

## ひび割れおよび鉄筋のモデル化がRC部材の引張挙動に及ぼす影響

Influences of crack and reinforcement modeling on tensile behavior of RC members

田所 敏弥\*, 佐藤 靖彦\*\*, 上田 多門\*\*\*

TADOKORO Toshiya, SATO Yasuhiko, and UEDA Tamon

\*工修 北海道大学大学院 工学研究科社会基盤工学専攻 (〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目)

\*\*工博 北海道大学大学院助手 工学研究科社会基盤工学専攻 (〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目)

\*\*\*工博 北海道大学大学院助教授 工学研究科社会基盤工学専攻 (〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目)

Recently, the importance of nonlinear analysis for RC members is increasing due to movement towards performance based design method. In the analysis, suitable modeling of concrete crack and reinforcing bar is necessary. It is shown that the most precise analysis with discrete crack and discrete reinforcing bar can predict tension stiffness of RC members. By comparing the analytical results obtained by smeared crack-smeared reinforcing bar model, smeared crack-discrete reinforcing bar model, and discrete crack-discrete reinforcing bar model, problem of existing smeared modeling approach and appropriate modeling for both discrete and smeared approach is presented.

*Key Words : Finite element method, Smeared model, Discrete model, Tension softening model, Bond characteristic*

キーワード：有限要素法，分散ひび割れモデル，離散ひび割れモデル，引張軟化モデル，付着特性

### 1. まえがき

有限要素解析を中心とした昨今の高度な非線形解析技術の進歩はめざましく、近い将来、非線形解析が、地震力とともに他の力学作用や環境作用に対するコンクリート構造物の性能照査手法として重要な役割を演ずることになるものと思われる。しかしながら、現時点では、十分な信頼性を持って種々の性能を照査できるレベルに達しているとは言えず<sup>1)</sup>、さらなる進歩が求められる。

古典的理論および実験から導かれた経験式に基づく設計方法によれば、得られる解（構造物の性能）に違いが現れにくい。しかしながら、非線形解析を用いる場合、その結果は、解析手法、モデル化、収束方法や収束判定の基準値、要素の種類、構成則およびその組合せ方、材料特性値の設定方法等により大きく異なる。特に、構成則およびその組合せ方が解析結果に及ぼす影響は大きい。

鉄筋コンクリート（以下RCと略す）部材の挙動を有限要素解析により再現しようとする場合、ひび割れの発生および進展のモデル化の方法および鉄筋のモデル化の方法が重要な課題となる。主なひび割れのモデル化としては、分散ひび割れモデルと離散ひび割れモデルがあり、鉄筋のモデル化には、棒材である鉄筋を要素内に一様に分布させる分散鉄筋モデルと、鉄筋を棒もしくははり要素としてコンクリートに貼り付ける離散鉄筋モデルがある。分散モデルは、平均応力-平均ひずみ関係によりコンクリートおよび鉄筋の挙動を表現する方法であり、

個々のひび割れの発生や進展は表現できないが、部材の全体挙動を予測、再現するのに適している。また、解析に要する作業負荷も小さいため、現在最も一般的に行われている手法である。一方、離散モデルは、鉄筋およびひび割れを実際に近い形でモデル化するため、本質的な抵抗機構や破壊機構を把握するのに大変有効ではあるが、分散ひび割れモデルに比べ解析に要する作業負荷は大きいと言うデメリットを有する。

一般に用いられているひび割れモデルと鉄筋モデルの組合せ方法には、a)分散ひび割れモデルと分散鉄筋モデル、b)分散ひび割れモデルと離散鉄筋モデル、c)離散ひび割れモデルと離散鉄筋モデルの3つがある。しかしながら、解析結果に及ぼす各モデルの組合せ方法の影響や各モデルに用いられるべき構成則が明らかにされているとは言えない。そこで本研究は、RC部材の一軸引張解析および曲げ解析結果に現れるひび割れおよび鉄筋のモデル化の相違を詳細に検討し、各モデルに要求される構成則を明らかにする。

近年、非線形有限要素解析に関しては、非局所理論による要素寸法依存性の回避の研究<sup>2)</sup>が行われているが、本研究では、現在広く用いられている要素及びモデル（構成則）を用いた有限要素解析を検討の対象としている。

### 2. 解析概要

#### 2.1 概説

本解析では、RC部材用2次元非線形有限解析プログ

ラム「WCOMR」<sup>3)</sup>を拡張し、一軸引張および曲げを受けるRC部材の解析を行うことによりひび割れおよび鉄筋の分散および離散モデルの適応性について検討した。

プログラムの概要を以下に示す。要素は8節点アイソパラメトリック要素を用い、求解法は、修正Newton-Raphson法を用い残差力がある収束判定基準を満たすまで繰り返し計算を行った。ひび割れ角度に関しては、主ひずみの方向が変化してもひび割れ角度が変化せず、ひび割れ面においてせん断応力が伝達される「固定ひび割れモデル」を用いた。2軸応力下の破壊基準に関しては、引張強度に重点をおいて提案されている圧縮-引張領域における二羽モデル<sup>4)</sup>および引張-引張領域における青柳・山田モデル<sup>5)</sup>を用いた。なお、軸方向鉄筋降伏後の曲げ破壊形式のRCはりの解析においては、通常より厳しい収束判定基準値(=残差力の二乗和/等価節点力の二乗和)として10<sup>-9</sup>を用いた。本プログラムでは、一般的に収束判定基準値10<sup>-6</sup>程度を用いるが、曲げ解析においては、残差力が降伏荷重に無視できない影響を与え、耐力を過大評価することが、確認されたからである。

ここで、コンクリート構成則の概略を以下に示す。引張力を受けるコンクリートの構成則としてひび割れ発生までは2次元の弾塑性破壊モデル<sup>6)</sup>を用いた。ひび割れ発生後は1本のひび割れに着目し、Reinhardtの1次元場での実験結果<sup>7)</sup>を引張軟化モデルとして用いた。コンクリートの引張応力とひび割れ幅の関係はReinhardtモデル式(1)であり、この軟化曲線が囲む面積が引張破壊エネルギーとなる。ここで式(1)を示す。

$$\frac{\sigma_t}{f_t} = \left\{ 1 + \left( c_1 \frac{\delta}{\delta_0} \right)^3 \right\} \exp\left(-c_2 \frac{\delta}{\delta_0}\right) - \frac{\delta}{\delta_0} (1 + c_1^3) \exp(-c_2) \quad (1)$$

ここで、 $c_1 = 3.0$ ,  $c_2 = 6.93$

$\delta_0$  : 限界変位 (mm)

$f_t$  : 引張強度 (MPa)

引張破壊エネルギーは0.1(N/mm)とし、応力が零になる限界変位 $\delta_0$ はD.A.Hordijk<sup>8)</sup>の提案式式(2)より算出した。ここで式(2)を示す。

$$\delta_0 = (G_{fc}/f_t) \text{ (mm)} \quad (2)$$

ここで、 $G_{fc}$  : 破壊エネルギー (N/mm)

$f_t$  : 引張強度 (MPa)

また、要素内のひずみにそれぞれの供試体に応じたひび割れ間隔を乗じることによりひび割れ幅を求め式(1)より応力を算出した。

圧縮応力を受けるコンクリートの構成則として、ひび割れ発生までは2次元の弾塑性破壊モデルを用い、ひび割れ発生後は1本のひび割れに着目し、ひび割れ平行方向の1次元の線形軟化モデル<sup>9)</sup>を導入した。このモデルは、ひび割れ発生後、ある限界ひずみ $\varepsilon_u$ まで線形に軟化するモデルである。但し、本研究では一軸引張および曲げを受けるRC部材の鉄筋降伏までを解析対象としている。

ため圧縮軟化モデルの影響はない

RC要素のTension Stiffeningは、岡村ら<sup>10)</sup>が提案した以下のモデル式(3)を基本とした。式(3)を以下に示す。

$$\bar{\sigma}_c = f_t (\varepsilon_{tu}/\varepsilon_c)^c \text{ (MPa)} \quad (3)$$

$c = 0.4$

ここで $f_t$  : 引張強度 (MPa)

$\varepsilon_{tu}$  : 軟化開始ひずみ

せん断伝達に関しては、李らが提案した接触密度関数によるせん断伝達モデル<sup>11)</sup>を用いた。但し、本解析では、一軸引張および曲げを対象としているため、せん断伝達モデルの影響はほとんどないと考えられる。

また、離散鉄筋のモデル化においては、実験結果に基づいたひずみ硬化を考慮したトリリニアモデルを用いた。ひずみ硬化率、硬化開始ひずみは表-1に示す。

### 3. 一軸引張力を受けるRC部材

#### 3.1 概説

一軸引張力を受けるRC部材を対象に、分散ひび割れモデルと分散鉄筋モデル、分散ひび割れモデルと離散鉄筋モデル、および離散ひび割れモデルと離散鉄筋モデルの3つのモデルを用いた有限要素解析を行った。言うまでもなく、解析により得られる荷重-変位関係は、いずれの解析モデルを用いた場合も等しくならなければならない。しかし、同一の解を得るためにには、モデルの特性を理解し、その特性上の問題を解決する必要がある。以下、解析モデルごとにモデル化の特性および問題を示し、同一解を得るための手法を述べる。

#### 3.2 実験概要

一軸引張力を受けるRC部材の実験データは、玉井らがTension Stiffeningモデルを導いた際に行った鉄筋比1%の両引試験結果<sup>12)</sup>を用いた。表-1に材料特性値、図-1に供試体寸法を示す。

表-1 材料特性値

鉄筋種類	D19 (SD490)
鉄筋直径 $\phi$ (mm)	19.5
鉄筋降伏強度 $f_y$ (MPa)	610
鉄筋ヤング率 $E_s$ (GPa)	190
ひずみ硬化開始ひずみ	1.4%
ひずみ硬化率(GPs)	5.9
鉄筋比 $\rho_s$	1%
圧縮強度(MPa) $f'_c$	45
引張強度(MPa) $f_t$	2.9

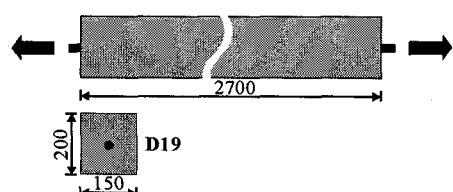


図-1 実験供試体

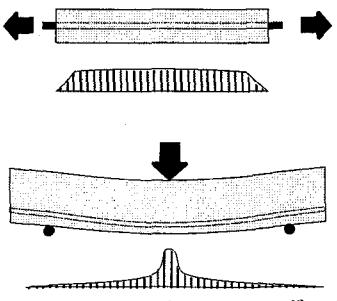


図-2 コンクリートの引張ひずみ分布

### 3.3 分散ひび割れ-分散鉄筋モデル

#### (1) 解析モデル

RC 部材の解析において、分散ひび割れ-分散鉄筋モデルは、その簡便さから最も一般的に用いられている。引張荷重下における RC 部材の特性は平均応力-平均ひずみ関係として与えられ、鉄筋とコンクリートの付着作用のためひび割れ発生後もひび割れ間のコンクリートが引張力を負担する Tension Stiffening により RC 要素の引張剛性は鉄筋単体の剛性より大きくなる。ここで、要素寸法をパラメータに感度解析を行った。分散モデルにおける応力-ひずみ関係は要素寸法によらず等しいため、荷重-変位関係も要素分割の影響はなく、解の唯一性は保証される。解析結果の詳細は、3.4 章で分散ひび割れ-離散鉄筋モデルの解析結果とあわせて述べるものとする。

但し、RC 部材の解析では、Tension Stiffening の影響範囲の設定が困難であり、設定範囲に解が依存するいわゆる Zoning<sup>13)</sup> の問題がある。また、高鉄筋比における Tension Stiffening も明らかにされていない。それゆえ、本論文では、玉井らが行った範囲の断面寸法および鉄筋比に関する議論に限定する。

### 3.4 分散ひび割れ-離散鉄筋モデル

#### (1) 解析モデル

分散ひび割れ-離散鉄筋モデルは、コンクリート要素と離散鉄筋要素をそれぞれの節点で接合したモデルである。鉄筋要素とコンクリート要素との接合点には、局所すべりを考慮するため付着モデルが必要となる。ここでは島らが提案した付着モデル<sup>14)</sup> 式(4)を用いた。ここで式(4)を示す。

$$\tau = 0.9 f'_c^{2/3} \{1 - \exp(-40s^{0.6})\} \text{ (MPa)} \quad (4)$$

ここで、 $f'_c$ : コンクリート強度 (MPa)

$s$ : 正規化されたすべり量

$S$ : すべり量 (mm) ( $S=s/D$ )

$D$ : 鉄筋径 (mm)

また、ここでは要素寸法、付着特性をパラメータとして感度解析を行い分散ひび割れ-分散鉄筋モデルとの相関性を検討した。

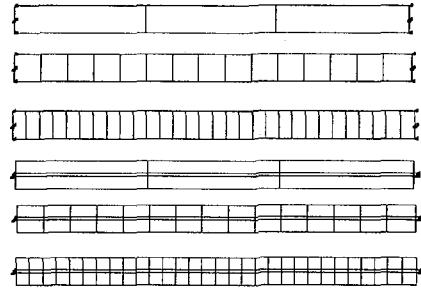


図-3 要素分割図

(上 3段；分散ひび割れ-分散鉄筋モデル)

(下 3段；分散ひび割れ-離散鉄筋モデル)

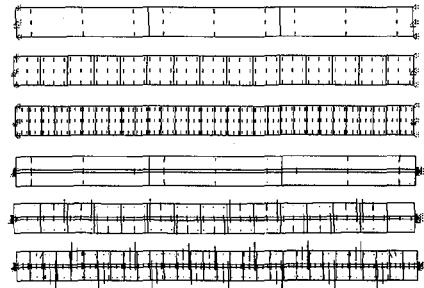


図-4 ひび割れ図

(上 3段；分散ひび割れ-分散鉄筋モデル)

(下 3段；分散ひび割れ-離散鉄筋モデル)

#### (2) コンクリートの要素寸法の影響

分散ひび割れモデルを用いた解析では、一軸引張力を受けるコンクリート要素のひずみは定着部を除き、全断面にわたりほぼ一様である。しかし、例えば、3 点曲げ載荷受ける RC 部材のコンクリート要素では、スパン中央にひずみが局所化する(図-2)。そのため、このような荷重を受ける RC 部材の有限要素解析では、等価長さ等の概念<sup>9)</sup> を導入し要素分割の影響を極力小さくする必要がある。一軸引張を対象とした本解析では、このようなひずみの局所化が起こらないため、ひび割れ間隔を用いることによってひずみをひび割れ幅に換算した。つまり、応力-変位関係は、要素寸法に依存しない引張軟化モデルである。また、実験結果より平均ひび割れ間隔は 30cm を標準値とした。

まず、要素寸法をパラメータとし感度解析を行った。長手方向に 3 分割、15 分割、および 30 分割の解析モデルを用意した(図-3)。解析により得られた荷重変位関係を分散ひび割れ-分散鉄筋モデルの解析結果(SMD)もあわせて図-5 に、ひび割れ図を図-4 に示す。解析結果は、図-5 に示すように分散ひび割れ-分散鉄筋モデルでは要素寸法に解が依存しないが、分散ひび割れ-離散鉄筋モデルでは要素寸法に解が依存していることがわかる。粗い要素分割では、ガウス積分点の数が少ないため、最初のひび割れ発生時に要素の大部分の領域が軟化領域となる。それに対し、細かい要素分割では、変位の増加に従って少しづつ軟化領域が増加する。つまり、十分細

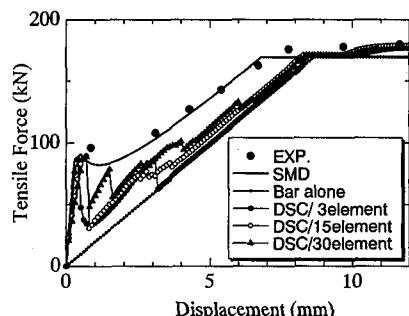


図-5 荷重変位  
(要素寸法をパラメータ)

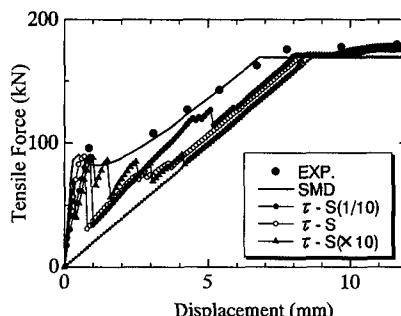


図-6 荷重変位  
(付着特性をパラメータ)

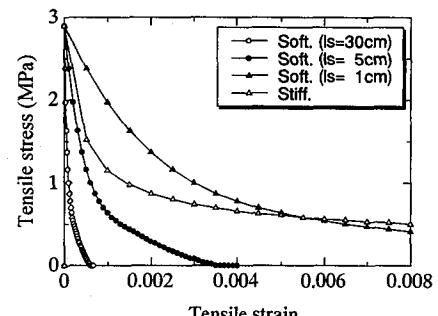


図-7 引張軟化モデル

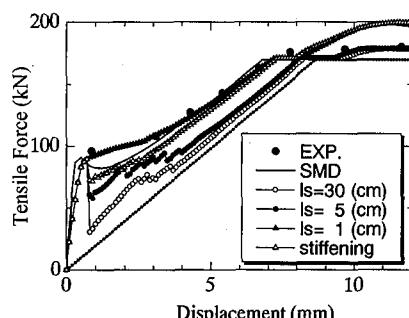


図-8 荷重変位  
(軟化勾配をパラメータ)

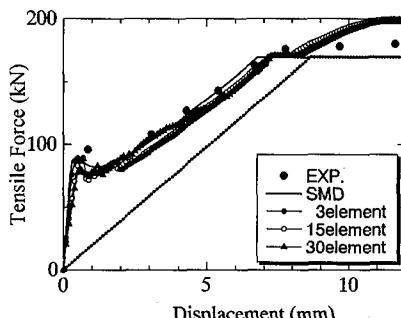


図-9 荷重変位  
(要素寸法をパラメータ)

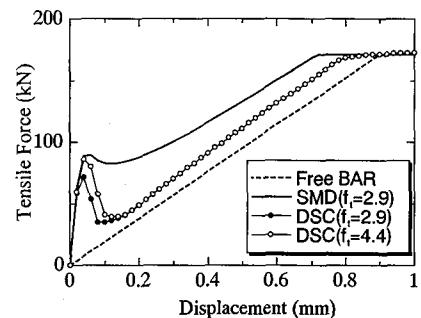


図-10 荷重変位関係  
(SMD:分散ひび割れ一分散鉄筋モデル)  
(DSC:離散ひび割れ一離散鉄筋モデル)

かい要素分割の下では、与える変位の増加に従ってひび割れが徐々に発生することをシミュレーションができる。そのため、30分割モデルでは、ひび割れ発生により急激に荷重が低下しても、まだひび割れていない要素があるため、再度荷重が増加している、そして再び別の要素が引張強度に達すると荷重が急激に低下する。これは、分散ひび割れ一分散鉄筋モデルでは、一様なひずみ分布になるが、分散ひび割れ一離散鉄筋モデルでは、鉄筋要素のみに引張力を作用させるためコンクリートのひずみ分布が一様でなく(図-2)，このためこのようなひび割れの発生を再現できる。

図-5から明らかなように、荷重変位関係に注目すると要素分割を細かくした方が分散モデルの結果に近づくが、完全には一致しない。これを一致させるには引張軟化勾配または付着モデルの修正が必要と考えられる。分散ひび割れ一離散鉄筋モデルにおける引張軟化モデルの適切な与え方については以下の(3)および(4)で述べることとする。

#### (3)付着特性の影響

鉄筋とコンクリートとの間の付着特性は、付着力-相対変位(局所すべり)の概念で表現されるのが一般的である。しかし、この関係は実験方法に大きく依存する。その要因として定着長の影響と割裂ひび割れの影響が考えられる。本解析で用いた実験は、十分長い定着長を有した両引き試験であり、またかぶりも比較的大きいため割裂ひび割れの影響はないと考え、マッシブなコンクリ

ート中に埋め込まれた鉄筋より導かれた付着モデルを用いた式(5)。また、ここでは付着モデルの応力を10分の1および10倍とした感度解析を行い荷重変位関係に与える影響を調べた。用いた要素分割は、長手方向に15分割した要素である。その結果、図-6に示したように付着モデルに荷重変位関係が大きく依存することがわかる。

コンクリート要素にReinhardtの引張軟化モデル式(1)を用いる場合、ひび割れ直後は付着モデルの剛性を大きくした方が、ひび割れ荷重と鉄筋降伏荷重の中間では付着モデルの剛性を小さくした方が実験結果および分散ひび割れ一分散鉄筋モデルの解に近づく。またこのことは、付着剛性を上げる(完全付着に近づける)ほど、ひび割れ発生後に速く裸鉄筋の挙動に近づくともいえる。

#### (4)引張軟化モデル

ここまで解析では、Reinhardtの引張軟化モデル式(1)にひび割れ間隔を考慮した応力-ひずみ関係を用いたが、ここでは引張軟化勾配の影響を検討するため、ひび割れ間隔を1~30cmと仮定することによって応力-ひずみ関係を変化させた(図-7)。前述したように、分散ひび割れ一離散鉄筋モデルでは、鉄筋とコンクリートとの間の付着モデルに荷重変位関係が依存するため、実験値に一致させるためには付着モデルに対応した引張軟化モデルを用いる必要がある。本解析に用いている付着モデルに対応するコンクリートの引張軟化モデルを逆解析によって求めることが引張軟化勾配をパラメータとした感度解析によって可能である。図-7に感度解析に用いた引張軟

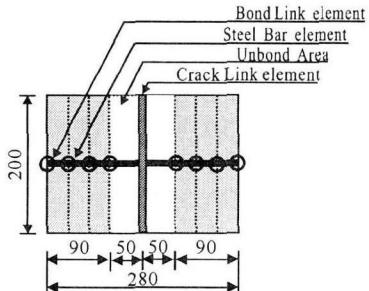


図-11 要素分割図

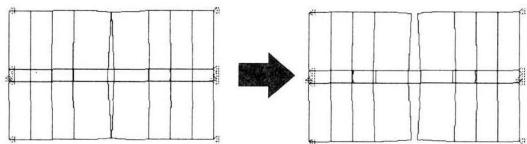


図-12 ひび割れの局所化

化モデルを、図-8に得られた荷重変位関係を示す。

この結果、ひび割れ間隔を1cmと仮定した応力-ひずみ関係を引張軟化モデルとして用いた時、得られる荷重-変位関係は、分散モデルの結果とほぼ一致する。また、ひび割れ間隔を1cmとした場合は、Tension Stiffening モデルと軟化勾配が近く、同時にTension Stiffeningの軟化勾配をコンクリートの軟化モデルとして用いると離散鉄筋-分散ひび割れモデルの荷重変位関係は分散ひび割れ-分散鉄筋モデルによく一致することがわかった。ここでTension Stiffeningの軟化勾配を用いて(2)で行った要素寸法をパラメータとした感度解析を再度行った。その結果を図-9に示す。要素寸法の影響がほとんど見られないことが明らかである。このように分散ひび割れ-離散鉄筋モデルでRC部材を解析する場合はコンクリートの引張構成則にTension Softeningを用いるのは誤りで、Tension Stiffeningを用いる方が良い解を与えてくれる。

但し、離散鉄筋モデルは、付着モデルに解が依存するため、分散ひび割れ-分散鉄筋モデルと解を厳密に一致させるには、用いた付着モデルと対応する引張構成則を用いる必要がある。付着構成則として島モデルを用いる場合には、コンクリートの軟化モデルに式(3)のTension Stiffeningの軟化勾配を用いることができる。例えば、付

着剛性が小さいモデルでは、Tension Softeningに近い軟化勾配の大きい引張モデルを用いると実験値に近い挙動を示すことになる(図-6の $\tau$ -S/10参照)。

付着モデルは離散ひび割れ-離散鉄筋モデルに用いられるモデルであるため、本来、分散ひび割れ-離散鉄筋モデルには用いることができない。これは、分散ひび割れ-離散鉄筋モデルではコンクリート要素の変形が実際のRC部材や離散ひび割れ-離散鉄筋モデルに比べ平均化されるため、すべりが極大化する点が表現できないからである。(図4の下段)そのため、コンクリートの引張軟化モデルとして、完全付着を仮定している分散ひび割れ-分散鉄筋モデルに用いられるTension Stiffening モデルを用いると実験値に近い解析結果を得ることができる。

このように、RC部材の解析において離散鉄筋-分散ひび割れモデルを用いる場合は、付着モデルとコンクリートの引張モデルの組合せに十分留意する必要がある。

### 3.5 離散ひび割れモデル-離散鉄筋モデル

#### (1) 解析モデル

離散ひび割れモデルは、RC部材に発生した個々のひび割れをそれぞれモデル化する方法である。そして、RC部材の挙動を予測するだけでなく、ひび割れ面や鉄筋とコンクリート界面の力の伝達など力学的メカニズムを解明する上で大変有効な手法である。しかし、正確な解を得るためにには、ひび割れの発生位置、形状、ひび割れ部の力の伝達そして、鉄筋とコンクリートとの間の付着特性などの正確なモデル化が必要となる。

離散ひび割れモデルにより一軸引張を受けるRC部材の解析を行う場合、ひび割れ間隔、引張強度の設定、付着特性、およびひび割れ部の付着喪失区間の設定が重要となり、これらが全て整ってはじめて正確な解が得られる。RC部材にひび割れが発生すると、ひび割れ近傍において鉄筋とコンクリートの肌離れ、すなわち、付着劣化が生ずる。この領域を本論文では、付着喪失区間と定義する。本節では上記の解の不確定要因について感度解析等を通じた検討により、正確なモデル化の方法を示す。まず、ひび割れ間隔の区間を取り出し、その後複数本のひび割れを有するRC部材の全体の解析を行った。要素分割図を図-11に示す。

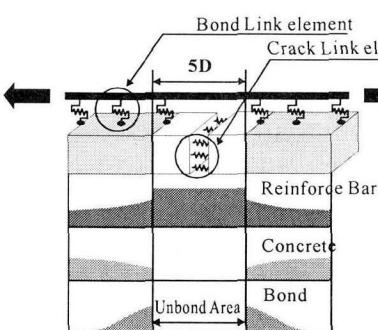


図-13 離散ひび割れモデル概

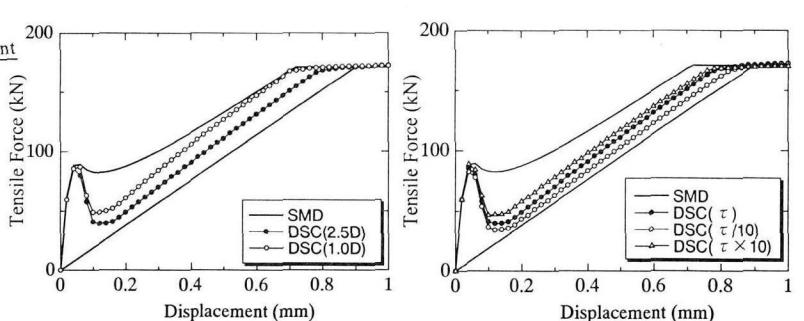


図-14 荷重変位  
(付着喪失区間長をパラメータ)

図-15 荷重変位  
(付着特性をパラメータ)



図-16 要素分割図

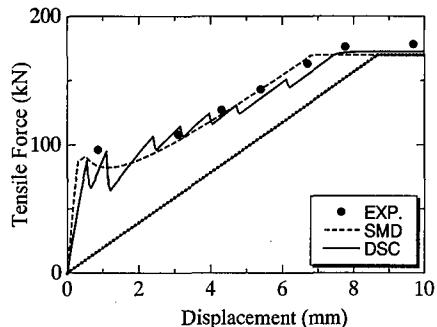


図-17 荷重変位関係

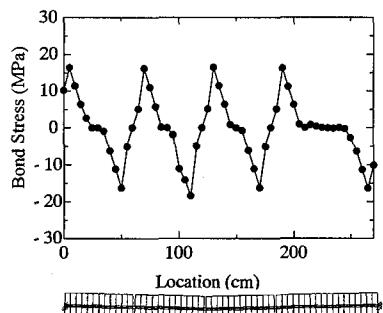


図-18 付着応力分布( $\delta = 1.5\text{mm}$ )

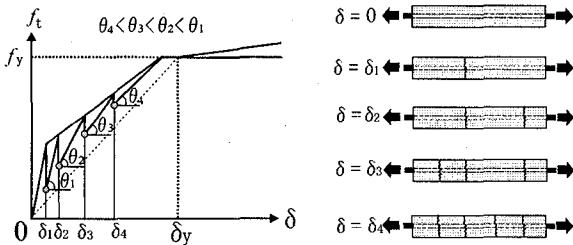


図-19 ひび割れ発生時の部材剛性

## (2) 引張強度の設定

ひび割れを分散モデルおよび離散モデルを用いて表現する場合、同じ引張強度を用いるとひび割れ発生荷重に差が生じる(図-10)。これは、ひび割れ発生前であっても、ひび割れ要素近傍のコンクリート要素と鉄筋要素間の相対変位がわずかであるが生じ、その結果、付着力が発生し、断面内の応力分布が一様ではなくなること起因する。すなわち、鉄筋位置のひび割れ要素の節点力がその周辺より大きくなり、最初に鉄筋位置のひび割れ要素にひび割れが発生(図-12)する。よって、断面方向で同時にひび割れが発生する分散ひび割れモデルよりひび割れ発生荷重は小さくなる。部材長の短いRC部材では、離散ひび割れモデルで観察されるこの現象が実際の現象であると考えられるが、部材長が十分長い場合は、ひび割れとひび割れとの間の断面方向のひずみ分布が一様であるため、離散ひび割れモデルを用いると実験および分散ひび

割れモデルよりひび割れ発生荷重が小さくなる。このような状況を防ぐためには、ひび割れ前には相対変位が全く生じないように、付着応力( $\tau$ )-相対変位( $S$ )関係の初期剛性を無限大にし、見かけ上、鉄筋要素とコンクリート要素を剛結合にさせておけばよい。しかし、収束計算の都合上、無限大の剛性を与えることができない。このことはまた、図-15より説明できる。図-15では、付着モデルの剛性を1/10から10倍に変化させている。ひび割れ発生荷重をみると付着剛性が大きい程、ひび割れ発生荷重が大きくなっている。付着モデルの剛性がひび割れ発生荷重に影響を与えていることがわかる。

ひび割れ発生荷重の低下の程度は、断面方向の要素分割、付着モデル、鉄筋比、および部材長に依存するため一概に求めることはできない。本解析では、分散ひび割れモデルのひび割れ発生荷重が約90(kN)に対し、離散ひび割れモデルでは、約70(kN)であった。そしてひび割れ発生荷重を90(kN)に一致させるため、離散ひび割れモデルではひび割れ要素の引張強度の特性値を29(MPa)から44(MPa)におよそ1.5倍の割り増しを行った(図-10)。

このように離散ひび割れモデルは、解析モデルの特性上この現象を避けることができないため、十分長い部材長を有したRC部材では、実験結果または分散モデルのひび割れ発生荷重に合うようにひび割れ要素の引張強度を割り増す必要がある。また、同様に離散鉄筋モデルでは分散鉄筋モデルよりRC部材としての初期剛性が小さくなる要因も上記と同様に付着応力( $\tau$ )-相対変位( $S$ )関係の初期剛性にあると言える。よって本研究では、離散ひび割れモデルを用いる場合にはコンクリートの引張強度をそれぞれの実験結果に応じて割り増した。なお、ひび割れ発生荷重が小さくなる現象は、軸方向の応力分布が一様でないことに起因するものである。この場合、軸方向の平均応力を用いてひび割れ発生を判定することによってその影響を考慮することができるが、本研究では、簡便性を考えて引張強度を割り増す方法を採用了。

## (3) 付着特性および付着喪失区間の影響

離散ひび割れモデルを用いる場合、鉄筋とコンクリートの付着特性および、ひび割れ面の付着喪失区間の設定が重要になる。離散ひび割れモデルの概略図を図-13に示す。離散ひび割れのモデル化を行う場合には、付着喪失区間を設け、付着を有する区間の要素分割を十分細かくする必要がある。粗い要素分割では、鉄筋に沿った付着力分布が正確に表現できないため、RC部材全体の剛性が異なる結果となる。また、ひび割れ要素にひび割れが発生する前は、鉄筋要素とコンクリート要素との間の相対変位は極めて小さく、付着応力が無視できるほど小さいため、ひび割れ発生前から付着喪失区間が存在していることが部材挙動へ与える影響はほとんどなかった。また、解析では、付着喪失区間は同時に鉄筋の塑性化区間の役割を持つ。

まず、付着喪失区間を1Dと2.5Dの2ケースの解析を行った。要素分割を図-11(2.5Dのケース)に解析結果を図-14示す。図-14において、分散ひび割れ-分散鉄

筋モデルの結果を SMD、離散ひび割れ-離散鉄筋モデルの結果を DSC と表記する。ひび割れ要素には、式(1)に示した Reinhardt の引張軟化モデル(応力-変位)を用い、コンクリート要素にはひび割れが発生しないように引張強度を大きく設定した。解析では、一つのひび割れ間隔を対象としているため、境界条件は鉄筋とコンクリートに同じ強制変位を与えていた。

本解析では定常状態に達した 1 本のひび割れをモデル化しているため、結果としてひび割れ間隔が短くなる。そのため、解析結果では、ひび割れ発生による荷重低下以降の剛性の上昇が小さい。

また、降伏後の RC 部材の硬化は表現できない。これは、付着喪失区間と鉄筋の塑性化区間が解析モデルでは必然的に一致するが、降伏直後の実際の塑性化区間は付着喪失区間より小さいためである。つまり、実際の現象では塑性化区間が解析モデルより小さいため、鉄筋が降伏ひずみに達すると同時に硬化ひずみ(本解析では 1.4%)に達し、鉄筋の応力が降伏応力を超えさらに上昇し、その結果 RC 部材の剛性が降伏後徐々に上昇することになる。この鉄筋の塑性化区間の局所化を本解析では表現できないため、本モデルでは鉄筋降伏後の剛性の上昇を正確には表現できない。

また、最終的な鉄筋の塑性化区間長は、実験結果<sup>12)</sup>より 2.5D~3D 程度であることより、付着喪失区間も 3D に近い長さと考えることができる。付着喪失区間長の荷重変位関係への影響をみると、付着喪失区間 1D のケースが分散モデルの荷重変位関係によく相関を示している。付着モデルの影響もあるが、付着喪失区間も鉄筋の塑性化区間と同様にひび割れの発生と同時に形成され徐々に大きくなり最終的に 2.5D 程度になると考えられる。付着損失区間の形成過程を有限要素解析で表現することは極めて難しく、図-14 では、付着長 2.5D とした場合の降伏時の変位が実験値および分散モデルによる結果と一致しない。しかし、図-14 からひび割れ発生後の剛性は、DSC(1D)から DSC(2.5D)に変化するということが推測できる。このように、時々刻々と経時変化する付着喪失区

間および鉄筋の塑性化区間をそれぞれ表現することが離散ひび割れ-離散鉄筋モデルにおいて、より正確な解を得るための一つの課題である。

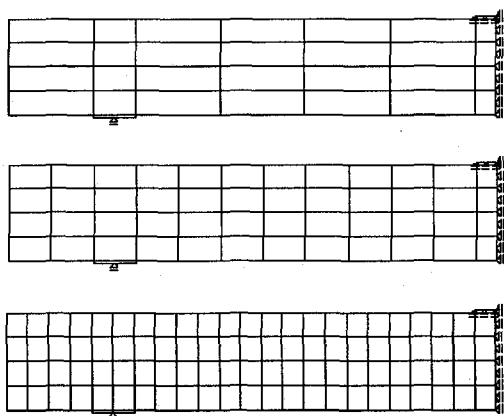
付着モデルの影響を図-15 に示す。付着モデルの剛性を 10 倍変化させても、ひび割れ発生後の部材剛性に付着モデルは大きな影響を与えていないことがわかる。なお、この比較においては、付着喪失区間を 2.5D としている。

#### (4) 多数ひび割れを有する部材

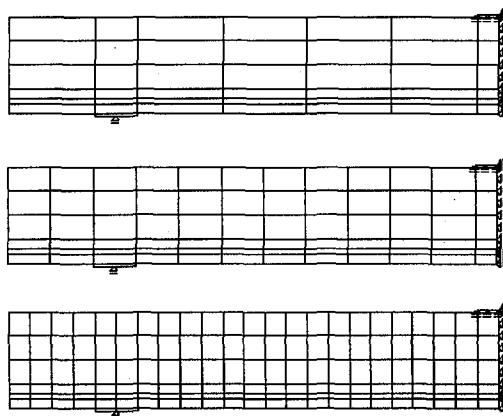
(3) では、一本のひび割れを取り出してモデル化し付着喪失区間および付着モデルの影響を検討したが、ここでは複数本のひび割れを有した RC 部材全体を離散ひび割れ-離散鉄筋モデルを用いモデル化し鉄筋に強制変位を与えた(図-16)。モデル化の方法は前述の通りである。但し、解析ではコンクリートの分担引張力が部材中央で最大にならないため引張強度の入力値を変化させ、徐々にひび割れ発生が起こるようにした。解析部材は、ひび割れ要素を 8 本有しているが、ひび割れ強度の入力値の変動係数は 6% 程度と極めて小さく、実際の強度のはらつきと比較してみても問題ないレベルである。部材中央の引張強度は、実験値 2.9(MPa)に対して割り増した 4.0 (MPa) を用いた。

解析結果を図-17 に示す。離散モデルでは、順次ひび割れが発生し、変位レベルで 4.5mm の時までに 8 本全てのひび割れが発生し、定常状態に達した。荷重変位関係も分散モデルの形状によく似ている。また、このときの付着応力分布を図 18 に示した。

このように離散モデルでは、ひび割れが同時ではなく順次発生するため、ひび割れ間隔がひび割れ発生ごとに小さくなり、ひび割れ発生直後の RC 部材の剛性が次第に小さくなっていることがわかる。(図 19) これは、前述したが、ひび割れ間隔が大きいとひび割れに局所化する変形が大きいため鉄筋のひずみおよび応力の増加が大きくなり、初期ひび割れ直後の方が、最後のひび割れ発生直後よりも RC 部材の剛性が大きくなることに起因する。このように複数本のひび割れをモデル化することによって離散ひび割れ-離散鉄筋モデルによる RC 部材の



(分散ひび割れ-分散鉄筋モデル)



(分散ひび割れ-離散鉄筋モデル)

図-21 要素分割図

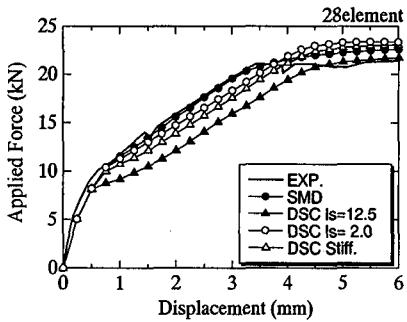


図-22 荷重変位  
(軟化勾配パラメータ)

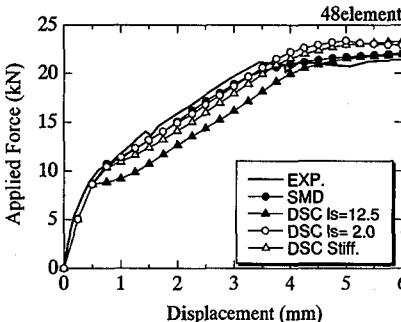


図-23 荷重変位  
(軟化勾配パラメータ)

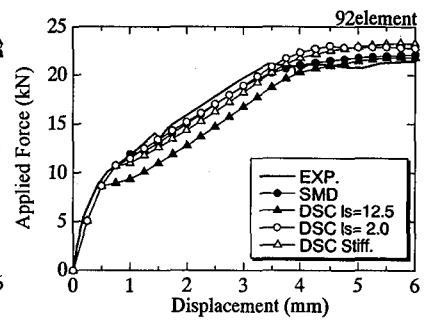


図-24 荷重変位  
(軟化勾配パラメータ)

挙動は、分散ひび割れモデルによく一致する。

#### 4. 曲げ引張を受ける RC 部材

##### 4.1 概説

3章では、一軸引張力を受けるRC部材の解析モデルの影響について検証し、モデルの特性や特性上の問題の解決について検討した。しかし、一軸引張力のみならず曲げ引張力を受けるRC部材にひび割れモデルが適応できることが必要である。4章では曲げ部材を対象に解析モデルの検証を行った。

##### 4.2 実験概要

解析対象とした供試体の形状および材料特性値を図-20、表-2に示す。実験は、曲げ破壊形式のRCはりに3点静的曲げ載荷を行った。また、平均ひび割れ間隔の実測値は125mmであった。

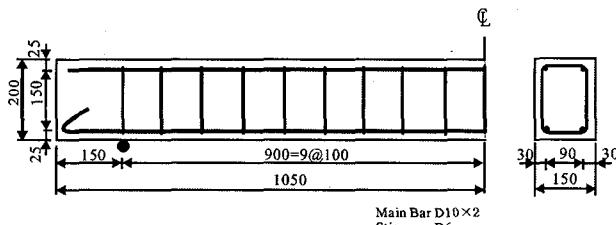


図-20 実験供試体

表-2 材料特性値

鉄筋種類	D10×2
鉄筋降伏強度 (MPa) $f_y$	610
鉄筋ヤング率 (GPa) $E_s$	185
鉄筋比 $\rho_s$	0.5%
圧縮強度 (MPa) $f'_c$	28
引張強度 (MPa) $f_t$	1.8
ボアソン比 $\nu_c$	0.2

##### 4.3 分散ひび割れ-分散鉄筋モデル

###### (1) 解析モデル

曲げ部材における解析モデルの検証においても、一軸引張部材と同様にまず、要素分割の影響を検討した。要素分割図を図-21に示す。3点曲げ載荷の解析では、ス

パン中央にひずみが局所化し要素寸法に荷重変位関係が依存することが知られている。そのため、等価長さの概念<sup>9)</sup>を用いて要素寸法の影響を低減する必要がある。しかし、本解析で用いた要素分割では、スパン中央の要素は載荷板と同じ幅とした。そのため、それぞれの解析モデルにおけるスパン中央の要素寸法は、要素分割数に依らず一致する。そのため、等価長さを導入する必要はない。ここでは、ひび割れ間隔125mmを用いReinhardtの引張軟化モデルを仮定した。また、載荷板とコンクリートとの間に接合要素を設け、接合要素のせん断剛性を十分小さくすることによってはり上縁の軸方向の圧縮力を載荷板が分担しないようにした。分散ひび割れ-分散鉄筋モデルを用いた解析より得られた荷重変位関係を図-22から図-24に示す。図-22は部材を28分割、図-23は48分割、そして図-24は92分割である。分散ひび割れモデルでは、要素寸法の影響はほとんどみられない。また、解析はすべて1/2モデルで行った。解析結果については4.4にて分散ひび割れ-離散鉄筋モデルの結果とあわせて述べる。

##### 4.4 分散ひび割れ-離散鉄筋モデル

###### (1) 解析モデル

要素分割の異なる3ケースを用いて、解析モデルに適応するコンクリートの引張軟化モデルについて検討した。付着モデルは式(4)に示すモデルを用い、引張軟化モデルとして、Tension softeningの軟化勾配をひび割れ間隔125mmおよび20mmと仮定して軟化勾配を変化させ、さらにTension Stiffeningの軟化勾配を用いて解析を行った

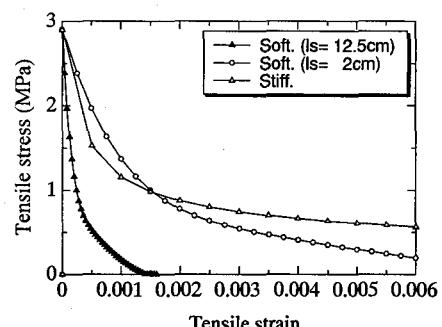


図25 引張軟化勾配

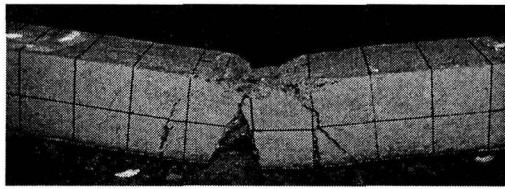


図-26 ひび割れ性状

(図-25). 解析結果は、分散ひび割れ一分散鉄筋モデルの解析結果とあわせて図-22から図-24に示す。

## (2)引張軟化モデル

要素寸法の影響はほとんど見られなく、一軸引張を受けるRC部材と同様に引張軟化モデルとして図-25に示すひび割れ間隔  $ls=2.0\text{cm}$  の軟化勾配を用いたとき、分散鉄筋モデルと最もよい相関があり、また同時にTension stiffeningの軟化勾配を用いた場合にもよい相関があった。但し、前述したようにRC部材の荷重変位関係は付着モデルに依存するため、分散モデルおよび実験結果に一致させるためには、引張軟化モデルとしてTension stiffeningの軟化勾配を用いるのではなく、実験値と一致する解を与えるTension stiffeningの軟化勾配に近い勾配をもつ引張軟化モデルが唯一存在する。

また、引張軟化モデルとして、Tension Stiffeningまたは、ひび割れ間隔 2cmとした勾配を用いた場合は、鉄筋の降伏までは、荷重変位関係がよく一致しているが、降伏荷重が分散モデルに比べやや大きくなっている。これは、鉄筋が降伏する際にTension stiffeningの軟化勾配を用いているためひび割れ部のコンクリートはまだ引張力を分担していることになる。すなわち、鉄筋の応力にコンクリートの分担応力を足し合わせた応力により降伏を照査する必要がある。しかし、本解析では離散鉄筋要素に単体のモデルをそのまま用いているためコンクリートの分担力が余分に引張力として作用している。つまり、見かけ上コンクリートの分担分だけ鉄筋の降伏応力が割り増されていることになる。ひび割れ間隔が 2cmとした軟化勾配も Tension stiffening の軟化勾配と近いことから同じことが言える。

なお、3章に示した一軸引張の場合は、鉄筋降伏位置が両端であり、その位置ではコンクリートの分担引張力が無いため、降伏荷重が分散ひび割れ一分散鉄筋モデルと分散ひび割れ-離散鉄筋モデルで一致している。

## 4.5 離散ひび割れモデル-離散鉄筋モデル

### (1)解析モデル

離散ひび割れモデルによる解析は、離散ひび割れの配置、形状のモデル化が極めて重要である。本実験におけるひび割れの状況を図-26に示す。このように曲げひび割れは、125mm間隔に発生し高さ 140mmまで鉛直に進展しその後、緩やかに載荷点方向に折れていた。解析に用いる要素分割は、このひび割れを基にした図-27とひび割れの形状を変化させた図-28を用いた。また、すべ

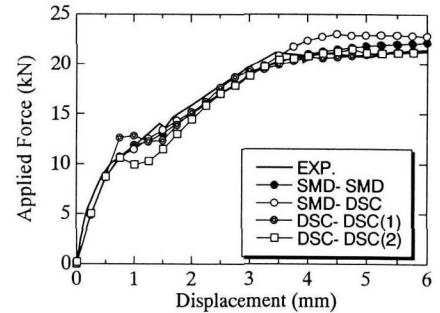


図-29 荷重変位関係  
(分散ひび割れ-分散鉄筋モデル)  
(分散ひび割れ-離散鉄筋モデル)  
(離散ひび割れ-離散鉄筋モデル)

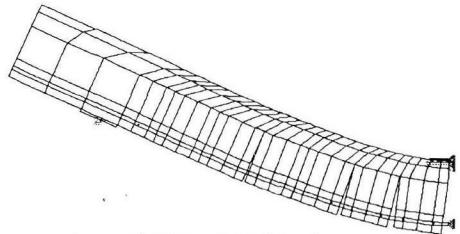


図 30 変形図（モデル 1）

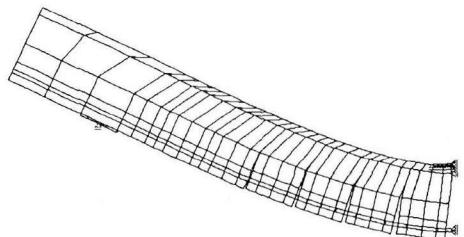


図 31 変形図（モデル 2）

てのコンクリート要素はひび割れの発生を許さないものとし、付着喪失区間としては、3.5で用いた 2.5D とした。また、解析では、付着喪失区間は必然的に鉄筋の塑性化区間となる。また、引張強度に関しては、実験値 1.8(MPa)を割り増した 3.0(MPa)を用いた。

### (2)ひび割れ形状の影響

解析結果および各解析モデルにおける変形図を図-29、図-30 および図-31 に示す。変形図は、鉄筋が降伏

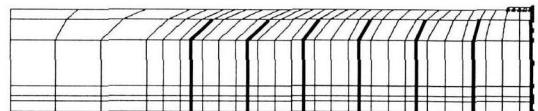


図-27 要素分割図（モデル 1）

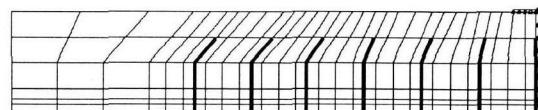


図-28 要素分割図（モデル 2）

した、変位が 4mm に達した時のものであり、目視できるように変形量を拡大して表示した。ひび割れ間隔について、どちらも共通の実測値を用いているため、要素分割の荷重変位関係への影響は曲げひび割れ発生直後のみであった。図 29 の荷重変位関係においてモデル 1 の解析結果を DSC(1)、モデル 2 を DSC(2)とした。図 29 より分散ひび割れ一分散鉄筋モデル (SMD-SMD)、分散ひび割れ一離散鉄筋モデル (SMD-DSC)、離散ひび割れ一離散鉄筋モデル (DSC-DSC) における荷重変位関係がほぼ一致していることがわかる。ただし、分散ひび割れ一離散鉄筋モデルでは鉄筋の応力にコンクリートの分担応力を足し合わせた応力により降伏を照査していないためコンクリートの分担力が余分に作用し、降伏荷重が大きく見積もられているが。分散ひび割れ一分散鉄筋モデル、分散ひび割れ一離散鉄筋モデル、離散ひび割れ一離散鉄筋モデルにおいて曲げを受ける RC 部材の挙動をほぼ正確に一致させることができた。

このようにして、分散ひび割れ一分散鉄筋モデル、分散ひび割れ一離散鉄筋モデル、離散ひび割れ一離散鉄筋モデルにおいて曲げを受ける RC 部材の挙動をほぼ正確に一致させることができた。

## 5. 結論

分散ひび割れ一分散鉄筋モデル、分散ひび割れ一離散ひび割れモデル、離散ひび割れ一離散鉄筋モデルを用いた棒部材の一軸引張解析及びはり部材の曲げ解析を通じ、以下の知見を得た。

- (1)離散ひび割れモデルでは、離散鉄筋近傍のひび割れ要素が局所的に変形するため、分散ひび割れモデルおよび実験に比べ、ひび割れ発生荷重が小さくなる。このため、引張強度の特性値を割り増す必要がある。
- (2)分散ひび割れ一分散鉄筋モデルを用いる場合はコンクリートの引張軟化に Tension Stiffening モデルを、離散ひび割れ一離散鉄筋モデルを用いる場合は Tension softening モデルを、分散ひび割れ一離散鉄筋モデルを用いる場合は、用いる付着モデルに対応した引張軟化モデルを用いる必要がある。本研究で用いた島らの提案したモデルを用いる場合は、岡村らの Tension Stiffening モデルに近い軟化勾配を有するモデルを用いることができる。
- (3)分散ひび割れ一分散鉄筋モデル同様に分散ひび割れ一離散鉄筋モデルにおいても、鉄筋の降伏は鉄筋の応力とコンクリートの応力を合成した応力により照査されなければならない。
- (4)離散ひび割れ一離散鉄筋モデルを用いる場合には、ひび割れ部 1 に 2.5D 程度の付着力喪失区間を設ける必要がある。この付着力喪失区間は、鉄筋の塑性化区間を意味するものである。

謝辞：本研究は平成 13 年度吉田研究奨励賞奨励金（土木学会）による研究成果の一部をまとめたものであり、ここに謝意を表します。

## 参考文献

- 1) 例えば、コンクリート構造物の耐震性能照査－検討課題と将来像－（コンクリート技術シリーズ 34），土木学会, pp.4-28, 2000.
- 2) 例えば、三橋博三、白井伸明、六郷恵哲：コンクリート構造への破壊力学の応用、コンクリート工学, pp5-17, 1992
- 3) 岡村甫、前川宏一：鉄筋コンクリートの非線形解析と構成則、技報堂出版, 1990
- 4) 二羽淳一郎：鉄筋コンクリート板要素の力学的性状、東京大学修士論文, 1980
- 5) 山田一宇：面内力を受ける鉄筋コンクリートのせん断伝達機構及び耐力・変形に関する研究、東京大学学位論文, 1981
- 6) 前川宏一、岡村甫：弾塑性破壊モデルに基づくコンクリートの平面応力構成則、コンクリート工学, pp87-99, 1983.5
- 7) Hans W Reinhardt, Hans A W Cornelissen, and Dirk A Hordijk : Tensile Tests and Failure Analysis of Concrete, journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.112, No11, pp2462-2477, 1986.
- 8) Dirk A Hordijk : Local Approach to Fatigue of Concrete, Dissertation submitted to Delft University of Technology, 1991
- 9) 田所敏弥、佐藤靖彦・上田多門：鉄筋コンクリート部材の終局変形に及ぼす圧縮軟化の影響、構造工学論文集, Vol.47A, No.3, pp1309-1314, 2001
- 10) 岡村甫、前川宏一：鉄筋コンクリートにおける非線形有限要素解析、土木学会論文集, NO.360/V-3, pp.1-10, 1985
- 11) 李宝禄、前川宏一：接触面密度関数に基づくコンクリートひび割れ面の応力伝達構成式、日本コンクリート工学, V26, No.1, pp123-137, 1988
- 12) 玉井真一、島弘、出雲淳一、岡村甫：1 軸引張部材における鉄筋降伏後の平均応力—平均ひずみ関係、土木学会論文集, No.378, pp.239-247, 1987.2
- 13) Xuehui An, Koichi Maekawa, Hajime Okamura : Numerical simulation of size effect in shear strength of RC beams, J. Materials Conc. Struct., Pavements, JSCE, No.564/V-35, 297-3, pp297-316, 1997
- 14) 島弘、周礼良、岡村甫：マッシブなコンクリートに埋め込まれた異形鉄筋の付着応力－すべり－ひずみ関係、土木学会論文集, No.378, pp165-174, 1987

(2001 年 9 月 14 日受付)