

## 塑性域の広がりを考慮した木材はりの弾塑性解析

## ELASTO-PLASTIC ANALYSIS OF WOOD BEAMS CONSIDERING SPREAD OF PLASTIC PORTION

岩崎正二\*, 山本亮\*\*, 出戸秀明\*\*\*, 佐藤和也\*\*\*\*, 宮本裕†

Shoji IWASAKI, Ryo YAMAMOTO, Hideaki DETO, Kazuya SATO and Yutaka MIYAMOTO

\*正会員, 工博, 岩手大学助教授, 工学部建設環境工学科 (〒 020-8551 岩手県盛岡市上田 4 丁目 3-5)

\*\*学生会員, 工修, 岩手大学大学院, 工学部建設環境工学科 (〒 020-8551 岩手県盛岡市上田 4 丁目 3-5)

\*\*\*正会員, 工博, 岩手大学講師, 工学部建設環境工学科 (〒 020-8551 岩手県盛岡市上田 4 丁目 3-5)

\*\*\*\*学生会員, 岩手大学大学院, 工学部建設環境工学科 (〒 020-8551 岩手県盛岡市上田 4 丁目 3-5)

†正会員, 工博, 岩手大学教授, 工学部建設環境工学科 (〒 020-8551 岩手県盛岡市上田 4 丁目 3-5)

The purpose of this paper is to simulate the spread of plastic portion and the load-displacement relationship of wood beams which are imposed gradually increasing load. In order to do elasto-plastic analysis for wood beams, we added correction to the stiffness matrix of beams in a plastic region. And the results of numerical calculation examples are compared with the test results and other methods results, and the accuracy and the usefulness of this method is verified.

**Key Words :** spread of plastic portion, wood beams, elasto-plastic analysis,

キーワード: 塑性域の広がり, 木材はり, 弾塑性解析

## 1. はじめに

我国では, 木材が最も入手しやすい構造材料であった明治・大正期に木構造の鉄道橋や道路橋が多数架けられてきたが, 耐久性や強度が不十分であったため, その後, 車両の重量化と車両交通量が激化し始めると丸太や一般製材を用いた古典的木橋は次第に姿を消し耐久年数の高い鋼橋や鉄筋コンクリート橋に次々と架け替えられた。しかし, 近年, 公園施設内の歩道橋などを中心に木橋が見直されつつあり, その建設が急増している<sup>1)</sup>。その背景には, 今日の地球環境への人々の関心の高まりから, 自然とのふれあいを求める傾向が強まる中で, 橋梁に対しても, 単に強度, 耐久性, 経済性等だけでなく, 周囲の環境との調和を保ちつつ美しい景観を提供するものが求められているようである。このような点で木材は自然景観と調和する独自の雰囲気を持っており, その木材を主材料とした木橋が見直されてきたことは, 再生可能な唯一の天然資源といわれる木材資源の有効活用が叫ばれている中で当然の帰結かとも思われる。

また, 木材加工技術の進歩に伴い強度・品質の安定した, かつ長期耐久性に優れた構造用大断面集成材の製作が可能となったことにより, この集成材を木橋の主材料として使用することで, 公園内の歩道橋等特殊なものに限らず, 20 トン級の大型車が通る林道橋にも集成材橋が積極的に採用されるようになってきた。

しかし, 我国における木橋に関する設計規準は, 現在の活荷重に適合しない昭和 15 年内務省制定の「木道路橋設計示方書 (案)」が残っているだけで, 近代木橋の設計にあたっては, 日本建築学会「木構造設計基準・同解説」や諸外国の設計法を適用している事例が多く, 我国の木橋に関する設計基準の早急な整備が望まれている。また, RC 橋, PC 橋をはじめとする一般橋梁の

設計法が, これまでの許容応力度法から限界状態設計法に移行しつつある現在, 木橋においても限界状態設計法が適用可能であるかどうかを検討することは急務であり, 木橋の弾塑性挙動を明らかにし, はりの耐荷力を求めることは極めて重要である。

木橋の弾塑性挙動を明らかにするために基本となる木桁の終局曲げ強さを求める弾塑性理論の研究は, 古くから今<sup>2)</sup>, 沢田<sup>3)</sup>, 松浦<sup>4)</sup>, 杉山<sup>5)6)</sup>等により提唱されているが, その根本的相違は, 曲げを受けるはり断面内の応力分布の仮定, すなわち引張側と圧縮側に対する応力一ひずみ曲線の仮定にある。最近では, 薄木征三, 長谷部薫ら<sup>7)8)9)10)</sup>が木桁や集成材桁などを対象に精力的な研究を行っており, 耐荷力のみならず弾塑性状態の変位まで言及している。

鋼部材からなる骨組構造物の崩壊荷重を求める方法としては, 剛性マトリックス法と塑性ヒンジ法を組み合わせた塑性解析が簡単と思われる。しかし, この解析手法では, 塑性ヒンジは節点にのみ集中して生じ, 塑性域の広がりは無視しているため, 弾塑性状態の部材の剛性を過大に評価する欠点を有している。平沢秀之ら<sup>11)</sup>は, このような塑性ヒンジ法の持つ欠点を除去するため, 塑性域の広がりに伴う部材の剛性の低下を断面 2 次モーメントの減少としてとらえ, 部材軸方向に変化する曲げ剛性を用いて, 補仮想仕事の原理により材端における力一変位関係を誘導し, 鋼はりの弾塑性解析を行っている。その後, この解析理論を平面ラーメン構造, 格子桁構造に適用できるように拡張している。

本研究では, 平沢ら<sup>11)</sup>が誘導した弾塑性解析理論を木材はりに適用することを試みた。本解析手法は木材はりに関して一部材につき一要素で解析可能であるため, 塑性ヒンジ法と同様の利点を有すると共に, 木材はりの各部材のせん断力, 曲げモーメントが求められ

れば直ちに塑性域を求めることができるといった簡便性を備えている。本解析法は、木材の平面骨組構造物や格子桁等にも応用できるといった発展性も持ち合わせているが、ここでは木材はりに限定し弾塑性剛性マトリックスの誘導とそれらの公式を用いた様々なはり構造モデルでの数値計算例を示す。また、その精度および有効性についても著者等の行ったはりの曲げ破壊試験結果や他の解析手法の結果と比較検討を行った。

## 2. 解析理論

薄木ら<sup>7)8)9)10)</sup>は木材において弾塑性解析を行うためには圧縮ひずみのひずみ軟化を考慮しなければならないものの、その程度は鋼などのひずみ軟化に比べて大きくないため、終局曲げ強さに及ぼす影響は少なく、加えて材料強度特性のばらつきを考えるならば、今俊三ら<sup>2)</sup>による図-1に示すような圧縮側に対しては完全弾塑性、引張側に対しては弾性とする bi-linear 型の応力-ひずみ曲線を仮定する解法には十分根拠があると述べている。

また、著者らが JIS 規格に基づき唐松材を用いて行った圧縮<sup>12)</sup> および引張破壊試験からも上記を裏付けるような試験結果が得られており、本研究においても、図-1に示すような bi-linear 型モデルを採用し、理論を展開していくものとする。

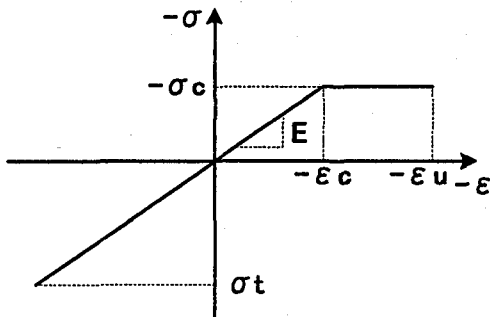


図-1 応力-ひずみ曲線

### 2.1 基本式誘導における仮定

1. 定式化するにあたり材料は図-1に示すような圧縮側で完全弾塑性モデル、引張側で弾性モデルとし、木材の圧縮ひずみに見られるようなひずみ軟化は考慮しないものとする。図中の  $\sigma_c$  は圧縮強度 (降伏強度),  $\sigma_t$  は引張強度 (終局強度),  $\epsilon_c$  は降伏ひずみ,  $\epsilon_u$  は終局ひずみ,  $E$  は弾性係数を示す。
2. 微小変位理論に基づき、幾何学的非線形は考慮しないものとする。また、座屈は一切考慮しないものとし、はりの破壊は材料の塑性化のみによって起こるものとする。
3. 荷重は節点に働く集中荷重のみとする。なお、中間荷重は考慮しないものとする。

4. はりの断面は二軸対称断面とし、ベルヌーイ・オイラーの仮定に基づき、曲げによる変形を考慮し、せん断による変形は考慮しないものとする。
5. 降伏は曲げモーメントによってのみ生じるものとし、せん断力による影響は無視する。しかし、はりせいスパン比  $h/l$  ( $h$ : はりせい,  $l$ : スパン) が比較的大きい場合には、はりのせん断変形の影響は無視できなくなる。 $h/l$  とはりのせん断変形の関係については文献<sup>13)</sup>を参照されたい。文献<sup>6)</sup>では、はり構造を対象に  $h/l$  とせん断破壊の関係について詳述している。
6. 部材における要素は、弾性域では一定断面とし、塑性域においては降伏した部分を考慮しない変断面とする。

### 2.2 弾塑性状態の木部材

図-2(e)に示すような、幅  $b$ 、高さ  $h$  の矩形断面を有するはり木部材を考える。図-3に示すように部材端部  $i$  端から  $x$  の距離における断面の応力分布が図-2(b) のようになったとする。ここで  $\delta h$  は弾塑性境界の位置を表している。すなわち、断面の高さが  $-\delta \leq y/h \leq 0.5$  の範囲で弾性域、 $-0.5 \leq y/h \leq -\delta$  の範囲で塑性域である。このとき、図-2(b)の応力分布から弾性域での応力、塑性部での応力  $\sigma_x$  が次式で示される。

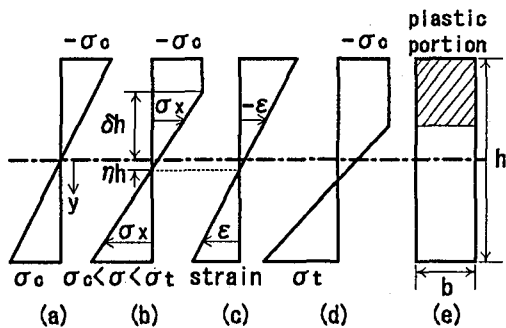


図-2 はりの応力とひずみ分布

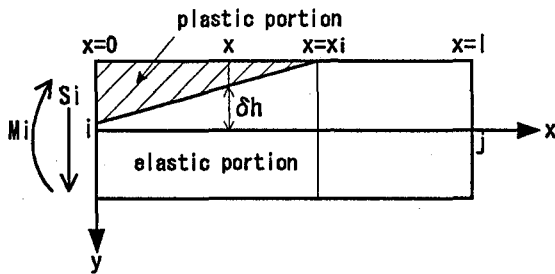


図-3 断面力と塑性域

$$\sigma_x = \frac{\sigma_c(y/h - \eta)}{\eta + \delta} \quad (-\delta \leq y/h \leq 0.5) \quad (1)$$

$$\sigma_x = -\sigma_c \quad (-0.5 \leq y/h \leq -\delta) \quad (2)$$

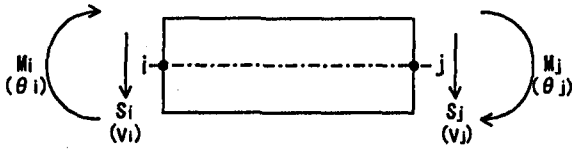


図-4 本論文での材端力と材端変位の定義

ここで、 $\sigma_c$  = 圧縮強度、 $h$  = はりの高さ、 $\eta$  = 無次元化した断面重心から中心軸までの距離、 $\delta$  = 無次元化した弾塑性境界の位置である。図-2(a)に示すように、はりの上下縁の応力度が圧縮強度 $\sigma_c$ になるまで弾性状態であるが、さらに荷重を増分させると図-2(b)に示すように圧縮側で一部塑性状態に至り、引張側は弾性状態を維持する。さらに荷重が増え、引張縁が引張強度 $\sigma_t$ に到達し破壊に至る。断面に生じる軸力 $N$ (軸力は考慮しないので0となる)と曲げモーメント $M$ は図-2(b)の弾塑性状態に対して式(1)、(2)を用いると

$$N = \int_F \sigma_x dF = - \int_{-h/2}^{-\delta h} \sigma_c b dy + \int_{-\delta h}^{h/2} \frac{\sigma_c(y/h - \eta)}{\eta + \delta} b dy = 0 \quad (3)$$

$$M = \int_F \sigma_x y dF = - \int_{-h/2}^{-\delta h} \sigma_c y b dy + \int_{-\delta h}^{h/2} \frac{\sigma_c(y/h - \eta)}{\eta + \delta} y b dy = M_x \quad (4)$$

ここで、 $F$  = 断面積、 $b$  = はりの幅となり、 $M_x$  = ある位置 $x$ での曲げモーメント(図-3参照)である。式(3)より $\eta$ を求め、式(4)に代入し積分すると $M_x$ が求められる。

$$\eta = \frac{1}{8}(1 - 2\delta)^2 \quad (5)$$

$$M_x = \frac{\sigma_c b h^2}{3}(1 - \delta) \quad (6)$$

また、 $\delta = 1/2$ を式(6)に代入すると

$$M_y = \frac{\sigma_c b h^2}{6} \quad (7)$$

ここで、 $M_y$  = 弾性限界曲げモーメントである。一方、この部材の左端(節点i)に作用しているせん断力を $S_i$ 、曲げモーメントを $M_i$ とおき、仮定3.による中間荷重が作用しないものとする、左端から $x$ の距離における断面の曲げモーメント $M_x$ は

$$M_x = M_i - S_i x \quad (8)$$

なお、 $S_i$ 、 $M_i$ 、 $S_j$ 、 $M_j$ は図-4の矢印方向を正とした。式(6)、(8)より $M_x$ を消去してまとめると

$$\delta = \frac{1}{2} \left( \frac{S_i}{M_y} x + 2 - \frac{M_i}{M_y} \right) \quad (9)$$

よって、弾塑性境界は1次式となる。ここで、 $\delta = 1/2$ とおくと

$$x_i = \frac{M_i - M_y}{S_i} \quad (10)$$

となり、 $x_i \geq 0$ すなわち $M_i \geq M_y$ で塑性化が始まる。従って、 $0 \leq x \leq x_i$ の断面2次モーメント $I_x$ は

$$I_x = \int_{-\delta h}^{h/2} y^2 b dy = \frac{I}{2}(1 + 8\delta^3) \quad (11)$$

式(11)に式(9)を代入すると

$$I_x = \frac{I}{2} \left( \frac{S_i}{M_y} x + 3 - \frac{M_i}{M_y} \right) \left\{ \left( \frac{S_i}{M_y} \right)^2 x^2 + \left( 3 - 2 \frac{M_i}{M_y} \right) \frac{S_i}{M_y} x + \left( \frac{M_i}{M_y} \right)^2 - 3 \frac{M_i}{M_y} + 3 \right\} \quad (12)$$

となる。ここで、 $I = bh^3/12$ である。また、補仮想仕事の原理を用いて剛性マトリックスを定式化する<sup>11)</sup>と

$$\begin{Bmatrix} S_i \\ M_i \\ S_j \\ M_j \end{Bmatrix} = \frac{1}{E_d} \begin{bmatrix} D & -C & -D & E_a \\ -C & A & C & -E_b \\ -D & C & D & -E_a \\ E_a & E_b & -E_a & E_c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_i \\ \theta_i \\ v_j \\ \theta_j \end{Bmatrix} \quad (13)$$

となる。ここで、 $v_i$ 、 $\theta_i$ 、 $v_j$ 、 $\theta_j$ は、それぞれi端、j端のたわみとたわみ角を表す。剛性マトリックスの中身は以下で示される。

$$A = \int_0^l \frac{x^2}{EI_x} dx, \quad C = - \int_0^l \frac{x}{EI_x} dx, \quad D = \int_0^l \frac{1}{EI_x} dx \quad (14)$$

$$E_a = Dl + C, \quad E_b = -Cl - A, \quad E_c = Dl^2 + 2Cl + A, \quad E_d = AD - C^2$$

最後に、部材が引張強度に達したとき(以下終局状態)、つまり式(1)において $y = h/2$ 、 $\sigma_x = \sigma_t$ になった場合(図-2(d)参照)の曲げモーメントは

$$M_u = M_y \frac{3\sigma_t/\sigma_c - 1}{1 + \sigma_t/\sigma_c} \quad (15)$$

となる。ここで、 $M_u$  = 終局曲げモーメントである。曲げ破壊はある部材要素における曲げモーメントが終局曲げモーメントに達した場合に木材はり要素が破壊したものとする。

### 2.3 塑性パターンについて

木材はり要素における塑性パターンは全部で12パターンある。図-5(a)に示すように左端と右端の2ヶ所に塑性域が広がる塑性パターンは、2パターン存在する。図-5(a)は左端上部に $x_i$ の塑性域の広がりを、右端下部に $x_j$ の塑性域の広がりを生じているパターンであり、その他は、左端下部と右端上部に塑性域の広がる場合である。同じように対称性を考慮すると(b)

では4パターンで、(c)では4パターン、(d)では2パターン存在することとなる。12種類のパターンの選択については各荷重段階において、はり要素の両節点の曲げモーメント  $M_i$ ,  $M_j$ , 降伏曲げモーメント  $M_y$  および両節点のせん断力  $S_i$ ,  $S_j$  の間の関係を用いてどのパターンになるか判断している。また、それらの断面力を用いてはり要素に生じる塑性域の広がり求めている。

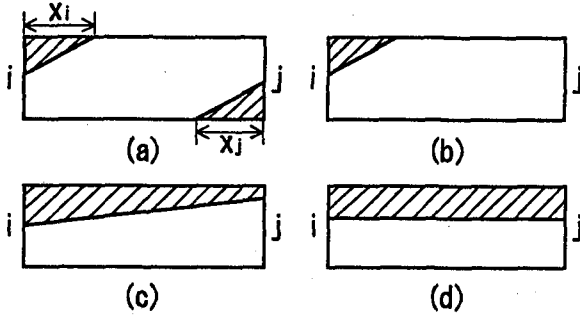


図-5 塑性パターン

ここで、(b)となる部材要素について、断面2次モーメント  $I_x$  を求めると、

$$I_x = \frac{I}{2} \left( \frac{S_i}{M_y} x + 3 - \frac{M_i}{M_y} \right) \left\{ \left( \frac{S_i}{M_y} \right)^2 x^2 + \left( 3 - 2 \frac{M_i}{M_y} \right) \frac{S_i}{M_y} x + \left( \frac{M_i}{M_y} \right)^2 - 3 \frac{M_i}{M_y} + 3 \right\} \quad (0 \leq x \leq x_i)$$

$$I_x = I \quad (x_i \leq x \leq l) \quad (16)$$

となる。この  $I_x$  を式(14)に代入し、 $A$ ,  $C$ ,  $D$  を求めて式(13)に代入すると、部材要素の剛性マトリックスを得ることが出来る。 $A$ ,  $C$ ,  $D$  は計算結果のみ示すと次のようになる。

$$A = A_1 + A_2 \quad C = C_1 + C_2 \quad D = D_1 + D_2 \quad (17)$$

$$A_1 = \frac{1}{3EI} \left( \frac{M_y}{S_i} \right)^3 \left[ 2 \left( 3 - \frac{M_i}{M_y} \right)^2 \ln \frac{2}{3 - M_i/M_y} + \left\{ \left( \frac{M_i}{M_y} \right)^2 - 6 \frac{M_i}{M_y} + 6 \right\} \ln \left| \left( \frac{M_i}{M_y} \right)^2 - 3 \frac{M_i}{M_y} + 3 \right| + 2\sqrt{3} \frac{M_i}{M_y} \right. \\ \left. \left( \frac{M_i}{M_y} - 2 \right) \left\{ \tan^{-1} \frac{\sqrt{3}}{3} - \tan^{-1} \frac{3 - 2M_i/M_y}{\sqrt{3}} \right\} \right]$$

$$A_2 = \frac{1}{3EI} (l^3 - x_i^3) \quad (18)$$

$$C_1 = -\frac{1}{3EI} \left( \frac{M_y}{S_i} \right)^2 \left[ - \left( 3 - \frac{M_i}{M_y} \right) \ln \frac{4 \left( (M_i/M_y)^2 - 3M_i/M_y + 3 \right)}{(3 - M_i/M_y)^2} + 2\sqrt{3} \left( \frac{M_i}{M_y} - 1 \right) \left\{ \tan^{-1} \frac{\sqrt{3}}{3} - \tan^{-1} \frac{3 - 2M_i/M_y}{\sqrt{3}} \right\} \right]$$

$$C_2 = -\frac{1}{2EI} (l^2 - x_i^2) \quad (19)$$

$$D_1 = \frac{1}{3EI} \left( \frac{M_y}{S_i} \right) \left[ \ln \frac{4 \left( (M_i/M_y)^2 - 3M_i/M_y + 3 \right)}{(3 - M_i/M_y)^2} + 2\sqrt{3} \left\{ \tan^{-1} \frac{\sqrt{3}}{3} - \tan^{-1} \frac{3 - 2M_i/M_y}{\sqrt{3}} \right\} \right]$$

$$D_2 = \frac{1}{EI} (l - x_i) \quad (20)$$

残りの図-5の(a), (c), (d)の塑性パターンについても同様に計算することが出来るが、紙面の都合上省略する。

### 3. 数値計算例

本解析法の精度や有効性を確認するために、図-7に示すような矩形断面を持つ単純支持はり、連続はり、両端固定端はりの3通りについて数値計算を行う。その中の、単純支持はりについては試験結果および他の解析法と比較検討した。

また、2.で誘導した剛性マトリックスは、剛性マトリックスの成分に断面力を含んだ非線形方程式となっているため、数値解析手法としては、増分法に荷重増分法を用い、それぞれの増分に対して逐次近似法を用いて反復計算を行った。図-6に数値計算のフローチャートを示した。このフローチャートの中の荷重増分を終了させる判定に  $M_u \geq M$  とあるが、これはある節点でのモーメントが終局モーメントに達した場合荷重増分を終了させるということである。また、 $10^{-6}$  の誤差で残差力を収束させた。

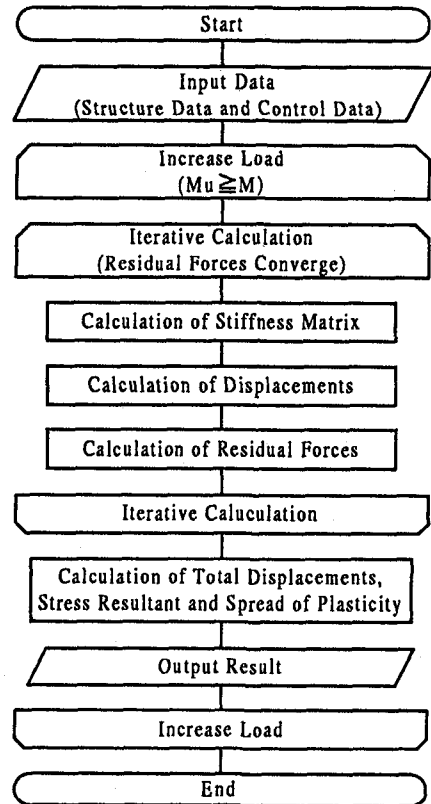


図-6 フローチャート

### 3.1 単純支持はり

本解析法の数値計算例として用いたモデルは、先に行われた木材の曲げ破壊試験<sup>12)</sup>において、JIS 規格に基づいて作成されたものである。試験に使用した木材は、樹齢 30～40 年の福島産唐松材の 3 等級で、図-7 に示すように 30×30mm の矩形断面、スパンが 420mm、支間中央に集中荷重を載荷させて曲げ破壊試験を行っている。また、表-1 の断面諸元の圧縮強度、引張強度、弾性係数は先に行われた木材の圧縮<sup>12)</sup>および引張破壊試験より得られた値を用いている。なお、圧縮、引張破壊試験に用いた木材は曲げ破壊試験と同様のものである。解析モデルの要素数は 4、節点数は 5 で解析を行った。

本解析法、文献<sup>7)</sup>の解法、試験結果の荷重－変位関係を比較したものを図-8 に示した。なお、荷重－変位関係は載荷点におけるものを用いている。図より本解析法と文献<sup>7)</sup>の解法は、ほぼ一致した。しかし、曲げ破壊試験結果については弾性限界時の荷重と変位は、本解析法とほぼ一致したが、破壊時における変位および荷重が若干大きめの値となった。これは、図中の試験結果は平均的な値が得られた試験体の荷重－変位関係を示したものであるため、木材のようなばらつきの大きい材料での試験結果の上限、下限を考慮すると、この試験結果の荷重－変位関係は本解析法に非常に近い値であると考えられる。

さらに、表-2 は単純はりにおける弾性限界状態および終局状態の荷重、変位、塑性域の広がりについて、それぞれ比較したものであるが、すべてにおいてよく一致している。特に、塑性域の広がりにおいて本解析法と文献<sup>7)</sup>の解法が全く同じ結果となっている。これは、本解析法と文献<sup>7)</sup>の解法はそれぞれ解法のアプローチは違うものの同じような理論を用いているためと考えられる。終局状態における塑性域の広がりをビジュアル化すると図-9 のようになる。図-9 は、 $y$  方向の倍率を大きくしはつきりと塑性域の広がりが見取れるようにしてある。図より  $x$  方向への塑性域の広がりが  $y$  方向に比べて極端に大きいことがわかる。

表-1 断面諸元

| 構造データ                                | 矩形断面   |
|--------------------------------------|--------|
| $\sigma_c$ : 圧縮強度 ( $N/mm^2$ )       | 45.9   |
| $\sigma_t$ : 引張強度 ( $N/mm^2$ )       | 80.9   |
| $E$ : 弾性係数 ( $N/mm^2$ )              | 10800  |
| $I$ : 断面 2 次モーメント ( $mm^4$ )         | 67500  |
| $M_y$ : 弾性限界曲げモーメント ( $N \cdot mm$ ) | 206550 |
| $M_u$ : 終局曲げモーメント ( $N \cdot mm$ )   | 320580 |

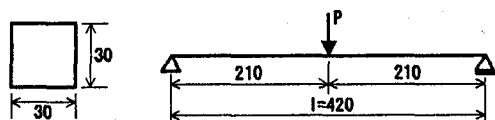


図-7 単純支持はり (単位: mm)

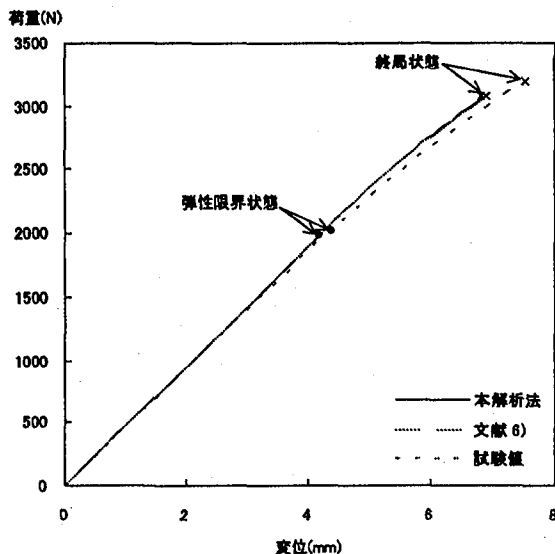


図-8 荷重－変位曲線 (単純支持はり)

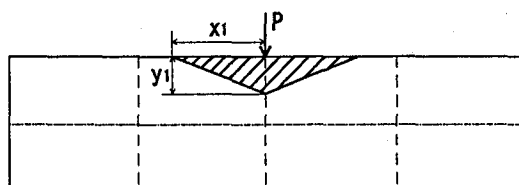


図-9 塑性域の広がり (終局時)

表-2 単純支持はりにおける結果比較

| 部材状態 | 荷重 (N) |      |
|------|--------|------|
|      | 本解析法   | 試験値  |
| 弾性限界 | 1967   | 2001 |
| 終局状態 | 3069   | 3202 |

| 部材状態 | 中央変位 (mm) |     |                  |
|------|-----------|-----|------------------|
|      | 本解析法      | 試験値 | 文献 <sup>7)</sup> |
| 弾性限界 | 4.2       | 4.3 | 4.2              |
| 終局状態 | 6.9       | 7.6 | 7.0              |

| 部材状態 | 塑性域の広がり (mm) |                  |
|------|--------------|------------------|
|      | 本解析法         | 文献 <sup>7)</sup> |
| 弾性限界 | $x_1 = 0.0$  | $x_1 = 0.0$      |
|      | $y_1 = 0.0$  | $y_1 = 0.0$      |
| 終局状態 | $x_1 = 75.4$ | $x_1 = 75.4$     |
|      | $y_1 = 8.4$  | $y_1 = 8.4$      |

また、集成材のひき板を念頭に置いて、図-7 に示す単純支持はりの断面の幅を 30mm から 150mm と 5 倍にして解析を行った。その結果、弾性限界状態および終局状態における載荷点変位および終局状態時の  $x$ 、 $y$  方向への塑性域の広がりは断面の幅 30mm の解析結果と一致したが、荷重は 5 倍 (弾性限界荷重時の荷重: 9836N、破壊時の荷重: 15344N) となった。従って、幅

員のみを変える場合には、本解析法ではサイズファクターの修正係数は必要ないと思われる。

3.2 連続はり

1 次不静定構造である 2 径間連続はりに対しても本解析法により荷重－変位関係および塑性域の広がりを求めた。解析に用いた連続はりの断面諸元は単純支持はりと同様に、表－1 の値を用いている。また、連続はりの数値計算例に用いたモデルは断面の幅、高さが集中荷重モデルと同じで、図－10 に示すとおり各支間中央に 2 つの等しい集中荷重が作用しているモデルである。解析モデルの要素数は 4、節点数は 5 で解析を行った。

図－11 に荷重－変位関係を示したが、図を考察すると顕著な塑性域の進展が見られなかった。しかし、塑性域の広がりとは図－12(a) の状態では要素の片方しか塑性域の広がりが見られなかったのに対し、図－12(b) の終局状態では要素の両方に塑性域の広がりが見られた。さらに、表－3 の終局状態における荷重と塑性域の広がりについて、文献<sup>10)</sup>の解法と比較した結果、よく一致した。

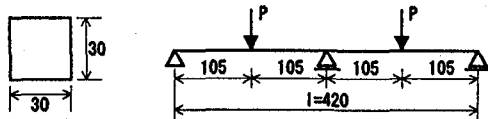


図-10 連続はり (単位 : mm)

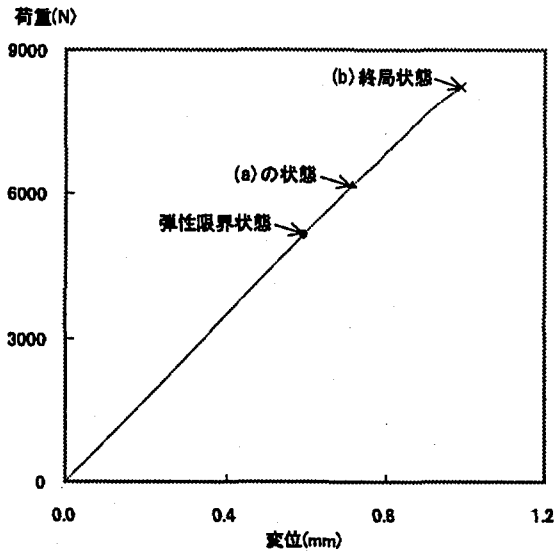


図-11 荷重－変位曲線 (連続はり)

3.3 両端固定はり

2 次不静定構造である両端固定はりにおいても本解析法により荷重－変位関係および塑性域の広がりを求めた。解析に用いた両端固定はりの断面諸元は単純支持はりと同様に、表－1 の値を用いている。また、両端

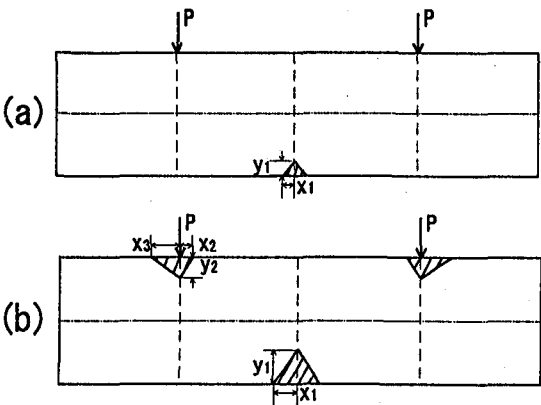


図-12 塑性域の広がり (連続はり)

表-3 連続はりの解析結果

| 部材状態     | 荷重<br>(N) | 変位<br>(mm) | 塑性域の広がり<br>(mm)                                                    |
|----------|-----------|------------|--------------------------------------------------------------------|
| 弾性限界     | 5246      | 0.6        | $x_1 = 0.0, y_1 = 0.0$                                             |
| (a) の状態  | 6232      | 0.7        | $x_1 = 9.0, y_1 = 2.8$                                             |
| (b) 終局状態 | 8278      | 1.0        | $x_1 = 20.4, y_1 = 8.4$<br>$x_2 = 11.8, y_2 = 4.9$<br>$x_3 = 25.7$ |

固定はりの数値計算例に用いたモデルは断面の幅、高さが集中荷重モデルと同じで、図－13 に示すとおり左の固定端から支間の 1/3 の位置に集中荷重が作用しているモデルである。解析モデルの要素数は 3、節点数は 4 で解析を行った。

図－14 に荷重－変位関係を、表－4 に両端固定はりの解析結果を示したが、図－14 より連続はり同様、終局時に顕著な塑性域の進展が見られなかったが、塑性域の広がりとは図－15 に見られるように (a) の状態では左の固定端の片方しか塑性域の広がりが見られなかったのに対し、(b) の終局状態では左の固定端と荷重点の両方に塑性域の広がりが見られた。

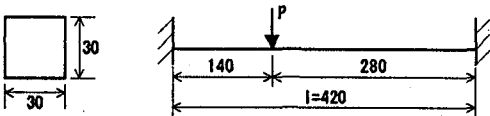


図-13 両端固定はり (単位 : mm)

表-4 両端固定はりの解析結果

| 部材状態     | 荷重<br>(N) | 変位<br>(mm) | 塑性域の広がり<br>(mm)                                                  |
|----------|-----------|------------|------------------------------------------------------------------|
| 弾性限界     | 3320      | 1.2        | $x_1 = 0.0, y_1 = 0.0$                                           |
| (a) の状態  | 4873      | 1.8        | $x_1 = 26.0, y_1 = 6.8$                                          |
| (b) 終局状態 | 5238      | 2.0        | $x_1 = 29.6, y_1 = 8.3$<br>$x_2 = 3.4, y_2 = 1.0$<br>$x_3 = 9.6$ |

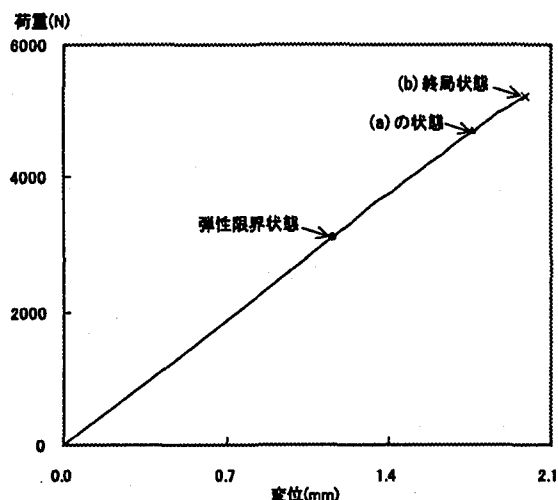


図-14 荷重-変位曲線 (両端固定はり)

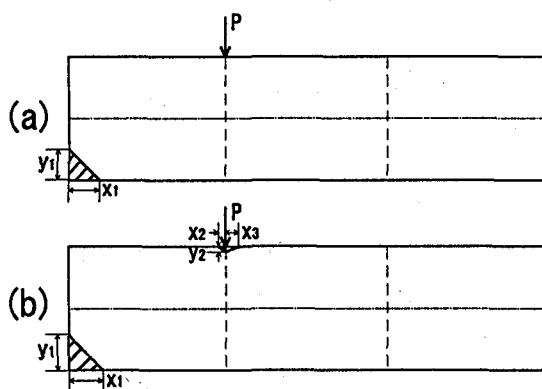


図-15 塑性域の広がり (両端固定はり)

#### 4. おわりに

本研究では塑性域の広がりを考慮した木材はりの弾塑性剛性マトリックスを誘導し、誘導した公式を用いて単純支持はり、連続はり、両端固定はりについて数値計算を行い、終局破壊時までの弾塑性挙動を、荷重-変位曲線、塑性域の進展図等を用いて明らかにした。単純支持はりにおいて曲げ破壊試験結果および他の解析手法と比較検討した結果、本解析法が、木桁の破壊荷重と終局変位を算定する方法として、工学的に十分有効であることが明らかになった。また、不静定構造物である連続はり、両端固定はりに本解析法を適用して解析した結果、これらの不静定構造物に対しても十分適用できることが確認できた。

本論文の解析で採用した木材はりモデルの断面寸法等は、解析結果と実験結果を比較検討するため、著者等が行っている唐松の木材はりの曲げ破壊実験の試験体寸法 (JIS 規格) に合わせている。そのため、解析モデルとしては、はりせいが集成材に用いるラミナ程度の寸法の小さなモデルとなっている。本解析手法を大断面の集成材梁に適用するにあたっては、集成材の強度等級 (機械等級区分) に見合った弾性係数や曲げ破壊

強度等を採用することで解析可能と思われる。ただし、本解析ではせん断変形を考慮していないので、変位については若干小さく算定される可能性がある。集成材への適用については、これらの点も含めて今後の検討課題としたい。

今回は、曲げのみを受ける木材はりの弾塑性解析を行ってきたが、今後は、曲げの他にせん断力の影響や軸力を考慮した解析法を確立させ、木材の平面骨組構造物や格子桁等へ拡張させていきたい。

#### 参考文献

- 1) 薄木征三：近代木橋の時代，1995.
- 2) 今俊三：木材の曲げ破壊法則について，北海道大学工学部研究報告，pp.1-28，1949.
- 3) 沢田稔：矩形断面梁の破壊条件と曲げ破壊係数，林道試験場研究報告，No71，1954.
- 4) 松浦誠：木材の塑性について (第一報)，広島大学工学部研究報告会，第二号，1953.
- 5) 杉山英男：木材の曲げ耐力を論じ許容応力度のあり方に及び，日本建築学会論文報告集，No.162，1969.
- 6) 杉山英男：建築構造学体系 22・木構造，靖国社，1971.
- 7) 長谷部薫，薄木征三：曲げとせん断を受けるひずみ軟化はりの弾塑性変位解析，土木学会論文集，第 410 号/I-12，pp.351-358，1989.
- 8) 薄木征三，堀江保，亀井義典：集成材高欄支柱の弾塑性状態における変位，構造工学論文集，Vol.35A，pp.861-870，1989.
- 9) 長谷部薫，薄木征三：異樹種複合集成材の弾塑性解析と実験，構造工学論文集，Vol.42A，pp.1013-1020，1996.
- 10) 梁金誠悦，薄木征三：支点および載荷点の塑性化を考慮した集成材連続はりの終局強度，土木学会東北支部技術研究発表会講演概要，I-18，pp.36-37，2000.
- 11) 平沢秀之，林川俊郎，佐藤浩一：塑性域の広がりを考慮したはりの一弾塑性解析，構造工学論文集，Vol.41A，pp.1-8，1995.
- 12) 山本亮，佐藤和也，宮本裕，岩崎正二，出戸秀明，五郎丸英博：静的破壊試験による集成材ラミナの材料強度特性について，土木学会東北支部技術研究発表会講演概要，I-18，pp.36-37，2000.
- 13) 渡辺治人：木材理学総論，農林出版株式会社，1978.

(2001 年 9 月 14 日受付)