

圧縮と曲げを受ける鋼製円筒の極限強度特性

Ultimate Strength of Steel Cylindrical Shells under Compression and Bending

梅津基義*・古西和夫**・堂垣正博***

Motoyoshi UMEZU, Kazuo FURUNISHI, and Masahiro DOGAKI

- * 修士(工学) 日立造船(株) 堺工場鉄構部橋梁グループ (〒592-8331 堺市築港新町1-5-1)
(元関西大学大学院生)
- ** 工修 日本工営(株) 名古屋支店技術部 (〒460-0008 名古屋市中区栄2-6-1)
- *** 工博 関西大学教授 工学部土木工学科 (〒565-8680 吹田市山手町3-3-35)

This paper presents the behavior and ultimate strength of steel cylindrical shells under compression and bending. The nonlinear partial differential equations for the equilibrium of stress resultants acting on the cylindrical shells are derived, taking into account both geometrical and material nonlinearities based on Washizu's theory. The analysis utilized these equations with applying the finite difference method is carried out. The numerical computation is carried out to examine the effect of radius-to-thickness ratio, radius-to-length ratio, and initial imperfections on the nonlinear behavior and ultimate strength of steel cylindrical shells.

Key Word : steel cylindrical shell, ultimate strength, compression, bending, combined load, finite difference method, elephant foot buckling, initial imperfection

キーワード: 円筒シェル, 極限強度, 圧縮, 曲げ, 組合せ荷重, 差分法, 提灯座屈, 初期不整

1. まえがき

鋼製円筒は鋭い角のない閉断面構造で、耐荷性やねじりに優れている。また、美しい形状や流体力学上の有利性なども相まって、橋梁の橋脚をはじめ、海洋構造物、原子力発電施設、パイプライン、石油や穀物貯蔵タンクなど、多くの施設に使用されている。

鋼製円筒は初期たわみや残留応力などの初期不整に極めて敏感で、後座屈強度が著しく低下する場合がある。このように、シェル構造としての鋼製円筒の挙動は極めて複雑なものとなる。

わが国において、鋼構造を形成する柱やはりなどは、一般に、その断面が局部座屈しないように設計される。そのため、示様設計では構成要素の幅厚比や径厚比などに制限が設けられている。

兵庫県南部地震では、円筒状の鋼製橋脚に“提灯座屈”と呼ばれる局部座屈が生じた。この現象は、圧縮と曲げの組合せ荷重によって、はじめに円筒シェルの圧縮縁が外側方向にたわみを生じて座屈し、その後の反復曲げによって、たわみが橋脚全周に伝播したからと推測される。この変形は橋脚基部、断面変化部あるいはマンホールのような開口部付近に発生し、亀裂に至ったものも

あった。

地震後、多くの設計法が見直されたものの、円筒シェルの強度規定としては、道路橋示方書・V耐震設計編¹⁾における径厚比に

$$\frac{R}{t} \frac{\sigma_y}{E} \sqrt{3(1-\nu^2)} \leq 0.08 \quad (1)$$

の脆性的な破壊を防ぐための制限が設けられるに留まっている。また、道路橋示方書・II鋼橋編²⁾には、鋼製円筒の部材強度が鋼種ごとに径厚比の関数で与えられているが、経験的な要素が強く、安全側の強度規準になっている。許容応力度設計法から限界状態設計法への移行が検討される昨今、塑性設計が可能な厚肉断面から局部座屈によって部材強度が決定される薄肉断面まで、包括的かつ体系的な部材の強度と変形性能の評価法の確立が必要不可欠である。

鋼製円筒の座屈強度に関する研究は、19世紀後半に始まる。その後、航空、造船、土木、建築などの分野で精力的になされてきた^{3~16)}。土木分野では、宇佐美ら^{17, 18)}、奈良ら^{19, 20)}、西村ら^{21~23)}によって行われている。宇佐美らは短い鋼製円筒の圧縮・曲げ実験を行い、終局強度算定式を提案した¹⁷⁾。また、彼らは、鋼製円筒が部

材全長にわたって正弦半波に座屈する場合の強度を解析的に求めている¹⁸⁾。奈良らは、圧縮を受ける短い鋼製円筒の座屈強度を理論的に検討し、それを最大初期たわみの関数で与えた。西村らは、鋼製円筒の製作工程を考慮に入れた現実的な初期不整を調べ、それが強度に及ぼす影響を検討した。その他、渡邊ら^{24, 25)}、後藤ら^{26, 27)}の研究がある。

本研究では、圧縮、曲げおよびその組合せ荷重を受ける鋼製円筒の弾塑性有限変位解析を行い、その変形挙動と終局強度を解析的に明らかにする。

2. 鋼製円筒の弾塑性有限変位理論

2.1 解析対象の鋼製円筒

Fig.1に示す両端に圧縮力 N と曲げモーメント M が作用する長さ a 、半径 R 、肉厚 t の鋼製円筒を解析する。ここに、部材軸方向を x 軸、円周方向を θ 軸、肉厚方向を z 軸とする。

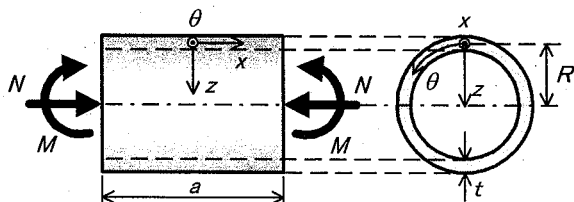


Fig.1 圧縮と曲げを受ける鋼製円筒

解析に必要な諸式を誘導するにあたり、つぎの仮定を設ける。すなわち、

- 1) 鋼製円筒の変形理論は鷲津の薄いシェルに対する非線形弾性理論²⁸⁾を弾塑性場に拡張する。
- 2) Kirchhoff-Loveの平面保持の仮説。
- 3) 鋼製円筒は降伏点応力 σ_y 、ヤング率 E 、ポアソン比 ν の等方等質の鋼材からなる。その応力-ひずみ関係は完全弾塑性である。
- 4) 材料の降伏はvon Misesの等価応力に従い、降伏後の応力-ひずみ関係にはZieglerの移動硬化則²⁹⁾が準用できる。
- 5) 鋼製円筒は製作時の不可避的な初期たわみと残留応力を含む。

製作鋼管を解析の対象とする。製作鋼管とは、平板を冷間塑性曲げ加工し、曲げられた板の側辺を母線方向にアーク溶接して製作されるもので、製作時の不可避的な初期不整を含む。

初期不整のうち、Fig.2に示すような円周方向に一様分布し、母線方向に正弦波形の初期たわみ

$$w_0(x) = -w_{0\max} \cos \frac{n\pi x}{a} \quad (2)$$

を仮定する。ここに、 n は正弦波形の初期たわみの母線方向半波数、 $w_{0\max}$ は最大初期たわみである。

残留応力として、Chen-Ross³⁰⁾が1977年に発表した分

布を採用する。すなわち、母線方向の溶接による残留応力の実測結果を参照し、Fig.3に示す分布

$$0 \leq \theta \leq \pi/18 : \quad \frac{\sigma_r}{\sigma_y} = -\frac{18}{\pi} \left(\theta - \frac{\pi}{18} \right),$$

$$\pi/18 \leq \theta \leq \pi/9 : \quad \frac{\sigma_r}{\sigma_y} = -\frac{6}{\pi} \left(\theta - \frac{\pi}{18} \right),$$

$$\pi/9 \leq \theta \leq \pi/3 : \quad \frac{\sigma_r}{\sigma_y} = \frac{27}{20\pi} \left(\theta - \frac{\pi}{3} \right),$$

$$\pi/3 \leq \theta \leq 7\pi/18 : \quad \frac{\sigma_r}{\sigma_y} = \frac{9}{5\pi} \left(\theta - \frac{\pi}{3} \right),$$

$$7\pi/18 \leq \theta \leq 11\pi/18 : \quad \frac{\sigma_r}{\sigma_y} = \frac{9}{20\pi} \left(\theta - \frac{11\pi}{18} \right),$$

$$11\pi/18 \leq \theta \leq \pi : \quad \frac{\sigma_r}{\sigma_y} = 0 \quad (3)$$

を仮定する。ただし、塑性曲げ加工による加工硬化は考慮しない。

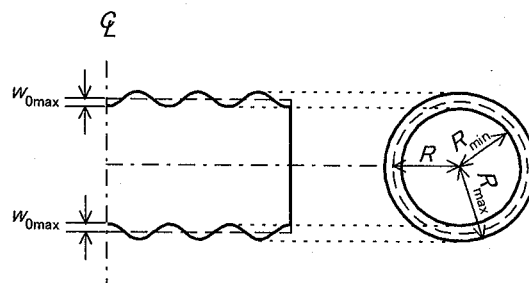


Fig.2 初期たわみの形状

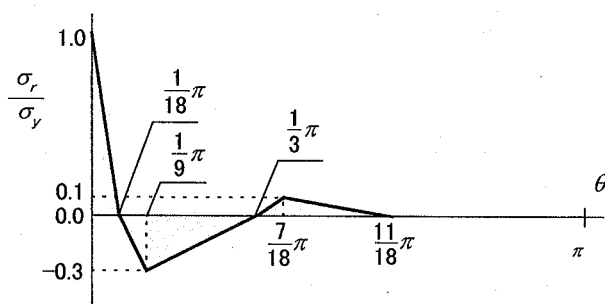


Fig.3 残留応力の円周方向分布

2.2 鋼製円筒の弾塑性有限変位解析に必要な基礎式

(1) 力のつり合い式

鋼製円筒の弾塑性有限変位解析に必要な x 、 θ 、 z 軸方向の力のつり合い式をポテンシャルエネルギー停留の原理に基づいて誘導すれば、

$$\begin{aligned}
& \left(1 + \frac{\partial u}{\partial x}\right) \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} N_x + \frac{1}{R} \left\{ \frac{\partial u}{\partial \theta} \frac{\partial N_{x\theta}}{\partial x} + \left(1 + \frac{\partial u}{\partial x}\right) \frac{\partial N_{x\theta}}{\partial \theta} \right. \\
& \quad \left. + 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial \theta} N_{x\theta} \right\} + \frac{1}{R^2} \left\{ \frac{\partial u}{\partial \theta} \frac{\partial N_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} N_\theta \right\} = 0, \\
& \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} N_x + \left\{ 1 + \frac{1}{R} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} - \bar{w} \right) \right\} \frac{\partial N_{x\theta}}{\partial x} + \frac{1}{R} \left\{ \frac{\partial N_\theta}{\partial \theta} \right. \\
& \quad \left. + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial N_{x\theta}}{\partial \theta} + 2 \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial \theta} - \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right) N_{x\theta} - 2 \frac{\partial M_{x\theta}}{\partial x} \right\} + \frac{1}{R^2} \left\{ \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} \right. \right. \\
& \quad \left. \left. - \bar{w} \right) \frac{\partial N_\theta}{\partial \theta} + \left(\frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} - v - 2 \frac{\partial \bar{w}}{\partial \theta} \right) N_\theta - \frac{\partial M_\theta}{\partial \theta} \right\} = 0, \\
& \frac{\partial N_x}{\partial x} \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x^2} N_x + \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{1}{R} \left\{ N_\theta + \left(v + \frac{\partial \bar{w}}{\partial \theta} \right) \frac{\partial N_{x\theta}}{\partial x} \right. \\
& \quad \left. + \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \frac{\partial N_{x\theta}}{\partial \theta} + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x \partial \theta} \right) N_{x\theta} + 2 \frac{\partial^2 M_{x\theta}}{\partial x \partial \theta} \right\} + \frac{1}{R^2} \left\{ \left(2 \frac{\partial v}{\partial \theta} \right. \right. \\
& \quad \left. \left. - \bar{w} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \theta^2} \right) N_\theta + \left(v + \frac{\partial \bar{w}}{\partial \theta} \right) \frac{\partial N_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 M_\theta}{\partial \theta^2} \right\} = 0 \quad (4)
\end{aligned}$$

を得る。ここに $u, v, \bar{w}$ はそれぞれ x, θ, z 軸方向の変位である。ただし、 $\bar{w}$ は初期たわみ w_0 と荷重によるたわみ w の和すなわち全たわみである。 N_x, N_θ はそれぞれ x, θ 軸方向の膜力、 $N_{x\theta}$ は膜せん断力である。 M_x, M_θ はそれぞれ θ 軸と x 軸まわりの曲げモーメント、 $M_{x\theta}$ はねじりモーメントである。これらは弾塑性状態での断面力で、Lin³¹⁾あるいはMassonnet³²⁾の弾塑性論と同様に求められる。すなわち、

$$\begin{aligned}
N_x &= B \left\{ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right)^2 - \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 \right] \right. \\
& \quad \left. + \frac{v}{R} \left[\frac{\partial v}{\partial \theta} - \bar{w} + w_0 + \frac{1}{2R} \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial \theta} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} - \bar{w} + w_0 \right)^2 \right. \right. \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \left. + \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial \theta} + v \right)^2 - \left(\frac{\partial w_0}{\partial \theta} \right)^2 \right\} \right] \right\} - N_x^p, \\
N_\theta &= B \left\{ v \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right)^2 - \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 \right\} \right] \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{R} \left[\frac{\partial v}{\partial \theta} - \bar{w} + w_0 + \frac{1}{2R} \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial \theta} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} - \bar{w} + w_0 \right)^2 \right. \right. \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \left. + \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial \theta} + v \right)^2 - \left(\frac{\partial w_0}{\partial \theta} \right)^2 \right\} \right] \right\} - N_\theta^p,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
N_{x\theta} &= \frac{(1-\nu)B}{2} \left[\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{R} \left\{ \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial x} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} - \bar{w} + w_0 \right) \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial \theta} + v \right) - \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial \theta} \right\} \right] - N_{x\theta}^p, \\
M_x &= -D \left\{ \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right. \\
& \quad \left. + v \frac{1}{R^2} \left(\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \theta^2} - \frac{\partial^2 w_0}{\partial \theta^2} + \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) \right\} - M_x^p, \\
M_\theta &= -D \left\{ v \left(\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{R^2} \left(\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \theta^2} - \frac{\partial^2 w_0}{\partial \theta^2} + \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) \right\} - M_\theta^p, \\
M_{x\theta} &= -\frac{(1-\nu)D}{R} \left(\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x \partial \theta} - \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) - M_{x\theta}^p \quad (5)
\end{aligned}$$

である。ここに、 B と D はそれぞれ弾性状態における伸び剛性と曲げ剛性で、

$$\begin{aligned}
B &= \frac{Et}{(1-\nu^2)}, \\
D &= \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \quad (6)
\end{aligned}$$

で与えられる。

式(5)における上添字 p 付きの断面力は、弾塑性状態における真の断面力を求めるために導入された仮想的な断面力である。これは弾性応力によって計算される von Mises の等価応力が降伏点応力を超える場合、その超過量を応力成分ごとに肉厚方向に数値積分して

$$\begin{aligned}
N_x^p &= \sum \sigma_x^p \Delta z, \\
N_\theta^p &= \sum \sigma_\theta^p \Delta z, \\
N_{x\theta}^p &= \sum \tau_{x\theta}^p \Delta z, \\
M_x^p &= \sum \sigma_x^p z \Delta z, \\
M_\theta^p &= \sum \sigma_\theta^p z \Delta z, \\
M_{x\theta}^p &= \sum \tau_{x\theta}^p z \Delta z \quad (7)
\end{aligned}$$

から求められる。ここに、 Δz は肉厚方向の層厚である。

降伏点応力に対する等価応力の超過量の $\sigma_x, \sigma_\theta, \tau_{x\theta}$ 成分 $\sigma_x^p, \sigma_\theta^p, \tau_{x\theta}^p$ (以下、これらを仮想応力と呼ぶ) は、鋼製円筒が負荷を受け、それに伴いひずみが漸増あるいは漸減する場合には、

$$\sigma_x^p = \sigma_x^b + \left(1 - \frac{\sigma_y}{\sigma_{eq}}\right) (\sigma_x^e - \sigma_x^b),$$

$$\sigma_\theta^p = \sigma_\theta^b + \left(1 - \frac{\sigma_y}{\sigma_{eq}}\right) (\sigma_\theta^e - \sigma_\theta^b),$$

$$\tau_{x\theta}^p = \tau_{x\theta}^b + \left(1 - \frac{\sigma_y}{\sigma_{eq}}\right) (\tau_{x\theta}^e - \tau_{x\theta}^b) \quad (8)$$

から求められる。ここに、上添字 b つきの応力は前荷重段階における仮想応力を表し、初期降伏が生じるまではゼロである。また、下添字 eq つきの応力はZieglerの移動硬化則を準用したvon Misesの等価応力で、

$$\sigma_{eq} = \sqrt{(\sigma_x^e - \sigma_x^b)^2 - (\sigma_x^e - \sigma_x^b)(\sigma_\theta^e - \sigma_\theta^b) + (\sigma_\theta^e - \sigma_\theta^b)^2 + 3(\tau_{x\theta}^e - \tau_{x\theta}^b)^2} \quad (9)$$

である。

一方、負荷の荷重状態にも関わらず、ひずみが反転する場合には、仮想応力に前荷重段階の値がそのまま用いられ、

$$\sigma_x^p = \sigma_x^b,$$

$$\sigma_\theta^p = \sigma_\theta^b,$$

$$\tau_{x\theta}^p = \tau_{x\theta}^b \quad (10)$$

となる。

(2) 境界条件

解析対象の鋼製円筒は圧縮と曲げを受け、両端が固定されている。ここでは荷重の載荷方法に変位制御型を採用し、圧縮力 N に等価な軸方向強制変位 u_0 と曲げモーメント M に等価な強制回転角 ϕ を部材端に作用させる。この場合、2つの変位 u_0 、 ϕ をそれぞれ独立に同時に与えることが最も簡単であるが、曲げと圧縮の割合を一定に保ちながら解析しようと思えば、どちらか一方を未知数として扱う方が得策である。したがって、部材端の境界条件は、圧縮力が支配的な場合には、 ϕ を従属変数とし、

$$u + R \cos \theta \cdot \phi = -u_0,$$

$$v = 0,$$

$$\bar{w} - w_0 = 0,$$

$$\frac{\partial \bar{w}}{\partial x} - \frac{\partial w_0}{\partial x} = 0 \quad (11)$$

とする。また、曲げが支配的な場合には、 u_0 を従属変数とし、

$$u + u_0 = -R \cos \theta \cdot \phi,$$

$$v = 0,$$

$$\bar{w} - w_0 = 0,$$

$$\frac{\partial \bar{w}}{\partial x} - \frac{\partial w_0}{\partial x} = 0 \quad (12)$$

とする。

未知数として扱う従属変数は、組合せ荷重の付加条件

$$\Psi_N \frac{\left| \int \sigma_{x0} dA \right|}{N_p^*} - \Psi_M \frac{\int \sigma_{x0} (-R \cos \theta) dA}{M_p^*} = 0 \quad (13)$$

を満足するように求められる。ここに、 σ_{x0} は部材端に作用する直応力、 Ψ_N 、 Ψ_M はそれぞれ作用圧縮力と作用曲げモーメントの割合を表すパラメータで、圧縮力が支配的な場合（Fig.4の強度相関図における①の領域）では、

$$0 \leq \Psi_N \leq 1, \quad \Psi_M = 1 \quad (14)$$

曲げが支配的な場合（Fig.4の強度相関図における②の領域）では、

$$\Psi_N = 1, \quad 0 \leq \Psi_M \leq 1 \quad (15)$$

である。また、 N_p^* 、 M_p^* はそれぞれ全塑性軸力と全塑性曲げモーメントである。Fig.4における $N_{ult,pure}$ と $M_{ult,pure}$ はそれぞれ純圧縮と純曲げを受ける鋼製円筒の終局強度を、 N_{ult} と M_{ult} はそれぞれ圧縮と曲げが同時に作用する場合の終局圧縮強度と終局曲げ強度である。

なお、両端での境界条件に固定を仮定した理由は、つぎのとおりである。すなわち、円筒シェルの変形の特徴は外側に膨らむことにある（厚くなればなるほど）。本研究のように、ダイアフラム間の円筒を解析対象とする場合には、単純支持すなわち回転自由の条件より固定の条件の方がより現実的である。このことは兵庫県南部地震での円筒状橋脚の損傷例から容易に想像できる。ただし、薄いシェルの場合は、このかぎりでない。

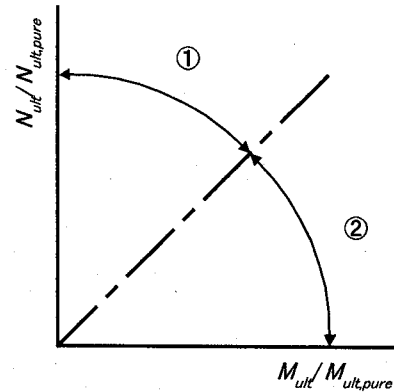


Fig.4 組合せ荷重下での強度相関の模式図

2.3 数値解析法

2.2(1)で誘導した力のつり合い式を2.2(2)で誘導した境界条件式のもとに解けば、鋼製円筒の終局強度が求められる。

上述の基礎式は変位 u 、 v 、 w が連成する3元連立非線

形偏微分方程式で、厳密解を求めることは極めて難しい。ここでは微分方程式の近似解法として古くから利用されてきた差分法をこれらの式に適用し、代数方程式へ変換する。すなわち、差分法の適用によって、

$$[K]\{\Delta\delta\} = \{R\} \quad (16)$$

なる多元連立の非線形代数方程式を得る。ここに、 $[K]$ は係数マトリクス、 $\{\Delta\delta\}$ は未知増分変位ベクトル、 $\{R\}$ は残差不平衡力ベクトルである。

式(16)を増分法と修正Newton-Raphson法を併用した混合法で解けば、非線形解が求められる。本解法は、構造物の強度が最高荷重に近づき非線形性が増大すると、反復回数が増える傾向にある。そのため、Lagrangeの補間法や加速Jacobi法を用い、解の発散を防ぐとともに、反復回数を減少させ、収束を早める努力をした。

3. 数値解析結果とその考察

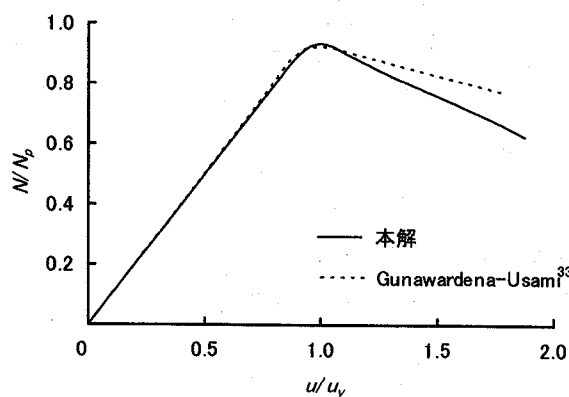
2.で述べた基礎理論と数値解析法を用いて解析し、鋼製円筒が

- ①圧縮を受ける場合
- ②曲げを受ける場合
- ③圧縮と曲げを同時に受ける場合

の3ケースについて終局強度特性を明らかにする。ただし、解析対象は降伏点応力 $\sigma_y=235\text{MPa}$ 、ヤング率 $E=206\text{GPa}$ 、ポアソン比 $\nu=0.3$ の鋼材で製作されているものとする。

鋼製円筒の終局強度を広範に求める前に、解析に必要な差分分割数や肉厚方向の層数と終局強度との関係を調べたところ、圧縮と曲げのいずれの場合にも、円周方向に18分割、肉厚方向に10分割すれば、精度のよい解が求められた。また、母線方向の差分分割数には、半径 R と同程度の長さ部分に対し72分割を用いればよいことがわかった。

3.1 既往の研究との比較



(a) Gunawardena-Usami の有限要素解との比較

本解法の妥当性を検証するため、圧縮を受ける鋼製円筒を対象としたGunawardena-Usami³³⁾、西村・池内³⁴⁾の有限要素解との比較を行う。解析対象の断面諸元と初期不整は、文献33)、34)に基づいて、Table 1のとおりである。また、文献33)、34)によれば、端部での境界条件は変位 u , v , w のみを拘束し、回転は自由としている。

解析によって得られた荷重-変位関係を既往の研究結果とともに描けば、Fig.5を得る。図中、横軸は降伏変位 u_y によって無次元化された載荷辺での圧縮変位 u/u_y 、縦軸は全強 N_p によって無次元化された作用圧縮力 N/N_p である。Fig.5(a)から明らかなように、本解法による終局強度は、Gunawardena-Usamiの解に比較して若干高めの値を示し、その相対誤差は1.2%である。最高荷重後すなわち劣化域での挙動において、本解は彼らの解に比べて強度の低下が著しい。

西村・池内らの解と比較する。Fig.5(b)から明らかなように、両者の終局強度は一致し、その相対誤差はゼロであった。最高荷重後の劣化域において、本解はGunawardena-Usamiの場合とは異なって、西村・池内らの結果より強度の低下が緩やかである。

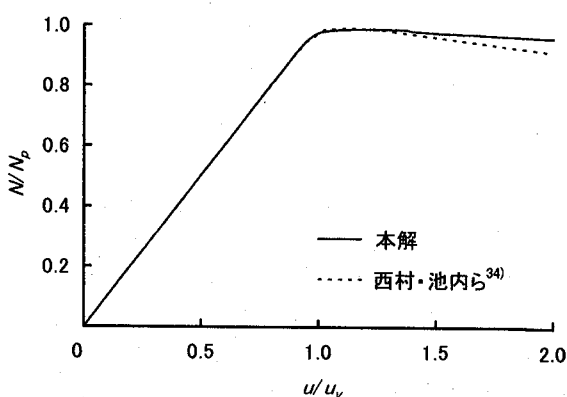
以上のことから、本解析法は鋼製円筒の終局強度を精度よく評価するものと思われる。

Table 1 解析対象の寸法と初期不整

	R/a	R/t	残留応力	$w_{0\max}/a$
文献33)	2.0	200	無	0.0005
文献34)	1.0	50	無	無

3.2 圧縮力を受ける鋼製円筒の終局強度特性

鋼製円筒の終局圧縮強度は径長比、径厚比、母線方向の初期たわみ波形などに影響される。鋼製円筒の終局強度がこれらの関数で表現できれば、効率的な鋼製円筒の



(b) 西村・池内らの有限要素解との比較

Fig.5 既往の研究との荷重-変位関係の比較

強度設計が可能になる。以下では、これらが鋼製円筒の終局圧縮強度に及ぼす影響を明らかにする。

(1) 径長比が鋼製円筒の終局圧縮強度に及ぼす影響

径長比が鋼製円筒の終局圧縮強度に及ぼす影響を検討するため、径長比 R/a を種々変化させた。ただし、径厚比は $R/t=100$ である。初期不整として残留応力のみを考慮し、初期たわみは無視した。解析によって得られた径長比と終局圧縮強度との関係をFig.6に示す。図中、横軸は径長比、縦軸は全強 N_p によって無次元化された終局圧縮強度 N_{ult}/N_p である。図から明らかなように、 $R/a>0.5$ では、径長比の増加とともに鋼製円筒の終局圧縮強度は増大する。一方、 $R/a\leq 0.5$ では、終局圧縮強度は $N_{ult}/N_p=0.95$ にほぼ等しい。

終局時におけるたわみの母線方向の分布を調べれば、Fig.7を得る。図中、横軸は半径 R で無次元化された荷重辺からの距離 x'/R 、縦軸は肉厚 t によって無次元化された面外たわみ w/t である。ただし、溶接残留応力の局所変形への影響を避けるため、溶接縁から $\theta=\pi/2$ での変形に注目した。図から明らかなように、いずれの径長比でも荷重辺近傍に局所的な変形が現れる。それ以外の領域すなわち部材の中央部ではほぼ一様な分布のたわみとなる。ただし、径長比が $R/a<0.3$ になれば、中央部付近でもわずかながら局所的な変形が生じる。 $R/a=0.3$ 前後で鋼製円筒の変形モードに相違が見られ、それがFig.6の径厚比-強度曲線にも現れている。また、端部近傍の局所変形は部材端から半径 R の0.25倍までの領域に限定され、その発生位置は径長比によらない。

(2) 径厚比が鋼製円筒の終局圧縮強度に及ぼす影響

径厚比が鋼製円筒の終局圧縮強度に及ぼす影響を検討した。径長比 $R/a=1.0$ の鋼製円筒に対し、径厚比 R/t を種々変化させて解析した。ただし、残留応力のみを考慮した。解析によって得られた径厚比と終局強度との関係をFig.8に示す。図中、横軸は径厚比、縦軸は全強 N_p によって無次元化された終局圧縮強度 N_{ult}/N_p である。図から明らかなように、鋼製円筒の終局圧縮強度は径厚比の増大とともに低下する。

終局時におけるたわみの母線方向と円周方向の分布を調べれば、Fig.9とFig.10を得る。Fig.9において、横軸は部材長 a によって無次元化された部材軸座標 x/a 、縦軸は肉厚 t によって無次元化された面外たわみ w/t である。

Fig.10は径厚比が $R/t=25$ と200の場合である。

Fig.9から明らかなように、径厚比が $R/t=25$ の場合、部材全長にわたって正弦半波の形状で変形している。それ以外の場合には、局所的な変形を呈している。また、局所変形の発生位置は、径厚比が大きくなるにしたがって部材端に近づき、より変化の激しいモードとなる。

Fig.10から明らかなように、径厚比が小さい場合すなわち $R/t=25$ のモデルは、円周方向にほぼ一様に膨らんでいる。一方、径厚比が大きい場合、たとえば $R/t=200$ の鋼製円筒では、溶接縁ではほとんど変形せず、溶接縁か

ら少し離れた位置で大きく膨らんでいる。溶接縁から少し離れた位置は最大の圧縮残留応力が生じている箇所であり、径厚比が大きい場合にはその影響を強く受けるものと思われる。

なお、ここでは初期不整に残留応力のみを考慮した。初期たわみによっても強度の低下が生じると考えられる。しかし、初期たわみに関しては、その波形が崩壊モードに大きく影響し、強度を変化させる。この考察は後述し、ここでは考慮しなかった。

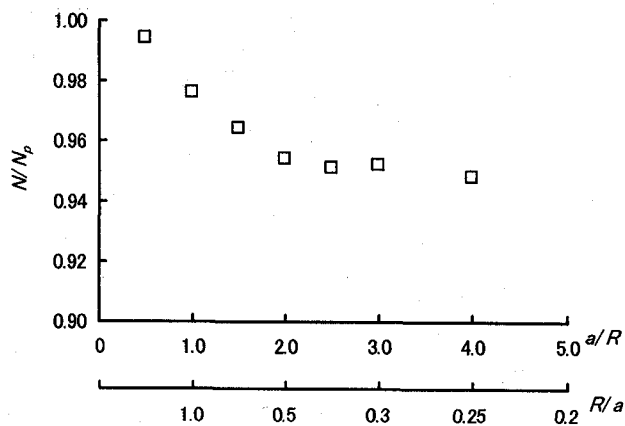


Fig.6 径長比と終局圧縮強度との関係

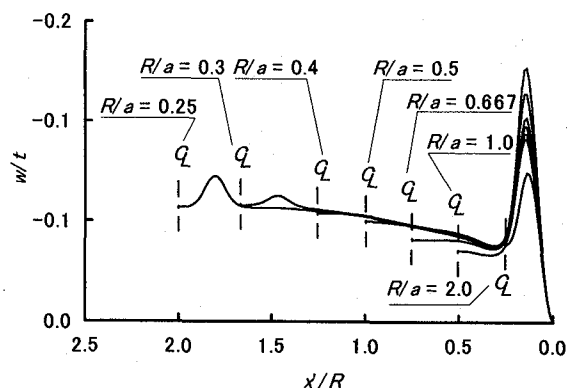


Fig.7 径長比によるたわみの軸方向分布の比較

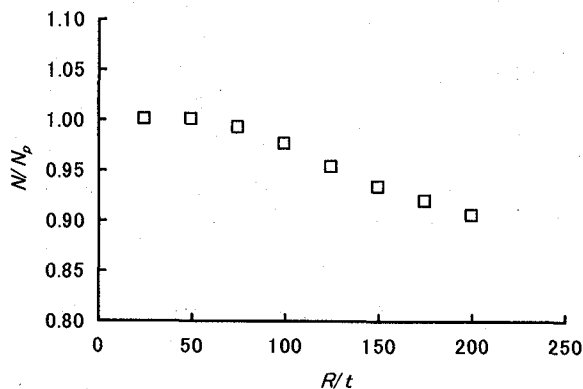


Fig.8 径厚比と終局圧縮強度との関係

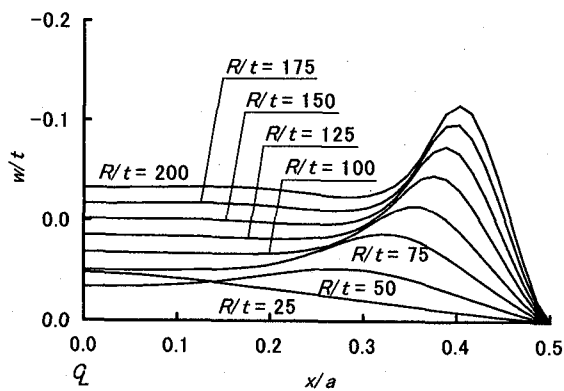


Fig.9 径厚比によるたわみの軸方向分布の比較

(3) 初期たわみモードと終局圧縮強度との関係

円筒シェル構造は、閉じた曲面構造で断面に方向性がないことから、力学的に優れた断面である。その一方で、幾何学的な不整に極めて敏感で、不整によっては鋼製円筒の耐荷力を著しく損なう場合がある。したがって、鋼製円筒の終局強度を検討するにあたっては、どのような初期不整を仮定するかが重要である。ここでは径長比が $R/a=0.3$ 、径厚比が $R/t=50$ の鋼製円筒を対象に、幾何学的初期不整に式(2)で表される母線方向に正弦半波を仮定した。母線方向の半波数 n と終局圧縮強度との関係を調べたところ、Fig.11を得た。ただし、初期たわみの最大値は $w_{0\max}=0.0025\lambda$ で、 λ は初期たわみの半波長を表す。図中、横軸は初期たわみの母線方向正弦半波数 n 、縦軸は全強 N_p によって無次元化された終局圧縮強度 N_{ult}/N_p である。図から明らかなように、鋼製円筒の終局圧縮強度は $n \approx 14$ で最小値となる。

Timoshenko-Gere⁹⁾によれば、鋼製円筒が部材長にわたって n 波の正弦半波で座屈する場合、最小の強度を与える半波長が、

$$L_{cr} = \pi \sqrt[4]{\frac{R^2 t^2}{12(1-\nu^2)}} \approx 1.73 \sqrt{Rt} \quad (17)$$

で与えられる。上式は、明らかに、鋼製円筒の径厚比に

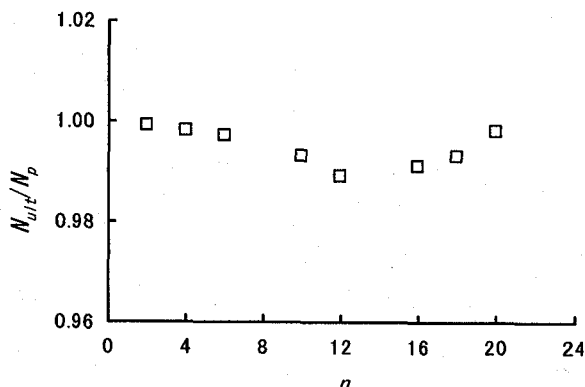


Fig.11 初期たわみの半波数と終局強度の関係

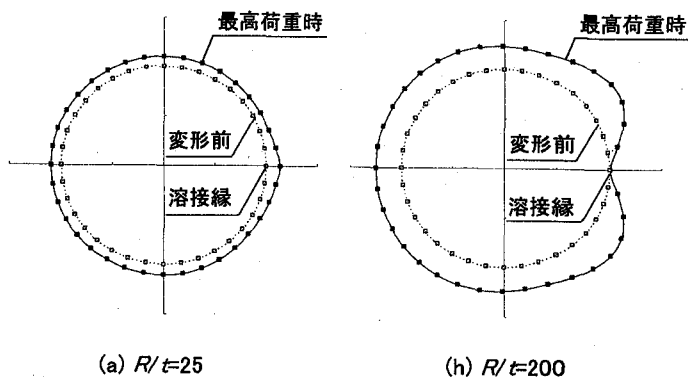


Fig.10 径厚比によるたわみの円周方向分布の比較

依存している。したがって、任意の部材長 a の鋼製円筒が上式で与えられる半波長で座屈すれば、その半波数 n_{cr} は

$$n_{cr} = \frac{a}{L_{cr}} = 0.58 \frac{a}{\sqrt{Rt}} \quad (18)$$

となる。上式に $R/a=0.3$ 、 $R/t=50$ を代入すれば、 $n_{cr}=13.7$ となり、本解析で求められた最小強度を与える初期たわみの半波数 $n \approx 14$ にほぼ一致する。以下では、式(18)を参考に、初期たわみの半波数を決定する。

半波数が式(18)の初期たわみ(式(2))を用いて、宇佐美・青木ら¹⁷⁾の研究で求められた実験値と比較する。実験供試体の諸元をTable 2に示す。ただし、初期たわみと残留応力をともに考慮し、初期たわみの最大値を $w_{0\max}=0.0025\lambda$ とした。差分解析を実験値と比較すれば、Fig.12を得る。ここに、縦軸と横軸はそれぞれ全強によって無次元化された差分解析と実験値である。

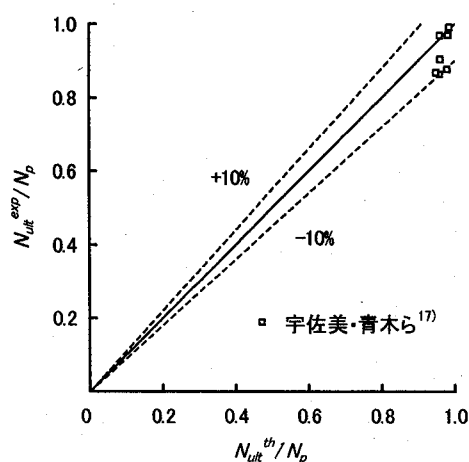
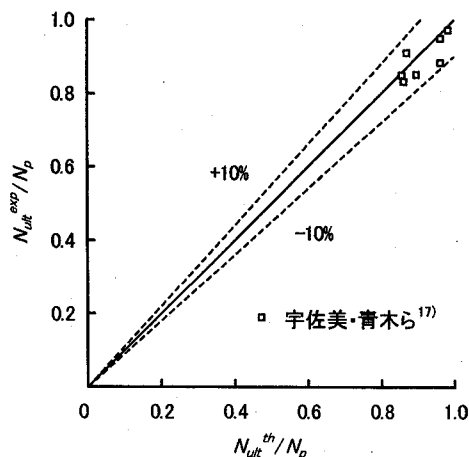
図から明らかなように、本解は宇佐美・青木らの実験値に比較して若干高めの値を示す。その理由に、最大初期たわみの大きさが考えられる。ここでは最大初期たわみを初期たわみの半波長 λ に対して $w_{0\max}=0.0025\lambda$ のように仮定した。ちなみに、初期たわみの波数が多くなれば、初期たわみの絶対量は小さくなる。

そこで、最大初期たわみを初期たわみの波数によらず、部材長 a に対して与える。すなわち、 $w_{0\max}=0.0025a$ を仮定して解析する。解析の結果、得られた差分解析を実験値と比較すれば、Fig.13を得る。図から明らかなように、差分解析と実験値との相対誤差は $\pm 10\%$ 以内となり、実験値とかなりよい関係にある。ただし、多くの差分解析が実験値に比べて安全側に求められている。

したがって、最大初期たわみを $w_{0\max}=0.0025a$ とし、式(18)の半波数を初期たわみに仮定して求めた解は、下限値相当の強度を示すものと思われる。一方、初期たわみの最大値を $w_{0\max}=0.0025\lambda$ とし、半波数が式(18)の初期たわみを仮定すれば、薄い鋼製円筒の場合はかなり小さな初期たわみが仮定されていることになり、平均値相当の強度よりも若干高めの値を与えている。

Table 2 鋼製円筒の圧縮試験データ

供試体 番号	材料的性質			寸法[mm]			幾何学的形状比			終局強度 N_{ult}/N_p
	ヤング率 E [GPa]	降伏点応力 σ_y [MPa]	ポアソン比 ν	長さ a	半径 R	肉厚 t	径長比 R/a	径厚比 R/t	径厚比パラメータ R_t	
1	207.76	537.04	0.273	373.00	179.79	4.80	0.48	37.46	0.16	0.875
2	207.76	537.04	0.273	552.00	269.64	4.84	0.49	55.71	0.24	0.901
3	207.76	537.04	0.273	553.00	270.03	4.77	0.49	56.61	0.24	0.861
4	207.76	537.04	0.273	642.00	315.28	4.84	0.49	65.14	0.28	0.866
5	211.68	596.82	0.299	645.00	210.00	6.45	0.33	32.56	0.15	0.967
6	211.68	596.82	0.299	437.00	210.00	6.51	0.48	32.26	0.15	0.967
7	211.68	596.82	0.299	225.00	210.00	6.42	0.93	32.71	0.15	0.989

Fig.12 差分解と実験値との比較($w_{0\max}=0.0025\lambda$)Fig.13 差分解と実験値との比較($w_{0\max}=0.0025a$)

(4) 鋼製円筒の終局圧縮強度

初期たわみと残留応力を含む鋼製円筒を対象に、径厚比を種々変化させて解析し、終局圧縮強度を求めた。解析対象の鋼製円筒は、径長比が $R/a=0.3$ で、溶接残留応力と初期たわみの両方を仮定した。また、初期たわみの半波数は式(18)に基づき、解析する鋼製円筒の径厚比に対して最小の強度を与える波数を、その振幅に $w_{0\max}=0.0025\lambda$ と $w_{0\max}=0.01\lambda$ を仮定した。ただし、部材中央で対称な鋼製円筒を対象とするので、母線方向に部材の1/2部分を解析した。 n は式(18)で与えられる値に最も近い偶数の値とした。

解析結果をFig.14に示す。ここに縦軸は全強で無次元化された終局圧縮強度、横軸は径厚比パラメータ

$$R_t = \sqrt{3(1-\nu^2)} \frac{E}{\sigma_y} \frac{R}{t} \quad (19)$$

である。同図には、道路橋示方書(JSHB)のSM400材に対する強度式²⁾、ECCSの強度式³⁵⁾、鋼構造物設計指針(DCSS)³⁶⁾とAISCの強度式³⁷⁾を示す。

また、宇佐美ら¹⁷⁾によって提案された実験に基づく強度式

$$\frac{N_{ult}}{N_p} = 0.8 + \frac{0.025}{R_t} \quad (20)$$

Gao-Usami-Ge¹⁸⁾の解析に基づく強度式

$$\frac{N_{ult}}{N_p} = 1 - 0.43\sqrt{R_t - 0.03} \quad (21)$$

Rizal-Nara^{19, 20)}の解析に基づく強度式

$$\frac{N_{ult}}{N_p} = \alpha_s (1 - 0.46R_t) \quad (22)$$

も同時に示す。なお、式(22)中の α_s は初期たわみに関する低減係数で、

$$\alpha_s = 1 - 0.312 \left(\frac{w_{0\max}}{a} \frac{R}{t} \right) + 0.089 \left(\frac{w_{0\max}}{a} \frac{R}{t} \right)^2 \quad (23)$$

である。ただし、初期たわみを $w_{0\max}=0.0025a$ と $w_{0\max}=0.001a$ とした。さらに、名古屋大学とLehigh Univ.で行われた実験も示す。

図から明らかなように、初期たわみ $w_{0\max}=0.0025a$ の本解は、宇佐美・青木らの実験式とかなりよい一致を示す。

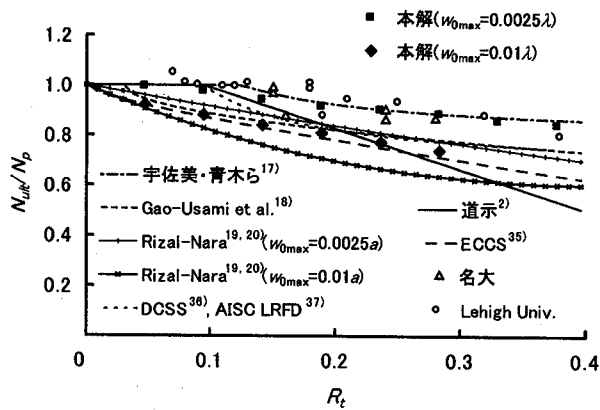


Fig.14 鋼製円筒の終局圧縮強度

また、初期たわみ $w_{0max}=0.001a$ の本解は、Gao-Usami-GeやECCS, AISI, DCSSの設計式によく一致している。一方、Rizal-Naraの強度式は、いずれの大きさの初期たわみでも本解やその他の曲線に比較べて低めの値を与える。

本解析をもとに、初期たわみ $w_{0max}=0.0025a$ の終局強度に相当する近似算定式を

$$\frac{N_{ult}}{N_p} = \alpha_c (1 - 0.46 R/t) \quad (24)$$

のように提案する。ここに、 α_c は初期たわみに関する強度の低減係数で、

$$\frac{R}{t} < 90 :$$

$$\alpha_c = 1 + \left\{ 0.0012 \left(\frac{R}{t} \right)^2 - 0.21 \frac{R}{t} - 5.06 \right\} \left(\frac{w_{0max}}{a} - 0.0025 \right)$$

$$90 \leq \frac{R}{t} < 200 :$$

$$\alpha_c = 1 - \left(0.129 \frac{R}{t} + 2.63 \right) \left(\frac{w_{0max}}{a} - 0.0025 \right) \quad (25)$$

である。これを w_{0max}/λ が0.0025と0.01の場合に対して図示すれば、Fig.15のようになる。初期たわみの振幅に $w_{0max}=0.0025\lambda$ を用いた場合、式(24)と実験値との変動係数は0.055であった。

3.3 曲げを受ける鋼製円筒の終局強度特性

(1) 溶接位置と終局曲げ強度の関係

製作鋼管に含まれる溶接残留応力は、Fig.3に示すように分布し、2軸対称とはならない。したがって、鋼製円筒が曲げを受ける場合、この溶接位置によって応力状態が変わり、強度に差異が生じるものと推測される。そこで、径長比が $R/a=1.0$ 、径厚比 $R/t=200$ の鋼製円筒に対し、溶接縁が引張縁に位置する場合と、圧縮縁に位置する場合を解析した。その結果、Fig.16に示す荷重-変位関係を得た。図より明らかなように、溶接縁が引張縁に位置する場合の方が圧縮縁に位置する場合よりもわずかに

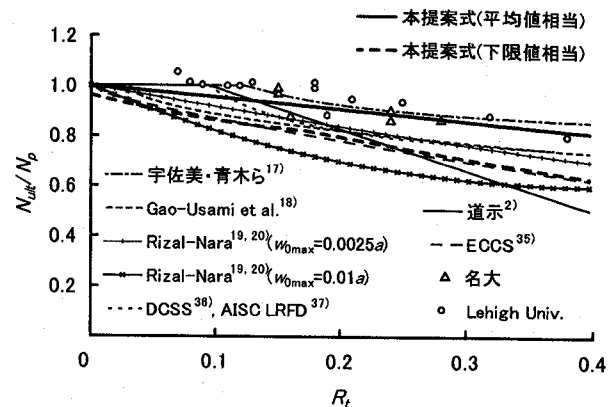


Fig.15 終局圧縮強度の近似算定曲線

に初期の剛性は低い。しかしながら、終局強度は逆に溶接縁が圧縮縁に位置する場合の方がわずかに低い。これは、溶接縁が引張縁に位置する場合、溶接縁に生じている引張残留応力のため、載荷開始直後に塑性化が始まり、剛性が下がるものと考えられる。また、溶接による最大圧縮残留応力が溶接縁の近傍に生じているため、溶接縁が圧縮側に位置する場合、その部分での塑性変形が進行し、結果として終局強度がわずかに低くなったものと思われる。このことはたわみの円周方向分布 (Fig.17) から確認できる。

以上のことから、残留応力を考慮して曲げを受ける鋼製円筒の強度を求める場合、溶接縁を圧縮縁に一致させると、最小の曲げ強度が求められるものと思われる。

(2) 鋼製円筒の終局曲げ強度

鋼製円筒が純曲げを受ける場合を対象に、径厚比 R/a を種々変化させて解析した。ただし、径長比は $R/a=0.5$ である。また、残留応力と初期たわみの両方を仮定し、初期たわみの半波数に式(18)で与えられる波数を、その最大値に $w_{0max}=0.0025\lambda$ を仮定した。解析結果をFig.18に示す。図中、横軸は径厚比パラメータ、縦軸は全塑性モーメント M_p によって無次元化された終局曲げ強度 M_{ult}/M_p である。比較のため、道路橋示方書のSM400材に対する式²⁾、ECCS³⁵⁾、DCSS³⁶⁾、AISC³⁷⁾の諸式を同時に示す。

図より明らかなように、道路橋示方書とDCSSの式は $R/t < 0.2$ の領域で本解より若干危険側に位置する。一方、AISC LRFDとECCSの式は本解に比べてかなり安全側の値を与えている。ECCSの式は、圧縮の場合と同様、初期たわみの最大値を $w_{0max}=0.01a$ に仮定して強度の低減を行っているため、かなり安全側に強度を推定していると思われる。

(3) 鋼製円筒の終局圧縮・曲げ強度の相関

圧縮と曲げを同時に受ける鋼製円筒を対象に、径長比が $R/a=0.3$ 、径厚比が $R/t=25, 50, 75, 100, 125, 150$ の場合を解析し、終局強度相関曲線を求めれば、Fig.19を得る。図中、横軸は純曲げ強度によって無次元化された組合せ荷重下での曲げモーメント、純圧縮強度で無次元

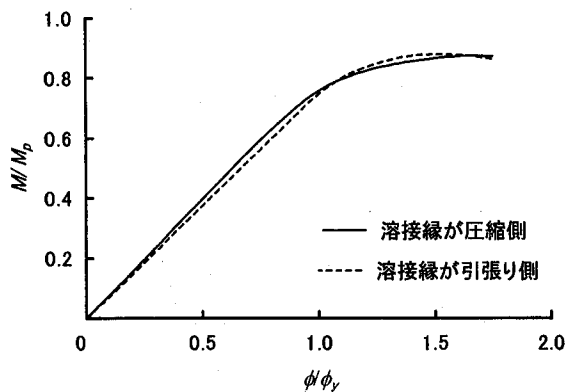


Fig.16 溶接位置による荷重－たわみ関係の比較

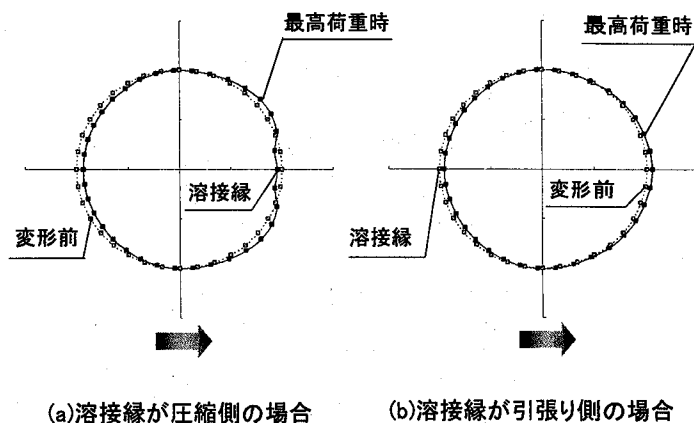


Fig.17 溶接位置によるたわみの円周方向分布の比較

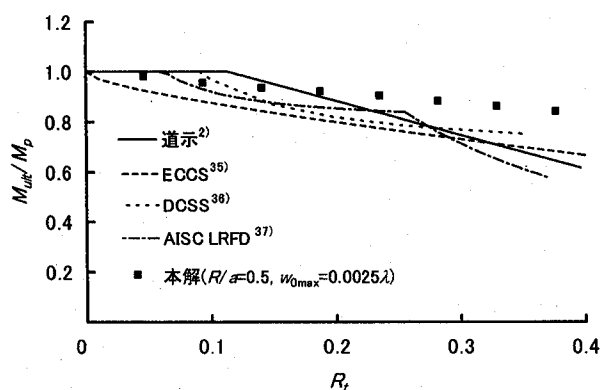


Fig.18 鋼製円筒の終局曲げ強度

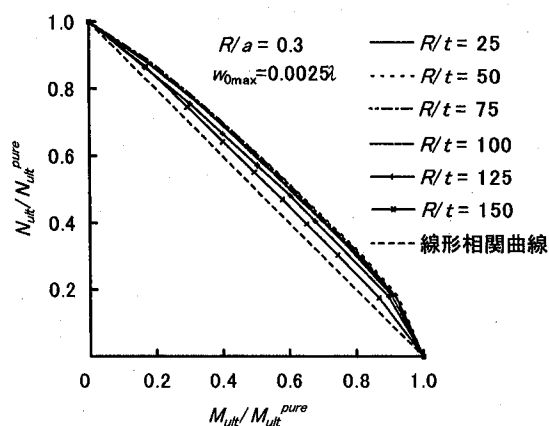


Fig.19 組合せ荷重を受ける鋼製円筒の強度相関

化された組合せ荷重下での圧縮力である．ここに，残留応力と初期たわみのいずれも考慮し，初期たわみの半波数 n に式(18)で与えられる波数を，その最大値に $w_{0max}=0.0025\lambda$ を仮定した．また，同図にはつぎの強度相関式

$$\frac{N_{ult}}{N_{ult,pure}} + \frac{M_{ult}}{M_{ult,pure}} = 1 \quad (26)$$

も示した．

図より明らかなように，本解はいずれの径厚比に対しても線形の強度相関式に比べて外側に膨らんだ曲線を呈する．また，径厚比が大きい場合，曲げが卓越する領域において曲線は外に膨らむ．すなわち，主として曲げを受ける場合，圧縮力による曲げ強度の低下を若干受けにくい．しかし，その大きさは僅かで，鋼製円筒の圧縮・曲げ強度の相関関係は，線形相関式でほぼ近似できる．

4. あとがき

鋼製円筒の弾塑性有限変位解析を行い，鋼製円筒の終

局圧縮強度，終局曲げ強度，圧縮・曲げ強度相関を検討した．鷲津の弾性シェル理論を弾塑性場に拡張し，鋼製円筒の力のつり合い式，境界条件式，組合せ荷重条件式を誘導した．誘導した基礎微分方程式を差分法によって代数方程式に変換し，増分法と修正Newton-Raphson法を併用した混合法で解いた．その際，解の発散を防ぎ，収束を早めるため，Lagrangeの補間法，加速Jacobi法を用いた．本研究によって得られた結果を要約すれば，以下のとおりである．

- (1) 圧縮と曲げを受ける鋼製円筒を対象に，部材の径長比が終局強度と座屈モードに及ぼす影響について検討した．その結果，径厚比が $R/t=100$ の鋼製円筒が圧縮を受ける場合， $R/a>0.5$ では径長比の増大とともに鋼製円筒の終局強度は増大した．一方， $R/a\leq 0.5$ では終局強度はほぼ一定となることがわかった．また， $R/a=0.3$ 前後で座屈モードに顕著な変化が現れることが明らかになった．径厚比が $R/t=100$ の鋼製円筒が曲げを受ける場合，径長比が $R/a=1.0$ 以上の場合，ほぼ強度は一定となる．
- (2) 圧縮と曲げを受ける鋼製円筒を対象に，部材の径厚

比が終局強度と座屈モードに及ぼす影響を明らかにした。径長比が $R/a=1.0$ の鋼製円筒が圧縮あるいは曲げを受ける場合、その終局強度は径厚比の増大とともに減少した。また、圧縮を受ける場合、径厚比が $R/t=25$ では母線方向に正弦半波の形状で変形し、それより径厚比の大きい場合には、端部が局部的に変形することがわかった。局部変形は径厚比が大きいほど端部へ近づき、変形の局所化がより顕著になった。

- (3) 圧縮を受ける鋼製円筒の局部座屈モードに注目し、部材の母線方向に正弦半波の形状で分布する初期たわみの波数が終局圧縮強度に及ぼす影響を検討した。その結果、初期たわみの母線方向半波数によって、鋼製円筒の終局圧縮強度が変動することがわかった。また、比較的薄肉の鋼製円筒の場合、最小の強度を与える初期たわみの半波長と半波数は、Timoshenko-Gereの円筒シェルに対する古典弾性座屈理論に基づいた座屈波長と座屈波数にほぼ一致した。
- (4) 溶接による残留応力に注目し、溶接縁の位置が鋼製円筒の終局曲げ強度に及ぼす影響を明らかにした。鋼製円筒の終局曲げ強度は、溶接縁が圧縮側に位置する場合の方が引張側に位置する場合よりもわずかに低い。
- (5) 圧縮と曲げあるいはその両方が作用する径長比が $R/a=0.3$ の鋼製円筒に対し、終局圧縮強度、終局曲げ強度、圧縮・曲げ強度相関を求めた。ただし、初期不整として、残留応力とTimoshenko-Gereの古典座屈理論に基づいた波長を有する初期たわみを考慮した。数値計算結果から、鋼製円筒の終局圧縮強度の近似算定式と初期たわみを変数とする強度の低減係数を提示した。

参考文献

- 1) 日本道路協会編：道路橋示方書・同解説 V耐震設計編，丸善，1992-12。
- 2) 日本道路協会編：道路橋示方書・同解説 I 共通編 II 鋼橋編，丸善，1996-12。
- 3) Lorenz, Z. : Achsensymmetrische Verzerrungen in dünnwandigen Hohlzylinder, Zeitschrift für Gesamte Technik, Verein Deutscher Ingenieure Verlag, Vol.52, pp.1706-1713, 1908.
- 4) Timoshenko, S. P. : Einige Stabilitätsprobleme Stabilitätsprobleme aus der Elastizitätstheorie , Zeitschrift für Mathematik and physik, Vol.58, pp.337-385, 1910.
- 5) Timoshenko, S. P. and Gere, J. M. : Theory of Elastic Stability, McGraw-Hill, 1961.
- 6) Southwell, R. V. : On the general theory of elastic stability, Phil. Trans. Royal Soc., London, Series A, Vol.213, pp.187-202, 1914.
- 7) Donnell, L. H. : A new theory for the buckling of thin cylinders under axial compression and bending, Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, Vol.56, No.12, pp.795-806, 1934.
- 8) Flügge , W. : Die Stabilität Stabilität der Kreiszylinderschale. Ingenieur-Archiv, Vol.3, pp.463-506, 1932.
- 9) Donnell, L. H. and Wan, C. C. : Effect of imperfections on buckling of thin cylinders and columns under axial compression, Journal of Applied Mechanics, ASME, Vol.17, No.1, pp.73-83, 1950-3.
- 10) Batterman, S. C. : Plastic buckling of axially compressed cylindrical shells, AIAA Journal, Vol.3, No.2, pp.316-325, 1965-2.
- 11) Mrbocz, J. and Babcock, C. D. JR. : The effect of general imperfection on the buckling of cylindrical shells, Journal of Applied Mechanics, ASME, Vol.36, No.1, pp.28-38, 1969-3.
- 12) Hutchinson, J. W., Tennyson, R. C., and Muggeridge, D. B.: Effect of local axisymmetric imperfection on the buckling behavior of circular cylindrical shell under axial compression, AIAA Journal, Vol.9, No.1, pp.48-52, 1971-1.
- 13) Hansen, J. S.: Influence of general imperfections in axially loaded cylindrical shells, International Journal of Solids and Structures, Vol.11, pp.1223-1233, 1975.
- 14) Sobel, L. H. and Newman, S. Z.: Plastic buckling of cylindrical shells under axial compression, Journal of Pressure Vessel Technology, Vol.102, pp.40-44, 1980.
- 15) 小林繁夫：円筒殻の圧縮座屈荷重に対する座屈前変形の影響，航空学会誌，Vol.15, No.163, pp.258-263, 1967-8.
- 16) 八巻 昇・児珠昭太郎：円筒殻の圧縮による座屈（第4報）座屈前の有限変形を考慮した Flügge 型の式による解，東北大学高速力学研究所報告，Vol.30, No.297, pp.43-71, 1972.
- 17) 宇佐美勉・青木徹彦・加藤正宏・和田匡央：鋼管短柱の圧縮および曲げ耐荷力実験，土木学会論文集，No.416/I-13, pp.255-264, 1990-4.
- 18) Gao, S., Usami, T., and Ge, H. : Ductility of steel short cylinders in compression and bending, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol.124, No.2, pp.176-183, 1998-2.
- 19) Rizal, F. and Nara, S.:Elasto-plastic analysis of steel shells with strain hardening, Structural Steel, Vol.1 : Steel Structures (Shanmugam, N. E. and Choo, Y. S., edi.), pp.527-534, 4th Pacific Structural Steel Conference in Singapore, 1995.
- 20) Rizal, F. and Nara, S. : Ultimate strength of axially compressed short cylindrical steel shells with initial deflection, Journal of Structural Engineering, JSCE, Vol.42A, pp.189-196, 1996-3.
- 21) 西村宣男・竹内修治・二神 崇・神谷信彦：製作円形鋼管の局部座屈強度と局部応力に及ぼす各種幾何

- 学的初期不整の影響, 鋼構造論文集, 日本鋼構造協会, Vol.6, No.24, pp.133-148, 1999-12.
- 22) 西村宣男・竹内修治・村上茂之・讃井一将: 製作円形鋼管部材の曲げ座屈強度特性, 鋼構造論文集, 日本鋼構造協会, Vol.3, No.9, pp.47-55, 1993-3.
- 23) 西村宣男・竹内修治・村上茂之・讃井一将: 電報鋼管の製造工程における降伏応力の変化と残留応力, 鋼構造論文集, 日本鋼構造協会, Vol.4, No.13, pp.53-62, 1997-3.
- 24) 渡邊英一・勇 秀憲・京極 靖: 軸圧縮円筒シェルの弾塑性耐荷力評価法について, 構造工学論文集, 土木学会, Vol.33A, pp.183-192, 1987-3.
- 25) Watanabe, E., Isami, H., and Kyogoku, Y.: A unified approach to the elasto-plastic strength of compressed cylindrical shells, *Journal of Structural Engineering/Earthquake Engineering*, JSCE, Vol.4, No.2, pp.105-113, 1987-4.
- 26) 後藤芳顕・鳥羽保行・小野聖久・小畑 誠: 円筒殻の軸対称座屈モードの局所化と繰り返し荷重下の挙動, 土木学会論文集, No.543/I-36, pp.41-53, 1996-7.
- 27) 後藤芳顕・張 崇厚: 比較的厚肉の円筒殻における提灯座屈からダイヤモンド座屈への塑性分岐過程の解析, 土木学会論文集, No.605/I-45, pp.105-115, 1998-10.
- 28) Washizu, K.: *Variational Method in Elasticity and Plasticity*, 3rd ed., Pergamon Press, 1982.
- 29) Ziegler, H.: A modification of Prager's hardening rule, *Quarterly of Applied Mathematics*, Vol.7, pp.55-65, 1959-4.
- 30) Chen, W. I. and Ross, D. A.: Tests of fabricated tubular columns, *Journal of the Structural Division*, Proc. of ASCE, Vol.85, No.ST3, pp.619-634, 1977-3.
- 31) Lin, T. H.: *Theory of Inelastic Structures*, John Wiley & Sons Inc., New York, 1968.
- 32) Massonnet, Ch.: *General Theory of elastic-Plastic membrane-plates*, *Engineering Plasticity*, eds. by J. Heyman and F. A. Leckie, Cambridge University Press, pp.443-471, 1968.
- 33) Gunawardena, S. R. and Usami, T.: An elasto-plastic large deformation analysis of compressed cylindrical shells with initial imperfections, *Journal of Structural Engineering/Earthquake Engineering*, JSCE, Vol.7, No.1, pp.55-65, 1990-4.
- 34) 西村宣男・池内智行・谷口直子: 鋼管部材の断面区分, 平成8年度関西支部年次学術講演会講演概要, 土木学会, I-51-1-2, 1996-5.
- 35) ECCS-Technical Committee 8: *European Recommendations for Steel Construction, buckling of shells*, 1983.
- 36) 西野文雄編: 鋼構造物設計指針 PART A 一般構造物, 土木学会, 1987-11.
- 37) American Institute of Steel Construction (AISC): *Specification for the Design, Fabrication and Erection of Structural Steel for Buildings*, 1978.

(2002年9月13日受付)