

平板状構造断面の空力アドミッタンスに関する考察

Investigation on aerodynamic admittance of flat plate-like cross section

白土博通*, 松本 勝**, 小田原有作***, 松浦祐介****, 水野哲朗*****

Hiromichi Shirato, Msaaru Matsumoto, Yuusaku Odawara, Yuusuke Matsuura, Tetsuro Mizuno

- * 工博 京都大学助教授, 工学研究科社会基盤工学専攻 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)
 ** 工博 京都大学教授, 工学研究科社会基盤工学専攻 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)
 *** 工修 五洋建設(株) (研究当時 京都大学大学院生) (〒112-8576 東京都文京区後楽 2-2-8)
 **** 京都大学大学院生, 工学研究科環境地球工学専攻 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)
 ***** 京都大学大学院生, 工学研究科社会基盤工学専攻 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

Sears function, which is derived as a frequency transfer function between the fluctuating lift force and oncoming vertical sinusoidal wind velocity using potential theory for a flat plate, requires some assumption in its analysis. The authors focused on the wave form of vertical gust, surface pressure and lift force which must be quite different from being sinusoidal. Surface pressure and fluctuating lift force for a flat plate with slenderness ratio $B/D=30$ were measured in two-dimensional sinusoidal flow in wind tunnel. It was confirmed that the surface pressure and vertical wind velocity near the model surface show much deformed from harmonic wave form. However, the pressure difference between upper and lower surface, which can be evaluated by the potential theory, indicates quite similar to harmonic wave form. In conclusion, similar to the theory, lift force also fluctuates sinusoidally. Difference was recognized also in the amplitude distribution of the pressure difference.

Key words: Sears function, surface pressure, sinusoidal gust, flat plate

キーワード: シアーズ関数, 表面圧力, 正弦波状ガスト, 平板

1. まえがき

平板の空力アドミッタンスとして知られている Sears 関数は, 平板を模擬した渦層 (bound vorticity) の強度分布を, 後縁で平板表面に沿う流速が有限値をもつ条件 (Kutta の条件) のもとに, 平板表面における法線速度成分が 0 となるよう決定し, さらに一般化されたベルヌーイ方程式により得られる上下面の圧力差分布の積分値として求められる. その際, 2次元正弦波状の鉛直変動気流の波形は, 平板を通過する間もその波形を崩さないものとして解が導出される. しかし, 実際に平板の片側面上のある 1 点で, 鉛直変動気流による相対迎角 ($\alpha = \tan^{-1}(w/U)$) (U : 主流方向平均風速(m/s), w : 鉛直方向風速(m/s)) の変化を考えると, 解析上の仮定通りの正弦波状の変化を示すとは考えにくい. たとえば吹き上げの半周期間の上面前縁付近では剥離せん断層が断面から遠ざかった後, 再び近づくのに対し, 下面前縁付近では剥離せん断層が断面に近づいた後, 再び遠ざかる. しかしながらこの間の鉛直変動風速 $w(t)$ は, 断面の影響を強く受けるはずであり, 上下面で半周期の位相のずれを考慮し

ても, 平均値に対して正負が対称な波形となる保証はない. 断面近傍の風速は剥離せん断層や流れの再付着といった複雑なパターンに左右されており, この点からも側面近傍の鉛直変動風速や表面圧力は, 正弦波状の変化を実際に示すとは考えにくい.

一方, 平板を対象に, 可変翼列による正弦波状の変動気流を用いた既往の研究^{[1][2]}によれば, 換算振動数 k ($k=b\omega/U$, b : 断面半幅員 ($b=B/2$), ω : 鉛直変動風速の円振動数, U : 平均風速) が大きい領域では比較的理論値 (Sears 関数) に一致するが, 小さい領域では理論値よりも小さなものとなる場合もみられ, 断面周囲の実際の流れについて解析上想定されたものとの整合を確認することが必要と考えられる.

このような背景から, 本研究では断面比 (幅員 B /桁高 D) が 30 の扁平な 2次元矩形断面を用い, 正弦波状に変動する鉛直変動気流中において, 表面圧力, 模型近傍の鉛直変動風速, ならびに変動揚力を計測し, それらの波形について正弦波からの歪みを調べた. さらに, Sears 関数を導出する過程で得られる上下面の圧力差の解析値と今回の計測結果を比較し, 解析上の仮定がどの程度実

際の流れにも当てはまるのか、について検討を加えるものである。

以上の研究結果は、平板状構造断面のガスト応答の精緻化をはかる上で、Sears 関数の適用性を明らかにするための基礎的情報を与えるとともに、たとえば屋根面などのように、ガストによる片面のみの圧力変動に関する議論に資するものと考えられる。

2. Sears 関数

2次元鉛直変動風速 $w_G = \bar{w}_G e^{i\omega t}$ による変動揚力 L は、Sears 関数を用いて次のように表される。

$$\frac{L}{2\pi\rho b U \bar{w}_G} = X_L^\omega(k) e^{i\omega t} \quad (1)$$

ここで、 ρ : 空気密度[N/m³]

$X_L^\omega(k)$ を Sears 関数とよび、具体的には以下のように表される。

$$X_L^\omega(k) = C(k) [J_0(k) - iJ_1(k)] + iJ_1(k) \quad (2)$$

ここで、 $C(k)$: Theodorsen 関数、 $J_0(k)$ 、 $J_1(k)$: 0次および1次の第1種ベッセル関数

以下に Sears 関数の導出を簡単に示す。2次元平板の幅員方向に座標軸 x をとり、平板自身を渦層、

$$\gamma_a(x,t) = u_u(x,t) - u_l(x,t) \quad (3)$$

で表わす。ここで $u_u(x,t)$ 、 $u_l(x,t)$ は平板上面および下面の接線速度である。さらに後流の変動を渦層 $\gamma_w(x,t)$ で置き換える。平板面全体の循環を、

$$\Gamma(t) = \int_{-b}^b \gamma_a(x,t) dx \quad (4)$$

とおくと、 $\Gamma(t)$ の変化分 $(d\Gamma/dt)dt$ が後流中に速度 U で放出されると考えられることから、ケルビンの循環定理より次式が成り立ち、後流の渦層 $\gamma_w(x,t)$ は平板面の循環 $\Gamma(t)$ と関係づけられる。

$$(d\Gamma/dt)dt + (Udt)\gamma_w(b,t) = 0 \quad (5)$$

上下面の圧力差 $\Delta p_a(x,t) = p_U - p_L = \Delta \bar{p}_a(x) e^{i\omega t}$ は、一般化されたベルヌーイ式により、

$$\frac{\Delta p_a}{\frac{1}{2}\rho U^2} = -\frac{2\gamma_a(x,t)}{U} - \frac{2}{U^2} \partial(\phi_U - \phi_L) / \partial t \quad (6)$$

となる。 ϕ_L 、 ϕ_U は速度ポテンシャルであり、平板の渦層 $\gamma_a(x,t)$ との間に次のような関係が成り立つ。

$$\phi_L - \phi_U = \int_{-b}^x u(x,0^+,t) dx - \int_{-b}^x u(x,0^-,t) dx = \int_{-b}^x \gamma_a(x,t) dx \quad (7)$$

一方、渦層 $\gamma_a(x,t)$ 、 $\gamma_w(x,t)$ により誘起される平板表面上

の鉛直速度は、

$$w_a(x,t) = -\frac{1}{2\pi} \int_{-b}^x \frac{\gamma_a(\xi,t)}{x-\xi} d\xi - \frac{1}{2\pi} \int_b^\infty \frac{\gamma_w(\xi,t)}{x-\xi} d\xi \quad (8)$$

と表され、平板面上で次式が満足されなければならない。

$$w_G + w_a = 0 \quad (9)$$

式(9)中の $\gamma_a(x,t)$ を Kutta の条件の下に解けば、

$$\gamma_a(x^*) = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{1-x^*}{1+x^*}} \left\{ \int_{-1}^1 \sqrt{\frac{1+\xi^*}{1-\xi^*}} \frac{\bar{w}_a(\xi^*)}{x^*-\xi^*} d\xi^* + \frac{ik\Gamma}{2b} e^{ik} \int_{\lambda-1}^{\lambda+1} \frac{e^{i\lambda}}{x^*-\lambda} d\lambda \right\} \\ (x^* = x/b, \xi^* = \xi/b, \bar{\gamma}_a(x) = \gamma_a(x) e^{i\omega t}) \quad (10)$$

となり、式(6)、(10)より上下面の圧力差は最終的に以下のように求められる。

$$-\frac{\Delta \bar{p}_a}{\rho U} = \frac{2}{\pi} \left\{ [1 - C(k)] \sqrt{\frac{1-x^*}{1+x^*}} \int_{-1}^1 \sqrt{\frac{1+\xi^*}{1-\xi^*}} \frac{\bar{w}_a(\xi^*)}{x^*-\xi^*} d\xi^* \right. \\ \left. + \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \sqrt{\frac{1-x^*}{1+x^*}} \sqrt{\frac{1+\xi^*}{1-\xi^*}} \frac{1}{x^*-\xi^*} - ik\Lambda_1(x^*,\xi^*) \right\} \bar{w}(\xi^*) d\xi^* \quad (11)$$

ここで、

$$\Lambda_1(x^*,\xi^*) = \frac{1}{2} \ln \left[\frac{1-x^*\xi^* + \sqrt{1-\xi^{*2}}\sqrt{1-x^{*2}}}{1-x^*\xi^* - \sqrt{1-\xi^{*2}}\sqrt{1-x^{*2}}} \right] \quad (12)$$

以上の過程で明らかのように、鉛直変動風速を正弦波と考え、渦層の強度、上下面の圧力差も同じ振動数の正弦波として求められている。

3. 風洞実験概要

実験に使用した風洞は京都大学大学院工学研究科社会基盤工学専攻に設置された多機能風洞実験装置であり、測定部の高さ、幅、長さはそれぞれ、1.8m、1.0m、約6.5mである。模型は桁高 $D=10\text{mm}$ 、幅員 $B=300\text{mm}$ の扁平な矩形断面を有する2次元剛体模型であり、表面はジュラルミン製である。模型スパン長は900mm、両端部にはジュラミン製の端板が取り付けられている。模型スパン中央の表面には幅員方向に等間隔(16mm)に19個の圧力孔が設けられており、模型内部の導圧管を経て模型両端部へ圧力が導かれる構造となっている。以下、本文では各圧力孔を、便宜上、前縁より position 1~19 とよぶ。

表面圧力および風洞内静圧は多点同時圧力計測システム(大手技研, ZOC17)により計測され、サンプリング周波数 1kHz でデジタル変換(PAVEC 電子開発, Thinknet DF-3422)した。収録されたデータ長は100秒である。風速変動の計測には熱線風速計(Kanomax, model1008, 1011, 1013)を用いた。空気力を計測する場合は、模型端部に取り付けられた3分力ロードセル(日章電気, LMC-3501-2)により検出した。風洞内の平均風速はピトー管により、総圧、静圧を検出し、デジタルマ

ノメータ (岡野製作所, DP-20A) により差圧を読み取った。

2次元鉛直変動風速は、上述の2次元剛体模型の前縁より上流側に設置した5枚の水平平板列により発生させた。平板後縁と模型前縁との距離は590mmである。平板列は、モータと簡単なクランク機構によってピッチング振動を与えられる構造になっている。気流の2次元性を保持するため、これらの加振機構はアクリル製のシートで覆った。平板列の加振振幅は倍振幅 4° の一定な値とした。本研究で設定した鉛直変動風速の換算振動数は、 $k=0.16$ ($U=7.0\text{m/s}$, f (平板列加振振動数) $=1.2\text{Hz}$), $k=0.4$ ($U=7.0\text{m/s}$, $f=3.0\text{Hz}$), および $k=0.7$ ($U=5\text{m/s}$, $f=3.7\text{Hz}$) の3種類である。

4. 実験結果および考察

4.1 時間平均処理

正弦波からの波形の歪みや、吹き上げ時と吹き下げ時それぞれ半周期の波形の非対称性を確認するためには、表面圧力や模型近傍の変動風速などの計測生波形に対して、他の周波数成分を除去し、かつ平板列の加振周波数成分に関しては波形を歪めることなく抽出する必要がある。バンドパスフィルター(BPF)が波形をどの程度歪ませるかを知るために、3Hz、100秒間の矩形波と三角波のデータを生成し、本研究で用いたデジタルBPFを通したところ、波形は大きく変形しほぼ完全な正弦波が得られたため、本研究では通常のBPF処理に代えて以下に述べる処理を行った。すなわち、生波形を抽出したい卓越周期で分割し、それらのアンサンブル平均をとることにより卓越周期成分を抽出するものである。この処理をここでは「時間平均処理」とよぶ。

時間平均処理を施す際に、アンサンブル平均をとる波の数 N (データ長は NT となる (T : 平板列の加振周期)) を増やすにしたがい、平均処理結果の波形は振幅が小さくなると共に、見かけ上、原データから徐々に時間的な遅れが顕著になる。^{脚註)} 試みに、3Hz ($T_0=0.333\dots\text{sec.}$)、100秒間の正弦波にホワイトノイズを加えたものを1kHz ($\Delta t=0.001\text{sec.}$) でサンプリングした時系列を原データとして、上記の時間平均処理を施した場合、3Hz成分の振幅は86%に低下し、位相遅れは約 54° に達する。

また、時間平均処理を行うための各波のデータ個数を n とすると、 $n\Delta t$ (Δt : サンプリング時間) は抽出したい1周期にできるだけ近く取らなければならない。たとえば上記の時間平均処理による振幅低下量と位相差は、与えられた Δt のもとで最も T_0 に近い $n\Delta t=0.333$ として

^{脚註)} たとえば周期 T_0 の正弦波を時間 T ($T \neq T_0$) で分割すると、 $T-T_0$ だけ徐々に位相のずれた正弦波のアンサンブル平均を行うこととなり、結果的に原データに比べて、振幅が小さく、ある位相のずれを持った正弦波が得られることになる。

いる。仮に $n\Delta t=0.332$, および $n\Delta t=0.334$ とした場合、振幅低下量はそれぞれ原データの16%, 51%, 位相遅れは 35° , 73° となり、時間平均処理は各波のデータ個数 n に非常に敏感であることがわかる。本研究では各原データごとに平板列の加振周期を確認すると共に、得られた時間平均処理波形についても、 n を最適値の前後にわずかに動かし、最も原波形の卓越周期成分に近い波形が得られることを確認した。

以上のようにわずかなパラメータの違いで時間平均処理結果が敏感に変化するという、固有の問題点を有する。また、本研究で対象とする原波形自体が正弦波から歪むため、正弦波以外の波形について、時間平均処理を施すことによる振幅低下、および位相の変化がどの程度の値となるかを定量的に表すことが困難であることから、本研究では正弦波からの波形の歪みを第一に議論し、Sears関数との量的な比較については参考値に留めることとした。また、位相特性については議論しないこととした。

図1に平板列により風洞内に発生させた鉛直変動風速の時間平均処理波形の一例を示す。図の横軸は時間を表し、模型設置時における断面前縁位置での風の傾斜角が 0° を示す瞬間を時間原点 ($t=0$) とし、 $0^\circ \rightarrow$ 吹き上げ $\rightarrow 0^\circ \rightarrow$ 吹き下げ $\rightarrow 0^\circ$ に至る変動1周期の波形を示している。図に示されるようにほぼ正弦波に等しい風速変動波形が得られている。なお、模型スパン方向の一様性は保持されていること、ならびに流下方向には下流に向かうにしたがい風速変動の振幅がわずかに小さくなることを事前に確認した。本研究では模型前縁と後縁の両位置での振幅の差は無視し得ると判断し、以後の検討を行った。また、平板列の変位信号を基準に、熱線風速計プローブを流下方向に動かしながら、風速変動の流下を調べた結果、ほぼ凍結乱流の仮定にしたがうことも併せて

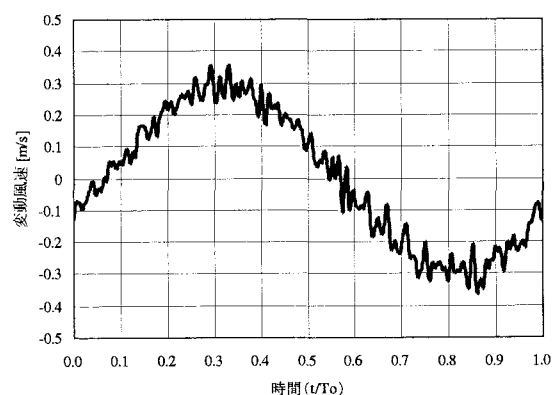


図1 平板列により生成された鉛直変動風速の時間平均処理波形 ($k=0.16$, 模型設置時前縁位置)

確認した。

4.2 表面圧力ならびに変動風速

図2に模型下面側の表面圧力波形の時間平均処理結果を示す。各図の横軸は図1と同様である。各波形、なら

びに異なる波形処理を施した結果相互に時間軸を揃える際には、常に同時測定している平板列の変位波形を基準とした。position 6 より後縁に最も近い position 19 までの圧力は、図に示した position 1~5 に比べて絶対値が小さく、揚力への寄与が小さいと判断されるため、図示していない。各図より、併せてプロットされた BPF 処理結果と比較して波形の歪みが明確に認められる。とくに吹き下げ時に相当する負の圧力変動が現れる半周期では短時

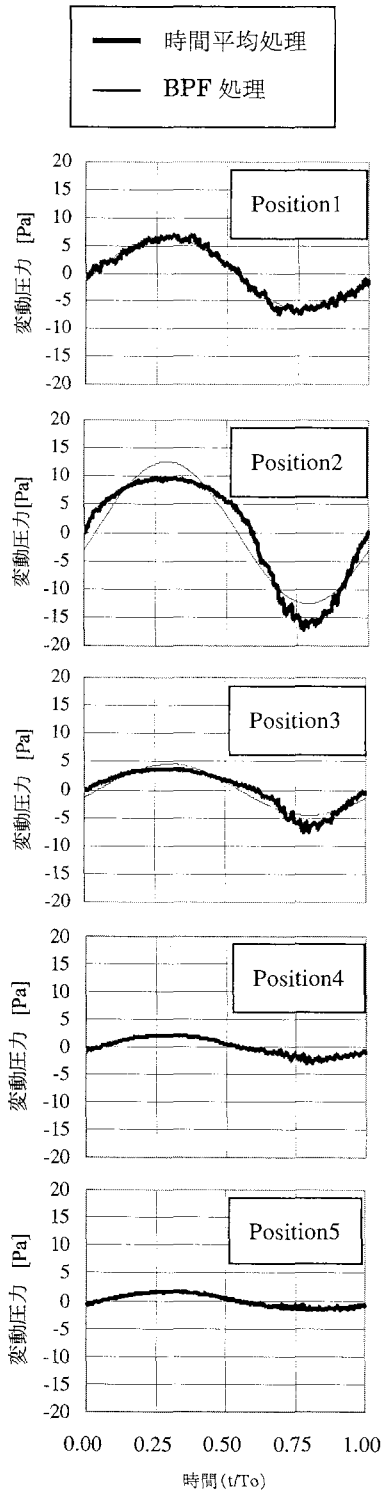


図2 表面圧力波形の時間平均処理結果 (k=0.16)

間に深い谷が現れ、逆の半周期は波形のピークが低くなる特性を示している。このような波形の歪みは時間平均処理の結果現れるものではなく、本来それぞれの波形の卓越周期成分がこのような歪みを持つことによるものと判断される。なお、時間平均処理と BPF 処理を比較した結果、本研究で対象としたデータに関しては振幅の点で両者の差はほとんど見られないことが確認された。

このような表面圧力に見られる波形は断面近傍の鉛直変動風速波形にも認められる。図3に模型下面の各圧力孔より模型表面に垂直に10mm (模型高さDに相当) 離れた位置で計測された鉛直変動風速の時間平均処理波形を示す。前縁 (L.E.) 近傍、および Position 1 近傍の波形とそれ以外の波形を比較すると時間変化が異なっている

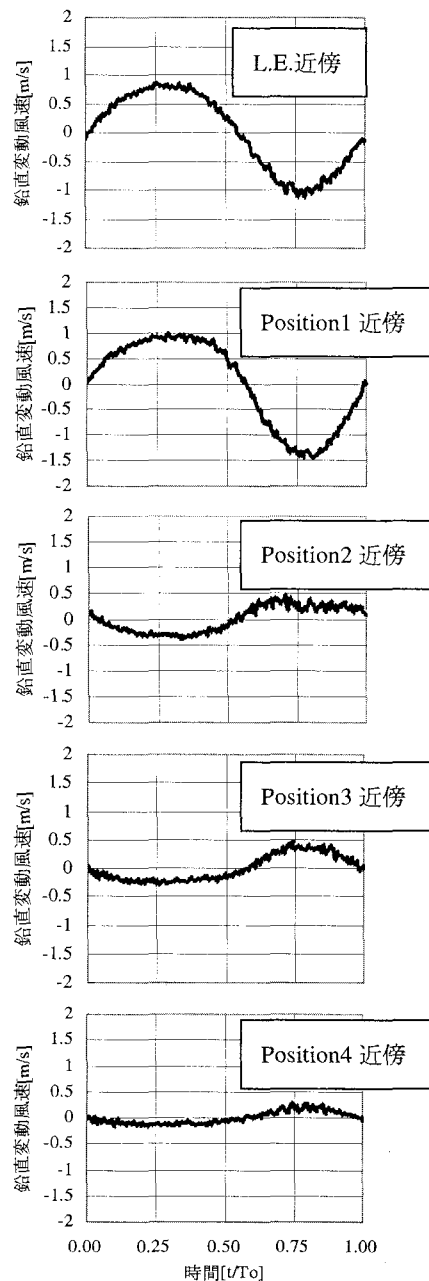


図3 断面近傍の鉛直変動風速の時間平均処理波形 (k=0.16)

が、とくに後者は、模型の影響を強く受けた流れをとらえているものと思われる。L.E.近傍の鉛直変動風速は、図1に示した接近流のようにほぼ正弦波に近い波形を示すのに対し、L.E.近傍より下流へわずかD/50だけ計測点を移動させた Position 1 近傍の波形には、既に正弦波からの歪みが現れており、その形状は図2の Position 2 における圧力波形に近い。

以上のような波形の歪みは、たとえば屋根面や外装材など、片側の面に作用する風荷重変動の確率密度が非正規分布となることから、その極値を評価する際に影響が及ぶ可能性も懸念され、留意が必要であることを示すものと考えられる。

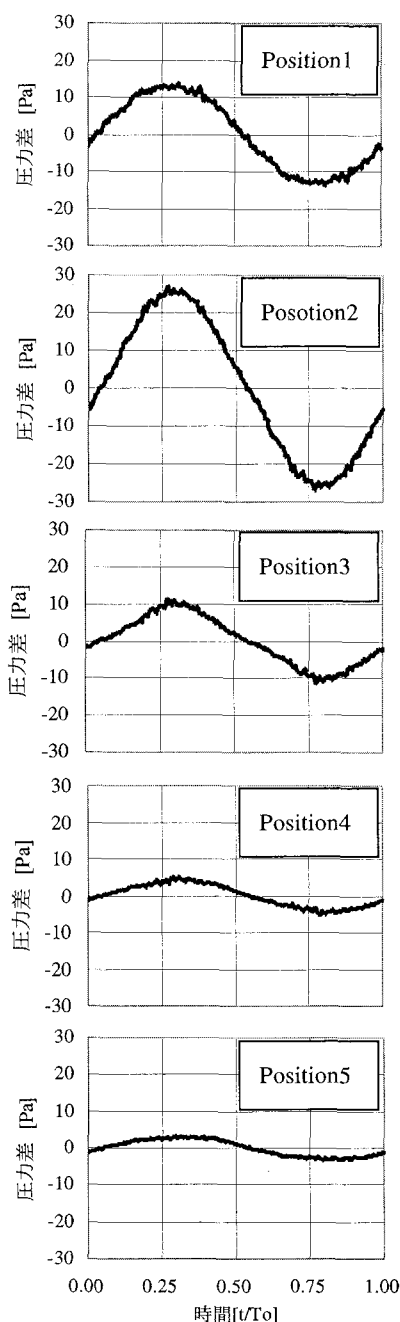


図4 上下面の圧力差分布(k=0.16)

4.3 上下面の圧力差および揚力の評価

図2に示したような片面の表面圧力時間平均処理波形を用いて片面の圧力波形をもとに、時間を半周期ずらすことで、反対側の面の圧力波形を求め、上下面の圧力差 $\Delta p_a(x, t)$ を算出した。図4にその結果を示す。前述のように片面では正弦波からの歪みが明確に認められるにもかかわらず、上下面の圧力差は正弦波にほとんど一致する結果となった。これは、圧力回復(山)の部分の値が低下し、圧力低下(谷)の部分のピークが鋭く、かつ深くなる(絶対値が大きくなる)という片面圧力の波形が、上下面の圧力差を取るにより互いに打ち消し合うためと考えられる。したがって Sears 関数の解析上の前提と実際とは、上下面圧力差という点に関しては結果的に違いが無く、BPF 処理で問題ないものと判断される。

式(12), (13)に示されるように、Sears 関数の導出過程で上下面の圧力差が解析的に得られることから、実際に得られた圧力差との比較を試みた。なお、解析値の算出にあたっては、式(12)が Cauchy の主値をとることから、数値積分の増分 dx の取り方に注意し値の発散を避けた。図5に上下面の圧力差の振幅分布について、実験値と解析値を比較した結果を示す。なお、実験値の振幅は時間平均処理波形の正負のピーク値の差から求めた。図より position 2 で振幅のピークが現れており、局所的に剥離バブルが形成されているものと判断される。また、前縁に最も近い position 1 および剥離バブルより下流側 position 4 から position 19 の変動圧力振幅は一樣に実験値の方が

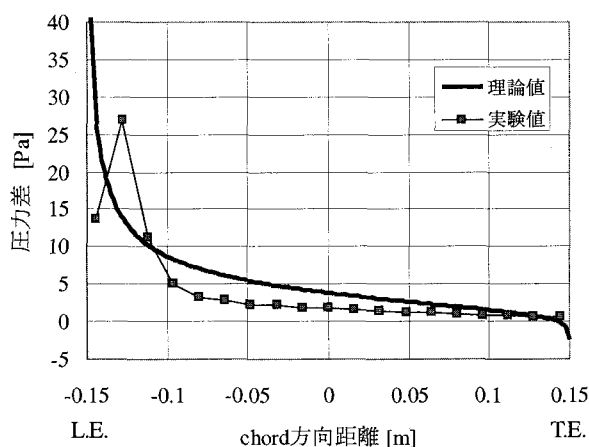


図5 上下面の圧力差の振幅分布および理論値との比較(k=0.16)

解析値よりも小さく、この傾向は換算振動数が小さいケースでより顕著に認められた。

図6には圧力差の時間平均処理波形を幅員方向に積分して得られた揚力の波形の一例を示す。圧力差と同様に正弦波に近い揚力波形が得られており、正弦波状の波形という点では Sears 関数の導出過程で前提となる調和解析が妥当であることが示された。また、前述の上下面の

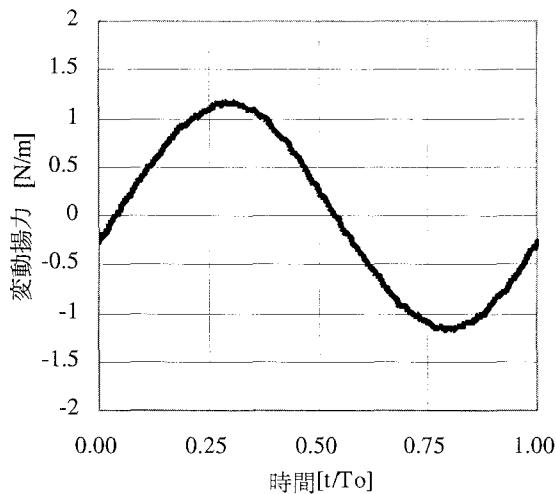


図6 揚力の時間波形(k=0.16)

圧力差と同様に、BPF 処理による揚力評価に問題がないことが確認された。

2次元変動気流による揚力変動をロードセルにより計測し、式(2)で定義される空力アドミッタンスを求めた。図7にその絶対値を換算振動数をパラメータに示す。図中には比較のため他の計測例を併せて示す。換算振動数がおよそ0.6付近で絶対値はピークを示し、これより低い換算振動数ではkの低下と共に絶対値も低下する傾向を示す。ピークを示す換算振動数kの値は異なるものの、同様の結果が他の報告にも見受けられる。振幅低下の要因については、気流の2次元性がkによって変化する可能性や、鉛直変動気流に含まれる乱れの影響など、複数の要因が考えられ、さらに検討を加える必要があるものの、再付着点より下流側の position 4~19 での圧力振幅が

密接に寄与するものと考えられる。

5. まとめ

本研究で得られた成果は以下のようである。

- 1) “時間平均処理”を施すことにより、着目する周期成分の波形を歪めることなく抽出することが可能となった。
- 2) 剥離バブル内の断面表面圧力の波形は正弦波からの歪みが顕著であった。
- 3) 上下面の圧力差はほぼ正弦波に一致し、Sears 関数の解析上の前提は結果的に保持されるものと判断される。
- 4) 低換算振動数域において空力アドミッタンスの実験値が解析値よりも小さな値を示す特性を、表面圧力から検討した。

時間平均処理結果の安定性や各パラメータの影響に関する定量的な評価については、今後の課題としたい。

謝辞

本研究は科学研究費(B)(2) (課題番号 13450186) により実施された。

参考文献

- 1) 河島, 田中, 藤本, 構造物の耐風性に関する第1回シンポジウム, 1970, pp.243-249
- 2) 小西, 白石, 松本, 構造物の耐風性に関する第3回シンポジウム, 1974, pp.249-255
- 3) J.D.Holmes, Proc. on 4th Int. Conf. on Wind Effects on Buildings and Structures, 1975, pp.187-197
- 4) E.D.Jancauskas, JWEIA, vol.23, 1986, pp.395-408

(2003年9月12日受付)

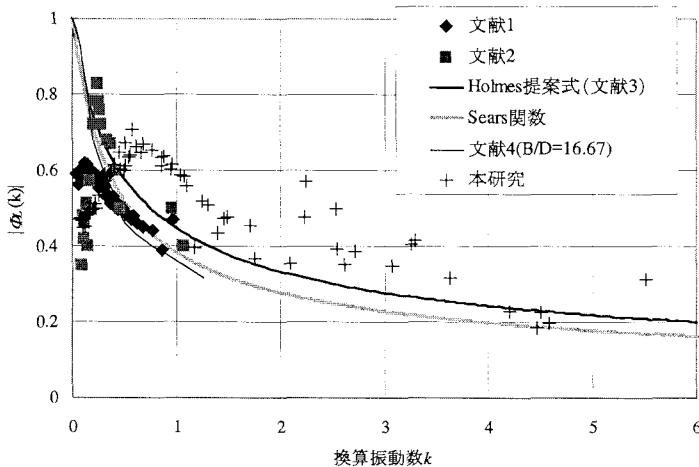


図7 空力アドミッタンスの比較