

橋梁形式の力学的相関性と構造デザイン

Mechanical relativity of bridge types for structural design

久保田善明*, 岸本貴博**, 中村良夫***

Yoshiaki KUBOTA, Takahiro KISHIMOTO, Yoshio NAKAMURA

* (株) オリエンタルコンサルタンツ (〒213-0011 川崎市高津区久本 3-5-7)

** 工修, 三井共同建設コンサルタント (株) (〒169-0075 東京都新宿区高田馬場 1-4-15)

*** 工博, 東京工業大学名誉教授 (〒161-0034 東京都新宿区上落合 2-6-18)

Generally, bridge types are decided in overall consideration of bridge scale, site conditions, costs, construction method, aesthetics & landscape, maintenance and so forth. However, they are regarded as being divided originally, as a word of "the Types" such as a truss, an arch, a suspension, a deck bridge, a through bridge and so forth. But there is a common purpose of "spanning" for all bridges. So they would not be able to exist to be independent of mechanical relativity. Observing actual mechanical behavior of structures, it is possible to recognize clearly that there is a continuous relativity among bridge types. The purpose of this study is to obtain essential and flexible understanding of bridge forms and structures by integrated methods and figures.

Key Words: bridge types, mechanical relativity, structural design, structural system

キーワード: 構造形式, 力学的相関性, 構造デザイン, 構造システム

1. はじめに

橋梁の形式は、一般的に橋の規模や現地の条件、経済性、施工性、景観、維持管理などを総合的に勘案して決定される。しかし、「形式」という呼び名が表しているように、それらは桁橋、トラス、アーチ、吊橋、…、上路橋、下路橋…などと、あらかじめ区分されたものであるかのように扱われている。

しかし、橋には「スパンを渡る」という共通の目的が存在し、それに対して橋梁形式は互いに力学的に無関係で不連続に存在しているわけではないことも一方で事実である。設計上の仮定や名称の定義はさておき、現実にある構造物としての挙動を見た場合、各橋梁形式の間には、明らかに連続した関係性が読み取れる。これは別段新しい発見ではなく、経験を積んだ橋梁技術者の間では当然認識されてきたことである。しかし、「形式」を学ぶことから出発する従来の橋梁工学が、時には橋のかたちと構造の理解から自由と柔軟さを奪ってきたこともまた事実であるようにも思われる。

本論は、今まで個別に扱われ、呼び慣わされてきた「橋梁形式」というものを、それらの力学的相関性を整理することにより新しく捉えなおすことに主眼を置いている。

そして、それらを統一的に表示することで、橋のかたちと構造に対する本質的かつ柔軟な理解を得るために有効な視点を提示することを目的とする。

2. 橋梁の構造システム

2.1 構造システム

構造システムとは、荷重を受ける構造体がそのかたちまたは機能を保持するために有している荷重抵抗系のことである。逆に言えば、かたちあるものは全て何らかの構造システムによって支えられている。つまり、あるかたちが現実に存在するということは、そこに力の伝達経路と材料強度がうまくバランスした構造システムが存在するということであり、かたちを創造する上での空想と現実とは本質的にその点でのみ異なっている。

例として、テンセグリティと呼ばれる構造を図1に示す。この構造は、複数個の棒状の部材を互いに接触しないように保ちながら、その端部同士を連続した1本のワイヤでつないだものであり、一見不安定なかたちにも見えるが、実際には棒部材の圧縮力とワイヤの引張力とがうまく釣合い、局所的な力を全体に分散させることによって、各種外力に対しても自己安定化するように考案

された、きわめて巧妙かつ合理的な構造である。これも力の伝達経路と材料強度がうまくバランスした現実の構造システムの上に成り立っているかたちである。

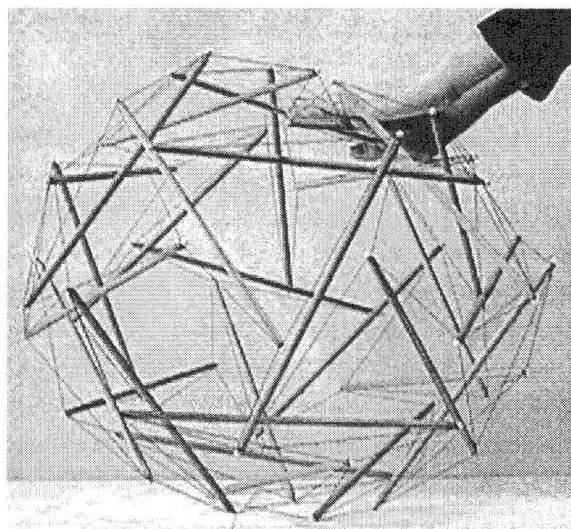


図1 テンセグリティ構造

ところで、橋梁には、死荷重や活荷重のほか、風荷重、地震荷重、施工時荷重など、様々な種類の荷重が作用する。これらの荷重に対してそれぞれに抵抗できる構造システムがなければ、橋梁として建設することが不可能であるか、または、供用期間中に思わぬ不具合を呈することとなり、最悪の場合、構造体の崩壊を招き、取り返しのつかない大事故にもつながる。橋梁のように、規模が大きく、また、建設に多大な労力と費用を要する構造物においては、構造システム自体に相当の合理性がなければ、著しく不経済なものとなったり、非常に煩雑で危険な施工を要したりする。さらに、ただ使用性や耐久性、経済性、施工性を満たすというだけでなく、構造システムそのものが、単体としてのデザインにも優れ、周囲の景観や環境とも調和している必要がある。

本論では特に、スパンを渡ることを目的とした構造システムに着目する。スパンを渡るための構造システムは、橋梁に要求される最も基本的で代表的な荷重抵抗システムであり、橋梁の形態を決定づける最大の要因ともなる構造システムである。これ以外の構造システムは、ほとんどが近代以降、より合理的な橋梁構造の研究の中で発展してきたものであるが、スパンを渡るための構造システムは橋梁の歴史とともにあり、力学の発見される遙か以前より、現代でも主要な構造形式のいくつかはほぼ経験的に発見され、利用されてきた。例えば、倒木を渡しただけの原始的な橋、蔦を利用した吊橋、石造りのアーチ橋などは、現代においても橋梁の基本的な構造形式である桁橋、吊橋、アーチ橋そのものであり、現代の進歩した橋梁技術の目で見ても、それらは本質的に合理的な構造システムであったことが理解される。

2.2 材料効率

一般的に橋梁部材に作用する力は、①曲げモーメント、②せん断力、③軸力、④ねじりモーメントに大別されるが、④ねじりモーメントは橋梁形式を決定づける主要な要因となることは稀なため、本論ではこれを除外して考える。

あるスパンに橋梁を架ける場合、橋梁の形態には様々な可能性が考えられるが、基本的にそれらは曲げに抵抗する部材を中心とした構造システム（曲げ抵抗系）と、軸力に抵抗する部材を中心とした構造システム（軸力抵抗系）、およびその中間的な性質の構造システムで構成される。曲げ抵抗系は曲げモーメントとせん断力を同時に伝達し、軸力抵抗系は圧縮力または引張力を主に伝達する。

曲げ抵抗系の代表的な橋梁形式は桁橋であり、軸力抵抗系の代表的な橋梁形式はアーチ橋、吊橋、トラス橋である。上記4種類の形式以外にも、一般的に「橋梁形式」と呼ばれているものは多数存在するが、ここで上記の4種類を特に代表として挙げたのは、他の形式に比べて、これら4種類の橋梁形式に、力学性状の明確な独自性を見出すことができるからである。つまり、他の形式は、これら4種類の橋梁形式の応用や組み合わせにより導かれるものであり、そのことについては本論3章において詳述する。

ところで、これら4種類の橋梁形式は、図2に示すように、力学的に連続した関係性があり、それゆえに互換性も有している。つまり、曲げ抵抗系に作用する曲げモーメントとせん断力は、その構造システムが軸力抵抗系に近づく（図では右から左に近づく）に従って、徐々に軸力に変換されてゆく。当然、その逆も可能である。ただし、ここではアーチと吊橋の特性を明確化するため、両者とも理想的な幾何形状（放物線）における理想的な荷重状態（等分布荷重）の場合を想定していることを断っておく。つまり、現実の橋梁には集中荷重や偏載荷重なども作用し、形状も常に理想的な放物線をなしているとは限らないため、原理的に純粋なアーチ橋や吊橋は存在せず、実際にはアーチリブに曲げ剛性を与えたり、吊橋に補剛桁を設けたりしているが、3章の議論に導くため、ここでは原理的に純粋な構造システムとして扱った。

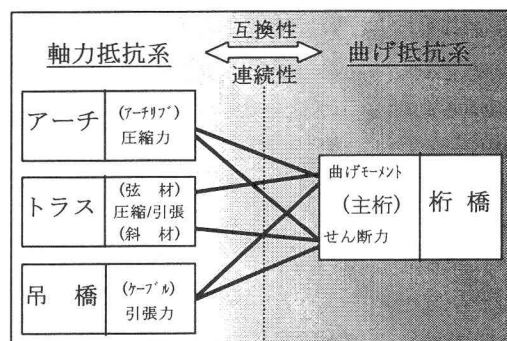
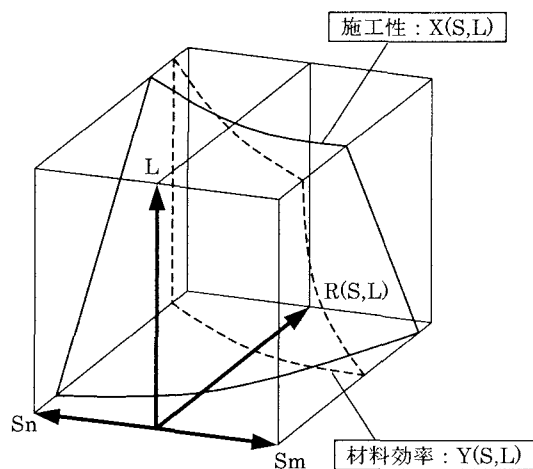


図2 軸力抵抗系と曲げ抵抗系の互換性と連続性

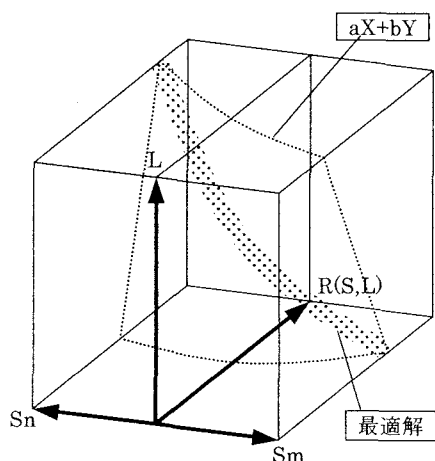
ところで、軸力部材は断面内にほぼ一定の応力が作用するのに対して、曲げ部材は中立軸からの距離にしたがって発生応力が変化する。そのため、一般的には軸力部材の方が材料を有効に利用できることが多く、材料パフォーマンスに優れている。そのため、橋梁の規模が大きくなり作用断面力が増すにしたがって、トラス橋、アーチ橋、吊橋など、軸力抵抗系の橋梁形式を採用し、材料効率を高めて死荷重の軽減を図ることがなされている。

2.3 施工性と経済性

材料効率の観点から見れば、どのような橋でも、すべてを軸力部材で構成すれば最も効率のよい構造が実現されることになる。しかし、すべてを軸力部材にすると、一般に部材数が増加するため、工数が増して不経済となる



(a) 施工性および材料効率



(b) 施工性と材料効率の最適解

ここに、Sm 軸：曲げ抵抗系
Sn 軸：軸力抵抗系
L 軸：スパン
R 軸：合理性の程度
a, b：重み係数

図3 橋梁のスパンと形式の最適解

場合もある。また、部材自体も細くなるため、特に小規模な橋では施工的な困難さが増加する。したがって、現実には施工性および経済性を含めた最適解が選ばれる。比較的規模の小さな橋では、桁橋など施工性に富む曲げ抵抗系の橋梁形式とすることが多い。

図3に、橋梁のスパンと形式（曲げ抵抗系 or 軸力抵抗系）の最適解の関係を模式的に示す。

これは、スパンに応じて最適な橋梁形式が曲げ抵抗系なのか軸力抵抗系なのかを定性的に表現した図である。つまり、橋梁形式としての合理性または最適解を「施工性を表す曲面 X」と「材料効率を表す曲面 Y」の2つの曲面をもとに考えるものであり、それぞれの曲面には以下の特徴がある。

(1) 施工性の曲面：X

スパンの短い橋梁では、軸力抵抗系よりも曲げ抵抗系の方が施工の合理性が高いが、スパンの長い橋梁では軸力抵抗系の施工性が改善されて合理的となる反面、曲げ抵抗系は重量が増加し、部材も大きくなるため施工の合理性は低下する。

(2) 材料効率の曲面：Y

スパンの長短に関わらず、軸力抵抗系の材料効率は常に高い合理性を保っている反面、曲げ抵抗系ではスパンが長くなるほど重量が増加し、材料効率が低下する。

(3) 施工性と材料効率を同時に考慮した曲面

「施工性の曲面」と「材料効率の曲面」に、それぞれ重み係数を考慮して足し合わせた曲面。重み係数の値によって異なるが、全体的な傾向として、スパンの長い橋梁では軸力抵抗系、スパンの短い橋梁では曲げ抵抗系の合理性が高くなっている。網掛けのラインは、スパン L における合理性 R の最大値を結んだラインであり、施工性と材料効率を考慮した最適解は、このライン上に存在する。

3. 橋梁形式の力学的相関性

3.1 橋梁形式の力学的相関性

本来、橋梁形式というのは、外観的な特徴からではなく、解析上の仮定や設計方法によって定義されている。しかし、計算機の発達した今日、異なる橋梁形式でも解析的には同じように扱われる場合もあり、橋梁形式としての明確な区分は以前のような意味を失いつつある。つまり、「スパンを渡る」という共通の目的に対して従来与えられていた「形式」という選択肢が、計算機の発達により、自在にかたちを変え得る一つの統合された認識へと変化してきているとも言える。

このように、橋梁の各形式は互いに力学的に無関係に存在しているわけではなく、連続した関係性を有している。ここではそれを「力学的相関性」と呼ぶ。

橋梁形式の力学的相関性は、図2にも示した通り、部材に作用する断面力の種類と大きさが重要なファクター

となっている。そこで、本論では、部材に作用する断面力の種類と大きさに着目しながら、それをひずみエネルギーによって表示する方法と、部材の剛比によって表示する方法について考察した。以下に、それら2種類の力学的相関性の統一的な表示方法について述べる。

3.2 ひずみエネルギーに着目した表示方法

部材内部に生じる断面力の種類と、それらによって生じるひずみエネルギーの程度により、橋梁形式の相関性を表示することを考える。

ある構造体に外力が作用するとき、外力が構造体に対してなす仕事 W は、構造体内部に蓄えられるひずみエネルギー U に等しい。

$$W = U \quad (1)$$

一方、構造体内部に蓄えられるひずみエネルギー U は、一般的に次式で与えられる。

$$U = U_M + U_N \\ = \sum_{i=1}^n \left(\int \frac{M_i^2}{E_i I_i} dx \right) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{N_i^2 l_i}{2 E_i A_i} \right) \quad (2)$$

ここに、 U_M は曲げによるひずみエネルギー、 U_N は軸力によるひずみエネルギーである。また、部材数 n で構成される構造体における部材 i において、部材長 l_i 、断面積 A_i 、断面二次モーメント I_i 、弾性係数 E_i 、作用曲げモーメント M_i 、作用軸力 N_i であるとする。ただし、各部材のせん断変形は微小であり、せん断によるひずみエネルギーは無視できるものとしている。

U_N は、さらに圧縮力によるひずみエネルギー U_{NC} と引張力によるひずみエネルギー U_{NT} に分解される。

$$U_N = U_{NC} + U_{NT} \\ = \sum_{i=1}^n \left(\frac{N_{Ci}^2 l_i}{2 E_i A_i} \right) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{N_{Ti}^2 l_i}{2 E_i A_i} \right) \quad (3)$$

ここに、 m は引張部材数、 N_{Ci} は圧縮力、 N_{Ti} は引張力である。

よって、式(2)は、

$$U = U_M + U_{NC} + U_{NT} \\ \frac{U_M}{U} + \frac{U_{NC}}{U} + \frac{U_{NT}}{U} = 1 \quad (4)$$

となるが、ここで、

$$\left. \begin{aligned} x &= \sqrt{\frac{U_{NC}}{U}} \\ y &= \sqrt{\frac{U_{NT}}{U}} \\ z &= \sqrt{\frac{U_M}{U}} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

とおくと、式(4)は、

$$\left(\sqrt{\frac{U_{NC}}{U}} \right)^2 + \left(\sqrt{\frac{U_{NT}}{U}} \right)^2 + \left(\sqrt{\frac{U_M}{U}} \right)^2 = 1 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 1 \quad (6)$$

となり、これは半径1の球面 ($x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$) を表している。式(5)は、構造体内部にひずみエネルギーを生じさせる要因となる断面力が圧縮力によるものは x 軸方向に、引張力によるものは y 軸方向に、曲げモーメントによるものは z 軸方向に座標値が与えられることを示している。

したがって、 n 個の部材で構成される橋梁は、各部材のひずみエネルギーを断面力の種類ごとに計算することによって、この球面上に固有の座標を与えることが可能となる(図4)。ただし、考慮する荷重によって当然ひずみエネルギーは変化するため、死荷重のみを考慮するか、単位等分布荷重とするなど、座標値の算出にあたっては荷重条件を統一しておく必要がある。

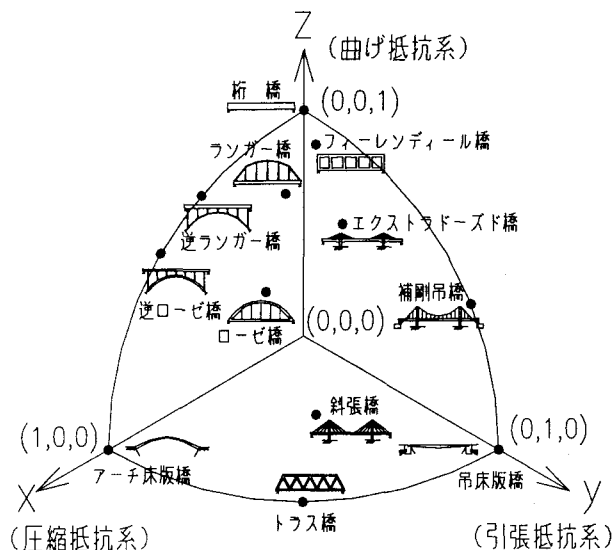


図4 ひずみエネルギーに着目した表示方法

3.3 部材の剛比に着目した表示方法

橋梁形式の連続性を、部材の配置や剛比の連続性にとらえ、それらの程度によって、より桁橋に近いかトラス橋に近いか、あるいはアーチ橋に近いか吊り橋に近いかといった相対的な位置を与えることを考える。

下路アーチ橋を例にとると、アーチ橋は、補剛桁とアーチリブの曲げ剛性の比率により、ランガー橋、ローゼ橋、タイドアーチ橋などに分類される。図5を用いて説明すると、これらは図中の「桁の曲げ剛比」を表す円弧上にプロットされる。

「桁の曲げ剛比」とは、スパン中央において、構造全体系として抵抗する曲げモーメントのうち、桁が負担する割合であり、これは次式のように定式化できる。

$$\theta = \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{M_1}{M_1 + M_2 + N_2 f} \right) \quad (7)$$

ここに、 θ は桁の曲げモーメントが全体系の曲げモーメントの中に占める割合、 M_1 は桁の曲げモーメント、 M_2 はアーチリブの曲げモーメント、 N_2 はアーチリブの軸力、 f はアーチライズである。

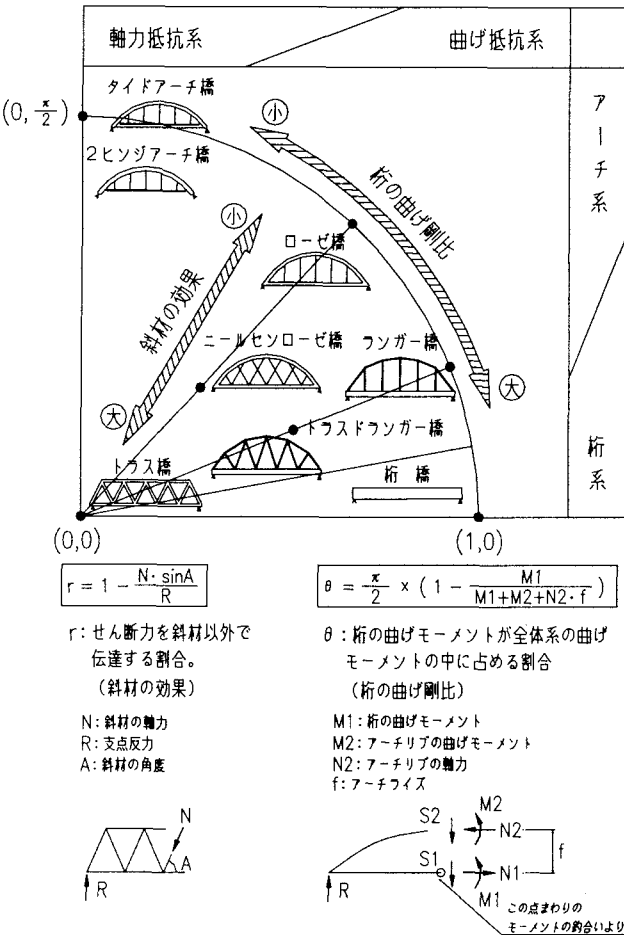


図5 下路アーチ系橋梁の力学的相関性

一方、斜材ケーブルによりせん断剛性の向上を図ったニールセンローゼ橋は、図5において、ローゼ橋とトラス橋を結ぶ「斜材の効果」を表す直線（半径）上にプロットされる。

「斜材の効果」とは、構造全体系として抵抗するせん断力を斜材以外の部材で負担する割合であり、斜材で負担する割合を1から引いた値である。これは、斜材の有無、斜材以外の部材のせん断剛性と斜材の剛性の比率により定まり、次式のように定式化できる。

$$r = 1 - \frac{N \sin A}{R} \quad (8)$$

ここに、 r はせん断力を斜材以外の部材で負担する割合、 N は斜材の軸力、 R は支点反力、 A は斜材の角度である。

以上のように r と θ を定義することで、下路アーチ系橋梁の橋梁形式は、力学的相関性のもとにすべて図5の四半円形内にプロットすることができる。

このように、アーチ橋、トラス橋、桁橋という橋梁形式を、力学的に連続したものにとらえることによって、各形式の性格や位置づけをより明確に理解することが可能となる。

ケーブル系の橋梁についても同様の表現が可能である。つまり、式(7)において、 N_2 をケーブルの軸力、 f をケーブルのサグと読み替え、さらに、 M_2 はケーブルの曲げモーメントであり、通常は無視すればよい。

一方、橋梁の形態と力学を考える上で、路面（桁）と主構の鉛直方向の位置関係（上路、中路、下路）も重要な要素と考えられる。巨視的な観点で見れば、これは力学的にほとんど同等と見なせるものであり、路面（桁）と主構の位置関係には任意性があると考えてよい。しかし、例えば同じアーチ橋であっても、上路アーチ橋と下路アーチ橋では見た目の印象がかなり異なっており、橋の構造と形態を考える上で、これも一つの主要なファクターとして考慮することは妥当である。そこで、これを独立したパラメータとして扱い、路面（桁）と主構の鉛

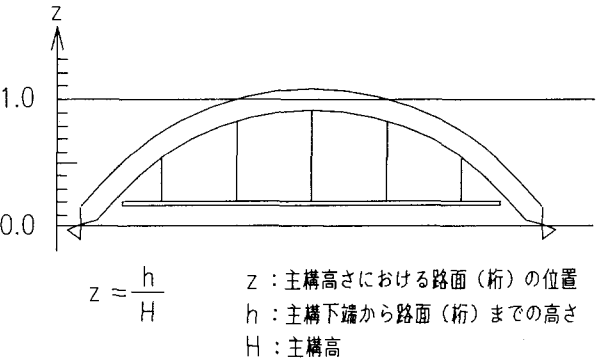


図6 主構造高さにおける路面（桁）の位置

直方向の位置関係を、次式のように定式化する。

$$z = \frac{h}{H} \quad (9)$$

ここに、 z は主構高さにおける路面（桁）の位置、 h は主構下端から路面（桁）までの高さ、 H は主構高である（図6）。

式(7)～(9)により、ほぼ全ての基本的な橋梁形式は、 r 、 θ 、 z で表される固有の座標値が与えられ、それらは図7に示す円筒座標系の連続した空間の中に配置することが可能となる。

図7において、 $0 < \theta < \pi/2$ の領域（図の上半分）がアーチ系橋梁、 $-\pi/2 < \theta < 0$ の領域（図の下半分）がケーブル系橋梁を表している。つまり、 $\theta=0$ の面に対称な位置関係にある橋梁は、主構に作用する力が力学的に反転した形式となる。また、円筒座標の中心軸（ $r=0$ ）に近い領域にある橋梁はトラス的構造を有する橋梁形式であり、外縁に近い領域に位置する橋梁は、スパンをアーチやケーブル、または桁で渡り、トラス的構造をもたない橋梁形式である。また、円筒軸方向に同じ位置にある橋梁（ $r=\text{const}$ 、 $\theta=\text{const}$ ）は、主構の力学的な働きは同じであるが、路面（桁）と主構の位置関係が異なる形式である。

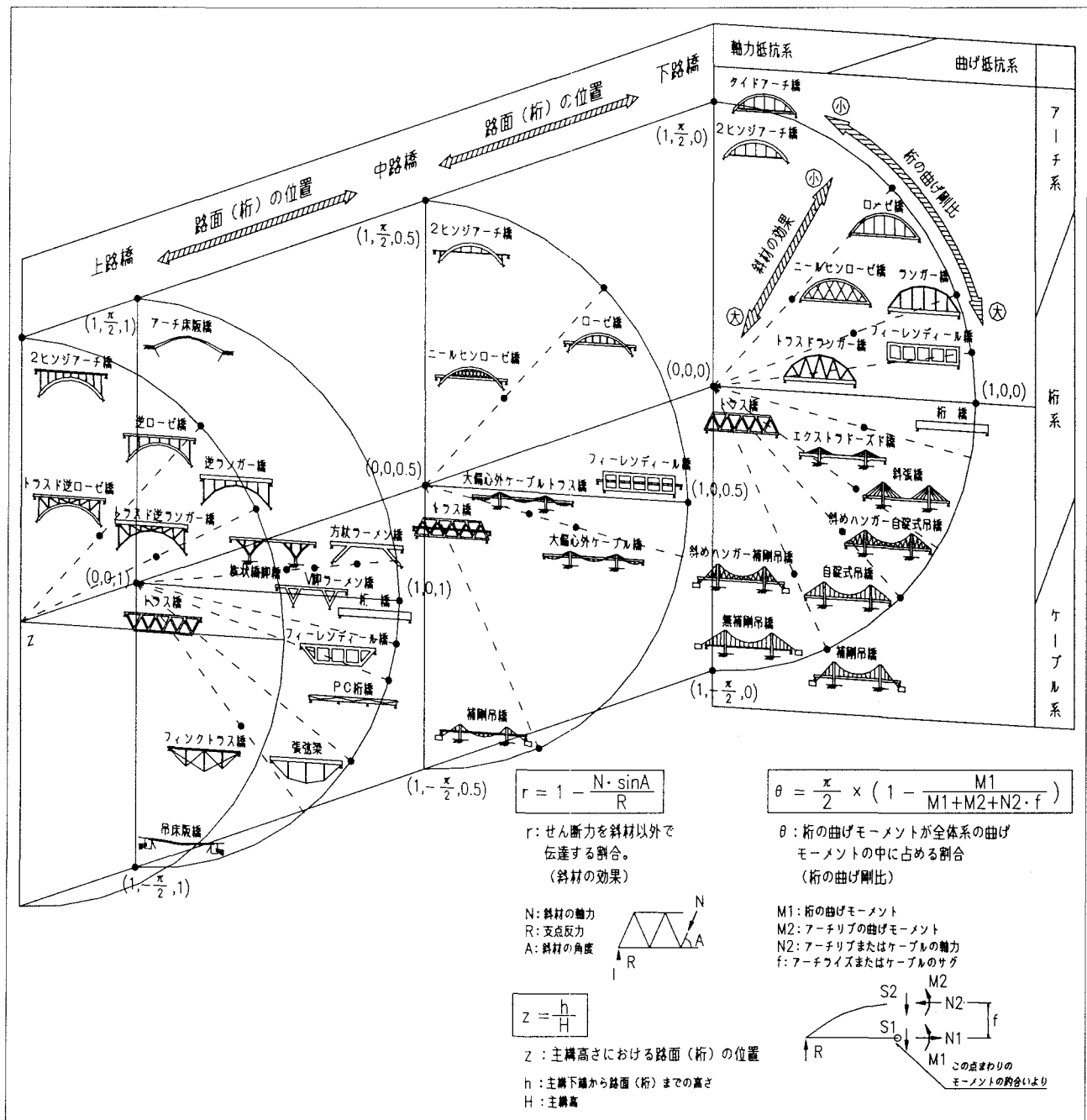


図7 部材の剛比に着目した表示方法

4. 力学的相関性から新たな構造システムの生成へ

4.1 力学的相関性による橋梁形式発展の史的解釈

前節で紹介した力学的相関性の表示方法は、これまで独立的に扱われることの多かった橋梁形式を、連続したものとして統一的に理解しようとするものであるが、橋梁工学の歴史において実際それらに連続性が生まれたのは多くの場合、解析技術の進歩した近代以降のことである。それ以前には、中間領域の形式を解析する技術に乏しく、その結果、橋梁形式は実際に独立したものであった。

このように考えると、橋梁形式の発展の歴史とは、技術の進歩によって図4、図7で紹介した座標の中間領域内に新たな点をプロットすることであったとも言え換えられる。過去には斜張橋やニールセンローゼ橋、近年ではエクストラドード橋や大偏心外ケーブル橋などは、時代に応じた合理性を生み出す新しい点として座標領域内にプロットされてきた橋梁形式であるとも考えられる。

つまり力学的相関性の概念は、個々の橋梁形式に連続性を与えるという構造原理的な認識のみならず、橋梁形式の発展という歴史的・時間的な認識をも包含する。

4.2 力学的相関性による構造システムの生成

力学的相関性の概念は、単に既存の橋梁形式に固有の位置を与えるというだけではなく、新たな橋梁形式の想起をもある程度可能にする。

例えば、力学的相関性の座標領域内に、既存形式ではプロットされていない空白の領域がある場合、その領域は新形式を生み出す可能性を有しているとも考えられる。しかし、その一方で、その領域が空白であったのは、従来の技術や経済性の中では合理的でなかったためであるという可能性も考えられる。

いずれにせよ、既存の形式以外の形式をそこに想起できる訳であって、その想起された形式の実際的な合理性は当然個別に検討されるべきであるが、構造システムに対する自由で柔軟な理解と発想という意味においては重要な視点となる。

このように、個別の橋梁形式が独立ではなく、相互に力学上の体系的連関性をもったユニヴァースを成しているものとして理解され、新たな発想による新たな橋梁形式の創出が可能となってきたということは、様々な架橋条件に対して、より合理的な構造的解答を与えることが可能になってきたということでもある。つまりこれは、単に安い建設費でスパンを渡るというだけでなく、都市環境や自然環境との調和、ランドマーク性、維持管理、

ライフサイクルコストなど、現代の橋梁に求められる多くの事項に対して、従来の機械的な形式選定ではなく、個別の要件に適合した、より積極的な設計提案を促すものと期待できる。これを広義な意味で構造デザインと呼ぶならば、力学的相関性に関する認識は、構造デザインのプロセスにおいて重要な役割を担うものと考えることができる。

5. まとめ

橋梁の構造形式を、力学的相関性という概念を用いて考察した。

力学的相関性を統一的に表現する方法として、ひずみエネルギーに着目する方法と、部材の剛比に着目する方法を示した。ひずみエネルギーに着目する方法は、橋梁形式を直角座標系内の半径1の球面上に分布させるものであり、部材の剛比に着目する方法は、円筒座標系内の半径1の円筒形内部に分布させるものである。いずれも、橋梁形式の力学的な連続性および相関性を表現することが可能である。

橋梁形式の力学的相関性の概念は、橋梁形式に新たな構造原理的認識を与えるのみならず、歴史的・時間的認識をも与えることが可能である。

また、既存の形式の分類・整理だけでなく、新たな橋梁形式の想起をも促すことを可能とする。

以上より、橋梁形式の力学的相関性の認識は、構造デザインの創造プロセスにおいて重要な役割を担い得るものと考えられる。

なお、本研究は、関西道路研究会道路橋調査研究委員会橋梁景観研究小委員会(1999~2003)での研究を基礎としている。関係者に深く感謝します。

参考文献

- 1) 関西道路研究会 道路橋調査研究委員会 橋梁景観研究小委員会：橋梁アーキテクチャに関する研究，2002.12
- 2) D.E.イングバー：テンセグリティーとは何か，日経サイエンス，1998.4
- 3) 岸本貴博：構造デザイン論理に基づく橋梁アーキテクチャに関する研究，京都大学大学院修士論文，2003.3
- 4) 久保田善明：力学的相関性に着目した橋梁形式の整理方法，土木学会第58回年次学術講演会講演概要集2003.9

(2003年9月12日 受付)