

# リダクションファクターの算定に関する一考察

A remark on calculation of strength reduction factor

成行 義文\*, 平尾 潔\*\*, 門 峰康\*\*\*  
Yoshifumi Nariyuki, Kiyoshi Hirao and Mineyasu Kado

\*博(工), 德島大学助教授, 工学部建設工学科 (〒770-8506 德島市南常三島町 2 丁目 1 番地)

\*\* 工博, 德島大学教授, 工学部建設工学科 (〒770-8506 德島市南常三島町 2 丁目 1 番地)

\*\*\*徳島大学大学院工学研究科建設工学専攻博士前期課程 (〒770-8506 德島市南常三島町 2 丁目 1 番地)

Strength reduction factor spectra are useful for earthquake-resistant design of structures subjected to strong earthquake ground motions. These spectra are generally generated by calculating the strength reduction factor for each natural period corresponding to a pre-determined target ductility ratio. However, it is possible that more than one value of strength reduction factor correspond to the pre-determined target ductility ratio. In such a case, the minimum of those values should be chosen as a value of strength reduction factor spectrum. In this study, in order to clarify the existence of multiple strength reduction factors corresponding to one displacement ductility ratio, we investigated characteristics of the positive and negative seismic peak displacements of SDOF systems under strong earthquake ground motions. In addition, a method to both efficiently and always calculate the minimum strength reduction factor is proposed here.

*Key Words:* strength reduction factor, displacement ductility, seismic design, secant method

キーワード：リダクションファクター，正負最大塑性率，耐震設計，割線法

## 1. はじめに

1995 年兵庫県南部地震以降, 橋梁構造物の地震時非線形挙動の照査の必要性が再認識され, 動的非線形解析が広く行われるようになってきた<sup>1)</sup>. しかし, 実務的な観点からは, すべての橋梁に対して動的非線形解析を行うことは困難であるため, 静的な設計により強震下の構造物の挙動を推定し得る手法が必要である. その一つの手法として, リダクションファクタースペクトルの利用が提唱されている<sup>2)-5)</sup>. リダクションファクター ( $R_\mu$ ) は目標とする変位じん性率 ( $\mu_d^*$ ) に一致する最大塑性率 ( $\mu_d$ ) を生じさせるような降伏復元力を求めるための低減係数であり, 構造物の線形応答と非線形応答の関係を固有周期ならびに地震動特性等を加味して定量的に表す無次元パラメータである.  $R_\mu$  スペクトルの設計用推定式を精度よく導くことができれば構造物の耐震設計において大変有用である.  $R_\mu$  スペクトルの特性あるいは定式化に関する研究も盛んに行われている<sup>2)-7)</sup>が, それらの中である最大塑性率に対してリダクションファクター

( $R_\mu$ ) の解が複数個存在することが指摘されている<sup>3), 6)</sup>. 複数の  $R_\mu$  解の存在は, 直接的には  $R_\mu - \mu_d$  曲線のジグザグ形状に起因すると考えられるが, その原因に関する検討, ならびに最小の  $R_\mu$  解の算定法の誘導等は未だ行われていないようである.

以上のようなことより, 本研究では, 正側ならびに負側の各最大塑性率 ( $\mu_d^+, \mu_d^-$ ) と  $R_\mu$  との関係に注目して,  $R_\mu - \mu_d$  曲線の成り立ちを調べるとともに, 適当な  $R_\mu$  に対する復元力-変位履歴曲線ならびに時刻歴変位応答曲線を詳細に比較することにより,  $R_\mu - \mu_d^+$  曲線および  $R_\mu - \mu_d^-$  曲線の折れ曲がりの原因について検討した. また, 最小の  $R_\mu$  解を効率よく求める反復計算法を導き, 2・3 の適用例によりその妥当性を示した.

## 2. 解析方法

図-1 のような地震動を受ける非線形 1 自由度系の運動方程式は, 周知のように, 式(1)で表される.

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + Q(x) = -m\ddot{x}_g \quad (1)$$

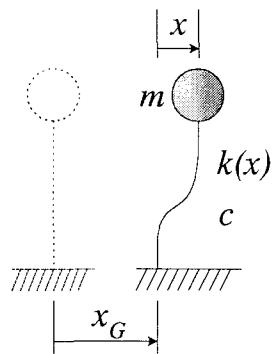


図-1 非線形 1 自由度系モデル

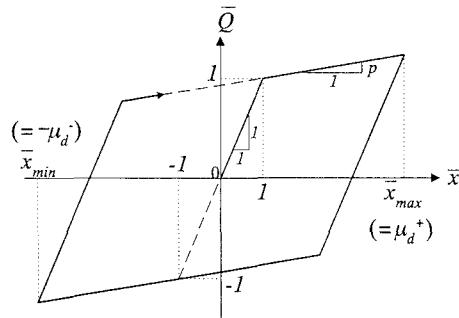


図-2 Bilinear 型復元力-変位履歴モデル

ここに、 $m$ ：質量、 $c$ ：粘性減衰係数、 $x$ ：相対変位、 $\dot{x}$ ：相対速度、 $\ddot{x}$ ：相対加速度、 $Q(x)$ ：非線形復元力、 $x_G$ ：地動変位、 $\ddot{x}_G$ ：地動加速度である。式(1)の両辺を降伏復元力  $Q_y (=k_0 x_y)$ 、 $k_0$ : 初期剛性、 $x_y$ : 降伏変位)で除して整理すると、式(2)のようになる。

$$\frac{1}{\omega_0^2} \ddot{x} + \frac{2h}{\omega_0} \dot{x} + \bar{Q}(\bar{x}) = -R_I \ddot{x}_G \quad (2)$$

ここに、 $\omega_0$ ：固有円振動数 ( $= 2\pi/T_0$ 、 $T_0$ : 固有周期)、  
 $h$ ：減衰定数、 $\bar{x} = \ddot{x}/x_y$ 、 $\dot{\bar{x}} = \dot{x}/x_y$ 、 $\bar{x} = x/x_y$ 、  
 $\bar{Q}(\bar{x}) = Q(x)/Q_y$ 、 $\ddot{x}_G = \ddot{x}_G/\ddot{x}_{Gmax}$ 、 $\ddot{x}_{Gmax}$ ：絶対最大地動加速度、また右辺の  $R_I$  は式(3)のように定義された入力強度比<sup>8,9)</sup>である。

$$R_I = \frac{m \ddot{x}_{Gmax}}{Q_y} \quad (3)$$

式(3)より明らかなように、入力強度比  $R_I$  は「降伏復元力  $Q_y$ 」に対する「構造物を剛体と仮定した場合の最大慣性力  $m \ddot{x}_{Gmax}$ 」の比を表している。

式(2)より、ある入力地震動に対する構造物の非線形応答は、構造物の固有周期( $T_0$ )、減衰定数( $h$ )、復元力-変位履歴特性ならびに入力強度比( $R_I$ )に支配されることがわかる。本研究では、構造物の非線形復元力履歴特性として、最も一般的な Bilinear モデル(図-2)を用いた。図中、復元力  $Q$ 、変位  $x$  は、それぞれ降伏復元力  $Q_y$ 、降伏変位  $x_y$  で正規化されている。また、 $p$  は弾塑性剛性比、 $\mu_d^+$  より  $\mu_d^-$  はそれぞれ正および負方向の最大塑性率である。したがって、系の最大塑性率  $\mu_d$  は式(4)のように表される。

$$\mu_d = \max \left\{ \mu_d^+, \mu_d^- \right\} \quad (4)$$

図-3(a)、(b)は、それぞれ入力地動加速度  $\ddot{x}_G$  として用いた El Centro NS 記録(1940 年)、JMA Kobe NS 記録(1995 年)である。図中、各加速度振幅はそれぞれの絶対最大値  $\ddot{x}_{Gmax}$  で

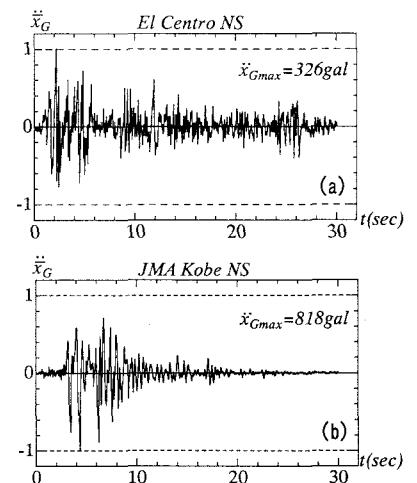


図-3 入力地動加速度波形

正規化されている。

本研究では、前出の図-3(a)、(b)のような入力地震動に対して、式(2)中の入力強度比  $R_I$  を微小増分で漸増させ、各  $R_I$  に対する Bilinear 型 1 自由度系の地震応答を増分形式の線形加速度法により算定した<sup>10)</sup>。なお、以下の解析においては、減衰定数  $h=0.05$  とした。

### 3. リダクションファクター $R_\mu$

図-4(a)は、構造物が線形応答(弹性応答)する場合と非線形応答(塑性応答)する場合の復元力-変位関係の骨格曲線を示したものである。図中、 $Q_{Lmax}$ 、 $x_{Lmax}$  は、それぞれ線形応答時の最大復元力、最大変位を、また  $Q_{max}$ 、 $x_{max}$  はそれぞれ非線形応答時の最大復元力、最大変位を表している。

リダクションファクター  $R_\mu$  は、「線形応答時の最大復元力( $Q_{Lmax}$ )」と「最大塑性率( $\mu_d$ )が目標変位じん性率( $\mu_d^*$ )と等しくなる時の降伏復元力( $Q_y$ )」との比と定義されている。すなわち、図-4(a)において  $\mu_d = \mu_d^*$  とすると、この場合の  $R_\mu$  は式(5)のように表される。

$$R_\mu = \frac{Q_{Lmax}}{Q_y} \quad (5)$$

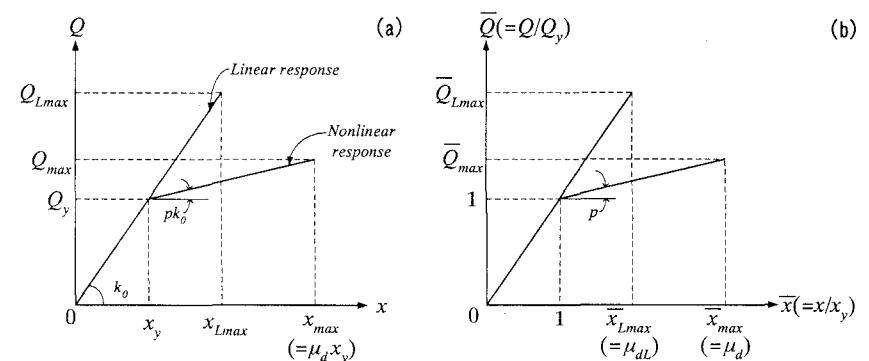


図-4 線形応答と非線形応答

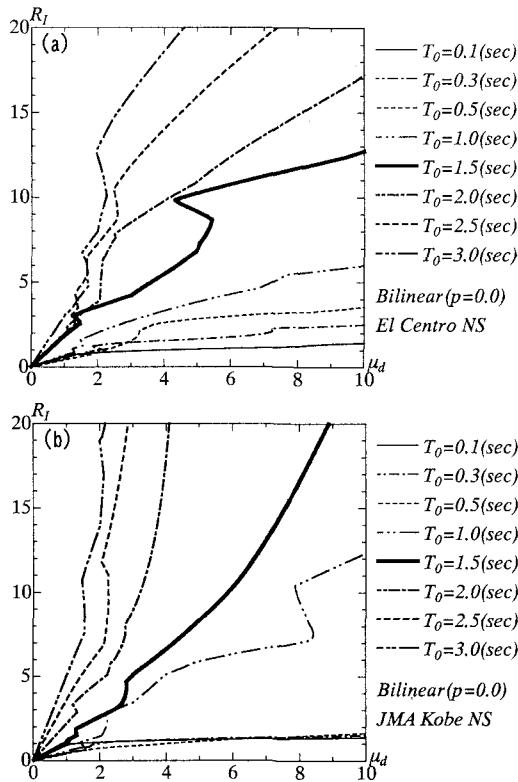


図-5 入力強度比( $R_I$ ) - 最大塑性率( $\mu_d$ )曲線

線形応答時の最大復元力( $Q_{Lmax}$ )を、系に弾性応答のみ許す場合の最小降伏復元力と考えると、リダクションファクター $R_\mu$ は、系に所定レベルの損傷( $\mu_d^*$ )を許すための、弾性時最小降伏復元力の低減係数と言える。また、これは弾性応答を考慮した降伏強度比<sup>11)</sup>の逆数でもある。

図-4(b)は、図-4(a)の関係をそれぞれ $Q_y$ ならびに $x_y$ で正規化したものである。図中、 $\mu_{dl} = x_{Lmax}/x_y$ である。この図では、線形応答が弾塑性剛性比 $p=1.0$ の非線形応答と位置付けられているのがわかる。この観点から、式(5)を変形すると式(6)が得られる。

$$R_\mu = \frac{Q_{Lmax}}{Q_y} = \frac{k_0 x_{Lmax}}{k_0 x_y} = \frac{x_{Lmax}}{x_y} = \mu_{dl} \quad (6)$$

すなわち、リダクションファクター $R_\mu$ は、 $p=1.0$ の場合の最大塑性率 $\mu_{dl}$ に他ならない。また、式(3)と式(6)より、リダクションファクター $R_\mu$ と前出の入力強度比 $R_I$ との間には式(7)のような関係があることがわかる。

$$R_\mu = r_a R_I \quad (7)$$

ここに、 $r_a$ は式(8)のような擬似加速度応答倍率(中辺)であり、また $p=1.0$ (線形)ならびに $R_I=1.0$ の時の最大塑性率 $\mu_{dl}$ (右辺)として比較的容易に求めることができる。

$$r_a = \frac{\omega_0^2 x_{Lmax}}{\ddot{x}_{Gmax}} = \mu_{dl,R_I=1.0} \quad (8)$$

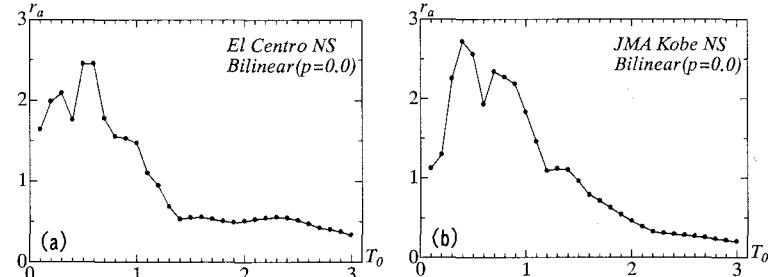


図-6  $R_I$  から  $R_\mu$  への変換係数  $r_a$

該当周期に対して  $r_a$  を求めておけば、式(7)を用いて容易に  $R_I$  を  $R_\mu$  に変換することができる。

#### 4. リダクションファクター $R_\mu$ と最大塑性率 $\mu_d$ の関係

図-5(a)および(b)は、それぞれ El Centro NS 記録および JMA Kobe NS 記録に対する入力強度比  $R_I$  と最大塑性率  $\mu_d$  との関係を示したものである。各線は図中に示す 8 通りの固有周期に対応しており、また弾塑性剛性比  $p=0.0$  (完全弾塑性型) である。なお、入力強度比  $R_I$  の増分  $\Delta R_I$  は 0.1 とした。

これらの図より、巨視的には、 $R_I$  の増大に伴い、最大塑性率  $\mu_d$  も大きくなっているが、細かく見ると、 $R_I$  の増大にも拘らず  $\mu_d$  が減少している部分があり、それらの近傍で  $R_I - \mu_d$  曲線がジグザグ形状を呈していることが分かる。例えば、同図(a) (El Centro NS 記録) における  $T_0 = 1.5(s)$  の場合、また同図(b) (JMA Kobe NS 記録) における  $T_0 = 1.0(s)$  の場合等にその傾向が顕著に見られる。

図-6(a), (b)は、 $R_I$  から  $R_\mu$  への変換係数  $r_a$  (式(8)) を示したものである。El Centro 記録の場合、 $T_0 = 0.6(s)$ 、また Kobe 記録の場合、 $T_0 = 0.4(s)$  近りに  $r_a$  のピークが見られる。図-5 の  $R_I - \mu_d$  関係を、図-6 の  $r_a$  を用いて、 $R_\mu - \mu_d$  関係に変換すると図-7 のようになる。図-7(a), (b)より、各  $R_\mu - \mu_d$  曲線は、元になる  $R_I - \mu_d$  曲線の y 座標を単に固有周期に応じて  $r_a$  倍(図-6 参照)したものであるため両者の曲線形状は同様であるが、 $0 \leq \mu_d \leq 1$  (線形) の範囲ではその固有周期  $T_0$  に拘らずすべて重なっており、また  $1 < \mu_d$  の範囲では、 $R_I - \mu_d$  曲線に比べて、固有周期により明確にいくつかのグループに分かれる傾向を示しているのがわかる。

ここで図-7において最も注目すべきことは、 $R_\mu - \mu_d$  曲線のジグザグ形状に起因して、目標とする最大塑性率( $\mu_d^*$ )によっては、複数のリダクションファクター $R_\mu$  の解が存在し得るということである。そのような場合の複数解の個数は、図-7 を始めいくつかの場合について照査した結果、ほとんどの場合 3 個以下であったが、まれにそれ以上の解が存在する場合も見られた。

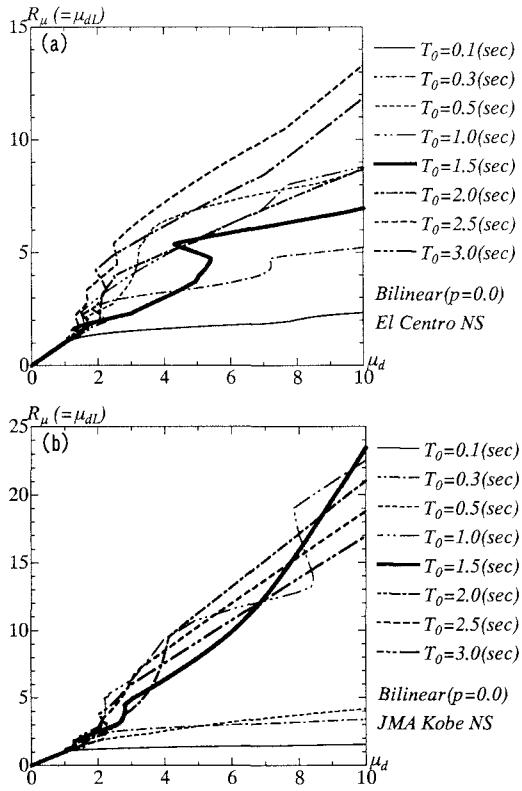


図-7  $R_\mu - \mu_d$  曲線

### 5. リダクションファクター $R_\mu$ の複数解の出現頻度と各範囲での最大誤差

図-8(a)は、前出の図-7(b)における  $T_0 = 1.0(s)$  の  $R_\mu - \mu_d$  曲線を再掲したものである。この曲線では、例えば、 $\mu_d = 1.5$  あるいは  $\mu_d = 8.0$  近傍でジグザグ形状となっているのがわかる。前述のように、これらの部分では、ある最大塑性率( $\mu_d$ )に対する  $R_\mu$  の解が複数個(2~3個)存在する。このような複数の  $R_\mu$  解を有する  $\mu_d$  の範囲を明確に把握するために、この曲線が  $\mu_d$  に対して重複する部分の  $\mu_d$  軸への投影範囲を、縦軸に固有周期  $T_0$  をとってプロットしたのが同図(b)である。複数の  $R_\mu$  解を有する  $\mu_d$  の範囲が明白となっている。このように、 $R_\mu$  の解が複数個存在する場合には、式(5)からも明らかなように、耐震設計上、安全側の評価として、最小の解( $R_{\mu min}$ )が採用されなければならない。図-8(c)は、複数の  $R_\mu$  解を有する各部分において、 $(R_{\mu max} - R_{\mu min})$  が最大となる場合の  $R_{\mu min} \sim R_{\mu max}$  の範囲を示したものであり、横軸は固有周期  $T_0$  である。この図(c)より、 $R_\mu$  の解として、 $R_{\mu min}$  でなく  $R_{\mu max}$  を誤用した場合の各重複部分における最大誤差が一目瞭然である。

このような「複数の  $R_\mu$  解を有する  $\mu_d$  の範囲」(図-8(b)参照)ならびに「その各範囲における  $(R_{\mu max} - R_{\mu min})$  が最大となる場合の  $R_{\mu min} \sim R_{\mu max}$  の範囲」(図-8(c)参照)を、各固有周期  $T_0$  ( $\Delta T_0 = 0.1(s)$ )に対してそれぞれプロットすると、図-9 のようになる。ここに、同図(a)は El Centro NS 記録に、また同図(b)は JMA Kobe NS 記録に対する

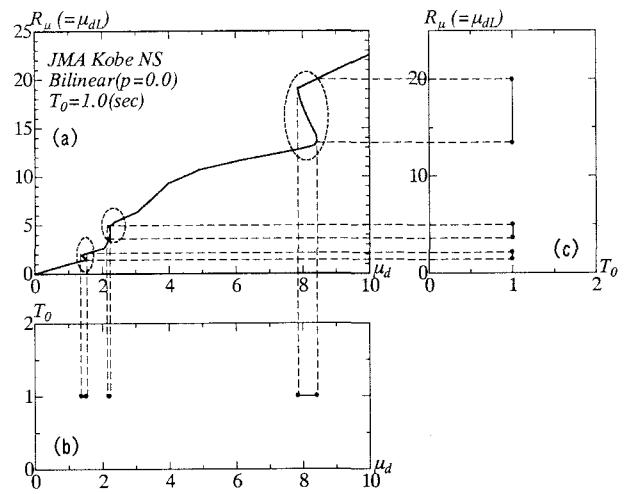


図-8 複数の  $R_\mu$  解を有する  $\mu_d$  の範囲とその最大誤差の求め方

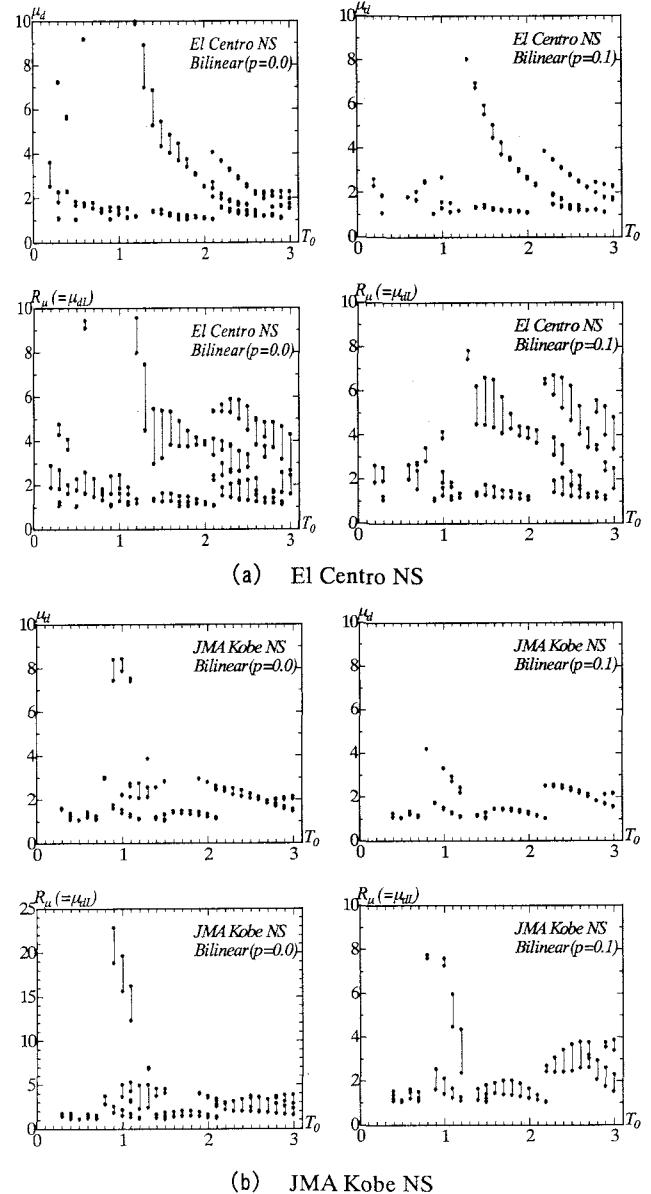


図-9 複数の  $R_\mu$  解を有する最大塑性率( $\mu_d$ )の範囲と各最大誤差( $\Delta T_0 = 0.1(s)$ )

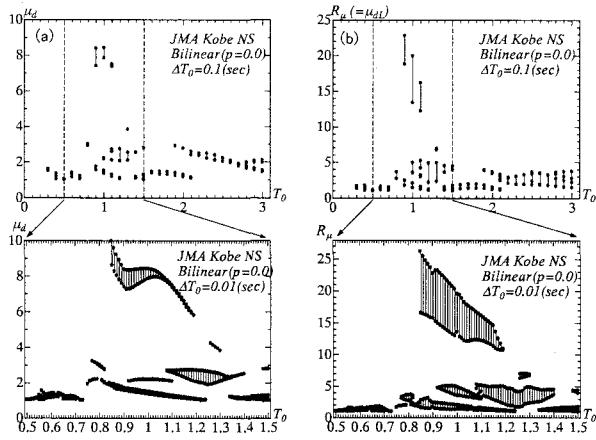


図-10 複数の  $R_\mu$  解を有する最大塑性率 ( $\mu_d$ ) の範囲と各最大誤差 ( $\Delta T_0 = 0.01(s)$ )

結果である。各図中、右側の図は弾塑性剛性比  $p=0.1$  の場合である。これらの図より、複数の  $R_\mu$  解を有する場合がかなりの頻度で存在し、また  $R_{\mu \max}$  と  $R_{\mu \min}$  の差がかなり大きい場合も多々あることがわかる。また  $R_{\mu \min}$  が小さい場合に、かなり小さな ( $R_{\mu \max} - R_{\mu \min}$ ) も見られるが、 $R_{\mu \min}$  に対する比で考えると誤差としては必ずしも小さくないと考えられる。ちなみに、図-9における ( $R_{\mu \min}/R_{\mu \max}$ ) の最小値は約 0.4 である。これは、リダクションファクターとして  $R_{\mu \max}$  を用いて求めた降伏復元力 ( $Q_y$ ) は、 $R_{\mu \min}$  を用いた場合の約 40% の大きさであることを意味しており、かなり危険側の評価となる。

図-10 は、図-9(b)における  $p=0.0$  の場合(左側の図)の  $0.5(s) \leq T_0 \leq 1.5(s)$  の範囲を、 $\Delta T_0 = 0.01(s)$  で細分し、詳しく調べたものである。この図より、複数の  $R_\mu$  解が存在する  $\mu_d$  の範囲ならびに各範囲での最大誤差 ( $R_{\mu \max} - R_{\mu \min}$ ) は固有周期  $T_0$  に対して比較的連続的に推移していることがわかる。

## 6. $R_\mu - \mu_d$ 曲線の形状に関する比較検討

リダクションファクター  $R_\mu$  と最大塑性率  $\mu_d$  とが必ずしも 1 対 1 に対応しない直接的な原因は、4 章でも述べたように、 $R_\mu - \mu_d$  曲線のジグザグ形状にある。本章では、このような  $R_\mu - \mu_d$  曲線の成立についての検討を行う。

任意の  $R_\mu$  に対する最大塑性率  $\mu_d$  は、前出の式(4)のように、正側の最大塑性率  $\mu_d^+$  と負側の最大塑性率  $\mu_d^-$  の大きい方として求められる。例えば前出の図-5(a)における  $T_0 = 1.5(s)$  の場合の  $\mu_d^+$ ,  $\mu_d^-$  ならびに  $\mu_d$  の関係を示すと図-11 のようである。図中、実線および破線はそれぞれ  $R_\mu - \mu_d^+$  曲線および  $R_\mu - \mu_d^-$  曲線を、またそれらの太線はともに  $R_\mu - \mu_d$  曲線を表している。この図より、 $R_\mu - \mu_d$  曲線のジグザグ形状は、 $R_\mu - \mu_d^+$  曲線あるいは  $R_\mu - \mu_d^-$  曲線のジグザグ形状ならびにそれらの交差に起因することが分かる。

各曲線の折れ曲がりの原因を探るために、主として明

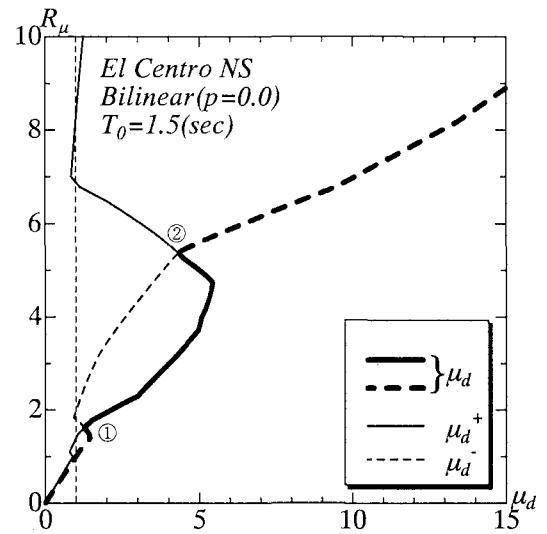


図-11 正側および負側の最大塑性率 ( $\mu_d^+$ ,  $\mu_d^-$ ) と系の最大塑性率 ( $\mu_d$ ) の関係

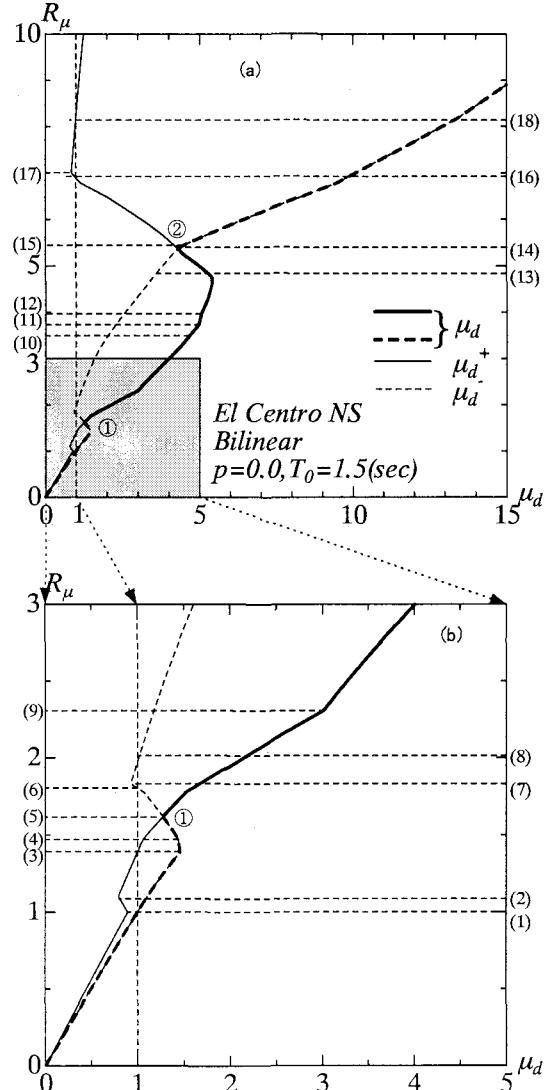


図-12 着目した 18 個の  $R_\mu$  ((1)~(18))

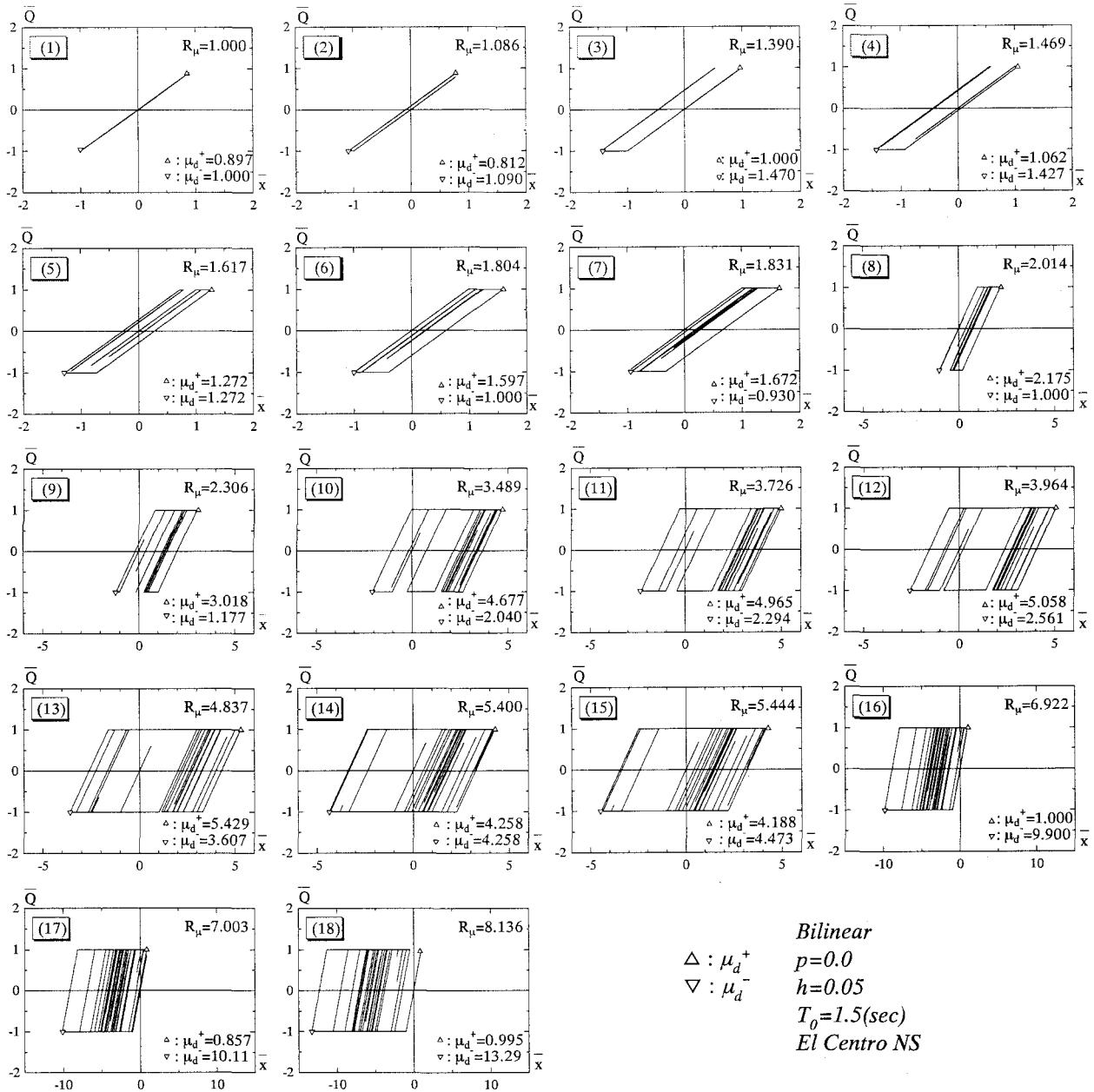


図-13 着目した  $R_\mu$  に対する復元力一変位履歴曲線 ((1)~(18))

確な折れ曲り点での  $R_\mu$  に着目し、それらに対応する「復元力一変位履歴曲線」ならびに「時刻歴変位応答曲線」の比較検討を行った。着目した 18 個の  $R_\mu$  は図-12 に示す通りである (No.(1)~(18))。なお、図-12(b) は図-12(a) の網掛け部分 ( $R_\mu \leq 3, \mu_d \leq 5$ ) の拡大図である。図-12 より、 $R_\mu \leq 10, \mu_d \leq 15$  の範囲では、 $R_\mu - \mu_d^+$  曲線と  $R_\mu - \mu_d^-$  曲線は、No.(5) (点①) と No.(14) (点②) の 2 点で交差しており、 $\mu_d^+$  と  $\mu_d^-$  の大小関係がその都度入れ代わっていることが分かる。これが  $R_\mu - \mu_d$  曲線の形状をより複雑にする要因の一つとなっている。図-12 の着目点 No.(1)~(18) に対応する復元力一変位履歴曲線ならびに時刻歴変位応答曲線は、それぞれ図-13 ならびに図-14 のようである。これらの図中の各番号 ((1)~(18)) はそれぞれ図-12 における No. (1)~(18) と対応している。

図-13 より  $R_\mu$  の増大に伴う塑性化の進展状況と復元力一変位履歴性状の推移を、また図-14 より  $\mu_d^+$ ,  $\mu_d^-$  ならびに初期降伏等の発生時刻の変遷を比較的明確に見ることができる。以下に、図-12, 図-13 および図-14 を相互に参照しながら、No.(1)~(18) の比較検討を行なう。 $R_\mu$  が最も小さい No.(1) は、系が初めて降伏点 (負側) に達した弾性限界状態 ( $\mu_d^- = 1.0 > \mu_d^+$ ) を表している。図-14 (1) よりわかるように、この場合は、 $\mu_d^-$  に続いて  $\mu_d^+$  が発生しており、 $R_\mu$  の増大に伴う  $\mu_d^-$  の増大の影響により  $\mu_d^+$  が減少している (図-13 (1), (2) 参照)。これが図-12 における  $R_\mu - \mu_d^+$  曲線の No.(1) での折れ曲りの原因である。 $R_\mu - \mu_d^+$  曲線は No.(2) で再び折れ曲り、その後、 $R_\mu$  の増大に伴い  $\mu_d^+$  が増加している。これは、前述のように、No.(1) 以降は  $R_\mu$  の増大に伴い  $\mu_d^-$  発生直後の正側

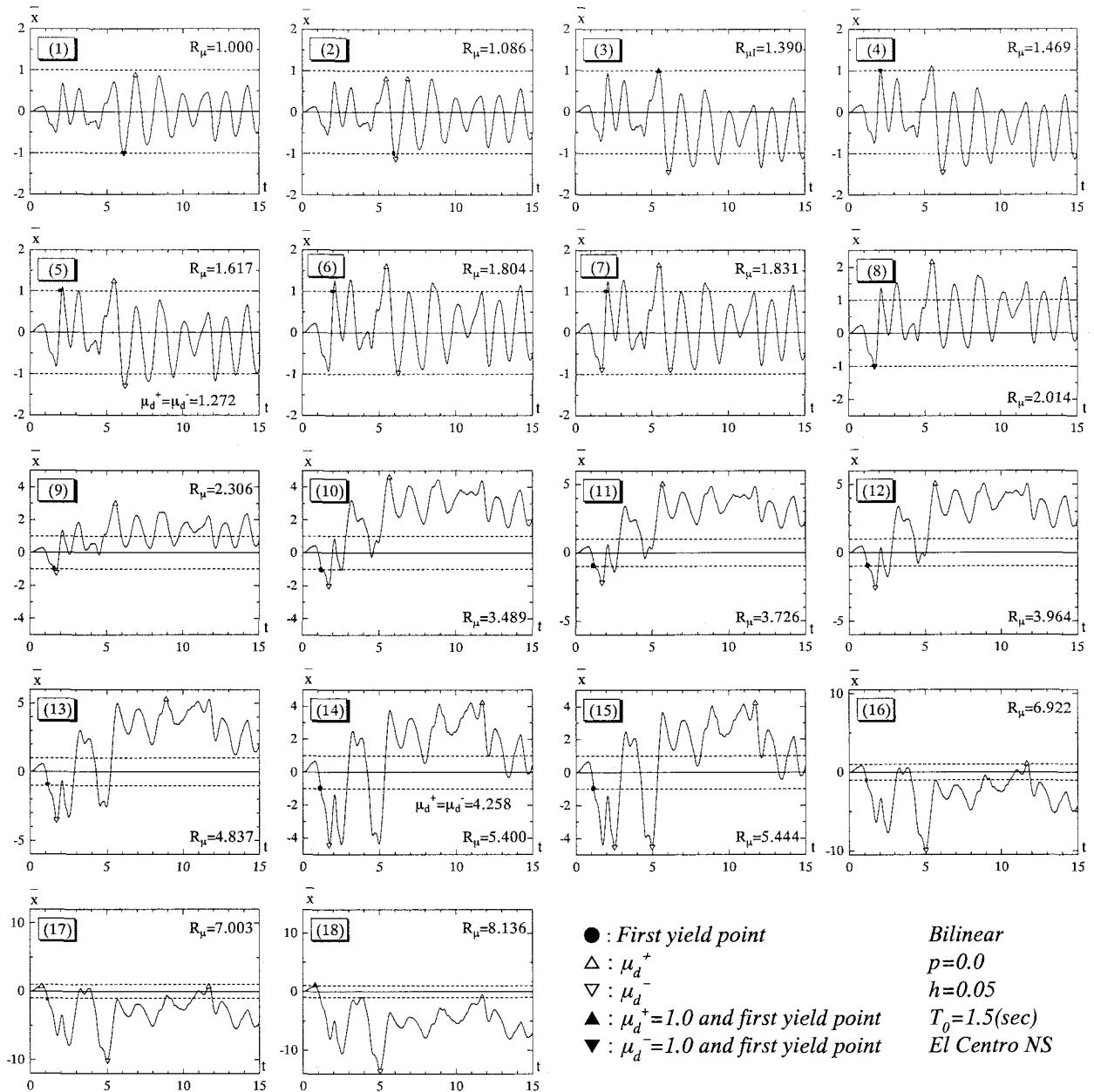


図-14 着目した  $R_\mu$  に対する時刻歴変位応答曲線 ((1)~(18))

振幅は減少するものの、初期降伏以前の系はまだ弾性であるため、 $\mu_d^-$ 発生直前の正側振幅は  $R_\mu$  に比例して増加し、No.(2)では  $\mu_d^-$  発生前後の正側振幅が等しくなり（図-14 (2)）、それを境として  $\mu_d^+$  の発生時期が  $\mu_d^-$  発生の直前にシフトするためである（図-14 (3)）。また図-12より、 $\mu_d^-$  が No.(3)において  $R_\mu$  の増大に対して減少に転じているのがわかる。これは、No.(3)で  $\mu_d^-$  の発生直前に  $\mu_d^+=1.0$  となり、その後、前述の No.1 の場合と同様に、正側の塑性変位増大の影響により  $\mu_d^-$  が減少するためである（図-13 (4)~(7)）。No.(4)において  $R_\mu - \mu_d^+$  曲線および  $R_\mu - \mu_d^-$  曲線の勾配（絶対値）がともにわずかずつ小さくなっているが、これは初期降伏（正側）の時期が早くなつたためであると思われる（図-14 (3)~(7) 参照）。また、No.(7)において  $R_\mu - \mu_d^-$  曲線が反転しているのは、

図-14 (7)以降、 $\mu_d^-$  が負側の最初の振幅で発生するためである。

No.(13)において  $R_\mu - \mu_d^+$  曲線が大きく反転しているが、これは、図-14 の No.(12)と No. (13)の比較より、負側の早期における塑性変形の進行により、 $\mu_d^+$  の発生時期が大きくずれたことが原因であると考えられる。また、No.(17)においても  $R_\mu - \mu_d^+$  曲線が折れ曲っているが、これは、図-14(16)~(18)の比較よりわかるように、No.(17)以降は最初の振幅が  $\mu_d^+$  となるためである。

以上、図-12 の  $R_\mu - \mu_d^+$  曲線ならびに  $R_\mu - \mu_d^-$  曲線の折れ曲りの原因について若干の考察を行ってきた。ここでは  $R_\mu > 10$  の結果は示していないが、試みに  $10 \leq R_\mu \leq 5000$  の範囲で各曲線を求めた結果、 $R_\mu$  が比較的小さい場合に若干の勾配の変化はあるものの、ともに大局的に

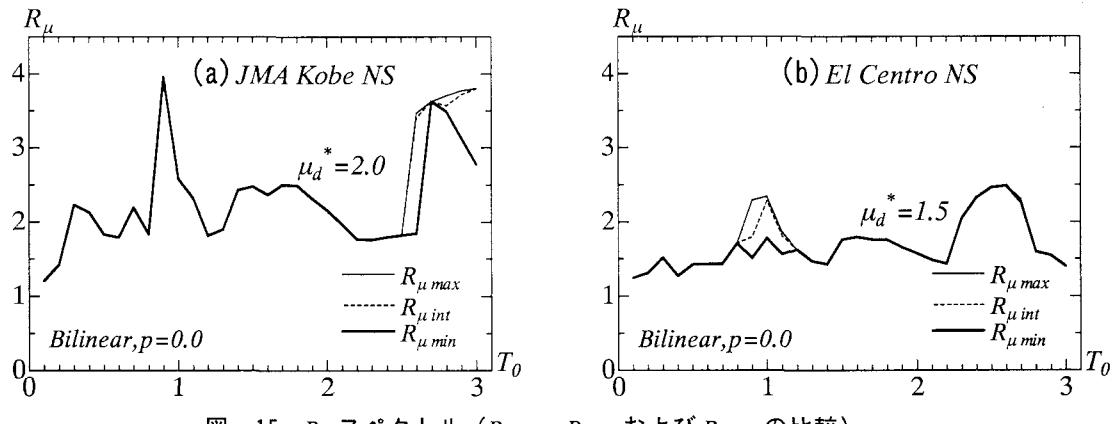


図-15  $R_\mu$  スペクトル ( $R_{\mu min}$ ,  $R_{\mu int}$  および  $R_{\mu max}$  の比較)

はほぼ直線的に漸増し、両曲線が再び交差することはなかった。

## 7. リダクションファクター $R_\mu$ の最小解の算定方法

### 7.1 リダクションファクタースペクトル

図-15(a), (b)は、それぞれ、JMA Kobe NS 記録に対する $\mu_d^*=2.0$ の場合の $R_\mu$ スペクトルおよび El Centro NS 記録に対する $\mu_d^*=1.5$ の場合の $R_\mu$ スペクトルを示したものである。固有周期の増分 $\Delta T_0$ が $0.1(s)$ と若干粗いが、複数の $R_\mu$ 解(この場合、最大3個)が存在する固有周期帯では複数の曲線が描かれており、各線は、図中に示すように、 $R_{\mu min}$ ,  $R_{\mu int}$ あるいは $R_{\mu max}$ をそれぞれ表している。目標とする変位じん性率(最大塑性率) $\mu_d^*$ に対するリダクションファクター $R_\mu$ の解が複数個存在する場合には、安全側の評価としてその最小値( $R_{\mu min}$ )のみが必要であるが、ここでは、参考としてそれ以外の解( $R_{\mu int}$ ,  $R_{\mu max}$ )も示している。

図-15(a), (b)におけるスペクトル値は、各 $T_0$ ごとに、まず $0 < R_\mu \leq 10$ の範囲( $\Delta R=0.01$ )のすべての $R_\mu$ に対して最大塑性率 $\mu_d$ を求め、それらの内 $\mu_d = \mu_d^*$ となる $R_\mu$ の値

を線形補間により抽出したものである。このような方法は、所定の $\mu_d$ に対するすべての $R_\mu$ 解を、設定された $\Delta R_\mu$ に応じた精度で確実に求めることができるが、多大な計算時間と労力を要し、効率の良い解法とは言えない。そこで本研究では、 $R_{\mu min}$ を比較的効率よく算定することができる反復計算法(以下、本法と呼ぶ)を導き、その妥当性に関する検討を行なった。

本法は、まず複数の $R_\mu$ 解のいずれか(第1次解)を割線法により求め、次いでその解を足掛りにして同様に割線法により所要解( $R_{\mu min}$ )を求める、という2段階の算定法である。以下に、その概要について述べる。

### 7.2 第1次解の算定法

図-16は、所定の最大塑性率 $\mu_d^*$ に対する $R_\mu$ 解の収束プロセスの例を示したものである。まず、直線 $R_\mu = \mu_d$ が、直線 $\mu_d = \mu_d^*$ と交わる点①の $R_\mu$ に対する $\mu_d$ (②)を求め、次に原点と点②を通る割線と直線 $\mu_d = \mu_d^*$ が交わる点③の $R_\mu$ に対する $\mu_d$ (④)を求める。この場合、 $\mu_d < \mu_d^*$ であるので、さらに同様の手順により点⑤を求める。その $R_\mu$ に対する $\mu_d$ (⑥)を求める。この時、 $\mu_d > \mu_d^*$ であるので、次に④と⑥を通る割線が直線 $\mu_d = \mu_d^*$ と交わる点⑦に対する

$\mu_d$ (⑧)を求める。以下、直線 $\mu_d = \mu_d^*$ を挟む左右の近似点が次第に近づくように同様の手順を繰り返すことにより、この例の場合は、C点に収束し、第1次解として $R_{\mu max}$ が得られることがわかる。一般に $R_\mu - \mu_d$ 曲線は同一でも、目標とする最大塑性率 $\mu_d^*$ が異なるれば、 $R_\mu$ の第1次解の種類も異なる。なお、図-16において中間値 $R_{\mu int}$ (B点)が第1次解として求まるのは、収束過程で割線が偶然に点Bを通過した場合のみである。

### 7.3 $R_{\mu min}$ の算定法

本法の第2ステップとして、7.2の方法により求まった $R_\mu$ の第1次解を足場に $R_{\mu min}$ (所要解)を算定する。図-17は、前出の図-16の場合(第1次解:  $R_{\mu max}$ )における

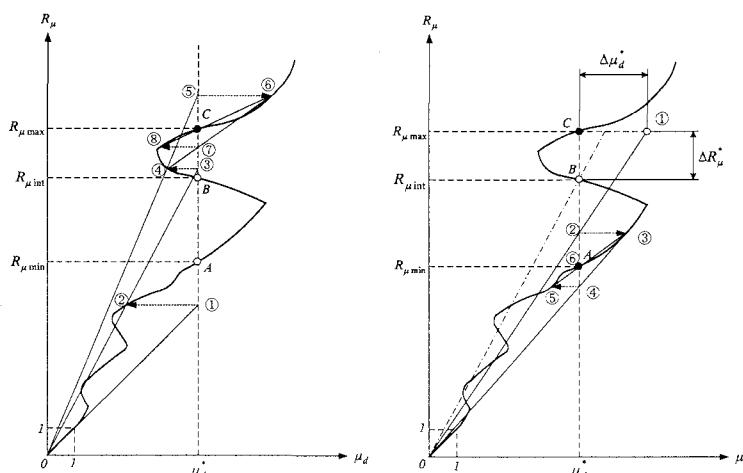


図-16 第1次解の算定手順 ( $R_{\mu max}$  に収束する場合)

図-17  $R_{\mu min}$  の算定手順 (第1次解が  $R_{\mu max}$  の場合)

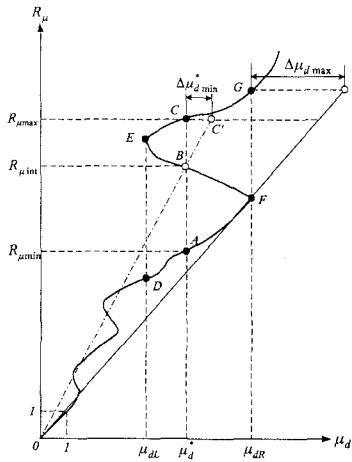


図-18  $\Delta\mu_d^*$  と  $\Delta\mu_{d \max}$  の定義

$R_{\mu \min}$  の算定法を示したものである。まず、第1次解 ( $R_{\mu \max}$ )の収束点Cを  $\Delta\mu_d^*$ だけ右へ平行移動した点①と原点を結ぶ割線と直線  $\mu_d = \mu_d^*$  とが交わる点②を求める。次に、点②の  $R_\mu$ に対する  $\mu_d$ (③)を求め、点③と原点を結ぶ割線が直線  $\mu_d = \mu_d^*$  と交わる点④の  $R_\mu$ に対する  $\mu_d$ (⑤)を求める。点⑤の場合、 $\mu_d < \mu_d^*$  であるので、次に点③と点⑤を結ぶ割線が直線  $\mu_d = \mu_d^*$  と交わる点を⑥として、以下、同様な操作を繰り返すことにより、A点( $R_{\mu \min}$ )に収束することがわかる。

なお、第1次解として、仮に  $R_{\mu \min}$  が求まっている場合でも、その時点では、正解(所要解)であるという判断ができないため、本ステップを必ず実施する必要がある。また、この方法を用いる場合は、 $\Delta\mu_d^*$ を適切に与える必要があるが、これに関しては次節で述べる。

#### 7.4 $\Delta\mu_d^*$ の設定法

前節で述べたように、本法を用いる際には、 $\Delta\mu_d^*$ を適切に設定する必要がある。図-18は、 $\mu_d^*$ に対する第1次

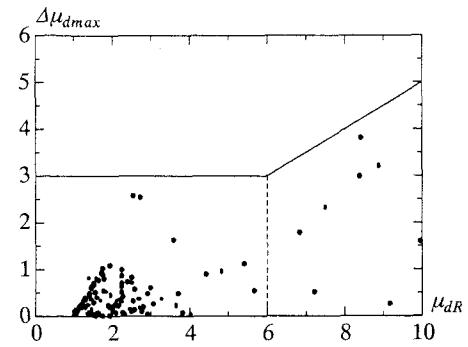


図-19  $\Delta\mu_{d \max} - \mu_{dR}$  関係

解として  $R_{\mu \max}$ (C点)が求まった場合に、それを足掛かりとして所要解  $R_{\mu \min}$ (A点)を求めるための最小移動量  $\Delta\mu_d^*_{\min}$  と、 $\mu_{dL} \leq \mu_d^* \leq \mu_{dR}$  の範囲におけるその最大値  $\Delta\mu_{d \max}$  を模式的に示したものである。ここでは、B点は  $R_{\mu \min}$  に対応する点として表されているが、解の個数が3個以上ある場合もあることを考慮すると、一般的には、 $R_{\mu \min}$  に最も近い他の解に対応する点と考えるべきである。

図-19は、2種類の地震動記録(El Centro NS, JMA Kobe NS)に対する  $\Delta\mu_{d \max}$  と  $\mu_{dR}$  の関係をプロットしたものである。なお、弾塑性剛性比  $p=0.0$ 、減衰定数  $h=0.05$ とした。この図より、各  $\mu_{dR}$ に対する  $\Delta\mu_{d \max}$ の上限を図中の実線(式(9a), (9b))のように設定した。

$$\Delta\mu_{d \max} = 3 \quad (0 \leq \mu_{dR} \leq 6) \quad (9a)$$

$$\Delta\mu_{d \max} = 0.5\mu_{dR} \quad (6 < \mu_{dR}) \quad (9b)$$

$\Delta\mu_{d \max}$  の評価式として式(9a), (9b)を用いた場合、 $\mu_{dR} = \mu_d^*$  の時の  $\Delta\mu_{d \max}$  と、 $\mu_d^*$ に対する  $\Delta\mu_{d \min}^*$ との大小関係は、図-18および図-19より常に  $\Delta\mu_{d \min}^* < \Delta\mu_{d \max}$ となることがわかる。したがって、ここでは、 $R_{\mu \min}$ 算定の第2ステップで必要な水平移動量  $\Delta\mu_d^*$ の安全側の算定式として式(10a)および式(10b)を用いることとした。

$$\Delta\mu_d^* = 3 \quad (0 \leq \mu_d^* \leq 6) \quad (10a)$$

$$\Delta\mu_d^* = 0.5\mu_d^* \quad (6 < \mu_d^*) \quad (10b)$$

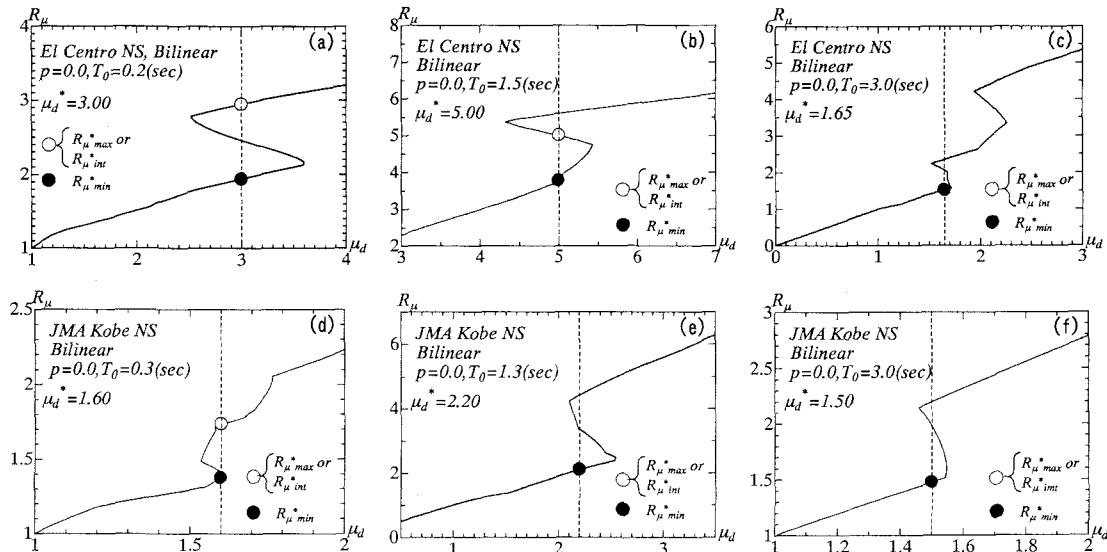


図-20 本法の適用例 ( $R_\mu - \mu_d$  曲線)

表-1 本法の適用例（反復回数等）

入力地震動記録	EI Centro NS			JMA Kobe NS		
	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
固有周期 $T_0(s)$	0.2	1.5	3.0	0.3	1.3	3.0
目標最大塑性率 $\mu_d^*$	3.00	5.00	1.65	1.60	2.20	1.50
(1) $R_{\mu \max}$	2.948	—	—	1.736	—	—
第1次解 (2) $R_{\mu \text{int}}$	—	4.999	—	—	—	—
(3) $R_{\mu \min}$	—	—	1.522	—	2.102	1.476
所要解 $R_{\mu \min}$	1.939	3.779	1.522	1.376	2.102	1.476
反復回数(第1次解)	3	1	4	7	2	2
反復回数(所要解)	110	265	174	72	104	294
総反復回数	113	266	178	79	106	296

## 7.5 適用例

本法の適用例を前頁の図-20(a)～(f)に示す。図中の白丸(○)は第1次解を、また黒丸(●)は所要解( $R_{\mu \min}$ )を表している。図中に白丸が無いものは、第1次解として $R_{\mu \min}$ が算定されたことを示している。また、表-1は図-20の(a)～(f)における各解の具体的な値ならびに収束に要した反復回数等を示したものである。本例では、 $\mu_d^*$ に対する近似解の絶対相対誤差が  $0.5 \times 10^{-3}$  以下になった場合に収束したと判定した。この表より、反復回数は JMA Kobe NS 記録に対する固有周期  $T_0 = 3.0 \text{ (s)}$  の場合が最も多いが、それでも 300 回弱であり、本法が比較的効率の良い方法であることがわかる。

## 8. おわりに

本研究では、目標とする最大塑性率  $\mu_d$  に対するリダクションファクター  $R_\mu$  の解が複数個存在する原因について比較検討するとともに、耐震設計において必要な最小のリダクションファクターを比較的効率よく算定する手法を提案した。

以下に、得られた主な知見を列挙する。

- 1) 複数のリダクションファクターの解が存在する直接的な理由は、 $R_\mu - \mu_d$  曲線がジグザグ形状を呈するためである。
- 2) 正側の最大塑性率  $\mu_d^+$  と負側の最大塑性率  $\mu_d^-$  の大きい方が、系の最大塑性率  $\mu_d$  となるため、 $R_\mu - \mu_d^+$  曲線と  $R_\mu - \mu_d^-$  曲線との交点では必ず  $R_\mu - \mu_d$  曲線が折れ曲がり、その近傍では  $R_\mu$  の複数解が存在する場合が多い。
- 3)  $R_\mu - \mu_d^+$  曲線と  $R_\mu - \mu_d^-$  曲線の折れ曲がりは、主に、 $R_\mu$  の変化に伴う系の初期降伏あるいは各方向における最大変位等の発生時刻の変化に起因している。
- 4) 複数のリダクションファクターの解を有する最大塑性率の出現頻度は比較的高く、また本例における「解の最小値(所要解)と最大値との比」の最小値は約 0.4 であった。
- 5) ここで提案された最小のリダクションファクターの算定法は、比較的効率のよい実用的な手法である。

今後、第2ステップにおける水平移動量( $\Delta \mu_d^*$ )のより合理的な設定法、既存の反復計算法との比較、剛性劣化型復元力特性を有する構造物への適用、ならびに、より一般的な損傷度指標を対象とした場合への拡張、等に関する検討を行う予定である。

## 謝辞

徳島大学工学部建設工学科4年の風早建吾君には、図面の作成等で大変お世話になりました。ここに、記して謝意を表します。

## 参考文献

- 1) 社団法人 日本道路協会：道路橋示方書・同解説 V 耐震設計編、2002.
- 2) 山本浩一、田村敬一、中尾吉宏、平沢高史：等価固有周期によるリダクションファクタースペクトル、第3回地震時保有水平耐力法に基づく橋梁の耐震設計に関するシンポジウム講演論文集、pp.49-52、1999.
- 3) 山本浩一、本田利器、田村敬一、中尾吉宏：リダクションファクターによる弾塑性系の応答評価、第10回日本地震工学シンポジウム論文集、pp.2335-2340、1998.
- 4) Miranda,E. and Bertero, V.V. : Evaluation of strength reduction factors for earthquake-resistant design, earthquake spectra, pp.357-379, Vol.10, No.2, 1994.
- 5) 渡邊学歩、川島一彦：荷重低減係数の特性に関する一検討、第3回地震時保有水平耐力法に基づく橋梁の耐震設計に関するシンポジウム講演論文集、pp.53-60、1999.
- 6) 平沢高史、田村敬一、中尾吉宏：地震動の位相特性が1質点系弾塑性系応答値に及ぼす影響について、第3回地震時保有水平耐力法に基づく橋梁の耐震設計に関するシンポジウム講演論文集、pp.95-98、1999.
- 7) Veletos, A. S., and N. M. Newmark: Deformation spectra for elastic and elastoplastic systems subjected to ground shock and earthquake motions , Proc. 3WCEE, New Zealand, Vol. II, pp.663-680, 1965.
- 8) 成行義文、平尾潔、大岸独歩：地震動入力をうける1自由度系の変位じん性率および履歴吸収エネルギーの一推定法、構造工学論文集、Vol.36A, pp.779-790, 1990.
- 9) 成行義文、平尾潔、榎原伸子：強震下における劣化型履歴1自由度系の変位ならびにエネルギーじん性率の一推定法、構造工学論文集、Vol.39A, pp.615-628, 1993.
- 10) 成行義文、平尾潔、新川和之、竹園雅樹：Multi-linear型1自由度系の地震応答解析における剛性変化時刻の一算定法、応用力学論文集、Vol.4, pp.503-514, 2001.
- 11) 平尾 潔、澤田 勉、成行義文：地震応答解析に用いる降伏強度比の定義とその互換性について、土木学会論文集、No.465/I-23, pp.159-162, 1993.

(2003年9月12日受付)