

衝撃力作用時における梁の減衰定数と剛性の同時同定

Simultaneous identification of damping factor and stiffness on beams under impact loading

柴田俊文*, 三上 隆**, 須藤敦史***, 蟹江俊仁****, 上田 務*****

Toshifumi Shibata, Takashi Mikami, Atsushi Sutoh, Shunji Kanie and Tsutomu Ueda

*博士(工学) 松江工業高等専門学校助手, 土木工学科 (〒690-8518 島根県松江市西生馬町14-4)

**工博 北海道大学大学院教授, 工学研究科社会基盤工学専攻 (〒060-8628 北海道札幌市北区北13条西8丁目)

***博士(工学) (株)地崎工業, 土木部技術課 (〒105-8488 東京都港区西新橋2-23-1)

****博士(工学) 北海道大学大学院助教授, 工学研究科社会基盤工学専攻(〒060-8628 北海道札幌市北区北13条西8丁目)

*****工修 松江工業高等専門学校教授, 土木工学科 (〒690-8518 島根県松江市西生馬町14-4)

A method for simultaneous identification of the damping factor and stiffness on beams under impact loading is proposed. In this method, the extended Kalman filter is employed. The estimation algorithm is developed to consider several conditions (displacement and velocity). The material parameters are identified from the displacement at the center point of the beam. The comparison of the identified and the true parameters shows the validity and effectiveness of the proposed algorithm.

Key Words: impact force, identification, extended Kalman filter, beam

キーワード: 衝撃力, 同定, 拡張カルマンフィルタ, 梁

1. はじめに

衝撃力が作用する構造物の信頼性・安全性を検討するには衝撃力・構造物の挙動等を正確に把握することが重要である。しかし、梁の減衰の影響によって衝撃力波形・応答波形・エネルギー収支が変化するため、減衰定数の確定が必要となってくる¹⁾²⁾。しかし、減衰は粘性減衰や構造減衰が複雑に影響しているため理論的に求めることが困難である。また、梁がコンクリートなどの場合、ひび割れの発生等から剛性の低下が生じることから、減衰定数と剛性の評価を並行して行う必要がある。

一方、モード減衰などのモーダルパラメータや部材の曲げ剛性などを推定するシステム同定が、制御の分野などで多数行われている。その同定方法の一つに、時間領域でシークンシャル処理が可能であるカルマンフィルタ³⁾がある。カルマンフィルタは線形の状態方程式、観測方程式から構成されているが、非線形の各方程式に対しても基準軌跡について線形化することで類似のアルゴリズムを構成することができる。これを拡張カルマンフィルタといい、カルマンフィルタとともに土木の各分野でも幅広く応用されている⁴⁾。

本研究では、両端単純支持梁中央に衝撃力が作用する場合を考え、梁中央の変位波形より拡張カルマンフィルタを用いて減衰定数と剛性の同時同定の基礎的検討を行う。構造物の減衰を考慮して解析を行う場合、モーダル減衰がよく用いられるが、この場合には主要な振動モードを特定す

るのが困難であることから、本研究では剛性マトリックスに比例すると仮定し、直接マトリックス演算することで同定を行う⁷⁾。また剛性については、断面二次モーメントを同定する変数(状態量)に設定し、その値から有効断面積を算定する。

一方、時間領域で処理を行う場合には各時刻の条件(梁の各節点の変位・速度)が重要となる。本研究ではこの各時刻の条件の影響を考慮にいたしたアルゴリズムの構築を試みている。ここで、梁は弾性の範囲で解析可能であるとし、衝撃力・変位波形は既知であるものとして、理論値を用いて解析を行って数値適用性の検討を行った。数値解析例では拡張カルマンフィルタに用いられる各パラメータの影響を考察し、また、観測値(変位波形)に観測ノイズが含まれることを考慮して解析を行い、検討を加えた。

2. 拡張カルマンフィルタによる同定

2.1 拡張カルマンフィルタ

拡張カルマンフィルタは状態方程式と観測方程式が次式のような非線形方程式で表現される。

$$x_t = f_{t-1}(x_{t-1}) + \Gamma_{t-1}w_{t-1} \quad (1)$$

$$y_t = h_t(x_t) + v_t \quad (2)$$

ここで f_{t-1} 及び h_t は非線形関数を表し、それぞれ次元数が $(n \times 1)$ 、 $(m \times 1)$ のベクトルである。また、 x_t は $(n \times 1)$

の状態量, Γ_t は $(n \times r)$ の変換行列, y_t は $(m \times 1)$ の観測ベクトルである。また w_t, v_t はそれぞれシステムノイズ $(r \times 1)$, 観測ノイズ $(m \times 1)$ を表し, 次式で示されるように統計的性質は正規分布で表される。

$$E[w_t] = 0, E[v_t] = 0 \quad (3), (4)$$

$$E \left[\begin{matrix} w_t \\ v_t \end{matrix} \right] = \begin{bmatrix} Q_t & 0 \\ 0 & R_t \end{bmatrix} \delta_{tt} \quad (5)$$

ここで $E[\cdot]$ は期待値を表し, δ_{tt} はクロネッカのデルタ, Q_t はシステムノイズ分散 $(r \times r)$, R_t は観測誤差分散 $(m \times m)$ である。非線形関数 f_{t-1} 及び h_t が滑らかであるとし, 前者を \hat{x}_{t-1} のまわりで, 後者を $x_{t,k}$ のまわりにおいて 1 次のオーダーで線形化すると次式となる。

$$x_t = f_{t-1}(\hat{x}_{t-1}) + \Phi_{t-1}(x_{t-1} - \hat{x}_{t-1}) + \Gamma_{t-1}w_{t-1} \quad (6)$$

$$y_t = h_t(x_{t,k}) + H_{t,k}(x_t - x_{t,k}) + v_t \quad (7)$$

上式において Φ_{t-1} ($n \times n$), $H_{t,k}$ ($m \times n$) は次式に示すような変換行列である。

$$\Phi_{t-1} = \left. \frac{\partial f_{t-1}(x_{t-1})}{\partial x_{t-1}} \right|_{x_{t-1} = \hat{x}_{t-1}} \quad (8)$$

$$H_{t,k} = \left. \frac{\partial h_t(x_t)}{\partial x_t} \right|_{x_t = x_{t,k}} \quad (9)$$

ここで, 式(6)による状態量の最小分散推定値を示すと, 拡張カルマンフィルタのアルゴリズムを得ることができる。

$$M_t = \Phi_{t-1}P_{t-1}\Phi_{t-1}^T + \Gamma_{t-1}Q_{t-1}\Gamma_{t-1}^T \quad (10)$$

$$x_{t,k+1} = x_{t,k} + K_t(y_t - h_t(x_{t,k})) + P_{t,k}M_t^{-1}(\bar{x}_t - x_{t,k}) \quad (11)$$

$$K_{t,k} = P_{t,k}H_{t,k}^TR_t^{-1} \quad (12)$$

$$P_{t,k} = (M_t^{-1} + H_{t,k}^TR_t^{-1}H_{t,k})^{-1} \quad (13)$$

ここで $K_{t,k}$ はカルマンゲイン $(n \times m)$ と呼ばれるもので, \hat{x}_{t-1} は x_t の最適推定値であり, また P_{t-1} ($n \times n$) は次式で示される。

$$E[(x_{t-1} - \hat{x}_{t-1})(x_{t-1} - \hat{x}_{t-1})^T] = P_{t-1} \quad (14)$$

ここで, $x_{t,k}$ の初期値は \bar{x}_t となる。

2.2 状態方程式と変換行列

本研究では時間領域において減衰定数と断面二次モーメント (剛性) の 2 つのパラメータを状態量とし, 梁中央の変位波形を観測値とするため, 2.1 で示した次元数は $n=2, m=1$ となる。また, システムノイズは考慮しないと考えると, $r=0$ となる。拡張カルマンフィルタと有限要素法との組み合わせ⁹⁾を考慮するため, 状態方程式は定常性を示すも

のと仮定すれば, 式(1)で $\Gamma_{t-1} = 0, \Phi_{t-1} = I$ とすることにより式(15)が得られる。

$$x_t = I x_{t-1} \quad (15)$$

ただし, I は単位行列 $(n \times n)$ を表す。式(15)のように状態方程式を定常と仮定したため, カルマンフィルタにおける状態量推定アルゴリズムでは, 観測方程式を各状態量の推定点において偏微分した変換行列を求めなければならない。そこで影響係数法⁹⁾を用いて変換行列 $H_{t,k}$ の成分 h_{ij} を求める。

$$h_{ij} = \frac{y_i(x_{t,k} + e_j \Delta x_j)_t - y_i(x_{t,k})_t}{\Delta x_j} \quad (16)$$

ここで Δx_j は $x_{t,k}$ の j 番目の微小増分, e_j は j 番目の要素が 1 の単位ベクトルであり, $y_i(\dots)_t$ は y_t の i 番目の要素を表す。本研究では観測値と状態量の関係が非線形であるため, h_{ij} は微小増分の値の影響をうけることになる。

2.3 時刻 $t=k-1$ の条件

ここで式(11)を以下のように表示し, $t=k$ における同定について説明する。

$$x_{t,k+1} = x_{t,k} + K_t(y_t - h_t(x_{t,k}, u_{t-1}, \dot{u}_{t-1})) + P_{t,k}M_t^{-1}(\bar{x}_t - x_{t,k}) \quad (17)$$

u_{t-1}, \dot{u}_{t-1} はそれぞれ $t=k-1$ の変位, 速度を示し, 解析開始時には初期条件 $u_0=0, \dot{u}_0=0$ となる。式(17)の右辺第二項は以下のことを表している。すなわち時刻 k の状態量を同定する際には①「 $t=k-1$ の条件 (変位 u_{t-1} , 速度 \dot{u}_{t-1})」, ②「初期値 (状態量) あるいは前ステップで更新された状態量 $x_{t,k}$ 」より③「応答波形 $h_t(x_{t,k}, u_{t-1}, \dot{u}_{t-1})$ 」を計算し, ③の値と④「求める時刻の観測値 y_t (本研究では梁中央の変位)」の差から同定を行う。さらに次の時刻の値を同定する際には, 前述した③を次の条件と得られた同定値 (更新された状態量) を用い, 以下同様に同定を繰り返すという手順を踏む。つまり, アルゴリズムで計算される①~③ (④は入力値) の値が良好であるほど精度の良い同定値が得られることがわかる。本研究では①の $t=k-1$ の条件に着目し, 以下に説明を加える。

図-1 に解析手順を示す。ここで, 図-1(a) は $t=k-1$ の条件と観測値が一致している例であり, 状態量以外は観測値と全て同じ条件であるため, 同定を行うには最も望ましい状態である。しかし, $t=k-1$ の条件は有限要素法で離散化 (後述) した梁の各節点の変位, 速度であり, 既知の値 (観測値) は梁中央のみ, 梁の減衰定数と剛性は未知という状態では, 厳密な $t=k-1$ の条件をすべて求めるのは難しく, 図-1(a) の条件にするのは困難であるといえる。一方, 図-1(b) は $t=k-1$ の条件と観測値が一致して

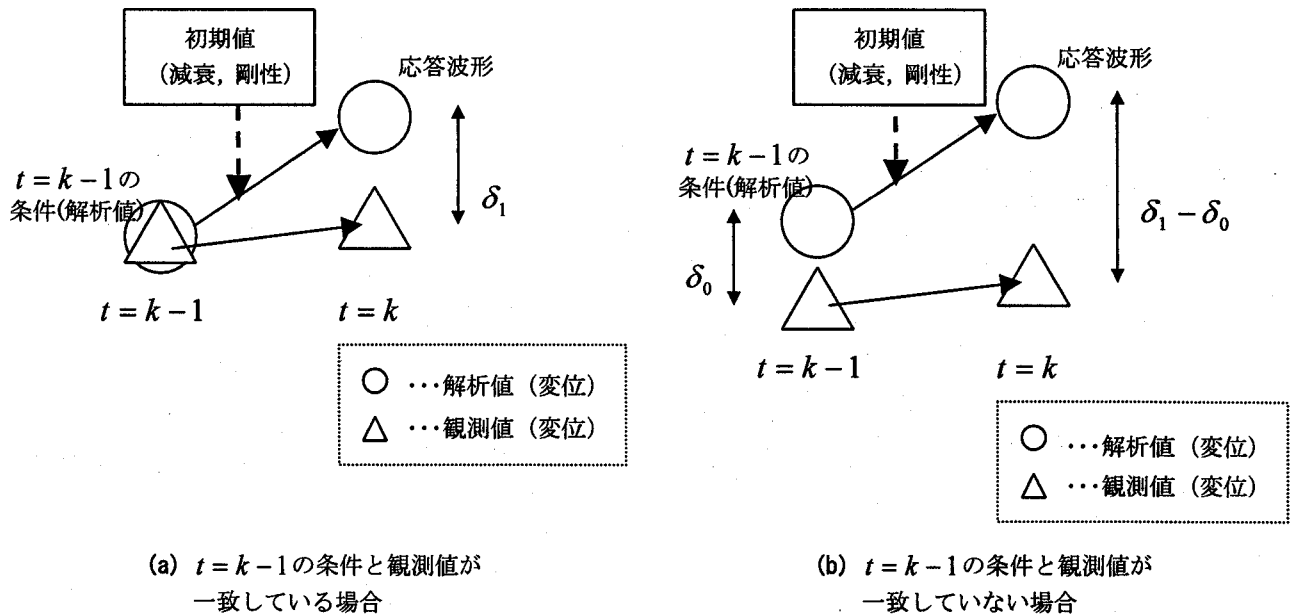


図-1 解析手順

いない場合であり前述した前の時刻の応答値を $t = k - 1$ の条件とする方法はこちらの図の状態になる。この場合、各時刻の条件は自動的に設定されるが、精度の良い同定値を望むことは難しい。そこで本研究では③「応答波形」と④「求める時刻の観測値」の差に加え、 $t = k - 1$ の条件と観測値の差を考慮にいたれたアルゴリズムを用いる。

2.4 $t = k - 1$ の条件を考慮に入れたアルゴリズム

ここでは前章で述べた観測値の差を考慮にいたれたアルゴリズムを提案する(アルゴリズム A とする)。前述したように時刻 $t = k - 1$ の条件は前の時刻の応答値、初期値は前の時刻の同定値を使用する。ただし、 $t = 0$ の初期条件はすべての節点の変位及び速度で 0 として解析を行う。 $t = k - 1$ の条件(梁中央の変位)と観測値($t = k - 1$)の差 δ_0 を求めておき、 $t = k$ (k は求める同定値の時刻)の応答値と観測値($t = k$)の差 δ_1 と δ_0 の差を用いて同定を行うとすると式(18)、(19)となる(図-1(b)に対応)。

$$\begin{aligned} x_{t,k+1} = & x_{t,k} \\ & + K_t (y_t - h'_t(x_{t,k}, u_{t-1}, \dot{u}_{t-1})) \\ & + P_{t,k} M_t^{-1} (\bar{x}_t - x_{t,k}) \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} h'_t(x_{t,k}, u_{t-1}, \dot{u}_{t-1}) \\ = h_t(x_{t,k}, u_{t-1}, \dot{u}_{t-1}) + \delta_1 - \delta_0 \end{aligned} \quad (19)$$

ここで、 $t = k - 1$ の条件の与え方がアルゴリズム A と同様であるが δ_0 (図-1(b)) を無視して解析(アルゴリズム B とする)したもの(式(17))と、順解析をして求めた変位・速度の各時刻の条件を用いて解析(アルゴリズム C とする)したもの(図-1(a)に対応)と比較する。ここで

アルゴリズム C は式(17)で $u_{t-1} = u_{t-1,ex}$ 、 $\dot{u}_{t-1} = \dot{u}_{t-1,ex}$ としたもの (ex は厳密解による値)である。先にも述べたようにアルゴリズム C (図-1(a)) の場合は梁中央の変位以外の $t = k - 1$ の条件を得ることは困難なのであるが、ここでは提示したアルゴリズムと比較するために本来未知である $t = k - 1$ の条件を解析的に求めたものを使用している。

3. 数値解析例

3.1 解析の概要

本研究では作用する衝撃力波形は既知であるものとし、解析的に作成した応答(変位)波形を観測値(理論値と称する)として数値検討を行う。

図-2 に示すように両端単純支持梁中央に衝撃力 f が作用する場合を考える。梁は有限要素法で離散化し、Timoshenko 梁理論に基づくはり(ビーム)要素により、梁全体を 50 分割して解析を行う。時間領域の離散化は Newmark β 法 ($\beta = 0.25$) を使用し、梁の減衰は剛性マトリックスに比例すると考えて解析を行う。ここで、減衰定数及び断面二次モーメントを状態量とし、同定した断面二次モーメントから有効断面積を換算し、曲げ剛性、伸び剛性を算出した。ここで、図-3(a)、(b) は理論値作成時に仮定した衝撃力波形及び梁中央の変位波形である。ここで、数値解析に用いている梁は $b/h = 1.0$ 、 $L/h = 10$ 、 $EI/\kappa AGL^2 = 0.237 \times 10^2$ 、 $I/AL^2 = 0.833 \times 10^3$ 、 $\kappa = 10(1+\nu)/(12+11\nu) = 0.845$ 、 $\nu = 0.2$ である。ここで、 b は梁の幅、 h は梁の高さ、 L は梁の長さ、 E は縦弾性係数、 I は断面二次モーメント、 G はせん断弾

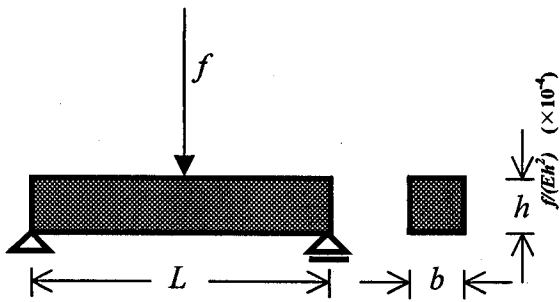


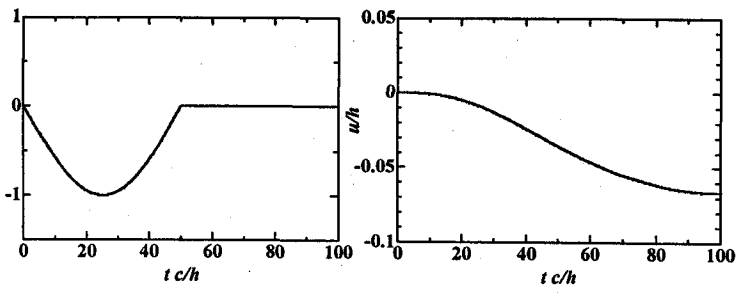
図-2 解析モデル

性係数, A は断面積, ν はポアソン比, κ はせん断補正係数を示す (ただしここで用いている I 及び A は全断面有効としている). また梁の減衰定数 ζ は $\zeta_0 = 0.1$ を用い, 上端からの距離 h_e までを有効断面として $h_e/h = 0.8$ として理論値を求めている (以後, $\zeta_0, I_0 = bh_e^3/12$ を厳密解と称する). 解析結果の図では, 縦軸をそれぞれ厳密解で無次元化した減衰定数, 断面二次モーメントとし, 横軸を無次元化時間 $t c/h$ としている. すなわち値が 1 に近いほど良好な同定値であることを示す. ここで $c (= \sqrt{E/\rho})$ は縦波の速度, ρ は密度である. また, 時間刻みは最低次固有周期の $1/1000$ 以下とした. 式(16)の微小増分 $\Delta x_1/\zeta_0$ 及び $\Delta x_2/I_0$ は値が大きい場合, 変換行列の成分 h_j は微小増分の影響をうけるが, 値が小さくなるとほとんど変化しなくなる. ここでは, 微小増分を小さくしていき変換行列の成分がほとんど変化しなくなる値 $\Delta x_1/\zeta_0 = 0.01, \Delta x_2/I_0 = 1.0 \times 10^{-6}$ を用いて解析を行う.

拡張カルマンフィルタでは解析前に初期推定誤差共分散 P_0 と観測誤差分散 R_i を決定する必要がある. 本研究では減衰定数と断面二次モーメントを状態量に設定しているため, それぞれについて P_0 の値を設定する (それぞれ P_{0d}, P_{0I} とする). P_0 を 2 つの状態量を同定する際のパラメータと考え, $P = P_{0d}/P_{0I}$ と表すことによって結果を整理する. なお, R_i については時刻によらず一定とし, $R_i^* = R_i/h^2 = 1.0$ として解析を行った.

3.2 解析結果

最初に前述したアルゴリズム A, B 及び C の解析結果を示す. 図-4(a), (b) にそれぞれ同定した減衰定数, 断面二次モーメントを示す. アルゴリズム A, B 及び C の結果を実線 (図中では The Proposed で表示), 一点鎖線 (The Proposed(2)) 及び破線 (Exact) で示す. 初期推定値はそれぞれ $\zeta/\zeta_0 = 0.5, I/I_0 = 0.7$ とした. また P について



(a) 衝撃力波形

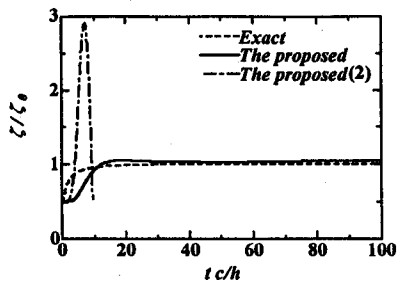
(b) 梁中央の変位波形

図-3 解析に用いた理論値

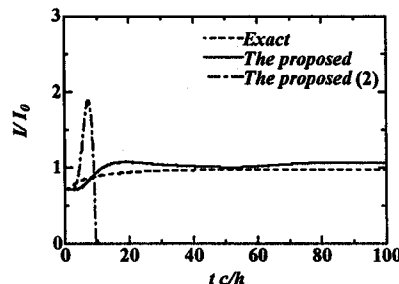
は文献4)で, $K_i^* \leq 1.0 \times 10^2$ (K_i^* は無次元化したカルマンゲイン) を目安に値を設定している (文献中では P_0^*/R_i^* , ただし P_0 と R_i を無次元化したもの). 解析対象が異なるため, 厳密な比較をすることは難しいが, ここではこの基準を参考に $P = 0.5 \times 10^9$ として解析を行った.

アルゴリズム B は時刻 $t c/h = 10$ ($t = 10 h/c$) で数値が不安定になり解析が不能になっており, $t = k-1$ の条件と観測値の差が解析に影響を及ぼしていることが認められる. またアルゴリズム A による解析結果は, アルゴリズム C と比較すると, わずかに同定値の安定が遅れていることがわかる. これは, 梁の $t = k-1$ の条件の差を同定時に近似的に考慮しているためと考えられる. しかし, 衝撃力载荷時, 非载荷時にかかわらず同定値が安定していることから, 本研究で提示するアルゴリズム (アルゴリズム A) の適用性を確認することが出来る.

ここから, アルゴリズム A に対する各パラメータの影響についての解析結果を示す. 最初に初期値の影響について検討を加える. 厳密解に対して初期値が大きいケースと小さいケースを考えるため減衰定数に関しては $\zeta/\zeta_0 = 0.5, 1.5$ の二種類, 断面二次モーメントに関しては $I/I_0 = 0.7, 1.2$ の二種類をそれぞれ組み合わせ, 合計四種類について解析を行った. ただし, P については前述した解析と同様 $P = 0.5 \times 10^9$ とした. 図-5(a) から (d) に結果を示す. 図-5(b) では, 減衰定数が初期推定値よりも不良な値で安定している. 図-5(c) では断面二次モーメントがやや 1 に近づいているものの, 図-5(b) と同様の傾向が見られる. これは, 二種類の推定値を一つの式に代入して応答波形を求め, その値から同定しているためである. すなわち, 状態量が二種類でも補正量 (図-1(b) の $\delta_1 - \delta_0$) は一種類であるため, 一方の状態量は正の方向に補正 (δ_1), もう一方は負に補正ということには



(a) 減衰定数の同定結果



(b) 断面二次モーメントの同定結果

図-4 $t=k-1$ の条件の影響

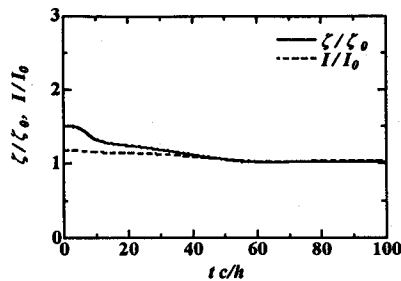
ならず、従って初期推定値を最初に設定する際には、予想される減衰定数、断面二次モーメントより双方とも大きめ（あるいは小さめ）に設定しなければならないことがわかる。

図-6(a)-(c)は P の値を $P=0.5 \times 10^8, 0.5 \times 10^9$ (図-4に対応) 及び 0.5×10^{10} に変化させた結果である。ここで初期推定値は図-4の解析ケースと同様 $\zeta/\zeta_0=0.5, I/I_0=0.7$ とした。 P が小さい(P_{0d} の比率が小さい)場合は、減衰定数が過小に計算され、断面二次モーメントは過大に評価されている。逆に P が大きい(P_{0l} の比率が小さい)場合は、減衰定数が過大に計算され、断面二次モーメントは過小に評価されている。以上より、 P が2つの状態量に対する重みの役割を持ち、この値を適切に設定することでバランス良く同定値が得られることがわかる。

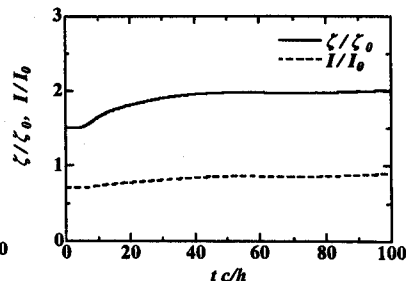
次に、観測値にノイズが含まれている場合を想定して、観測データに正規分布するノイズを付加したものをを用いて同定を行う。図-7(a), (b)は観測値にノイズを考慮した場合の解析結果である。初期推定値及び P は図-4(a)と同様 $\zeta/\zeta_0=0.5, I/I_0=0.7, P=0.5 \times 10^9$ である。ここで式(20)をノイズの指標とする。

$$n_0 = \frac{|u/h + \text{noise}|_{\max}}{|u/h|_{\max}} \quad (20)$$

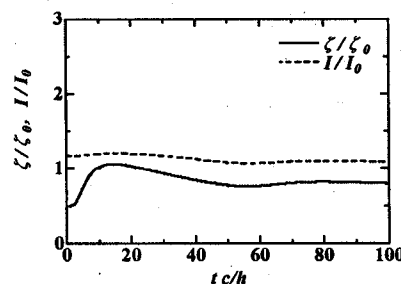
図-7(a)は $n_0=1.005$ 、図-7(b)は $n_0=1.009$ の解析結果である。図-7(b)ではノイズの影響により減衰



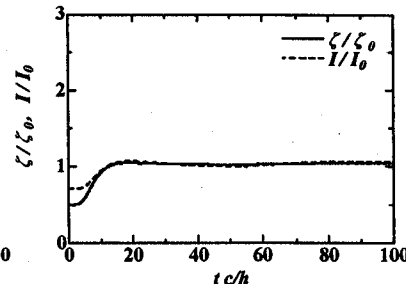
(a) $\zeta/\zeta_0=1.5, I/I_0=1.2$ とした際の結果



(b) $\zeta/\zeta_0=1.5, I/I_0=0.7$ とした際の結果



(c) $\zeta/\zeta_0=0.5, I/I_0=1.2$ とした際の結果



(d) $\zeta/\zeta_0=0.5, I/I_0=0.7$ とした際の結果

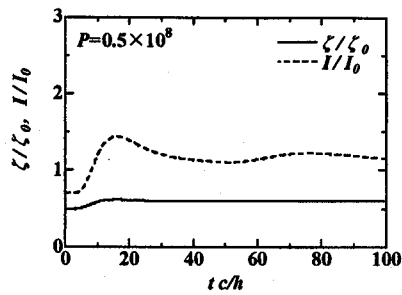
図-5 初期推定値の影響

定数の同定値でやや精度が悪化しているが、断面二次モーメントは良好な値を示している。図-7(a)では立ち上がりややノイズの影響があるものの、時刻 $t c/h=20$ ($t=20h/c$)以降では厳密解に近い値で安定していることがわかる。以上より少なくとも0.5%以下の誤差は同定する際に許容可能であることが考えられる。また本研究で用いた諸元では、応力波が両端で反射し中央に戻る時刻は $t c/h=10$ ($t=10h/c$)、もう一往復する時刻が $t c/h=20$ ($t=20h/c$)である。ノイズを考慮していない場合は $t c/h=20$ ($t=20h/c$)以前に安定している例があるため、応力波が同定値に与える影響はあまりないと考えられるが、観測ノイズが考慮する場合(大きい場合)の応力波の影響については検討が必要である。

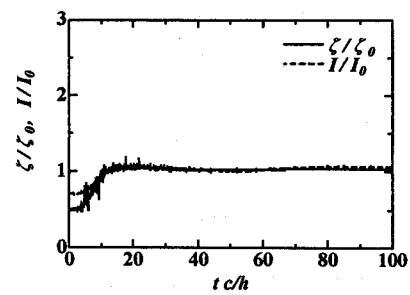
4. まとめ

本研究では、梁の減衰定数と剛性を同時に同定することを目的に、拡張カルマンフィルタの適用可能性の検討を行ったものである。以下に本研究の主な結論を記す。

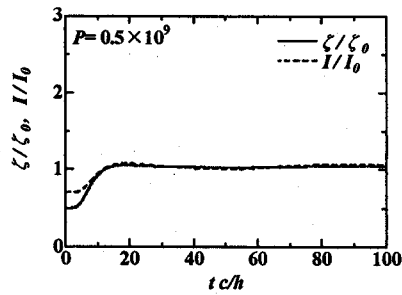
- (1) 拡張カルマンフィルタによる梁の減衰定数と剛性の同時同定の適用性を示した。
- (2) 時刻 $t=k-1$ の条件を適切に設定するアルゴリズムを用いることで良好な同定値を得ることができた。
- (3) 状態量の初期推定値を設定する際には予想さ



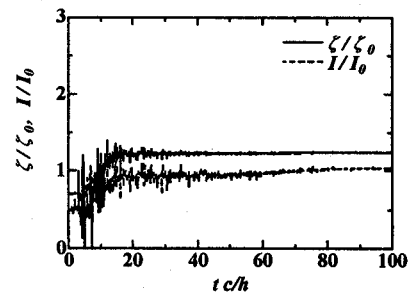
(a) $P = 0.5 \times 10^8$ とした際の結果



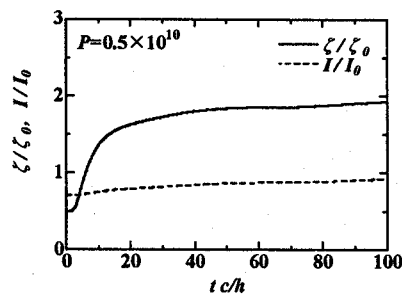
(a) $n_0 = 1.005$ とした際の結果



(b) $P = 0.5 \times 10^9$ とした際の結果



(b) $n_0 = 1.009$ とした際の結果



(c) $P = 0.5 \times 10^{10}$ とした際の結果

図-6 P の影響

れる（一般的に知られている）減衰定数，断面二次モーメントより双方とも大きめ（あるいは小さめ）に設定しなければならない。

- (4) 初期推定誤差共分散の比は $P = 0.5 \times 10^9$ とすることでバランス良く同定値が得られており， P の値を過大・過小に設定すると，状態量も一方を過大あるいは過小に評価することになる。今後，初期推定誤差共分散及び観測誤差分散の適切な値を設定する基準を明確にする必要がある。
- (5) 少なくとも0.5%以下のノイズを考慮して解析することが可能である。

参考文献

- 1) 土木学会構造工学委員会 衝撃実験・解析法の標準化に関する研究小委員会，第6回 建造物の衝撃問題に関するシンポジウム論文集，2002。

図-7 観測ノイズの影響

- 2) 岸徳光，三上浩，松岡健一，安藤智啓：静載荷時に曲げ破壊が卓越するRC梁の弾塑性衝撃応答解析，土木学会論文集，No.619/I-47，pp.215-233，1999。
- 3) 星谷勝，齊藤悦郎：建設技術者のためのデータ解析と応用 カルマンフィルタを中心として，鹿島出版会，1991。
- 4) 柴田俊文，三上隆，須藤敦史，蟹江俊仁：カルマンフィルタによる梁の衝撃力の同定，構造工学論文集，Vol.48A，pp.1485-1491，2002。
- 5) 佐藤忠信，梶啓介：非線形構造システムの線形同定法，土木学会論文集，No.647/I-51，pp.155-165，2000。
- 6) 柴田俊文，須藤敦史，三上隆，荻澤憲吉：梁に作用する非定常な衝撃荷重の同定，応用力学論文集，土木学会，VI.1，pp.91-98，1998。
- 7) Armand, J.L. and Orsero, P.: Analytical identification of damping in ship vibrations from full-scale measurements, RINA Proc. Symposium of Propeller Induced Ship Vibration 1979, pp.175-192, 1979.
- 8) 須藤敦史，星谷勝：EK-WLI法と有限要素法を用いた逆解析，土木学会論文集，No.466/I-19，pp.177-185，1992。
- 9) Yeh, W. G.: Review of Parameter Identification Procedures in Groundwater Hydrology (The Inverse Problem), *Water Resources Research*, Vol.22, No.2, pp.95-108, 1986。

(2002年9月13日受付)