

土圧を受ける二隣辺固定二辺自由板の解析解とその応用

An Analytical Study and Application of Earth Pressures Loaded Rectangular Plates
in The Condition of Two Next Sides Fixed and The Other Sides Free

金田一男*, 高嶺哲夫**, 知念嘉明**, 伊良波繁雄***

Kazuo Kaneda, Tetsuo Takamine, Yoshiaki Chinen, Sigeo Iraha

* 工修 株式会社ホープ設計 技術管理部 (〒902-0064 沖縄県那覇市寄宮3丁目3-5)

** 株式会社ホープ設計 技術管理部 (〒902-0064 沖縄県那覇市寄宮3丁目3-5)

*** 工博 琉球大学教授, 工学部環境建設工学科 (〒903-0213 沖縄県西原町字千原1番地)

This paper shows the analytical study and application of earth pressures loaded rectangular plates in the condition of two next sides fixed and the other sides free. Here, the earth pressure is enclosed of triangular, trapezoidal, rectangular distributed loads. In this paper, the earth pressure rate e was proposed in order to analyze easily, and the type 3 Fourier series analytical method proposed by Dr. Higasi and Dr. Komori which was developed for this. The reasonable and the applicability of the analytical results were estimated and discussed. Also, the tables of bending moments and shearing forces on the fixed boundaries of the rectangular plates were presented for the designer. Finally, a new design method of the wing of abutment was proposed in this paper.

Key Words: earth pressure, Fourier series analysis, rectangular plate, reinforced concrete

キーワード: 土圧, フーリエ級数解析, 平板構造, コンクリート (RC 構造)

1. はじめに

土木構造物の中で, 橋台側壁タイプのウイングやため池隅角部の擁壁などは, 支持条件より二隣辺固定二辺自由な平板構造に区分され, 平板の面に垂直な土圧が作用される. このような支持条件および荷重条件の平板の解析は複雑であり, ウイングの設計において, 道路橋示方書・同解説¹⁾ (以下: 「道示」と呼ぶ) では慣用的な方法が採用されている. 板の長さまたは高さは 8m 以上になると設計が不経済になりやすいことから, 「道示」には「8m 以上の場合は 2 辺固定版として設計することが望ましい」という解説もされている.

しかし, 土圧のような荷重を受ける 2 辺固定版の設計手法は未だに確立されていないのが現状である.

一方, 等分布荷重を受ける二隣辺固定二辺自由板のフーリエ級数による解析法が東らによって提案されている^{2), 3)}が, 土圧のような荷重を受ける平板構造に直接的に適用することは解析精度上の問題がある.

本研究は, 東らが提案した等分布荷重に関するフーリエ級数解の 3 型³⁾を三角形, 台形のような分布荷重を受ける二隣辺固定二辺自由板の解析へ拡張し, 平板のたわみや断面力などを求めた. そして, 解析結果の応用を図るために, 実務上よく使用される固定辺の断面力などを

数表としてまとめた. 最後に, 橋台側壁タイプのウイング設計法について考察を加え, 本解析結果に基づく新しい設計法の提案を行った.

2. 土圧を受ける平板構造の基本解

2.1 たわみに関する基礎方程式

図 1 は, x 方向 (水平) に等分布, y 方向 (鉛直) に台形分布の土圧荷重を受ける二隣辺固定二辺自由板の解析モデルを示す.

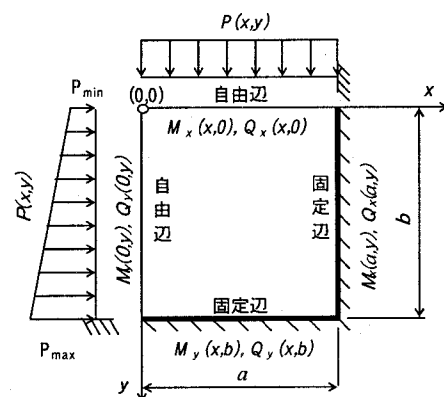


図 1 解析モデル図

土圧を受ける平板構造の解析は、薄板理論に基づいて行い、以下に示す基本仮定を用いた。

- (1) 平板の材料は等質・等方性で、フックの法則が成立する。
- (2) 板厚は一樣で、板の他の寸法に比べて小さい。
- (3) 板の平面保持の仮定が成り立つ。
- (4) 平板の法線に垂直な応力度や作用する外力は無視する。
- (5) 平板の変形が小さい。

図1で定義された座標系において、平板の固定辺における回転角および自由辺における曲げモーメントの境界条件は式(1)~(4)のように与えられる。

$$x = a, \quad \frac{\partial W}{\partial x}(a, y) = 0 \quad (1)$$

$$x = 0, \quad M_x(0, y) = -D \left[\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}(0, y) + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial y^2}(0, y) \right] = 0 \quad (2)$$

$$y = b, \quad \frac{\partial W}{\partial y}(x, b) = 0 \quad (3)$$

$$y = 0, \quad M_y(x, 0) = -D \left[\frac{\partial^2 W}{\partial y^2}(x, 0) + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial x^2}(x, 0) \right] = 0 \quad (4)$$

式(1)~(4)の境界条件を満足し得る平板のたわみ $W(x, y)$ に関する基礎方程式は、東らの3型の基本解³⁾を用いて表すと式(5)のようになる。

$$W(x, y) = w(x, y) + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ F_{x1} \frac{M_{an}}{D\beta^2} + [F_{x2} - F_{x3}] \frac{\theta_{an}}{\beta} \right\} \frac{\cos \beta y}{2 \cosh \beta a} + \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ F_{y1} \frac{M_{bm}}{D\alpha^2} + [F_{y2} - F_{y3}] \frac{\theta_{bm}}{\alpha} \right\} \frac{\cos \alpha x}{2 \cosh \alpha b} \quad (5)$$

式(5)中の $F_{x1} \sim F_{y3}$ は、以下のように与えられる。

$$\begin{aligned} F_{x1} &= \beta a \tanh \beta a \cosh \beta x - \beta x \sinh \beta x \\ F_{x2} &= [(1-\nu)\beta a \tanh \beta a - 1 - \nu] \sinh \beta(a-x) \\ F_{x3} &= (1-\nu)\beta(a-x) \cosh \beta(a-x) \\ F_{y1} &= \alpha b \tanh \alpha b \cosh \alpha y - \alpha y \sinh \alpha y \\ F_{y2} &= [(1-\nu)\alpha b \tanh \alpha b - 1 - \nu] \sinh \alpha(b-y) \\ F_{y3} &= (1-\nu)\alpha(b-y) \cosh \alpha(b-y) \end{aligned}$$

ここに、 a : x 方向の辺長、 b : y 方向の辺長、 D : 平板の曲げ剛性、 $D = Et^3/12(1-\nu^2)$ 、 t : 板の厚さ、 E : ヤング係数、 ν : ポアソン比、 M_{an} 、 θ_{an} 、 M_{bm} 、 θ_{bm} : 未定定数。また、 α 、 β は下式のように与え、式中の m 、 n はフーリエ級数の展開項の数を表す。

$$\alpha = \frac{2m-1\pi}{2a}, \quad \beta = \frac{2n-1\pi}{2b} \quad (m, n = 1, 2, 3, \dots)$$

式(5)の右辺の第1項 $w(x, y)$ は、荷重項を表し、平板たわみの解 $W(x, y)$ の特解である。これは作用荷重により異なり、土圧を受ける場合は次節のように誘導する。

2.2 土圧を受ける平板構造のたわみに関する特解

図1は、橋台側壁タイプのウイングやため池の隅角部擁壁のような土木構造物に、高さ方向には台形分布、水平方向には等分布荷重を作用させる状態を想定している。その平板上任意点の荷重 $P(x, y)$ は式(6)で与えられる。

$$P(x, y) = P_{\min} + (P_{\max} - P_{\min}) \cdot y/b \quad (6)$$

ここでは、 $e = P_{\min}/P_{\max}$ とし、土圧比と称する。土圧比 e を用いて荷重 $P(x, y)$ は式(7)のように変形することができる。土圧比 e は以下のような意味を持っている。 $e=0$ の場合には、 $P_{\min}=0$ であるため、荷重の分布は三角形となる。 $0 < e < 1$ の場合には、 $0 < P_{\min} < P_{\max}$ であるため、荷重の分布は台形となる。また、 $e=1$ の場合には、 $P_{\min}=P_{\max}$ であるため、荷重の分布は文献3)で検討された等分布荷重に等しくなり、矩形分布となる。

$$P(x, y) = P_{\max} [e + (1-e) \cdot y/b] \quad (7)$$

式(7)で定義した荷重 $P(x, y)$ を受ける平板構造のたわみに関する特解は、式(8)のように二重のフーリエ級数(余弦級数)形式で表すことができる^{3), 4)}。

$$w(x, y) = \frac{4P_{\max}}{abD} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-(-1)^m}{\alpha(\alpha^2 + \beta^2)^2} \left[\frac{-(-1)^n}{\beta} - (1-e) \frac{1}{b\beta^2} \right] \cos \alpha x \cdot \cos \beta y \quad (8)$$

式(8)を式(9)または式(10)のように、 $\cos \beta y$ または $\cos \alpha x$ の単フーリエ級数形式に書き換えれば、後述する連立方程式の誘導と解析が便利になる。

$$w(x, y) = \frac{2P_{\max}}{bD} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-(-1)^n}{\beta^5} \times \left\{ \left[1 - \frac{(\beta a \tanh \beta a + 2) \cosh \beta x - \beta x \sinh \beta x}{2 \cosh \beta a} \right] \times \left[1 + (1-e) \frac{(-1)^n}{\beta b} \right] \right\} \cos \beta y \quad (9)$$

$$w(x, y) = \frac{2P_{\max}}{aD} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{-(-1)^m}{\alpha^5} \times \left\{ (1-e) \frac{y}{b} + e + (1-e) \cdot F_{y4} - \frac{(\alpha b \tanh \alpha b + 2) \cosh \alpha y - \alpha y \sinh \alpha y}{2 \cosh \alpha b} \right\} \cos \alpha x \quad (10)$$

$$F_{y4} = \frac{(\alpha b \tanh \alpha b + 3) \sinh \alpha(b-y) - \alpha(b-y) \cosh \alpha(b-y)}{2 \alpha b \cosh \alpha b}$$

2.3 連立方程式の誘導

式(5)中の M_{an} , θ_{An} , M_{bm} , θ_{Bm} は4種類の未定定数であり, 境界条件式(1)~(4)を満足するよう決定すれば, 式(11)~(14)の4種類の連立方程式が得られる. ここでは, $\psi_{an}=M_{an}/(P_{max} \cdot a^2)$, $\phi_{An}=\theta_{An}/(P_{max} \cdot a^3)$, $\psi_{bm}=M_{bm}/(P_{max} \cdot a^2)$, $\phi_{Bm}=\theta_{Bm}/(P_{max} \cdot a^3)$ と置き換えておく.

境界条件式(1)および式(5), (9)から, $n=1,2,3,\dots$ について整理すると式(11)が得られる.

$$\begin{aligned} & \frac{\beta a + \sinh \beta a \cosh \beta a}{2 \cosh^2 \beta a} \frac{\psi_{an}}{\beta a} \\ & + \frac{(1-\nu)\beta a \sinh \beta a - 2 \cosh \beta a}{2 \cosh^2 \beta a} \phi_{An} \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m (-1)^n \cdot 2\alpha \cdot \beta^2}{b(\alpha^2 + \beta^2)^2} \frac{\psi_{bm}}{\beta a} \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m \cdot 2\alpha \cdot \beta^2}{b(\alpha^2 + \beta^2)^2} \left[1 + \nu \left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^2 \right] \phi_{Bm} \\ & = \frac{(-1)^n \cdot 2}{a^3 b \beta^4} \left\{ \frac{\sinh \beta a \cdot \cosh \beta a - \beta a}{2 \cosh^2 \beta a} \cdot \left[1 + (1-e) \frac{(-1)^n}{\beta b} \right] \right\} \quad (11) \end{aligned}$$

境界条件式(2)および式(5), (9)から, $n=1,2,3,\dots$ について整理すると式(12)が得られる.

$$\begin{aligned} & - \frac{(1-\nu)\beta a \sinh \beta a - 2 \cosh \beta a}{2 \cosh^2 \beta a} \psi_{an} \\ & + \frac{(3+\nu) \sinh \beta a \cdot \cosh \beta a + (1-\nu)\beta a}{2 \cosh^2 \beta a} (1-\nu)\beta a \phi_{An} \\ & - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot 2 \cdot \alpha^2 \beta}{b(\alpha^2 + \beta^2)^2} \left[1 + \nu \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^2 \right] \psi_{bm} \\ & - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2\alpha^2 \cdot \beta}{b(\alpha^2 + \beta^2)^2} (1-\nu)^2 \beta a \phi_{Bm} \\ & = \frac{(-1)^n \cdot 2}{a^2 b \beta^3} \left[\frac{(1-\nu)\beta a \sinh \beta a}{2 \cosh^2 \beta a} + \nu - \frac{\nu}{\cosh \beta a} \right] \\ & \quad \times \left[1 + (1-\nu) \frac{(-1)^n}{\beta b} \right] \quad (12) \end{aligned}$$

境界条件式(3)および式(5), (10)から, $m=1,2,3,\dots$ について整理すると式(13)が得られる.

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (-1)^m 2\alpha^2 \beta}{a(\alpha^2 + \beta^2)^2} \frac{1}{a\alpha} \psi_{an} \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2\alpha^2 \beta}{a(\alpha^2 + \beta^2)^2} \left[1 + \nu \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^2 \right] \phi_{An} \\ & + \frac{\alpha b + \sinh \alpha b \cdot \cosh \alpha b}{2 \cosh^2 \alpha b} \frac{1}{a\alpha} \psi_{bm} \\ & + \frac{(1-\nu)\alpha b \sinh \alpha b - 2 \cosh \alpha b}{2 \cosh^2 \alpha b} \phi_{Bm} \\ & = \frac{-(-1)^m \cdot 2}{a^4 \alpha^4} \left[(1-e) \frac{1}{\alpha b} + \frac{\alpha b - \sinh \alpha b \cdot \cosh \alpha b}{2 \cosh^2 \alpha b} \right] \end{aligned}$$

$$- (1-e) \frac{\alpha b \sinh \alpha b + 2 \cosh \alpha b}{2 \alpha b \cosh^2 \alpha b} \quad (13)$$

境界条件式(4)および式(5), (10)から, $m=1,2,3,\dots$ について整理すると式(14)が得られる.

$$\begin{aligned} & - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^m 2\alpha \cdot \beta^2}{a(\alpha^2 + \beta^2)^2} \left[1 + \nu \left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^2 \right] \psi_{an} \\ & - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\alpha^2 \beta^2}{(\alpha^2 + \beta^2)^2} (1-\nu)^2 \phi_{An} \\ & - \frac{(1-\nu)\alpha b \sinh \alpha b - 2 \cosh \alpha b}{2 \cosh^2 \alpha b} \psi_{bm} \\ & + \frac{[(\nu+3) \sinh \alpha b \cdot \cosh \alpha b + (1-\nu)\alpha b](1-\nu)}{2 \cosh^2 \alpha b} \cdot \alpha a \cdot \phi_{Bm} \\ & = \frac{(-1)^m \cdot 2}{a^3 \cdot \alpha^3} \left[\frac{(1-\nu)\alpha b \sinh \alpha b}{2 \cosh^2 \alpha b} + \nu \cdot e - \frac{\nu}{\cosh \alpha b} \right. \\ & \quad \left. - (1-\nu) \frac{(1-3\nu) \sinh \alpha b \cdot \cosh \alpha b - (1-\nu)\alpha b}{2 \alpha b \cosh^2 \alpha b} \right] \quad (14) \end{aligned}$$

式(11)~(14)においてフーリエ級数の展開項 m, n の数を十分増せば精密解に近い解析結果が得られる. 実務上においては有限項として解けば式(5)とその導関数とから平板のたわみ $W(x,y)$ と断面力等を十分な精度で算出することができる. なお, たわみ $W(x,y)$ で表す固定辺に生じる曲げモーメントとせん断力は式(15)~(18)のように与えられる.

曲げモーメント:

$$M_x = -D \left(\frac{\partial^2 W(x,y)}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 W(x,y)}{\partial y^2} \right) \quad (15)$$

$$M_y = -D \left(\frac{\partial^2 W(x,y)}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 W(x,y)}{\partial x^2} \right) \quad (16)$$

せん断力:

$$Q_x = -D \left(\frac{\partial^3 W(x,y)}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 W(x,y)}{\partial x \partial y^2} \right) \quad (17)$$

$$Q_y = -D \left(\frac{\partial^3 W(x,y)}{\partial y^3} + \frac{\partial^3 W(x,y)}{\partial x^2 \partial y} \right) \quad (18)$$

3. 解析結果の考察

3.1 本解と東らの解との比較

式(9), (10)の両式に土圧比 $e=1$, $P_{max}=p$ を代入し整理すると式(19), (20)が得られる. 式(19), (20)は, 文献 3) に示された等分布荷重 p を受ける平板のたわみの特解と同じである.

$$w(x,y) = \frac{2p}{bD} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\beta^5} [1 - F(x)] \cos \beta y \quad (19)$$

$$F(x) = \frac{(\beta a \tanh \beta a + 2) \cosh \beta x - \beta x \sinh \beta x}{2 \cosh \beta a}$$

$$w(x, y) = \frac{2p}{aD} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\alpha^5} [1 - F(y)] \cos \alpha x \quad (20)$$

$$F(y) = \frac{(\alpha b \tanh \alpha b + 2) \cosh \alpha y - \alpha y \sinh \alpha y}{2 \cosh \alpha b}$$

図2は、等分布荷重($e=1$)を作用させる場合、板の辺長比 $b/a=1.0$ について本解と東らの解析結果の比較を示す。解析は m, n とともに5項とて、式(11)~(14)を連立に解き、未定定数 $\psi_{an}, \phi_{An}, \psi_{bm}, \phi_{Bm}$ の値を求めた。更に、式(15)~(16)から固定辺における曲げモーメントを求めた。なお、計算において、ポアソン比は $\nu=0$ とした。

図2の枠内の数字は本解法で得られた最大曲げモーメントを示し、また、実線は本解、破線は東らの曲げモーメントに関する分布状況を示す。同図から分かるように、両解法の曲げモーメントの最大値とその分布が共に一致している。これは、 $b/a=1.6, 2.0, 3.0, 4.0$ の場合においても同様な結果が得られた。

本解析のために開発された計算プログラムは、任意の b/a に対して計算することが可能であり、また、土圧比 e が計算式の内部に含まれているため、三角形、台形、矩形のような土圧を受ける平板構造の解析が一括で計算することができる。

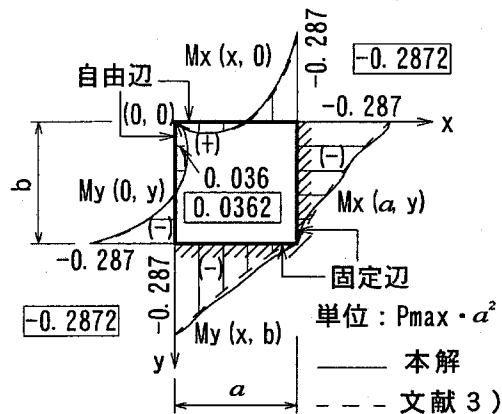


図2 本解と東らの解析結果に関する比較

3.2 フーリエ級数の展開項の数と解析精度

(1) 曲げモーメント

図3には、平板の辺長比は $b/a=1.0$ 、荷重タイプは土圧の作用に近い三角形 ($e=0$) について、また、フーリエ級数の展開項の数は m, n とともに5, 10, 15項とる場合の曲げモーメントに関する解析結果を示す。

図3から分かるように、フーリエ級数の展開項の多少による計算結果への影響は少なく、曲げモーメントの値の収束は良い。従って、フーリエ級数の展開項を m, n とともに5項取れば実用上で十分な解析精度が得られる。この結論は、 $b/a=1.5, 2.0, 3.0, 4.0$ の場合においても同様である。

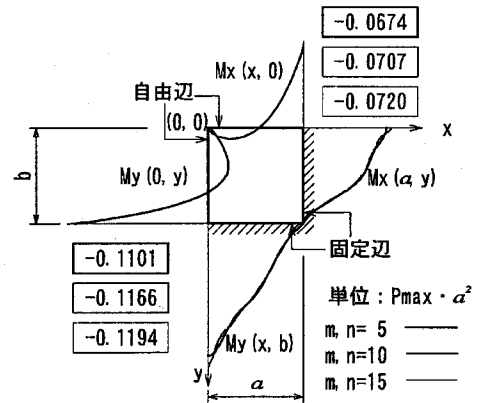


図3 曲げモーメントの解析精度に関する比較

(2) セン断力

図4には、平板の辺長比は $b/a=1.0$ 、荷重タイプは三角形 ($e=0$)、フーリエ級数の展開項の数は m, n とともに5, 10, 15項の場合のせん断力に関する解析結果を示す。同図で m, n とともに5項の場合、せん断力の解析結果は固定辺全域に渡り、小さい値が示されている。特に固定端のコーナー部においては、理論上のせん断力はゼロにもかかわらず、せん断力が算出されている。これは、固定辺に生じるせん断力は、たわみ $W(x, y)$ の3次の導関数であるため、前節で示した曲げモーメントと比較すると収束性が劣ることと考えられる。また、同図よりフーリエ級数の展開項の数が m, n とともに10項の場合、特異点を除いて収束は良好であることが分かる。したがって、せん断力の計算においては、フーリエ級数の展開項の数は m, n とともに10項取ることが妥当と考えられる。

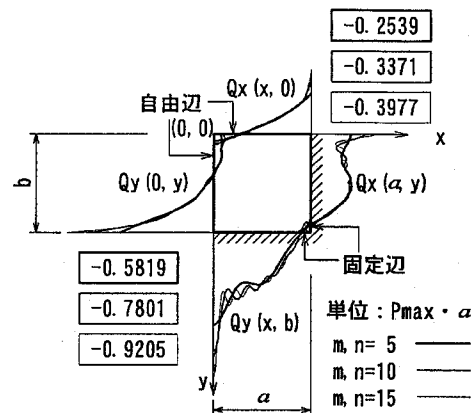


図4 セン断力の解析精度に関する比較

4. 解析結果およびその応用

近年、コンピュータやFEM(有限要素解析法)の普及に従い、複雑な力学問題は簡単に計算できるようになった。しかし、実務上においては、平板の固定辺に作用する曲げモーメントとせん断力さえ分かれば、鉄筋コンクリート構造(以下:RC構造)として断面設計や配筋等

が容易にできる。本文では、土木構造物における二隣辺固定二辺自由板の設計の応用性を念頭に、曲げモーメントとせん断力の解析結果を数表として提示した。なお、これらの表は大きなスペースを要するため、付表として論文の最後にまとめる。

4.1 曲げモーメント

附表-1, 附表-2は、二隣辺固定二辺自由板の曲げモーメントをそれぞれ示す。なお、各辺の曲げモーメントの定義は図1に示すとおりである。板の辺長比は $b/a=1.0, 1.5, 2.0, 3.0, 4.0$ の5ケースを想定した。また、前述した解析精度の検討結果を踏まえ、フーリエ級数の展開項の数は m, n ともに5項ずつを採用した。橋台ウイングや擁壁のような土木構造物の設計では、通常、材料のポアソン比 ν の影響を無視しているため、ここでは、 $\nu=0$ の計算結果のみを示した。

土圧比 e に関しては、三角形土圧作用時 $e=0$ 、壁板の裏込土に傾斜土圧が作用する場合や上載荷重を考慮する場合の台形土圧作用時 $e=0.05, 0.1, 0.5$ の3ケース、および等分布荷重作用時 $e=1.0$ についてそれぞれ算出した。

固定辺に生じる曲げモーメントの変化状況を把握し、適切な断面設計を行うことができるように、辺長を5等分した点の曲げモーメントの値を示した。さらに、固定辺に生じる最大曲げモーメントの値およびその位置、 x 軸および y 軸上にある曲げモーメントが0となる位置 ($x1/a$ または $y1/b$) も同表に示した。

4.2 せん断力

附表-3, 附表-4は、二隣辺固定二辺自由板の固定辺におけるせん断力をそれぞれ示す。なお、各辺のせん断力の定義は図1に示すとおりである。板の辺長比 $b/a=1.0, 1.5, 2.0, 3.0, 4.0$ の5ケース、フーリエ級数の展開項の数 m, n は収束性を考慮し10項ずつを採用した。また、土圧比 e は、曲げモーメントの場合と同様に、 $e=0, 0.05, 0.1, 0.5, 1.0$ の各ケースについてそれぞれを算出した。

5. 橋台側壁タイプのウイング設計法に関する一提案

5.1 曲げモーメントが0となる位置について

通常、RC 構造の鉄筋は曲げモーメントの分布状況に応じて配置し、曲げモーメント0の位置を勘案して鉄筋切断の要否を判断することができる。二隣辺固定二辺自由板の曲げモーメント0の位置は、両固定辺の拘束の影響を受け、図5に示すように、自由辺から固定辺のコーナー部を結ぶ曲線上に分布するものと考えられる。ここでは、図5に示す x 軸または y 軸上の曲げモーメント0の点を着目点とする。前掲の図2,3からも分かるように、

この0点の位置は、 b/a の大小にもよるが固定辺に生じる最大曲げモーメントの0点の位置を大体代表できる。 $x=a$ の固定辺から曲げモーメント $M_x(x,0)$ が0となる位置までの距離を $x1$ 、 $y=b$ の固定辺から曲げモーメント $M_y(0,y)$ が0となる位置までの距離を $y1$ とすると、 $x1, y1$ は辺長比 b/a 、土圧比 e の関数である。

図6は、曲げモーメント0の位置 $x1, y1$ と辺長比 b/a 、土圧比 e の関係を示す。図中の縦軸は $x1/a(\%) [y1/b(\%)]$ で与えられ、無次元された量を用いた。横軸は辺長比 b/a で与えられ、 $b/a=0.5, 1.0, 2.0, 3.0, 4.0$ について、土圧比は $e=0, 0.1, 0.5, 1$ の4ケースについて計算を行った。

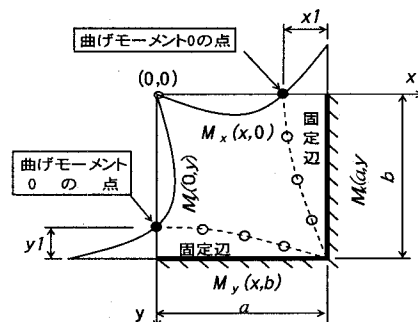


図5 曲げモーメントが0となる位置

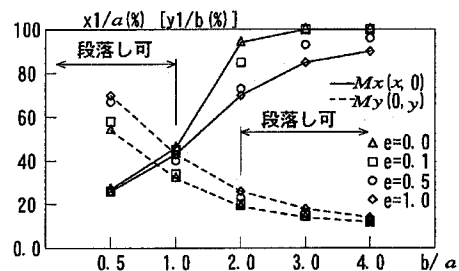


図6 曲げモーメントが0となる位置に関する検討結果

図6(図中実線)から分かるように、曲げモーメント0の位置 $x1$ は、辺長比 $b/a \leq 1.0$ の場合では、土圧比 e の影響は非常に小さく、 $x1/a < 45\%$ である。辺長比 $b/a > 1.0$ の場合は、土圧比 e の影響が大きくなり、 $x1/a > 50\%$ となる。通常、ウイングの水平方向の必要鉄筋量は縦方向の必要鉄筋量より小さく、また、鉄筋の加工性や縦方向主鉄筋の配力筋としての利用などを考え、 $b/a > 1.0$ の場合は鉄筋の段落としを行うことが望ましくないと考えられる。

図6(図中破線)から分かるように、辺長比 $b/a \leq 1.0$ の場合、曲げモーメント0の位置 $y1$ への土圧比 e の影響が比較的大きい。 $b/a > 1.0$ の場合 $y1/b$ が徐々に小さくなる傾向にある。辺長比 $b/a \geq 2.0$ の場合は、土圧比 e の影響が非常に小さくなり、 $y1/b = 30\%$ 以下となる。

通常、ウイングの縦方向の必要鉄筋量は大きいため、経済性を考慮して $b/a \geq 2.0$ の場合では鉄筋の段落としを行うことが可能である。また、この場合での曲げモーメント0の位置は $y1/b = 30\%$ を採用してよい。

5.2 側壁タイプウイングの比較設計

比較の対象は、図7に示すような橋台側壁タイプのウイングとし、ウイングの高さ9.0m、長さ4.5m、辺長比 $b/a=2$ とした。土質条件として、裏込め土の単位体積重量 $\gamma=20\text{kN/m}^3$ 、内部摩擦角 $\phi=30^\circ$ 、「道示」に規定されたクーロン土圧による主働土圧係数を採用する。また、活荷重による載荷荷重 $q=10\text{kN/m}^2$ を考慮する。ウイングの厚さは0.70m、コンクリート設計基準強度は $\sigma_{ck}=24\text{N/mm}^2$ 、鉄筋材質はSD345をそれぞれ採用する。なお、各材料の許容応力度は、「道示」の規定値を準用する。

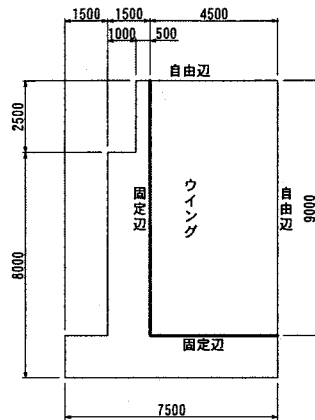


図7 比較対象ウイングの形状・寸法

図8には、土圧および本解法と「道示」による固定辺の曲げモーメントの計算結果を示す。なお、計算は常時の土圧のみに限定し、土圧荷重の分布が $P_{min}=3.038\text{kN/m}^2$ 、 $P_{max}=57.718\text{kN/m}^2$ となり、土圧比は $e=0.053$ となる。

図8から分かるように、「道示」においては、底部固定辺に生じる曲げモーメントを①、②の二つの領域に分けられ、①の値は本解析法の結果とほぼ同様である。また、②の値は、本解法で求められた最大曲げモーメントの約1.5倍となり、過大評価されている傾向にある。

「道示」では、橋台の耐震性を向上するために、縦壁の主鉄筋の段落としは行わないとしている。このような規定の下で、文献5)では、橋台側壁タイプのウイングの配筋要領図が示されている。しかし、図3および図8から分かるように、曲げモーメント $M_y(x,y)$ は、高さ方向において急速に減少し、 $b/a \geq 2.0$ の場合、 y_1 は高さの1/3範囲内にある。したがって、固定辺の最大曲げモーメントに抵抗するために配置した主鉄筋は、高さ方向に段落としせず配置することは明らかに不合理である。

「道示」では、「ウイングは、活荷重と土圧に対して安全であることを照査するものとする」。これは、ウイング部材は、軸力の作用がほとんどない曲げ部材であり、座屈のような脆性破壊は考えられないことと、レベル2地震時の設計において、塑性化を考慮しなくてもよい部材でもある。したがって、「道示」では、従来の弾性解

析に基づく許容応力度法を採用している。このような観点から、経済性と施工性を重視した段落とし可能な設計法を提案すべきである。

一方、「道示」では、図8に示すように縦の固定辺に生じる曲げモーメントを③、④、⑤の三つの領域に分けられ、③の値は本解析法の結果とほぼ同様であり、④の方は、本解法で求められた最大曲げモーメントの約1.9倍となり、②の領域と同様に過大評価されている。

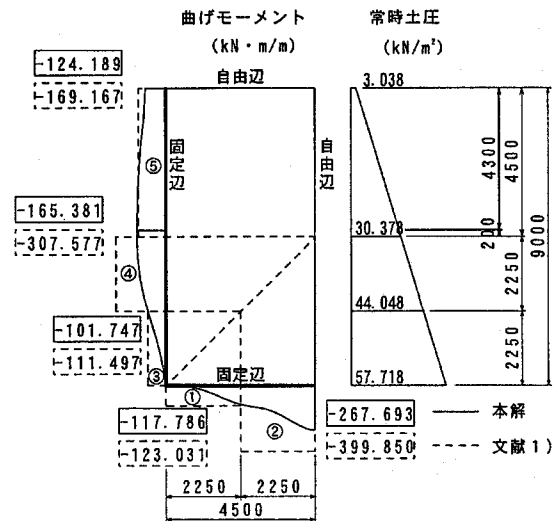


図8 本解と「道示」の曲げモーメントに関する比較

5.3 側壁タイプのウイング設計法に関する提案

本解析の結果に基づき、高さ8m程度の橋台側壁タイプのウイングは以下の要領で設計することを提案する。

- 1) 「道示」の規定に基づいて諸土圧を算出する。
- 2) 配筋の領域区分を行う。ここでは、図9に示すように、 x 方向(水平)にⅠ、Ⅱ、 y 方向(鉛直)にⅢ、Ⅳの四つの領域に区分することを推奨する。なお、本論文の付表から曲げモーメント図を作成し、その分布状況に応じて領域区分をしてもよい。

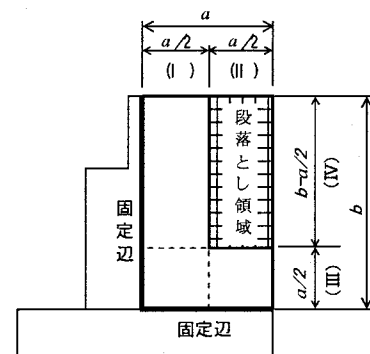


図9 配筋領域区分図

- 3) 本論文の付表-1~4からウイング設計用の各領域最大の曲げモーメントとせん断力を求め、領域毎

に単鉄筋の RC 断面として設計を行う。

- 4) 主鉄筋の段落とし位置は、その方向の曲げモーメント 0 の位置から定着長 L_d を加算した位置とする。
- 5) 曲げモーメント 0 の位置は、図 6 より求める。なお、辺長比 $b/a \geq 2.0$ の場合では、「道示」に示された配筋領域区分との整合性を図り、図 9 の II と IV の交差部を段落とし領域としてよい。
- 6) 定着長 L_d または本文に由らない事項は、すべて「道示」に従う。

図 10 は、本解法および「道示」に基づいて設計したウイングの配筋要領図を示す。計算の諸条件は 5.2 に示されたものを採用した。「道示」の設計結果と比べ、本解法で求められた鉄筋径は平均 1 ランク程度小さくなり、また、鉄筋の間隔は一部を除いて @250 の標準間隔で配置することができるため、経済性だけではなく施工性の向上にも繋がる。

6. おわりに

本文は、東ら提案された二隣辺固定二辺自由板のフーリエ級数解の 3 型を用い、新たに定義した土圧比 e の導入により、三角形、台形、矩形分布の土圧荷重を受ける平板の解析を行い、その応用性について考察を行った。その結果をまとめると以下ようになる。

1) 土圧比 e を用いて土圧荷重 $P(x,y)$ を一つのシンプルな式(7)で表した。それによって、三角形、台形、矩形分布の土圧荷重を受ける平板のたわみ $W(x,y)$ の特解は一つの式で表現することができたため、解析は簡単になる。

2) 本解析解の妥当性について検討した結果、フーリエ級数の展開項の数は、曲げモーメントについては $m, n=5$ 項、せん断力については $m, n=10$ 項ずつ取れば、十分な解析精度が得られることがわかった。

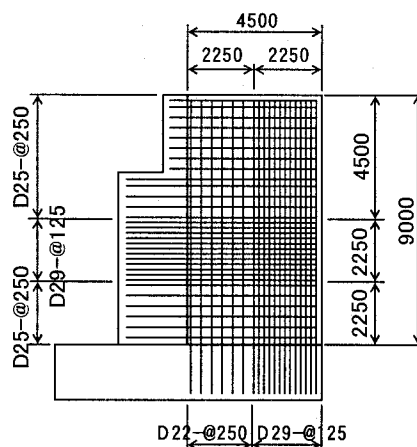
3) 三角形、台形、矩形分布の土圧荷重に対し、実務上の設計に使用できる曲げモーメントとせん断力の数表を提示した。これらの表を利用することにより、二隣辺固定二辺自由板の構造設計が容易になった。

4) 橋台側壁タイプのウイングの高さが 8m 以上になると設計が不経済になることを本解析結果から明らかにした。この点については、「道示」にも指摘されている。

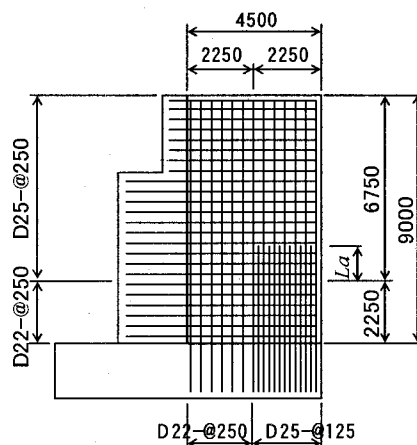
5) 橋台側壁タイプのウイングの一設計法を提案し、「道示」の方法との比較設計例を示した。提案した方法を用いれば、曲げモーメント 0 の位置を考慮し、鉄筋の段落としを適切に行うことができる。これによって、ウイング設計の経済性や施工性の確保を図ることができる。

なお、ここで提案した設計法は、弾性解析に基づいたもので、許容応力度法を用いた部材の設計に適用できるが、部材応力度レベルの高い場合の鉄筋コンクリート構造の非線形性などの配慮は、更なる研究が必要である。

謝辞：本解析に際し、琉球大学工学部山川哲雄教授に多



a) 「道示」による配筋



b) 本解による配筋

図 10 本解析法によるウイングの配筋要領図

大なご助言とご指導を賜りました。また、土圧を受ける平板のフーリエ級数解析では、文献 3) の著者の一人である長崎大学名誉教授小森清司博士に終始丁寧なご指導を賜りました。ここに記して謝意を申し上げます。

参考文献

- 1) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説 IV・下部構造編，pp.210～212，2002。
- 2) 東 洋一：二隣辺自由他辺固定の矩形板の曲げについて，日本建築学会論文報告集 No.62，pp.47～52，1959。
- 3) 東 洋一，小森清司：平板構造，建築構造学大系 11，pp.99～108，1963。
- 4) 山川哲雄，金田一男（旧名：ハオ 洪濤），田中耀一：合成床スラブの弾性たわみと応力に関する解析的研究，琉球大学工学部紀要 No.46，pp.105～114，1993。
- 5) 国土交通省九州地方整備局：橋梁下部構造の配筋に関する参考資料（案），p.7，2003。

（2003 年 9 月 12 日受付）

付表-1 二隣辺固定二辺自由板の曲げモーメント M_x (単位: $P_{max} \cdot a^2$)

$M_x(x,0)$		x/a						$x1/a$
b/a	$e=P_{min}/P_{max}$	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	(%)
1.0	0.0	0.00162	0.00918	0.00698	-0.00419	-0.02748	-0.06738	46
	0.05	0.00187	0.054500	0.00813	-0.00437	-0.03090	-0.07837	45
	0.1	0.00211	0.01190	0.00928	-0.00455	-0.03432	-0.08936	45
	0.5	0.00406	0.02281	0.01848	-0.00597	-0.06165	-0.17728	44
	1.0	0.00650	0.03645	0.02998	-0.00775	-0.09582	-0.28718	43
1.5	0.0	0.00173	0.00465	-0.00337	-0.02237	-0.05129	-0.08504	66
	0.05	0.00212	0.00601	-0.00285	-0.02435	-0.05803	-0.10029	64
	0.1	0.00250	0.00736	-0.00233	-0.02633	-0.06477	-0.11554	63
	0.5	0.00561	0.01819	0.00185	-0.04215	-0.11868	-0.23756	59
	1.0	0.00948	0.03174	0.00707	-0.06192	-0.18606	-0.39008	57
2.0	0.0	0.00059	-0.00369	-0.01607	-0.03724	-0.06398	-0.08775	94
	0.05	0.00100	-0.00275	-0.01648	-0.04085	-0.07304	-0.10533	89
	0.1	0.00141	-0.00181	-0.01689	-0.04447	-0.08209	-0.12290	85
	0.5	0.00470	0.00573	-0.02018	-0.07337	-0.15455	-0.26347	74
	1.0	0.00881	0.01517	-0.02428	-0.10950	-0.24513	-0.43918	70
3.0	0.0	-0.00120	-0.01313	-0.02811	-0.04704	-0.06656	-0.08015	100
	0.05	-0.00084	-0.01285	-0.02979	-0.05257	-0.07804	-0.10000	100
	0.1	-0.00048	-0.01257	-0.03147	-0.05810	-0.08952	-0.11984	100
	0.5	0.00236	-0.01034	-0.04492	-0.10236	-0.18134	-0.27860	93
	1.0	0.00593	-0.00756	-0.06172	-0.15768	-0.29612	-0.47704	85
4.0	0.0	-0.00128	-0.01384	-0.02765	-0.04341	-0.05877	-0.06991	100
	0.05	-0.00097	-0.01389	-0.02995	-0.04985	-0.07138	-0.09089	100
	0.1	-0.00066	-0.01394	-0.03225	-0.05629	-0.08398	-0.11186	100
	0.5	0.00179	-0.01438	-0.05064	-0.10781	-0.18482	-0.27965	100
	1.0	0.00486	-0.01492	-0.07362	-0.17222	-0.31087	-0.48939	90

$M_x(a,y)$		y/b						最大値	
b/a	$e=P_{min}/P_{max}$	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	$M_{x,max}(a,y)$	y/b
1.0	0.0	-0.06738	-0.05967	-0.05209	-0.04136	-0.01702	0.00000	-0.06738	0
	0.05	-0.07837	-0.06747	-0.05704	-0.04390	-0.01748	0.00000	-0.07837	0
	0.1	-0.08936	-0.07528	-0.06198	-0.04645	-0.01793	0.00000	-0.08936	0
	0.5	-0.17728	-0.13770	-0.10155	-0.06682	-0.02160	0.00000	-0.17728	0
	1.0	-0.28718	-0.21573	-0.15100	-0.09228	-0.02618	0.00000	-0.28718	0
1.5	0.0	-0.08504	-0.09171	-0.09391	-0.08292	-0.03793	0.00000	-0.09418	0.33
	0.05	-0.10029	-0.10359	-0.10220	-0.08758	-0.03896	0.00000	-0.10396	0.27
	0.1	-0.11554	-0.11546	-0.11049	-0.09224	-0.03999	0.00000	-0.11582	0.13
	0.5	-0.23756	-0.21048	-0.17679	-0.12952	-0.04822	0.00000	-0.23756	0
	1.0	-0.39008	-0.32926	-0.25966	-0.17612	-0.05851	0.00000	-0.39008	0
2.0	0.0	-0.08775	-0.11143	-0.12892	-0.12637	-0.06409	0.00000	-0.13189	0.5
	0.05	-0.10533	-0.12602	-0.13972	-0.13289	-0.06576	0.00000	-0.14100	0.48
	0.1	-0.12290	-0.14061	-0.15052	-0.13942	-0.06744	0.00000	-0.15072	0.45
	0.5	-0.26347	-0.25732	-0.23695	-0.19162	-0.08084	0.00000	-0.26347	0
	1.0	-0.43918	-0.40321	-0.34499	-0.25688	-0.09760	0.00000	-0.43919	0
3.0	0.0	-0.08015	-0.12389	-0.16784	-0.19636	-0.12212	0.00000	-0.19641	0.58
	0.05	-0.10000	-0.14125	-0.18116	-0.20508	-0.12491	0.00000	-0.20560	0.58
	0.1	-0.11984	-0.15861	-0.19448	-0.21380	-0.12771	0.00000	-0.21496	0.57
	0.5	-0.27860	-0.29752	-0.30106	-0.28358	-0.15005	0.00000	-0.30184	0.3
	1.0	-0.47704	-0.47115	-0.43428	-0.37080	-0.17797	0.00000	-0.47718	0.07
4.0	0.0	-0.06991	-0.12175	-0.18350	-0.24030	-0.17826	0.00000	-0.24238	0.64
	0.05	-0.09089	-0.14032	-0.19771	-0.24989	-0.18180	0.00000	-0.25118	0.63
	0.1	-0.11186	-0.15888	-0.21192	-0.25948	-0.18535	0.00000	-0.26008	0.61
	0.5	-0.27965	-0.30741	-0.32564	-0.33621	-0.21369	0.00000	-0.33941	0.55
	1.0	-0.48939	-0.49307	-0.46778	-0.43213	-0.24912	0.00000	-0.49400	0.16

付表-2 二隣辺固定二辺自由板の曲げモーメント M_y (単位: $P_{max} \cdot a^2$)

$M_y(0,y)$		y/b						y/b
b/a	$e=P_{min}/P_{max}$	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	(%)
1.0	0.0	0.00186	0.01230	0.01761	0.00907	-0.02442	-0.11012	32
	0.05	0.00211	0.01349	0.01825	0.00821	-0.02797	-0.11897	34
	0.1	0.00235	0.01469	0.01888	0.00735	-0.03152	-0.12782	34
	0.5	0.00430	0.02425	0.02394	0.00048	-0.05989	-0.19865	40
	1.0	0.00675	0.03620	0.03027	-0.00811	-0.09535	-0.28718	43
1.5	0.0	0.00155	0.01404	0.02917	0.02841	-0.01336	-0.17192	24
	0.05	0.00178	0.01574	0.03045	0.02837	-0.01631	-0.18289	25
	0.1	0.00201	0.01744	0.03173	0.02833	-0.01927	-0.19386	25
	0.5	0.00384	0.03105	0.04194	0.02801	-0.04289	-0.28161	29
	1.0	0.00614	0.04806	0.05472	0.02762	-0.07242	-0.39130	32
2.0	0.0	0.00100	0.00798	0.03018	0.04040	0.00416	-0.21754	19
	0.05	0.00116	0.00958	0.03145	0.04078	0.00209	-0.22845	20
	0.1	0.00133	0.01117	0.03272	0.04115	0.00002	-0.23937	20
	0.5	0.00267	0.02392	0.04289	0.04416	-0.01650	-0.32670	23
	1.0	0.00433	0.03985	0.05560	0.04791	-0.03716	-0.43586	26
3.0	0.0	0.00129	-0.00460	0.02036	0.04230	0.03539	-0.28060	14
	0.05	0.00137	-0.00355	0.02110	0.04274	0.03454	-0.28962	14
	0.1	0.00145	-0.00249	0.02183	0.04318	0.03368	-0.29863	15
	0.5	0.00205	0.00593	0.02771	0.04672	0.02685	-0.37073	16
	1.0	0.00282	0.01647	0.03507	0.05114	0.01830	-0.46086	18
4.0	0.0	0.00289	-0.00982	0.01256	0.03055	0.05368	-0.32473	12
	0.05	0.00292	-0.00913	0.01292	0.03083	0.05338	-0.33198	12
	0.1	0.00294	-0.00844	0.01327	0.03111	0.05307	-0.33923	13
	0.5	0.00315	-0.00290	0.01610	0.03335	0.05062	-0.39725	13
	1.0	0.00341	0.00402	0.01965	0.03614	0.04757	-0.46978	14

$M_y(x,b)$		x/a						最大値	
b/a	$e=P_{min}/P_{max}$	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	$M_{y,max}(x,b)$	x/a
1.0	0.0	-0.11012	-0.08889	-0.06792	-0.04717	-0.01788	0.00000	-0.11012	0
	0.05	-0.11897	-0.09523	-0.07208	-0.04942	-0.01830	0.00000	-0.11897	0
	0.1	-0.12782	-0.10157	-0.07623	-0.05167	-0.01872	0.00000	-0.12783	0
	0.5	-0.19865	-0.15231	-0.10946	-0.06972	-0.02203	0.00000	-0.19865	0
	1.0	-0.28718	-0.21573	-0.15100	-0.09228	-0.02618	0.00000	-0.28718	0
1.5	0.0	-0.17192	-0.13164	-0.09512	-0.06224	-0.02047	0.00000	-0.17199	0
	0.05	-0.18289	-0.13876	-0.09926	-0.06423	-0.02069	0.00000	-0.18289	0
	0.1	-0.19386	-0.14589	-0.10341	-0.06622	-0.02090	0.00000	-0.19386	0
	0.5	-0.28161	-0.20287	-0.13658	-0.08214	-0.02263	0.00000	-0.28161	0
	1.0	-0.39130	-0.27411	-0.17804	-0.10204	-0.02479	0.00000	-0.39130	0
2.0	0.0	-0.21754	-0.16202	-0.11380	-0.07209	-0.02106	0.00000	-0.21754	0
	0.05	-0.22845	-0.16879	-0.11753	-0.07376	-0.02114	0.00000	-0.22846	0
	0.1	-0.23937	-0.17556	-0.12126	-0.07544	-0.02122	0.00000	-0.23937	0
	0.5	-0.32670	-0.22969	-0.15110	-0.08885	-0.02185	0.00000	-0.32670	0
	1.0	-0.43586	-0.29736	-0.18840	-0.10562	-0.02265	0.00000	-0.43587	0
3.0	0.0	-0.28060	-0.20026	-0.13552	-0.08274	-0.01864	0.00000	-0.28061	0
	0.05	-0.28962	-0.20557	-0.13830	-0.08391	-0.01853	0.00000	-0.28962	0
	0.1	-0.29863	-0.21089	-0.14108	-0.08508	-0.01843	0.00000	-0.29863	0
	0.5	-0.37073	-0.25340	-0.16333	-0.09445	-0.01761	0.00000	-0.37074	0
	1.0	-0.46086	-0.30655	-0.19115	-0.10616	-0.01659	0.00000	-0.46087	0
4.0	0.0	-0.32473	-0.22341	-0.14672	-0.08703	-0.01412	0.00000	-0.32473	0
	0.05	-0.33198	-0.22755	-0.14881	-0.08787	-0.01389	0.00000	-0.33198	0
	0.1	-0.33923	-0.23169	-0.15090	-0.08870	-0.01367	0.00000	-0.33924	0
	0.5	-0.39725	-0.26483	-0.16766	-0.09537	-0.01186	0.00000	-0.39726	0
	1.0	-0.46978	-0.30626	-0.18860	-0.10371	-0.00961	0.00000	-0.46979	0

付表-3 二隣辺固定二辺自由板のせん断力 $Q_x(a, y)$

$Q_x(a, y)$ (単位: $P_{max} \cdot a$)		y/b					
b/a	$e=P_{min}/P_{max}$	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
1.0	0.0	-0.33714	-0.19244	-0.23773	-0.24192	-0.13807	0.00748
	0.05	-0.41923	-0.21848	-0.25460	-0.24843	-0.13454	0.00497
	0.1	-0.50165	-0.24478	-0.27158	-0.25491	-0.13095	0.00249
	0.5	-1.15874	-0.45290	-0.40658	-0.30708	-0.10265	-0.01744
	1.0	-1.98005	-0.71315	-0.57524	-0.37219	-0.06748	-0.04234
1.5	0.0	-0.16568	-0.23586	-0.33488	-0.36929	-0.23026	-0.01809
	0.05	-0.23897	-0.26873	-0.35870	-0.38101	-0.22828	-0.02139
	0.1	-0.31213	-0.30158	-0.38260	-0.39278	-0.22634	-0.02448
	0.5	-0.89765	-0.56430	-0.57367	-0.48689	-0.21069	-0.05026
	1.0	-1.62958	-0.89280	-0.81258	-0.60461	-0.19116	-0.08245
2.0	0.0	-0.04416	-0.24534	-0.38929	-0.47079	-0.32834	-0.04666
	0.05	-0.10745	-0.28165	-0.41712	-0.48654	-0.32876	-0.04999
	0.1	-0.17084	-0.31804	-0.44493	-0.50228	-0.32918	-0.05330
	0.5	-0.67735	-0.60867	-0.66743	-0.62822	-0.33251	-0.08053
	1.0	-1.31062	-0.97197	-0.94555	-0.78566	-0.33668	-0.11445
3.0	0.0	0.01647	-0.22862	-0.41506	-0.58105	-0.50847	-0.10919
	0.05	-0.03778	-0.26750	-0.44513	-0.60032	-0.51339	-0.11249
	0.1	-0.09204	-0.30640	-0.47522	-0.61959	-0.51831	-0.11590
	0.5	-0.52609	0.61752	-0.71588	-0.77372	-0.55768	-0.14264
	1.0	-1.06864	-1.00644	-1.01674	-0.96641	-0.60689	-0.17603
4.0	0.0	0.00590	-0.21366	-0.41097	-0.61426	-0.64229	-0.17793
	0.05	-0.04543	-0.25336	-0.44125	-0.63436	-0.64999	-0.18131
	0.1	-0.09679	-0.29308	-0.47154	-0.65445	-0.65769	-0.18470
	0.5	-0.50755	-0.61071	-0.71384	-0.81523	-0.71931	-0.21195
	1.0	-1.02101	-1.00777	-1.01673	-1.01621	-0.79634	-0.24590

付表-4 二隣辺固定二辺自由板のせん断力 $Q_y(x, b)$

$Q_y(x, b)$ (単位: $P_{max} \cdot a$)		x/a					
b/a	$e=P_{min}/P_{max}$	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
1.0	0.0	-0.78005	-0.40110	-0.35807	-0.28279	-0.13266	0.01580
	0.05	-0.83922	-0.41567	-0.36800	-0.28638	-0.12852	0.01293
	0.1	-0.89823	-0.43035	-0.37789	-0.28990	-0.12446	0.00996
	0.5	-1.37025	-0.54737	-0.45718	-0.31822	-0.09139	-0.01316
	1.0	-1.96081	-0.69396	-0.55622	-0.35361	-0.05016	-0.04234
1.5	0.0	-1.18784	-0.49751	-0.41882	-0.30332	-0.10482	0.03911
	0.05	-1.26662	-0.51041	-0.42504	-0.30317	-0.09905	0.03668
	0.1	-1.34545	-0.52327	-0.43123	-0.30311	-0.09318	0.03418
	0.5	-1.97558	-0.62657	-0.48097	-0.30190	-0.04659	0.01443
	1.0	-2.76308	-0.75562	-0.54314	-0.30061	0.01155	-0.01036
2.0	0.0	-1.47714	-0.55390	-0.44860	-0.30428	-0.07710	0.06168
	0.05	-1.55697	-0.56472	-0.45247	-0.30252	-0.07121	0.05979
	0.1	-1.63700	-0.57556	-0.45635	-0.30061	-0.06518	0.05790
	0.5	-2.27622	-0.66166	-0.48746	-0.28664	-0.01784	0.04290
	1.0	-3.07493	-0.76943	-0.52643	-0.26911	0.04137	0.02411
3.0	0.0	-1.88787	-0.60345	-0.46559	-0.28741	-0.03098	0.10379
	0.05	-1.95461	-0.61094	-0.46747	-0.28514	-0.02618	0.10297
	0.1	-2.02138	-0.61841	-0.46937	-0.28285	-0.02138	0.10214
	0.5	-2.55564	-0.67809	-0.48460	-0.26458	0.01696	0.09553
	1.0	-3.22338	-0.75267	-0.50376	-0.24170	0.06500	0.08725
4.0	0.0	-2.19078	-0.61256	-0.46130	-0.26505	0.00964	0.14405
	0.05	-2.24483	-0.61803	-0.46251	-0.26318	-0.01344	0.14400
	0.1	-2.29894	-0.62341	-0.46381	-0.26123	0.01721	0.14394
	0.5	-2.73162	-0.66668	-0.47412	-0.24582	0.04759	0.14354
	1.0	-3.27266	-0.72071	-0.48684	-0.22662	0.08546	0.14301