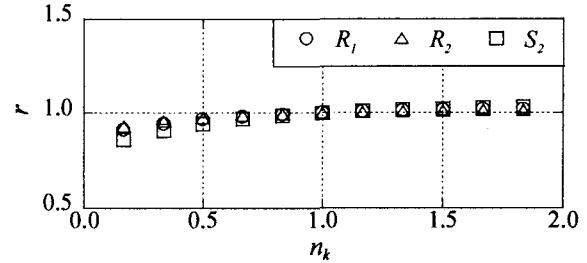
(c) Case4, Case5

	R_1	R_2	S_1	S_2	C
μ	—	0.8	60	40	30
V	0.05	0.05	—	0.1	

$V_{b,k}$ を変化させて再校正法, 簡便法, 提案法によって部分安全係数を修正し ($\gamma_{a,i}$), それらを用いてレベル1信頼性設計を実施する. 得られた設計断面に対して再度FORMを適用し, 各設計断面の保有安全性指標 β_{Li} を算出する. 得られた β_{Li} と目標安全性指標との差によって, 提案法の妥当性を判定する.

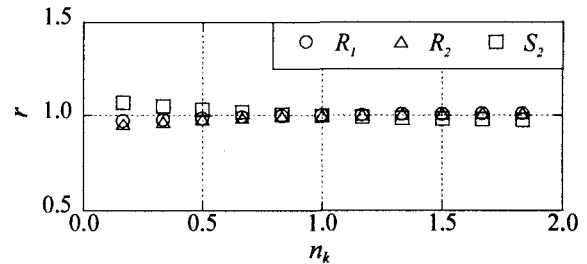
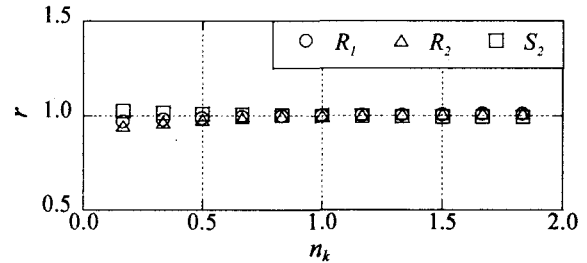
本節では, 表-1の中から, 複数の設計因子を有し, 性能関数が非線形の Case4, Case5 について検討した. 図-6 および図-7 は, 式(11), (15)による計算値と近似値の比 (これを r とする) をとり, その妥当性について比較したものである. 図には, r の計算式を併記しており, r が1であれば近似が妥当であることを意味する. ここで, 目標安全性指標 β_T は3.0とし, 横軸は精度変化率 n_k としている. まず図-7に着目すると, 両ケースとも r は概ね1となっている. ただし, n_k が1から離れるほど, すなわち精度の変化度が大きいほど, r は1からずれる傾向にある. 特に, n_k が1以下, つまり精度が向上する場合には, 耐力 R_1, R_2 については r が1を下回っているのに対し, 荷重効果 S_2 については逆に r が1を上回っている. この理由は次のように説明できる. まず, r 計算式の分子である計算値を式(2b)を用いて変形することにより, 次式が得られる.

$$\frac{X_{a,i}^*}{X_{b,i}^*} = \frac{\mu_{a,i} - \alpha_{a,i} \beta_T \sigma_{a,i}}{\mu_{b,i} - \alpha_{b,i} \beta_T \sigma_{b,i}} \quad (20)$$

(a) Case4 ($\beta_T=3.0$)(b) Case5 ($\beta_T=3.0$)

$$\text{※} r = \frac{\lambda_i}{\lambda}$$

図-6 式(11)による近似の妥当性

(a) Case4 ($\beta_T=3.0$)(b) Case5 ($\beta_T=3.0$)

$$\text{※} r = \frac{X_{a,i}^* / \mu_{a,i}}{X_{b,i}^* / \mu_{b,i}}$$

図-7 式(15)による近似の妥当性

精度変化前後で設計因子 X_i の平均値が変わらない場合, r 計算式の分母である近似値は1となる. この時, X_k の精度が向上し, かつ, X_i が耐力の場合には, X_i の正の感度が増加するため, 式(20)による計算値は1以下となる. 逆に, X_i が荷重効果の場合には, X_i の負の感度が増加するため, 式(20)による計算値は1以上となる. したがって, 耐力と荷重効果について, r が反比例の傾向を示す. このように設計因子によって r が1以下にも1以上にもなり得るため, 式(15)による近似は, 第一次近似として妥当であると考えられる.

続いて図-6に着目すると, Case4 では n_k が1から離

れるほど、 r も 1 からずれる傾向にある。特に、荷重効果 S_2 についてのずれが大きい。Case5 においても、 n_k が小さくなるほど、 r も 1 からずれる傾向にあり、ここでも荷重効果 S_2 についてのずれがやや大きい。精度変化前における R_1 , R_2 , S_1 , S_2 の感度係数は、Case4 がそれぞれ 0.31, 0.37, -0.85, -0.19, Case5 がそれぞれ 0.27, 0.41, -0.86, -0.12 であり、いずれも S_2 の感度が最も小さい。感度の小さい因子は、精度変化前後における感度の変化も他の因子に比べて小さいため、式(11)による近似の誤差が大きくなったものと考えられる。このような式(11)による近似の誤差が、提案法による保有安全性指標 β_{LI} の目標値からの誤差を生み出す要因であると言える。しかしながら、両ケースにおける r の 1 からのずれの傾向は正反対となっており、性能関数に依存してずれの傾向が変化するため、これを補正することは困難であると考えられる。

4. 2 設計因子の推定精度が変化する場合

(1) 1 因子の推定精度が変化する場合

まず、1 因子の推定精度が変化する場合について検討する。検討ケースは、性能関数の非線形性や精度変更因子 X_k を変えた 5 ケースとした (表-1)。 X_k の精度変化前の変動係数 $V_{b,k}$ は 0.3 を基本としている。

Case1 において、 β_T を 3.0 とした場合の設計結果の一例を表-3 に、標準化空間における各設計点の比較結果を図-8 に示す。まず表-3 について見ると、荷重効果の変動係数 V_S を 0.1 に下げたことにより、その感度係数の絶対値は減少し、逆に耐力の感度係数が増加している。そのため、感度係数を再評価する再校正法において、荷重効果、耐力ともに部分安全係数が減少している。簡便法および提案法においては、耐力の部分安全係数は修正しないため変化前の値 $\gamma_{b,R}$ に等しく、その分、荷重効果の部分安全係数 $\gamma_{a,S}$ は再校正法に比べて大きくなっている。しかしながら、簡便法では $\gamma_{a,S}$ の値がやや過小評価となっており、設計結果である $\mu_{a,R}$ の値は、再校正法に比べて小さくなっている。その結果、保有安全性指標 β_{LI} が目標値に比べて小さく、危険側の設計となっている。一方、提案法では、 $\gamma_{a,S}$ を算出する際の目標安全性指標として $\beta_T (=3.90)$ を用いるため、簡便法よりもさらに大きな部分安全係数となっている。その結果、 $\mu_{a,R}$ の値は再校正法の値に等しく、 β_{LI} も目標値に一致している。

図-8 では、変動係数 $V_{b,k}$ を 0.05 から 0.55 まで 0.05 刻みで変化させている。これを見ると、再校正法では感度係数を再評価しているために、 $\beta_T (=3.0)$ を半径とした円周上に沿って、設計点が移動している。一方、簡便法では感度係数を再評価しないため、その設計点は n_k によらず、全て同一点となっている。これは、3. 1 節で述べたとおり、たとえ精度が変化しても、変化後の標準偏差によって標準化した設計点は、感度係数が変わらない

表-3 設計結果の一例

(Case1, $\beta_T=3.0$, $n_k=1/3$)

變更前	$V_{b,S}=0.30, \alpha_{b,R}=0.770, \alpha_{b,S}=-0.638$			
	$\gamma_{b,R}$	0.65		
	$\gamma_{b,S}$	1.57		
	$\mu_{b,R}$	965		
變更後	$V_{a,S}=0.10, \alpha_{a,R}=0.944, \alpha_{a,S}=-0.330$			
		再校正法	簡便法	提案法
	$\gamma_{a,R}$	0.58	0.65	0.65
	$\gamma_{a,S}$	1.10	1.19	1.25
	$\mu_{a,R}$	764	729	764
	β_{LI}	3.00	2.83	3.00

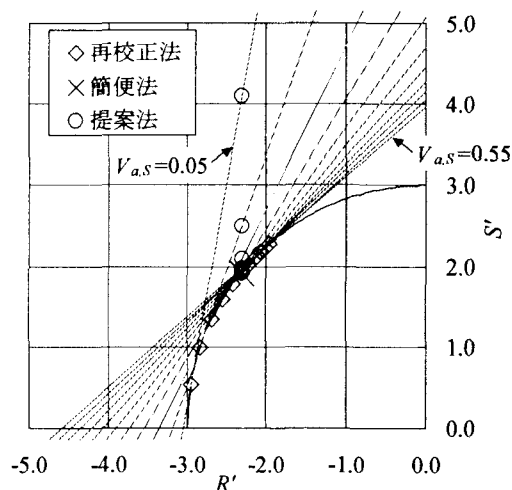


図-8 設計点の比較 (Case1, $\beta_T=3.0$)

限り同一となるためである。これに対し、提案法における設計点は全て、再校正法の各設計点の接線、すなわち破壊線上に位置している。

図-9 は、各ケースについて、安全性指標の誤差 (保有安全性指標 β_{LI} と目標値 β_T との差) を比較したものである。横軸は相関係数の誤差 (式(12)による推定値 $\rho_{ab,k,est}$ と式(5)による計算値 $\rho_{ab,k,T}$ との差) としている。ここで、簡便法では常に設計点は変化しないため、 $\rho_{ab,k,est}$ は 1.0 である。いずれのケースについても、安全性指標の誤差は相関係数の誤差と負の相関を有している。つまり、相関係数の誤差が負、すなわち推定値が過小評価の場合には、 β_{LI} は目標値を上回り、安全側の設計となる。逆に、相関係数の誤差が正、すなわち推定値が過大評価の場合には、 β_{LI} は目標値を下回り、危険側の設計となる。簡便法では常に相関係数を過大評価するため、全てのケースにおいて危険側の設計となっている。Case1 および Case2 の提案法では、安全性指標の誤差がゼロとなっており、式(17)による β_T の推定が正確になされている。この理由は次のように説明できる。まず、性能関数が $R-S$ の場合には、式(10)の λ_i の数は 1 つであるから、式(11)による近似の影響はない。さらに、式(14)の分子における偏微分係数が定数となるため、性能関数に定数項を含

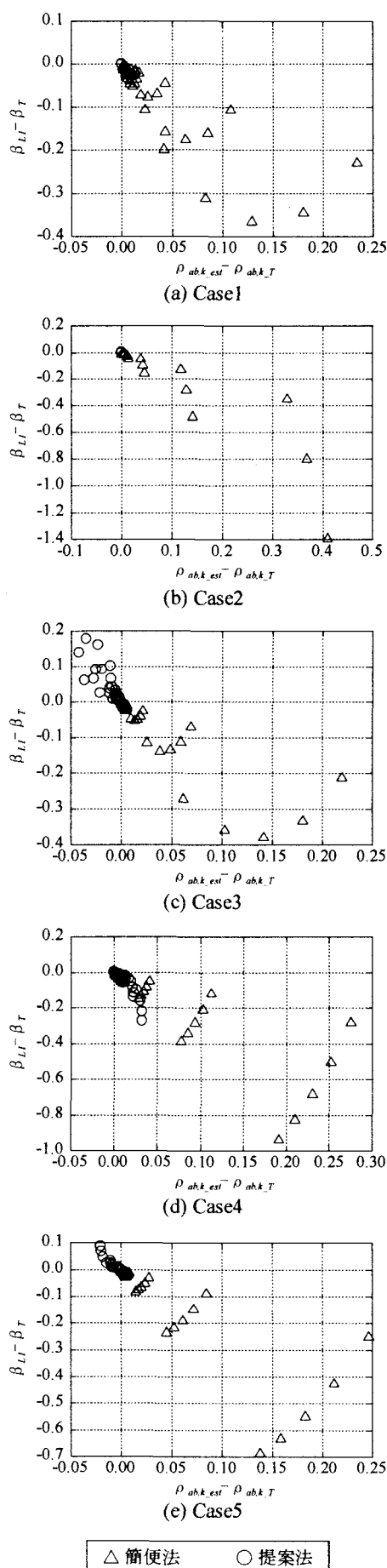


図-9 安全性指標の誤差(1)

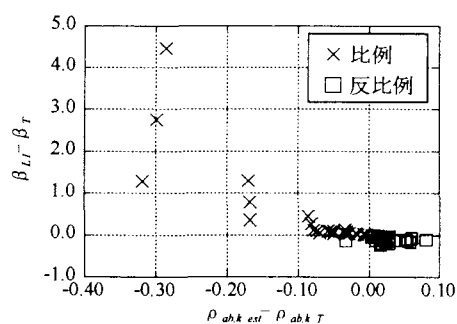
まない場合には、破壊点 X^* の項の総和 $\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial Z}{\partial X_i} \right)_{X_i^*} X_{a,i}^*$ が $Z(X^*)$ となり、これはゼロとなる。したがって、式(14)の分子の第2項がゼロとなるため、式(15)による近似を行う必要がなくなり、式(17)が正しく成立する。一方、Case3では定数項を含んでいるため、式(14)の分子の第2項がゼロとはならず、提案法でも安全性指標に若干の誤差が生じている。Case4 および Case5 は、性能関数を非線形とした場合である。両ケースを比較すると、Case5 はCase4 よりも性能関数の非線形性を高めたにもかかわらず、安全性指標の誤差はCase4 よりも小さくなっていることがわかる。さらに、Case4 の提案法ではやや危険側の設計となっている一方で、Case5 の提案法では逆にやや安全側の設計となっている。これは、4.1節で述べた、式(11)による近似誤差の影響であると考えられる。つまり、図-6において、Case4の方が式(11)による近似誤差が大きかったために安全性指標の誤差も大きく、さらに、両ケースにおける r の1からのずれの傾向は正反対となっていたために、安全側、危険側の設計の相違が生じたものと考えられる。

いずれのケースについても、提案法による安全性指標の誤差は、簡便法に比べて格段に小さく、 ± 0.3 の範囲に入っていることから、本研究の検証範囲において、提案法は有効であると言える。

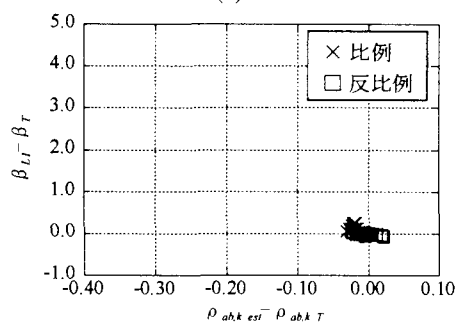
(2) 2因子の推定精度が変化する場合

これまで、1因子のみの推定精度が変化する場合について議論してきた。しかしながら、実問題では、複数の因子の推定精度が変化する場合が当然あり得る。このような場合でも、3.1節で提案した方法を応用することができる。つまり、2因子 X_{k1} と X_{k2} の推定精度が変化する場合、式(17)を用いてそれぞれ個別に β_{T1} 、 β_{T2} を計算し、部分安全係数を修正すればよい。しかしながらこの方法では、どちらか一方の因子に着目するとき、他の因子の推定精度は変化しないと見なしているため、何らかの誤差が生じるものと考えられる。

表-1に示すCase6およびCase7において、この問題の適用性について検討した。表-1以外のパラメータの設定値は、表-2(c)と同様である。2因子 X_{k1} 、 X_{k2} の推定精度が変化する場合は、その変化率 n_{k1} 、 n_{k2} が、両方で比例する場合と反比例する場合が考えられるため、双方について検討した。提案法による安全性指標の誤差を図-10に示す。これを見ると、Case6の変化率が比例する場合において、安全性指標の誤差が安全側に大きくずれていることがわかる。Case6は耐力と荷重効果の双方を精度変化した場合である。大きな誤差が生じた理由は次のように説明できる。通常、荷重効果の精度が向上すると、その感度は減少し、耐力の感度が増加する。しかしながら、Case6では耐力の精度も向上するため、実際の両者の感度の変化度は小さい。したがって、提案法では相関係数 ρ_{ahk} を過小評価することになり、安全性指標の



(a) Case6



(b) Case7

図-10 安全性指標の誤差(2)

誤差が発生する。このように、耐力と荷重効果の精度が同時に向上または低下するような場合には、提案法の適用性は低く、再校正法すなわち、部分安全係数の再キャリブレーションが必要となる。しかしながら、Case7で見られるように、荷重効果を構成する複数因子や、耐力を構成する複数因子の精度が変化する場合には、提案法を適用することができる。

4. 3 目標安全性指標が変化する場合

目標安全性指標が変化した場合について、4. 2節と同様の検討を実施した。検討ケースは表-4のCase8からCase10の3ケースである。各パラメータの設定値は、表-2(a), (c)と同様であり、また、荷重効果 S , S_1 の変動係数は0.3としている。検討は、変化前の目標安全性指標 β_{Tb} を3.0および0.5とし、変化後の目標安全性指標 β_{Ta} を0.5から5.5まで0.5刻みで変化させた場合の、保有安全性指標 β_{Li} の比較を行った。

Case8において、 β_{Tb} を3.0とした場合の、標準化空間における各設計点の比較結果を図-11に示す。図-8同

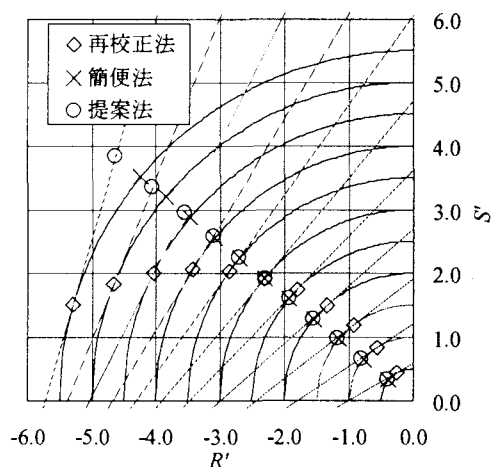
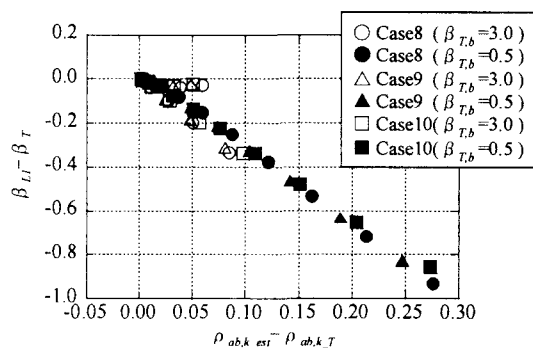
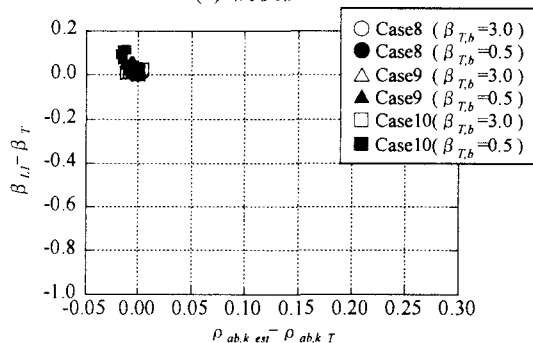


図-11 設計点の比較 (Case8, $\beta_{Tb}=3.0$)



(a) 簡便法



(b) 提案法

図-12 安全性指標の誤差(3)

様、簡便法は再校正法と同一円周上に、提案法は再校正法と同一破壊線上に位置している。また、変化後の目標安全性指標が大きいくほど、すなわち再校正法の設計点と原点との距離が大きいくほど、簡便法と提案法の設計点のずれが大きくなっている。図-12は、簡便法と提案法の保有安全性指標 β_{Li} の誤差を比較したものである。簡便法では、図-9と同様に、相関係数 ρ_{ab} を常に過大評価するために危険側の設計となっている。特に、 β_{Tb} を0.5とした場合に、安全性指標の誤差が大きくなる結果が多い。ただし、これらは β_{Ta} を3.0以上とした場合の結果であり、 β_{Ta} が3.0の結果では、安全性指標の誤差はCase8で-0.16、Case9で-0.13、Case10で-0.14となってい

表-4 検討ケース(2)

	Z	β_{Tb}	X_k
Case8	$Z = R - S$	3.0, 0.5	—
Case9	$Z = R_2(R_1 + C) - S_1 - S_2$	3.0, 0.5	—
Case10	$Z = R_2^3(R_1^2 + C) - S_1^2 \cdot \sqrt{S_2}$	3.0, 0.5	—
Case11	$Z = R - S$	3.0	S
Case12	$Z = R_2^3(R_1^2 + C) - S_1^2 \cdot \sqrt{S_2}$	3.0	S

る。このことから、3.2節で述べたとおり、 $\beta_{T,a}$ が概ね3.0以下であれば、簡便法が適用可能であると考えられる。提案法では、いずれのケースにおいても安全性指標の誤差は小さく、0から+0.15の範囲に入っており、全て安全側の設計となっている。特に、目標安全性指標が3.0から0.5に変化する場合の誤差は最大で+0.007 ($\beta_{T,a}$ で除した誤差率1.4%)であるのに対し、0.5から3.0に変化する場合の誤差は最大で+0.026 (誤差率0.9%)となっており、 $\beta_{T,a}$ が大きいほど安全性指標の誤差も大きい。ただし、これらを誤差率として比較した場合には、両者に大差はなく、いずれも極めて小さい値となっている。

以上のことから、本研究の検証範囲において、提案法は有効であると言える。

4.4 設計因子の推定精度および目標安全性指標が変化する場合

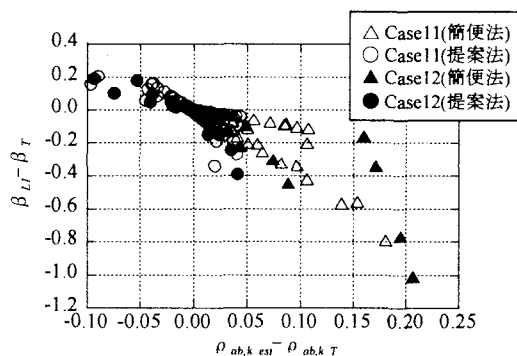


図-13 安全性指標の誤差(4)

実問題では、設計因子の推定精度が変化し、さらに目標安全性指標が変化する場合も当然考えられる。このような場合でも、3.1、3.2節で提案した方法を用いることができる。つまり、目標安全性指標の変化に応じて式(19)によって $\beta_{T,a}$ をまず計算する。さらに、精度変更因子 X_k については、式(17)によって $\beta_{T,a}$ から β_T を計算する。これら、 $\beta_{T,a}$ および β_T を用いてそれぞれ部分安全係数を修正すればよい。

表-4のCase11およびCase12は、この方法の適用性を検討したものである。各パラメータの設定値は、それぞれ表-2(a)、(c)と同様であり、また、荷重効果 S 、 S_1 の変動係数は0.3としている。得られた結果を図-13に示す。先の問題に比べると、提案法の誤差は若干拡大しており、どちらのケースも+0.2から-0.4の範囲となっている。誤差 $\beta_{L1} - \beta_T$ が負値となり危険側の設計となっている結果は、荷重効果の推定精度が向上し、かつ目標安全性指標が大きくなる場合である。このような問題においては提案法の適用性は低く、部分安全係数の再キャリブレーションが必要となる。逆に、荷重効果の推定精度を向上しつつ、目標安全性指標を小さくすることで経済性を追求する場合には、提案法は安全側の設計となり、

その適用性は高いと言える。

5. まとめ

本研究ではまず、設計因子の推定精度や目標安全性指標が変化した場合の部分安全係数の修正方法について、1次信頼性理論FORMをもとに検討を行った。さらに、詳細なケーススタディを実施し、本研究によって提案する方法の適用性について検証した。得られた結論を以下に示す。

- ① 設計因子の推定精度や目標安全性指標の変化によって、各設計因子の感度係数は変化する。これを考慮せずに部分安全係数を修正する方法(簡便法)による標準化空間上の設計点と、感度係数を再評価する方法(再校正法)による設計点は、目標安全性指標を半径とした同一円周上に位置する。そのため、簡便法で得られたレベル1設計断面の保有安全性指標は目標値を必ず下回り、信頼性の変化度によっては危険側の設計となる。
- ② 設計因子の推定精度が変化する場合の、部分安全係数の計算に用いる目標安全性指標の修正方法を提案した。本提案法を用いることにより、精度変更対象となる設計因子の部分安全係数のみを容易に修正することが可能となる。また、ケーススタディによって、本提案法の有用性を示した。さらに、複数の設計因子の推定精度が変化する場合についても、耐力と荷重効果の推定精度が同時に向上または低下する場合を除き、適用可能であることを確認した。
- ③ 目標安全性指標が変化する場合の、部分安全係数の計算に用いる目標安全性指標の修正方法を提案すると共に、ケーススタディによって、本提案法の有用性を示した。
- ④ 設計因子の推定精度および目標安全性指標がともに変化する場合についても、提案法の適用性を検証した。その結果、荷重効果の推定精度が向上し、かつ目標安全性指標が小さくなる場合には、本提案法が適用可能であることがわかった。

本提案法を用いることにより、多くの問題に対して、合理的かつ容易に部分安全係数を修正することが可能となる。さらに言えば、設計因子の推定精度を向上させようとする研究者、技術者の努力を、直接、設計結果に反映することが可能となる。このことは、これまで伝統的に用いられてきた安全率に基づく設計法や、許容応力度設計法に代わって、レベル1信頼性設計法を導入する意義を強く主張するものである。

ただし、耐力と荷重効果の推定精度が同時に向上するような問題、荷重効果の推定精度が向上し、かつ目標安全性指標が大きくなるような問題では、本提案法の適用性は低く、部分安全係数の再キャリブレーションが必要となる。また、本研究では確率変数は全て正規分布に従

うとともに、確率変数間に相関がない場合に問題を限定している。これらの点が、今後の研究課題である。さらに、本提案法の具体的な構造物への適用例および設計結果への影響についても、今後、検討を行う必要がある。

参考文献

- 1) 国土交通省：土木・建築にかかる設計の基本，2002.
- 2) 長尾 毅：ケーソン式防波堤の外的安定に関する信頼性設計手法の適用，土木学会論文集 No.689，I -57，pp.173-182，2001.
- 3) 白戸真大，福井次郎，松井謙二，石田雅博：地盤調査の信頼性を反映させた地盤定数の特性値の評価，JCOSSAR2003 論文集，pp.923-927，2003.
- 4) 吉岡 健，長尾 毅：ケーソン式防波堤の外的安定に関する安全性指標と感度係数の関係，海洋開発論文集，第20巻，pp.197-202，2004.
- 5) Hasofer, A. M. and N. C. Lind : Exact and invariant second-moment code format, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol.100, No.EM1, pp.111-121, 1974.
- 6) 白木 渡，松島 学，堂垣正博，井面仁志：道路橋鋼製橋脚の耐震信頼性設計に用いる部分安全係数の試算，JCOSSAR2003 論文集，pp.961-968，2003.
- 7) 鈴木 誠，辻岡信也，菊池喜昭，山本修司，石井 清：部分係数を導入した矢板式係船岸の設計法の検討，土木学会論文集，No.701，III-58，pp.401-408，2002.
- 8) 吉岡 健，長尾 毅，森屋陽一：消波ブロック被覆堤の滑動量に基づくレベル1 信頼性設計法，海洋開発論文集，第20巻，pp.191-196，2004.

(2004.9.17 受付)