

R Cはりの弾塑性衝撃応答解析への損傷力学の適用に関する研究

Analytical study on elasto-plastic impact response of RC beam based on Damage Mechanics

園田佳巨*, 星野展洋**, 彦坂熙***

Yoshimi SONODA*, Nobuhiro HOSHINO**, Hiroshi HIKOSAKA***

* 工博 九州大学大学院助教授 工学研究院建設デザイン部門 (〒812-8581 福岡市東区箱崎6-10-1)

** 九州大学大学院修士課程学生 工学府建設システム工学専攻 (〒812-8581 福岡市東区箱崎6-10-1)

*** 工博 九州大学大学院教授 工学研究院建設デザイン部門 (〒812-8581 福岡市東区箱崎6-10-1)

This paper presents analytical studies on the impact response of reinforced concrete beams and discusses an applicability of the continuum damage mechanics to the impact problem. At first, the equation of damage evolution is derived from the basic concept of damage mechanics, and it is applied to the constitutive equations of concrete and reinforcement. 3-dimensional impact damage FE program is developed to simulate the impact behavior of RC beams. From this study, it is confirmed that the proposed impact damage analysis could be applied to the evaluation on the elasto-plastic impact behavior of RC beams.

Key Words: Damage mechanics, Impact response analysis, Reinforced concrete beam

キーワード: 損傷力学, 衝撃応答解析, RCはり

1. 緒言

近年, 公共構造物の設計法が性能照査型へと移行する中で, 落石防護工等の衝撃的な荷重が作用する構造物についても, その耐衝撃性能を正確に評価することがより重要になってきた。それにともない, 防護構造物に用いられる部材の衝撃挙動を精度良く再現できる数値解析手法を確立する必要がある。土木学会の衝撃実験・解析法の標準化に関する研究小委員会では, 最も基本的な構造部材の一つである鉄筋コンクリートはり(RCはり)の衝撃挙動を対象に検討¹⁾が進められている。RCはりの衝撃挙動については, これまでにも数多くの実験的研究・解析的研究^{2), 3), 4), 5), 6)}が行われており, 各研究機関で独自のノウハウを用いた解析手法が提案されてきた。しかし, 現時点では重錘等の衝突物がRCはりに作用した時の衝撃挙動は, 曲げ破壊を対象にした計算に限定しても, 用いる手法により材料の降伏モデルの設定等に相違があるため, 同一の解析結果を得ることは困難¹⁾である。また, 一般に衝撃応答解析には時間積分に膨大な計算量を要するため, 静的解析で用いられるような緻密な弾塑性構成式による収束計算を省くことが多く, その際の計算処理に個々のノウハウが含まれていることも原因の一つであると考えられる。

連続体損傷力学は, 金属のクリープ損傷を対象にKachanovが提案して以来, 有効応力の概念により材料の損傷度を評価する力学として発展し, 金属のみならずコンクリートや高分子材料その他のあらゆる材料への適用⁷⁾が試みられてきた。損傷力学は, 損傷変数の定義によって種々

の要因による構造材料の損傷を表現可能な自由度を備えており, スカラー変数として損傷度を定義すれば, 衝撃解析にも適用可能な簡易かつ有用な弾塑性解析手法になりうるものと考えられる。

本研究では, 材料内部の損傷の発生・進展を評価する損傷力学を用いた3次元衝撃応答解析プログラムを作成し, RC単純ばり中央に重錘が落下したときの衝撃挙動のシミュレーションを行い, 損傷力学理論の衝撃問題への適用に関する基礎的な考察を試みた。

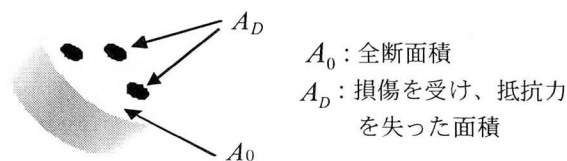


図-1 損傷変数の定義

2. 解析手法の概要

2.1 損傷力学の概要

損傷力学は, 材料の強度・剛性の低下をもたらす損傷を, 微視レベルにおける空隙の生成・成長によると考え, それらの影響を力学的に等価な巨視レベルの応力場で評価する手法⁷⁾である。損傷力学では, 材料の劣化・損傷を断面レベルにおける部材の有効断面積の減少と解釈し, 式(1)および図-1に示すようなイメージのもとに評価され

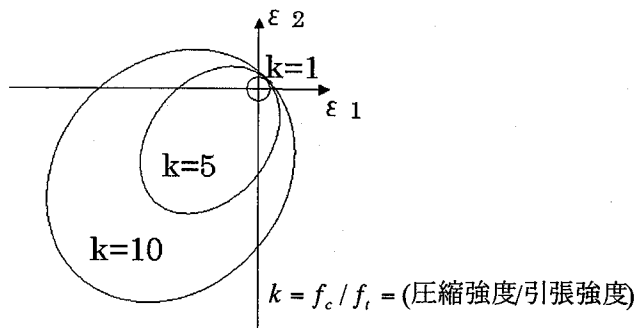


図-2 主歪み空間における降伏面（損傷面）の定義

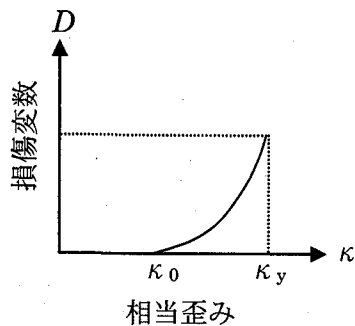


図-4 相当歪みによる損傷の進展則

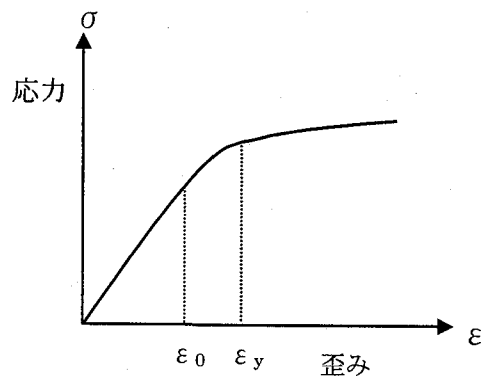


図-3 材料の応力-歪み関係

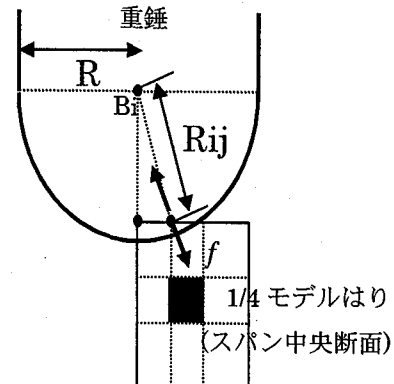


図-5 重錘衝突のモデル化

た損傷変数 D を用いて部材剛性の低下を評価する。

$$D = \frac{A_D}{A_0} \quad (1)$$

具体的な損傷変数の定義に関しては、数多くの研究がなされており、高階のテンソル量として扱う方法等^{8),9)}も提案されているが、本研究では時間積分に膨大な計算量を要する衝撃応答解析に適用するために、損傷変数を簡易なスカラー量として定義した。したがって、構成式は損傷変数を用いて以下の式(2)で表され、要素内部には損傷の影響に等方性を仮定した。

$$\sigma_{ij} = (1-D)E_{ijkl}\epsilon_{kl} \quad (2)$$

ここに、 σ_{ij} ：応力テンソル、 ϵ_{kl} ：歪みテンソル、 E_{ijkl} ：弾性係数

既往の損傷力学理論では、応力、歪みもしくは歪みエネルギーのいずれを無損傷な状態と等価とみなすかによって定式化が異なるが、ここでは歪みを等価とみなし、式(3)の有効応力を解析に用いた。

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{1-D} \quad (3)$$

ここに、 σ ：公称応力、 $\tilde{\sigma}$ ：有効応力

2.2 衝撃力による材料の損傷度評価

損傷力学を用いてRCはりの衝撃挙動を精度良く評価するには、式(2)に用いる損傷変数 D を鉄筋・コンクリートで個別に適切にモデル化しなければならない。鋼材に関し

ては、Lemaitreらが提案したMisesの降伏条件に基づく損傷と塑性の連成を考慮した構成式¹¹⁾が最も良く知られているが、適切なリターンマッピングアルゴリズムの併用が必要のため、衝撃応答解析には不適であると考えられる。一方、コンクリートについては、Peerlingsらの主歪み空間において降伏曲面を定義し、相当歪みによりスカラー量として損傷度を評価する手法¹²⁾が見られる。この手法は、本来はRC部材の静的4点曲げ破壊挙動等の正確なシミュレーションを目的にコンクリートの引張軟化領域までをモデル化したものであるが、損傷変数の取り扱いが簡易であり、衝撃解析への適用も容易であることから、本研究では同手法を引用することにした。通常の静的解析では、損傷進展の要素寸法依存性を防止するために非局所モデルや勾配モデル等が用いられるが、ここではこれらの概念は用いないことにした。

すなわち、コンクリート部材内部の相当歪み ϵ_{eq} を以下の式(4)により評価し、コンクリートの基本的性質である圧縮強度と引張強度の相違を考慮しながら、式(5)で示される負荷関数を満足するときにコンクリート内部に損傷が発生あるいは進展するものと仮定した。

$$\epsilon_{eq} = \frac{k-1}{2k(1-2\nu)}I_1 + \frac{1}{2k}\sqrt{\left(\frac{k-1}{1-2\nu}I_1\right)^2 + \frac{6k}{(1+\nu)^2}2J_2} \quad (4)$$

ここに、 I_1 ：歪みの1次不変量、 J_2 ：偏差歪みの2次不変

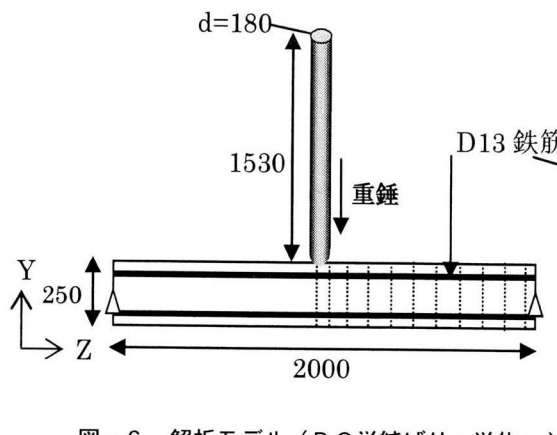


図-6 解析モデル (RC単純ばり: 単位 mm)

量, k : 圧縮強度と引張強度の比, ν : ポアソン比

$$f(\varepsilon_{eq}, \kappa) = \varepsilon_{eq} - \kappa = 0 \quad (5)$$

ここに, κ : 損傷条件パラメータ

式(4)および式(5)の組み合わせにより, 図-2に示するような引張域と圧縮域で大きさが異なる降伏曲面が定義される. 式(4)の第1項と第2項は, それぞれ静水圧応力と偏差応力の影響を評価したもので, $k=1$ とおけばMisesの降伏条件に帰着することから, 単軸引張試験で予め適切な損傷条件パラメータを決めておけば, 式(2)~(5)の組み合わせにより, Lemaitreらの構成式を用いずとも鉄筋の弾塑性挙動を簡易に表現可能であると考えられる. そこで, 本研究ではプログラミングの簡便性と数値計算効率を向上させるために, 鉄筋に関してもコンクリートと同様の評価を行うことにした. Peerlingsらは, 静的なコンクリートの挙動を正確に追跡するために, コンクリートの引張軟化曲線を全応力-歪み関係で表現した損傷の進展式を提案している. しかし, 時刻歴に応答を追跡する通常の衝撃応答解析に, 彼らの提案式を直接使用することは困難である. そこで, 以下の手順により新たに増分型の応力-歪み関係式に適合した損傷進展式を誘導した.

1) 式(2)を用いて単軸応力状態を想定し, 応力増分 $d\sigma$ と歪み増分 $d\varepsilon$ の関係を表すと式(6)が得られる.

$$d\sigma = E(1-D)d\varepsilon \quad (6)$$

2) 式(6)を損傷変数 D に関して表すと式(7)が得られることから, 適切な単軸応力-歪み曲線式を想定すれば, 損傷変数 D を歪みの関数式で表せる.

$$D = 1 - \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \quad (7)$$

3) 本研究では, コンクリートの応力-歪み関係を図-3に

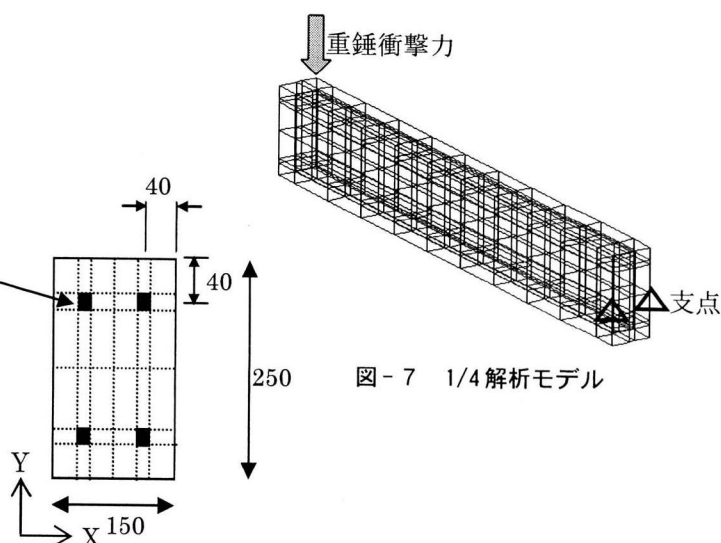


図-7 1/4解析モデル

示すような非線形材料としてモデル化した. そのために, 損傷発生時の歪み ε_0 (初期剛性が低下し始める時点の歪み) と降伏歪み ε_y を基準に, 式(4)で表されるコンクリート要素の相当歪み ε_{eq} が κ_0 (ε_0 と比較する相当歪み量) になった時点で $D=0$ から漸増し, κ_y (ε_y に対応する相当塑性歪み) に達した時に $D=D_c$ (最大損傷度として0.99を仮定した. したがって, 降伏後も初期剛性の1/100の増分剛性を有することになる) となるように損傷進展式を仮定した.

4) 3)で述べたように, 損傷が歪みの増加とともに単調に増加する特性を表現するために, 式(8)に示す相当歪みの指数関数式を適用した. その結果, 図-4に示すような損傷変数-相当歪み関係が求められる.

$$D = \left(\varepsilon_{eq} / \kappa_y \right)^2 \left(e^{\alpha(\varepsilon_{eq} - \kappa_0)} - 1 \right) \quad (8)$$

ここに, $\alpha = \ln 2 / (\kappa_y - \kappa_0)$: 材料定数

以上のことを整理すると, 各要素の積分点において式(4)で求めた相当歪みが式(5)を満たす場合には式(8)により損傷度を求め, 式(2)の構成式に適用することで増分剛性の低下を評価した. 一方, 除荷等の状況で式(5)を満足しない場合には, 初期剛性を用いることにした.

2.3 RCはりの衝撃応答解析

本研究では, RCはりを三次元有限要素モデルに離散化し, 式(9)に示す運動方程式(減衰は考慮しない)を, 陰解法による直接時間積分により解いた.

$$M \ddot{u}(t) + Ku(t) = P(t) \quad (9)$$

ここに M : 集中質量マトリックス, K : 剛性マトリックス,

$P(t)$: 荷重ベクトル, $\ddot{u}(t)$, $u(t)$: それぞれ加速度および変位ベクトル

各時間ステップで, 要素積分点毎に求められる相当歪みから損傷度の評価を行い, 次の時間の構成式に用いることで, 損傷の進展を考慮した衝撃応答解析を行った.

衝撃解析における衝撃荷重の設定は, 節点に直接的に

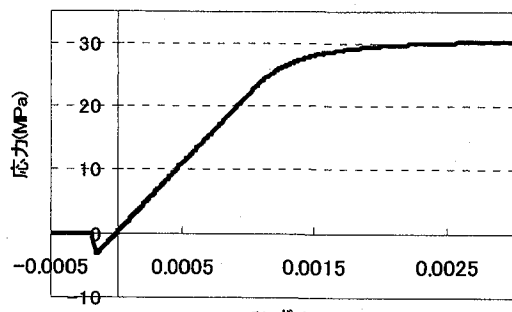


図-8 コンクリートの応力-歪み関係

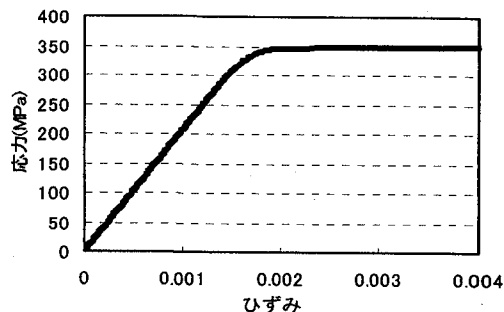


図-9 鉄筋の引張応力-歪み関係

表-1 解析に用いた材料定数

	コンクリート	鉄筋
ヤング率E(GPa)	20.6	206
ポアソン比 ν	0.167	0.3
密度 ρ (g/cm ³)	2.4	7.85
損傷進展係数 α	8154	770
損傷発生歪み κ_0	1.15×10^{-4}	1.1×10^{-3}
f_{cc} 圧縮強度(MPa)	29.4	343
f_{tc} 引張強度(MPa)	$f_{cc}/10$	

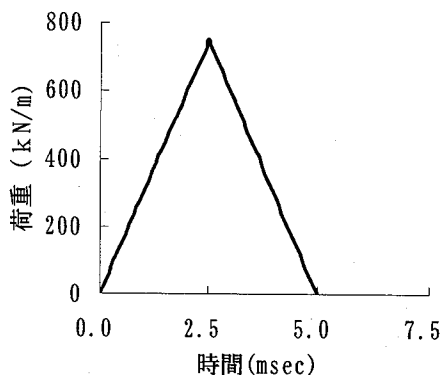
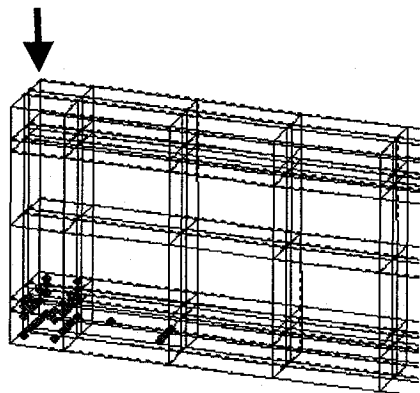
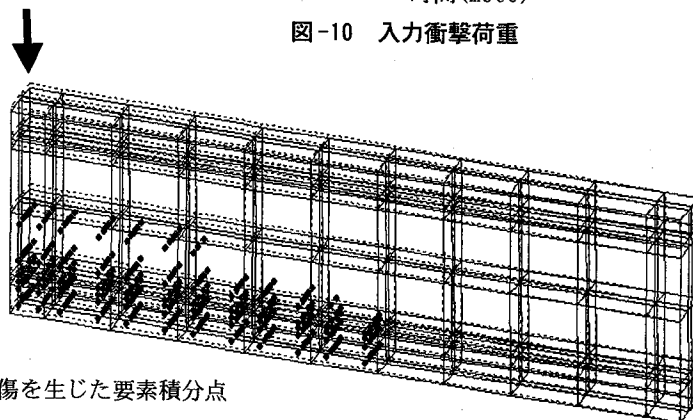


図-10 入力衝撃荷重



(a) 1.5msec 経過後の損傷状況



(b) 3.0msec 経過後の損傷状況

図-11 荷重入力によるRCはりの損傷状況

衝撃荷重ベクトルを与える方法と衝突物の挙動を同時に計算しながら動的接触問題として解く方法の2通りがある。ここでは2通りの解析を行うが、衝突解析における接触部のモデル化は以下のような簡易な手法を用いた。

1) 図-5のように、重錘先端の半球部分(半径R)の中心点Biについて独立した座標をとり、スパン中央部付近の接触判定点(有限要素モデルにおける任意節点)とBiの距離 R_{ij} が以下の式(10)の条件を満たすときに接触状態にあると判断し、式(11)により節点に作用する衝撃力 f を評価した。

$$R_{ij} < R \quad (10)$$

$$f = \frac{E_b A}{R} (R - R_{ij}) \quad (11)$$

ここに、 A : 重錘とはりの接触面積で、各時刻で重錘先端部のはり部材への貫入量から計算・更新した、 E_b : 接触部のはりの弾性係数としてコンクリートの材料特性を与えた

ただし、本解析では接触域の動的な摩擦等の影響は考えず、衝撃荷重 f の鉛直成分のみを式(9)の荷重ベクトルとしてRCはりの節点に与えた。また、重錘側の挙動については、式(12)で加速度を求めた後に、RCはりと同様に、速度・変位の更新を行った。

$$a = g - \frac{f}{m_b} \quad (12)$$

ここに a : 衝突物加速度、 g : 重力加速度、 m_b : 重錘質量

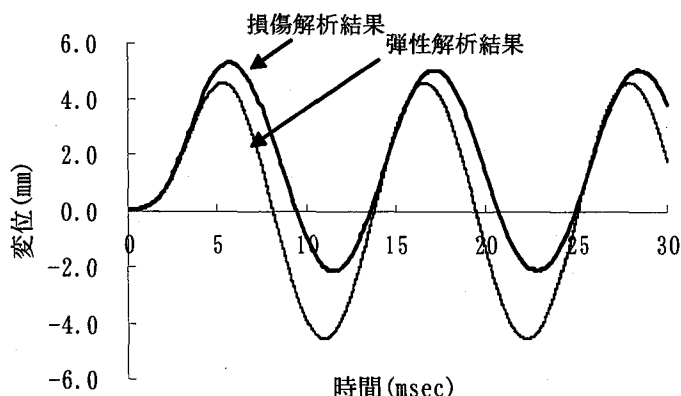


図-12 荷重入力による変位応答

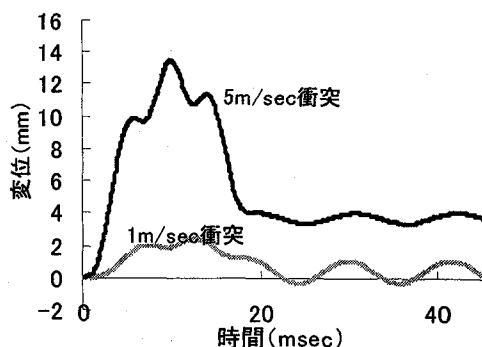


図-13 衝突解析による変位応答

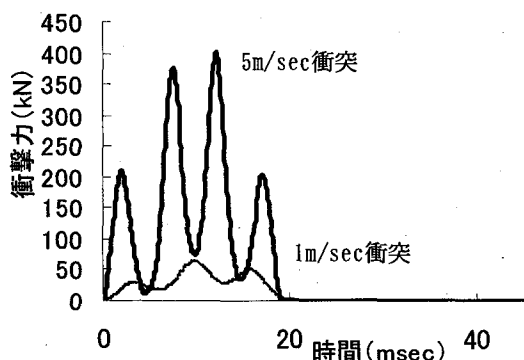


図-14 重錘衝撃力の比較

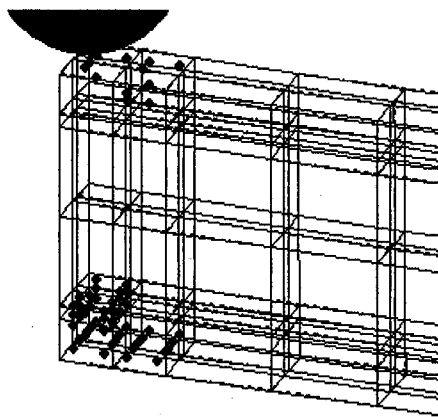
3. 数値計算結果および考察

3.1 解析モデル

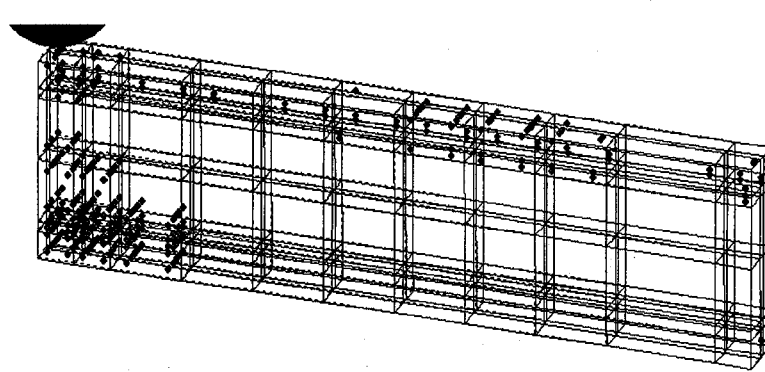
解析対象は、図-6に示すはり高中央部の両端を固定したRC単純はり(静的曲げ耐力38.4kN)とし、はり軸方向と断面方向の対称性を考慮した1/4モデル(図-6, 7参照: 要素分割はX方向3、Y方向6、Z方向11の336節点198要素とした)で解析を行った。式(8)に用いるコンクリート・鉄筋それぞれの材料定数は、図-8および図-9に示すような単軸応力-歪み曲線を仮定(コンクリート要素の圧縮側および鉄筋要素はいずれも降伏後の剛性は初期弾性係数の1/100と設定し、除荷時は初期剛性を与えた)し、コンクリートの引張域に関しては、引張応力がコンクリートの引張強度に達した時点で引張破壊が生じたものとみなし、直ちに要素応力の解放を行うことにした。解析に用いた材料定数を表-1に示す。荷重入力による解析では、硬い物体が構造部材に緩衝材なしに衝突した場合に良く見られる荷重波形として、図-10に示すような三角形形状の衝撃荷重波形(既往の岸・安藤らの実験データ¹³⁾をもとに、質量300kgの重錘が数m/secの速度でRCはりに衝突する場合の荷重強度を想定し2.5msec時に最大荷重112.5kNを与えた)を仮定し、衝突解析の場合は半径90mmで長さ1440mmの円柱体の先端に半径90mmの半球部を有する鋼製重錘(質量300kg)を想定した。重錘の衝突速度は、 $V = 1 \text{ m/sec}$ と 5 m/sec の2種類とした。

3.2 荷重入力による応答解析結果

図-10の衝撃荷重をRCはりスパン中央に載荷したときのRCはり内部における損傷の進展状況を図-11に示す。この図は、各要素積分点における損傷変数の値に応じて色分けしたもので、 $D=0.5$ (50%の剛性低下)以上の箇所を灰色~黒色の丸印で表示している。この図より、1.5msec経過時点では中央下部に引張破壊が生じ始めていることがわかる。その後、3.0msec経過時には典型的な曲げ破壊による損傷領域の広がりが確認される。このときの鉛直変位応答を、弾性解析結果とともに図-12に示す。この図より、損傷を考慮した解析の方が弾性解析より約20%ほど最大応答変位が大きくなっていることがわかる。また、最大変位に達した5msec以降の変位応答は、減衰を考慮していないため自由振動に近い挙動を示しているが、損傷の影響にともない残留変位が発生し、2mmほど変位応答の振幅中心にずれが生じていることも認められた。なお、本手法では鉄筋・コンクリートいずれも8積分点を有するソリッド要素でモデル化しているが、損傷変数の限界値を $D_c = 0.99$ と仮定しているため、一部の積分点で除荷が発生した場合、最大で100倍の剛性の相違が同一要素内で起こりうる。この場合、本解析で採用している低次の形状関数では過度な変形モードが現れ、荷重条件と時間刻みの設定によっては解の発散が起こるケースがみられた。静的解析であれば、応力・歪み増分が要素剛性に与える影響(時間刻み内における負荷・除荷の変動および塑性歪み増分量の影響)について収束計算を行うことで適切な剛性変化を追跡することも可能であるが、通常の衝撃応答解析において時間刻み毎に全要素で応力・歪み増分が剛性変化に与える影響について収束計算を行うことは、時間積分との二重の繰り返しを行うことになり困難である。そこで、本解析では8積分点の平均相当歪みをもとに負荷(損傷進展)と除荷の判定を行い、8点に同じ評価を行った。この処理による利点として、通常の積分点毎の処理では解が発散しやすい計算条件においても、時間刻みを比較的大きくとることが可能であったが、その反面、応力や歪みの応答値に1点積分相当の解析精度しか期待できないと考えられる。以後の解析は、同様の処理を行った結果であることを付記しておく。



(a) 1msec 経過後の損傷状況



(b) 1.5msec 経過後の損傷状況

図-15 衝突解析によるRCはりの損傷状況

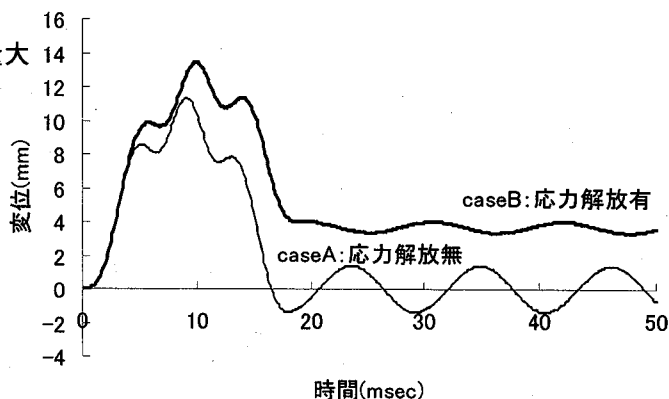
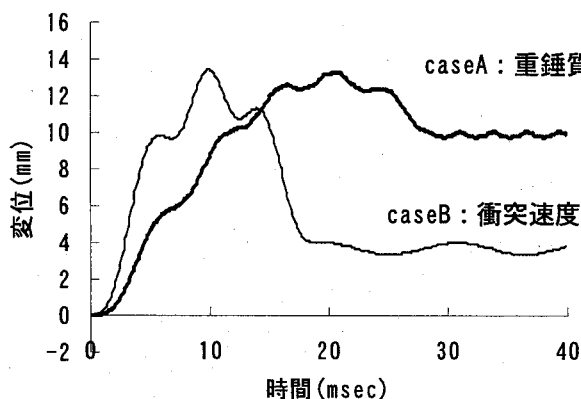


図-16 衝突条件がはりの変位応答に与える影響

図-17 コンクリートの引張破壊のモデル化の影響

3.3 衝突解析による弾塑性衝撃応答

図-13は、重錘が $V = 1 \text{ m/sec}$ と 5 m/sec の2通りの速度で衝突した場合の変位応答を示したものである。重錘が $V = 1 \text{ m/sec}$ で衝突した場合には、RCはりに軽微な損傷の発生により 1 mm 以下の残留変位が生じるものの、弾性応答に近い挙動を示している。一方、 5 m/sec で衝突した場合には明白な弾塑性挙動を示し、最終的に約 4 mm の残留変位が生じていることが認められる。図-14は、重錘衝突により生じた衝撃力波形を示したものである。この結果は、衝突局所のモデル化に大きく依存しているため、その妥当性を論じることはできないが、本モデルでは 1 m/sec 衝突で 50 kN 、 5 m/sec 衝突では初回衝突時に約 200 kN がそれぞれ最大荷重として作用し、 20 msec までに数回の衝突を起こしていることがわかる。図-15は、重錘が 5 m/sec で衝突した場合のはり内部の損傷の進展状況を示したものである。この図より、重錘衝突後わずか 1.0 msec で衝突部近傍に損傷領域が見られるとともに、はり中央下部にも引張破壊が生じていることが認められる。その後、 1.5 msec 経過時にはり上面にも損傷領域が見られるが、これは重錘の衝突速度が速いために、はりの変位が3次モードに近くなっているためであると推察される。

次に、重錘質量がはりの衝撃応答に与える影響について

考察するために、質量を4倍にし、衝突速度を 2.5 m/sec にすることで、先の 5 m/sec 衝突と同一運動エネルギーで重錘が衝突したときの挙動を調べた。図-16は両者ではりの変位応答を比較したものである。重錘質量が大きくなると同時に衝突速度が小さくなったことで、変形が1次モードに近くなることが変位応答の周期の変化からわかる。また、両者で最大応答変位はほとんど同じであるが、残留変位がほぼ2倍に増大していることが認められる。現実には、様々なエネルギーの逸散が発生するため、定量的な面で正確に評価しているとは言えないが、衝突エネルギーは同じであっても質量が大きな物体の衝突の方が残留変位は大きくなる傾向にあると考えられる。

3.4 コンクリートの引張破壊の取り扱いの影響

コンクリート要素が最大応力に達した後の軟化領域が、RCはり全体の応答に与える影響について検討した。ただし、ここでは最大引張応力に達した要素の応力を直ちに解放した場合 (caseB) と応力解放を行わない場合 (caseA) の2通りのみではりの変位応答を比較しており、いずれの場合も以後の要素剛性は初期剛性の $1/100$ に低減している。図-17は、両者の変位応答を比較したもので、引張応力の解放を行った caseB の方が、caseA よりも最大変位に約 20

%の増加が見られることがわかる。最大変位以降の挙動についても、両者には大きな相違が認められ、引張応力の解放を考慮しないと適切な残留変位が得られないことがわかる。

以上のことから、コンクリートの最大引張応力以降の取り扱い、RCはりの衝撃応答に大きな影響を与えることは明白であり、正確な弾塑性挙動を把握するには適切な軟化勾配を用いたモデルを検討する必要があることが確認された。

4. 結論

本研究では、簡易なスカラー変数で損傷変数を定義した場合の損傷力学の衝撃応答解析への適用可能性について検討した。得られた結果を要約すると以下ようになる。

1) 本研究で用いた手法は、任意の応力-歪み関係から材料の損傷進展式を得ることができるため、構造部材の弾塑性衝撃挙動を簡易に求める場合に適した方法であると考えられる。

2) 損傷力学の概念を用いた衝撃応答解析プログラムを作成し、その有用性について確認できた。衝突物の接触モデル等に改良の余地を残しているが、本手法によりRCはりの弾塑性衝撃応答特性を概ね把握できるものと考えられる。

3) 本解析では引張破壊基準を設け、破壊が生じたコンクリート要素の応力を等価節点荷重に換算して解放させ、RCはりの衝撃挙動に対する影響について考察した。その結果、コンクリートの引張破壊の取り扱いが最大変位以降の応答に大きな影響を与えることが確認された。引張軟化勾配が衝撃応答に与える影響については、今後の検討課題であると考えられる。

4) 本解析では、衝撃応答解析特有の収束性の問題を軽減させるために、負荷（降伏）・除荷（弾性）の判定は要素内の平均相当歪みで行った。この処理がRCはりの変位応答に与える影響は非常に小さいが、詳細なひび割れの進展経路の予測等を行う場合には使用できないと考えられる。今後、計算量の増加を招かない適切な解析上の処理方法について検討を行う必要がある。

参考文献

1) 土木学会：土木工学分野における衝撃実験・解析法の標

準化に向けての一つの試み、第6回構造物の衝撃問題に関するシンポジウム論文集，pp. 275-283, 2002.

2) 岸徳光，三上浩，松岡健一，安藤智啓：静载荷時に曲げ破壊が卓越するRC梁の弾塑性衝撃応答解析，土木学会論文集No. 619/I-47, pp. 215-233, 1999.

3) 井元勝慶，大野友則，佐々木晃，小暮幹太：重錘落下衝突を受けるRCはり部材の衝撃挙動と衝撃応答解析における材料の非線形特性，構造工学論文集Vol. 41A, pp. 1201-1212, 1995.

4) 岸徳光，三上浩，安藤智啓：せん断破壊型RC梁の耐衝撃性に関する実験的研究，構造工学論文集Vol. 45A, pp. 1689-1699, 1999.

5) 中田吉彦，榎谷浩，西村洋平：衝突体の運動エネルギーおよび運動量に着目したRCはりの衝撃特性に関する研究，構造工学論文集Vol. 48A, pp. 1493-1503, 2002.

6) 福田隆介，石田雅利，森川博司：個別要素法によるRC梁の重錘落下衝撃解析，第6回構造物の衝撃問題に関するシンポジウム論文集，pp. 231-234, 2002.

7) Lemaitre, J.: A Course On Damage Mechanics, Springer Verlag, 1996.

8) Voyiadjis, G.Z., Park, T.: Anisotropic damage-effect tensors for the symmetrization of the effective stress tensor, Journal of Applied Mechanics. 64, pp. 106-110, 1997.

9) Ignacio Carol, Egidio Rizzi, Kaspar Willam: On the formulation of anisotropic elastic degradation, International Journal of Solids and Structures 38, pp. 491-518, 2001.

10) Rene de Borst: Fracture in quasi-brittle materials: a review of continuum damage-based approaches, Journal of Engineering Fracture Mechanics. 69, pp. 95-112, 2002.

11) Lemaitre, J.: A continuous damage mechanics model for ductile fracture, Journal of Engineering Materials and Technology. 107, pp. 83-89, 1985.

12) M.G.D. Geers, R. de Borst, R.H.J. Peerlings: Damage and crack modeling in Single-edge and double-edge notched concrete beams Engineering Fracture Mechanics 65(2000)

13) 安藤智啓：曲げ破壊型RC梁の耐衝撃設計手法の開発に関する研究，室蘭工業大学博士（工学）論文，2001.

(2002年9月13日受付)