

ジャイロ制振装置による超長大吊橋の連成フラッタの制御 (乱流中の風速変動を考慮した設計手法の提案)

Suppression of coupled flutter of a super-long-span suspension bridge by gyroscopic damper
(Design method of device considering wind-speed fluctuations in turbulent flow)

岡田 徹*, 本家 浩一**, 杉井 謙一***, 島田 諭****, 小林 紘士*****
Toru Okada, Koichi Honke, Kenichi Sugii, Satoru Shimada and Hiroshi Kobayashi

- * (株)神戸製鋼所 機械研究所 振動音響研究室 (〒651-2271 神戸市西区高塚台 1-5-5)
 ** 工博 (株)神戸製鋼所 機械研究所 振動音響研究室 (〒651-2271 神戸市西区高塚台 1-5-5)
 *** 工博 (株)神戸製鋼所 都市環境事業部 構造技術部 部長 (〒657-0845 神戸市灘区岩屋中町 4-2-15)
 **** (株)コベルコ科研 エンジニアリングメカニクス事業部 (〒660-0083 兵庫県尼崎市道意町 6-32)
 ***** 工博 立命館大学 理工学部 土木工学科 教授 (〒525-8577 滋賀県草津市野路東 1-1-1)

This paper deals with the design method for a gyroscopic damper (GD) on bridge deck flutter considering wind-speed fluctuations in turbulent flow. The GD has been reported to have a major effect in suppressing the flutter through a linear analysis in which the GD motion is assumed to be sufficiently small. However, since the GD produces a large oscillation against the slight amplitude of deck torsional motion, the control effect of GD actually decreases because of the nonlinear characteristics of the gyroscopic moment. In this paper, applying the method of equivalent linearization, we proposed the index parameters that indicate the effect of the GD with large oscillation. Furthermore it is established to estimate the amplitude of the GD in turbulent flow that excites the bridge deck. As a result, these methods show the GD parameters to make the flutter speed for a 2,500m span suspension bridge over 80 m/s.

Key words : Gyroscopic damper, Coupled flutter, Turbulent flow, Design method, Nonlinear Vibration,
キーワード : ジャイロダンパ, 連成フラッタ, 乱流, 設計手法, 非線形振動

1. 緒言

海峡をまたぐ超長大吊橋の計画では、連成フラッタに対する耐風安定性の確保が最重要課題の一つとなっており、各種検討が行われている。この中でも、外部エネルギーを利用したジャイロダンパ^{1,2,3)}やアクティブフラップ⁴⁾といった方法は、非常に優れた耐風安定化効果を有すると言われ、電力の安定供給や長期使用の信頼性などが懸念されているものの、動吸振器などの外部エネルギーを必要としない制振装置に比べて飛躍的に軽い重量の構造になると考えられている。

これらの方法のうち、著者らはジャイロダンパに着目して、2次元の風洞実験や解析により連成フラッタに対する効果を検証し、その優れた効果を確認してきた³⁾。しかし、風に乱れを与えた風洞実験においては、ジャイロダンパが大きく応答し、その可動範囲の制限から正常に作動できず、振動振幅を微小と仮定した解析から求めるフラッタ風速を大きく下回ることが確認された³⁾。実際の橋梁においてもガストなどの乱れた風が作用するため、ジャイロダンパの装置の諸元によっては、この装置の過大な応答が問題になると予想される。また、可動範囲の問題だけではなく、ジャイロダンパは、振幅が大きくなるほどジャイロモーメントが低下するといった非線形性を有

するために、その影響にも十分に注意を払う必要がある。

この様な背景のもと、著者らは既にこのジャイロモーメントの非線形性の影響についても理論的に検討を行ってきた³⁾。ジャイロダンパが定常的に振動している状態での、ジャイロダンパの連成フラッタに対する制御効果などを明らかにしている。ただし、この検討においては、ジャイロダンパが風の乱れにより振動している状態におけるフラッタに対する安定性を定性的に述べるとどまり、ある目標風速における風の乱れ成分により、ジャイロダンパがどの程度振動するかといった、実設計に必要な応答の予測方法が明らかにされていない。

そこで、本研究では、ジャイロダンパの非線形性を考慮した応答量の予測方法を明らかにし、超長大橋のフラッタに対するジャイロダンパの設計方法を確立することを目的とする。まず、文献 6) のジャイロモーメントの非線形性を考慮したジャイロダンパの性能評価方法、および固有振動数や減衰比といったパラメータのチューニング方法を紹介する。次に、明石海峡大橋耐風設計要領⁷⁾にならい、ジャイロダンパを含む橋梁系のガスト応答計算を実施し、ジャイロダンパの応答量を推定する方法を示す。最後に、推定された応答量からジャイロダンパの構造諸元の設計方法について説明する。

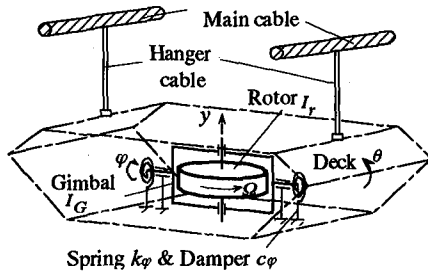


図1 橋桁内に設置したジャイロダンパ

2. ジャイロダンパの基本特性

2.1 橋梁のフラッタ方程式

本研究では、図1に示す箱桁内にジャイロダンパを設置した場合について考える。ジャイロダンパは、ロータとそれを1自由度回転支持で支えるジンバルから構成され、ジンバル軸の回転をバネとダンパで支え、振動数を桁の捩れ振動に対して同調させることにより制振効果を持たせる。

図1に示す橋梁の運動は、撓みと捩れの2自由度で表現し、撓み変位を y 、捩れ変位を θ とおく。ジャイロダンパは、そのロータの中心を桁の回転中心に一致させ、ロータの y 軸回りの極慣性モーメントおよび回転角速度をそれぞれ I_r 、 Ω とおく。また、ロータを含めたジンバルの極慣性モーメントを I_G で表し、その回転変位を φ とおく。このとき、橋桁およびジンバルに作用するジャイロモーメントは橋桁の捩れ変位 θ とジンバルの回転角 φ の自由度間で作用し、それぞれ次式で表される。

$$F_\theta = I_r \Omega \dot{\varphi} \cos \varphi, \quad F_\varphi = -I_r \Omega \dot{\theta} \cos \varphi \quad (1)$$

ここで、ジンバルの回転変位 φ は十分に小さいと仮定して $\cos \varphi$ を1とおいて線形化すると、ジャイロダンパを含めた系の運動方程式は、撓み自由度 y を桁幅 B で無次元化して η で表すと、次の様になる。

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I_G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\eta} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\varphi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_\eta & 0 & 0 \\ 0 & c_\theta & -I_r \Omega \\ 0 & I_r \Omega & c_\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\eta} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_\eta & 0 & 0 \\ 0 & k_\theta & 0 \\ 0 & 0 & k_\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta \\ \theta \\ \varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L \\ M \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

k_η 、 c_η および k_θ 、 c_θ はそれぞれ橋梁の撓みおよび捩れ自由度に対する剛性と減衰である。 m 、 I は、ジャイロダンパの装置重量を含めた橋梁の等価質量および等価極慣性モーメントで、それぞれ次式により与えられる。

$$m = \frac{\int_D \phi_y'^2 dx}{\int_D \phi_y^2(x) dx}, \quad I = \frac{\int_D \phi^2 dx}{\int_D \phi^2(x) dx} \quad (3)$$

各式の分子は、それぞれ対称1次の鉛直撓みおよび捩れモードの一般化質量を意味する。分母の積分範囲は、有意な空気力が作用する桁部とする。 $\phi_y(x)$ および $\phi(x)$ は橋軸方向の位置 x における桁の鉛直撓みおよび捩れモードの固有モ

ード関数である。また、ジャイロダンパの I_r と I_G についても同様に等価な慣性モーメントに換算する必要がある。 n 台の装置の設置位置を x_i とし、各装置のジンバルおよびロータの慣性モーメントを I_{Gi} 、 I_{ri} とおくと、 I_G と I_r は次式で表される。

$$I_G = \frac{\sum_{i=1}^n I_{Gi} \phi_\theta^2(x_i)}{\int_D \phi_\theta^2(x) dx}, \quad I_r = \frac{\sum_{i=1}^n I_{ri} \phi_\theta^2(x_i)}{\int_D \phi_\theta^2(x) dx} \quad (4)$$

ただし、各装置の固有振動数 ω_φ および減衰比 ζ_φ 、回転数 Ω は等しいとおく。 k_φ 、 c_φ はジンバルの等価ばね定数および減衰定数である。また、 L 、 M は次式で定義される非定常空気力の揚力成分および空力モーメント成分であり、8つの非定常空気力係数 $L_{\eta R}$ 、 $L_{\eta I}$ 、 $L_{\theta R}$ 、 $L_{\theta I}$ 、 $M_{\eta R}$ 、 $M_{\eta I}$ 、 $M_{\theta R}$ 、 $M_{\theta I}$ と空気密度 ρ および角振動数 ω 、桁幅 B を用いてそれぞれ次式で表す。

$$\begin{aligned} L &= \pi \rho B^2 \omega^2 \left(L_{\eta R} \eta + L_{\eta I} \frac{\dot{\eta}}{\omega} + L_{\theta R} \theta + L_{\theta I} \frac{\dot{\theta}}{\omega} \right) \\ M &= \pi \rho B^4 \omega^2 \left(M_{\eta R} \eta + M_{\eta I} \frac{\dot{\eta}}{\omega} + M_{\theta R} \theta + M_{\theta I} \frac{\dot{\theta}}{\omega} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

本論文では、非定常空気力係数として、Theoderson 関数による平板翼の理論値を用いる。

2.2 等価極慣性モーメント比^{3,6)}

ジャイロダンパの、橋桁の捩れ振動に対する振動抑制効果を検証する。式(2)から撓み自由度を除いた次の運動方程式で説明する。

$$\begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & I_G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\varphi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -I_r \Omega \\ I_r \Omega & c_\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_\theta & 0 \\ 0 & k_\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

このとき、橋梁の減衰 c_θ は十分に小さく無視できるものとする。右辺の M は $M = M' e^{j\omega t}$ (ここに、 $j = \sqrt{-1}$ 、 ω は外力の周波数) で表される周期的外力とする。周期的外力とする。無次元化のために次の記号

$$\left. \begin{aligned} \omega_\theta^2 &= \frac{k_\theta}{I}, \omega_\varphi^2 = \frac{k_\varphi}{I_G}, \zeta_\varphi = \frac{c_\varphi}{2I_G \omega_\varphi}, \\ f &= \frac{\omega_\varphi}{\omega_\theta}, h = \frac{\omega}{\omega_\theta}, \theta_{st} = \frac{M'}{k_\theta} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

を導入すると、桁の捩れ角 θ の伝達関数は次式で表される。

$$\frac{\theta}{\theta_{st}} = \frac{f^2 - h^2 + 2j\zeta_\varphi fh}{h^4 + f^2 - \left[f^2 + 1 + \frac{I_r^2}{I_G I} \left(\frac{\Omega}{\omega_\theta} \right)^2 \right] h^2 + 2j\zeta_\varphi fh(1 - h^2)} \quad (8)$$

この伝達関数からジャイロ制振装置の性能を表す等価極慣性モーメント比 μ_e が求められる。制振原理の近い動吸振器の場合、一般に固有振動数は主系の固有振動数近傍に設定され、共振点近傍での応答が評価されることから、それ

にならない、振動数比 f , h をそれぞれ $f=1$, $h=1$ とおくと、 μ_e が次式で与えられる^{3,6)}

$$\mu_e = \frac{I_r}{I_G} \frac{I_r}{I} \left(\frac{\Omega}{\omega_\theta} \right)^2 \quad (9)$$

ロータの極慣性モーメント I_r が大きいほど、 μ_e は大きくなるが、振れの固有振動数に対するロータ回転数の比に対してもその二乗に比例して μ_e は増大する。振動数の低い超長大橋に対しては回転数比が大きくなり特に有利となる。

ここで、ジャイロダンパの振動特性として重要となる橋桁の振れ振動に対するジンバルの振動倍率についても説明する。桁の振れ変位およびジンバルの回転変位を $\theta = \Theta e^{j\omega t}$, $\varphi = \Phi e^{j\omega t}$ (Θ , Φ は複素振幅) とおき、等価極慣性モーメント比 μ_e およびジンバルの橋梁に対する極慣性モーメント比 $\mu (=I_G/I)$ を用いて整理すると、振動倍率は次式で表される。

$$\frac{\Phi}{\Theta} = \sqrt{\frac{\mu_e}{\mu}} \frac{-jh}{f^2 - h^2 + 2j\zeta_\varphi fh} \quad (10)$$

式(10)から、 μ_e の等しいジャイロダンパでは、ジンバルの極慣性モーメント I_G や減衰比 ζ_φ が大きいほど、桁の振れ振動に対するジンバルの振動が小さくなることがわかる。

2.3 ジンバルパラメータ設計方法⁹⁾

式(5)を式(2)に代入して整理した運動方程式に対して、減衰および剛性マトリクスの非対角成分となる連成空気力を外力として取り扱えば、ジャイロダンパを含めた系全体は以下の伝達関数を用いて図2のブロック線図に展開できる。

$$G_H = \frac{\eta}{L_\theta} = \frac{1}{ms^2 + (c_\eta - \pi\rho B^2 \omega L_{\eta I})s + (k_\eta - \pi\rho B^2 \omega^2 L_{\eta R})} \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} G_T' &= \frac{\theta}{M_\eta} = \frac{G_T(s)}{1 - G_T(s)T(s)} \\ G_T &= \frac{1}{Is^2 + (c_\theta - \pi\rho B^4 \omega M_{\theta I})s + (k_\theta - \pi\rho B^4 \omega^2 M_{\theta R})} \\ T &= \frac{1}{I_G} \frac{-(l_r \Omega)^2}{(s^2 + \omega_\varphi^2) + 2\zeta_\varphi \omega_\varphi s} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$G_L = \frac{L_\theta}{\theta} = \pi\rho B^2 \omega^2 (L_{\theta R} + sL_{\theta I} / \omega) \quad (13)$$

$$G_M = \frac{M_\eta}{\eta} = \pi\rho B^4 \omega^2 (M_{\eta R} + sM_{\eta I} / \omega) \quad (14)$$

式(11)の G_H は、非定常揚力 L の対角成分を含む撓みモードの伝達関数、式(12)の G_T は、ジャイロダンパの伝達関数 $T(s)$ と非定常モーメント M の対角成分を含む橋桁の振れモードの伝達関数、式(13), (14)の G_L と G_M は、それぞれ揚力 L と空力モーメント M の連成成分の伝達関数を表す。

連成フラッタは図2において $\theta \rightarrow L_\theta \rightarrow \eta \rightarrow M_\eta \rightarrow \theta$ と回る

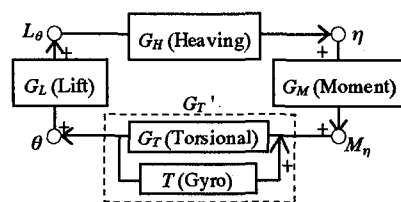


図2 フラッタ振動系のブロック線図

ループが不安定となる現象で、その安定性は開ループ伝達関数のゲインと位相から判別でき、位相 180° となる振動数でゲイン 0dB が安定境界となる。 $s=j\omega$ とおいて式で表すと、

$$-\frac{G_T(\omega)}{1 - G_T(\omega)T(\omega)} G_H(\omega) G_L(\omega) G_M(\omega) = -1 + 0j \quad (15)$$

となる。 ω に任意の値として ω_0 を与えると、ジャイロダンパに関する伝達関数 T は、次式で表される。

$$T(\omega_0) = \frac{1}{G_T(\omega_0)} - G_H(\omega_0) G_L(\omega_0) G_M(\omega_0) \quad (16)$$

この式の右辺を、実数部を $\alpha(\omega_0)$ 、虚数部を $\beta(\omega_0)$ とおき、実数部と虚数部についての連立方程式を解くと、 ω_0 を媒介変数としてジンバルのパラメータ ω_φ および ζ_φ が、次式により与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \omega_\varphi &= \sqrt{\omega_0^2 + \frac{\alpha(\omega_0)}{\alpha(\omega_0)^2 + \beta(\omega_0)^2} \mu_e I \omega_\theta^2 \omega_0^2} \\ \zeta_\varphi &= \frac{\beta(\omega_0)}{2\alpha(\omega_0)} \left(\frac{\omega_0}{\omega_\varphi} - \frac{\omega_\varphi}{\omega_0} \right) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

評価風速を設定し、 ω_0 を変化させて ω_φ と ζ_φ をプロットすることにより安定領域が計算できる。なお、 I および ω_θ は橋梁の特性値であるために、ある設定風速において系を安定化するパラメータは μ_e のみから決まることがわかる。

2.4 計算例

ジャイロダンパを実橋に設置した場合の計算例を示す。対象橋梁は中央支間長が 2,500m の超長大吊橋とし、吊橋の諸元は、桁幅 $B=41$ m, ケーブルと桁を合わせた単位長さあたりの質量 $m=41.4$ t/m, 極慣性モーメント $I=10,353$ tm^2/m とする。鉛直撓みおよび振れの 1 次の固有振動数は、それぞれ 0.056Hz, 0.16Hz とする。対数減衰率は各振動モードに対し 0.02 とする。制振装置を付加しないときの対象橋梁のフラッタ風速は 64m/s となる。ジャイロダンパを用いた場合のフラッタ発生目標風速を 80m/s 以上とおく。

一例として、この橋梁に半径 3m, 厚さ 1m の鋼製ロータを有するジャイロダンパを、橋梁の中央部と中央から 250m, 500m 離れた橋軸方向対称位置の合計 5 箇所に設置した場合のフラッタ抑制効果を示す。このときのロータの慣性モーメント I_η は、一台あたり約 972ton $\cdot\text{m}^2$ となる。ジンバルの慣性モーメントもこれに等しくおく。これらのジャイロダンパを橋梁と同様に、橋梁の単位長さあたりの値

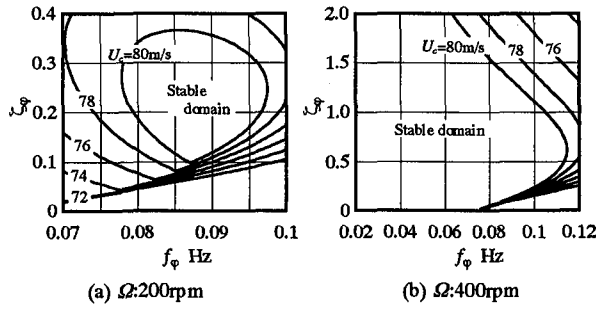


図3 ジャイロダンパ設置時のフラッタ風速

に相当する等価な慣性モーメントに換算すると、式(4)から、 I_r と I_G は $3\text{ton}\cdot\text{m}^2/\text{m}$ となる。

ロータの回転数を200rpm, 400rpmに設定し、ジンバルのパラメータ $f_\phi (= \omega_\phi/2\pi)$, ζ_ϕ とフラッタ風速の関係を式(17)により求めた。その結果を、図3(a), (b)に示す。図から、パラメータを適切に調整することにより、目標風速80m/sを十分に満足でき、回転数が高くなるほどその領域が増大することがわかる。なお、 ω_θ を目標風速80m/sにおける橋梁単体のフラッタ振動数である0.1Hzに設定すると、式(9)の等価極慣性モーメント比 μ_e はロータ回転数200rpmのとき約32%, 400rpmのときには約129%になる。

2.5 非線形性を考慮したジャイロダンパ性能⁹⁾

以上のジャイロモーメントの非線形性を無視した検討では、ジンバルの振幅によらず、フラッタに対するジャイロダンパの制振効果は等しい。しかし、実際にはジンバルの振幅が大きくなると、式(1)のジャイロモーメントが減少するために、ジャイロダンパの制振性能は低下する。そこで、2.2節の橋梁の振れ振動を対象とした2自由度モデルを例にとり、ジンバルの振幅依存性を考慮したジャイロダンパの制振性能について検証を行う。

桁の振れ振動とジャイロダンパのジンバル振動からなる2自由度振動系は、ジャイロモーメントに $\cos\varphi$ を含め、式(9)の μ_e および $\mu (=I_G/I)$ を用いて整理すると、次の非線形運動方程式で表せる。

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\theta} + 2\zeta_\theta\omega_\theta\dot{\theta} - \sqrt{\mu_e\mu} \cdot \omega_\theta\dot{\varphi}\cos\varphi + \omega_\theta^2\theta &= \omega_\theta^2\theta_{st}\cos(\omega t) \\ \ddot{\varphi} + \sqrt{\mu_e/\mu} \cdot \omega_\theta\dot{\theta}\cos\varphi + 2\zeta_\varphi\omega_\varphi\dot{\varphi} + \omega_\varphi^2\varphi &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

この式を用いてジャイロダンパの非線形特性に関する検討を行う。ここでは、この非線形方程式の解法として、等価線形化法の適用を試み、 $\cos\varphi$ を含むジャイロモーメントの項を線形化させる方法を考える。

式(18)の非線形力をそれぞれ f_1 , f_2 とおいて次式で表す。

$$\left. \begin{aligned} f_1(\varphi, \dot{\varphi}) &= -\sqrt{\mu_e\mu} \cdot \omega_\theta\cos\varphi \cdot \dot{\varphi} \\ f_2(\varphi, \dot{\theta}) &= \sqrt{\mu_e/\mu} \cdot \omega_\theta\cos\varphi \cdot \dot{\theta} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

ここで、振動数 ω の定常加振を仮定し、そのときのジンバル回転角 φ および桁の振れ角 θ を、それぞれ振幅を a_φ , a_θ とおき、それらの解を次の様に仮定する。

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= a_\varphi \cos(\omega t + \psi) = a_\varphi \cos\phi \\ \theta &= a_\theta \cos(\phi + \psi') = a_\theta (\cos\phi \cos\psi' - \sin\phi \sin\psi') \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

ここに、 ψ は入力と φ の位相差、 ψ' は φ と θ の位相差を表す。このとき、式(19)の各非線形力は ϕ について周期 2π の周期関数となり、この非線形力をフーリエ級数展開して基本波だけを残す。非線形力 f_1 , f_2 について、その基本解をそれぞれ次のように f_1' , f_2' で表す。

$$\left. \begin{aligned} f_1'(\varphi, \dot{\varphi}) &= \left[\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f_1(\varphi, \dot{\varphi}) \sin\phi d\phi \right] \sin\phi \\ &\quad + \left[\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f_1(\varphi, \dot{\varphi}) \cos\phi d\phi \right] \cos\phi \\ f_2'(\varphi, \dot{\theta}) &= \left[\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f_2(\varphi, \dot{\theta}) \sin\phi d\phi \right] \sin\phi \\ &\quad + \left[\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f_2(\varphi, \dot{\theta}) \cos\phi d\phi \right] \cos\phi \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

ここで、両式の積分を解析的に計算するために、次式のよう $\cos\varphi$ を8次の項まで考慮したテイラー展開式で表す。

$$\cos\varphi = 1 - \frac{\varphi^2}{2!} + \frac{\varphi^4}{4!} - \frac{\varphi^6}{6!} + \frac{\varphi^8}{8!} \quad (22)$$

なお、この近似式の誤差は 90° で $2.5 \times 10^{-3}\%$ 、 165° で1%におさまる、本検討において十分な精度を確保できる。

式(19)を式(21)に代入して積分すると、 f_1' と f_2' は、

$$\left. \begin{aligned} f_1' &= -\sqrt{\mu_e\mu}\omega_\theta C_e a_\varphi \sin\phi \\ f_2' &= -\sqrt{\mu_e/\mu} \cdot \omega_\theta a_\theta \omega (C_e \cos\phi' \sin\phi + K_e \sin\phi' \cos\phi) \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

となる。ただし、各式の C_e , K_e は以下の通りである。

$$\left. \begin{aligned} C_e(a_\varphi) &= 1 - \frac{a_\varphi^2}{8} + \frac{a_\varphi^4}{192} - \frac{a_\varphi^6}{9216} + \frac{a_\varphi^8}{737280} \\ K_e(a_\varphi) &= 1 - \frac{3a_\varphi^2}{8} + \frac{5a_\varphi^4}{192} - \frac{7a_\varphi^6}{9216} + \frac{9a_\varphi^8}{737280} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

式(23)を式(20)をもとに整理し、式(18)の非線形運動方程式に代入すると、式(18)は次の様に線形化される。なお、導出の詳細は参考文献6)に示されている。

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\theta} + 2\zeta_\theta\omega_\theta\dot{\theta} - \sqrt{\mu_e\mu}\omega_\theta\dot{\varphi} + \omega_\theta^2\theta &= \omega_\theta^2\theta_{st}\cos(\omega t) \\ \ddot{\varphi} + \sqrt{\mu_e/\mu} \cdot \omega_\theta K_e \dot{\theta} + 2\frac{K_e}{C_e}\zeta_\varphi\omega_\varphi\dot{\varphi} + \omega_\varphi^2\varphi &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

次に、式(18)の非線形方程式において、 $\cos\varphi$ を1とおいて線形化した以下の式と、

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\theta} + 2\zeta_\theta\omega_\theta\dot{\theta} - \sqrt{\mu_e\mu} \cdot \omega_\theta\dot{\varphi} + \omega_\theta^2\theta &= \omega_\theta^2\theta_{st}\cos(\omega t) \\ \ddot{\varphi} + \sqrt{\mu_e/\mu} \cdot \omega_\theta\dot{\theta} + 2\zeta_\varphi\omega_\varphi\dot{\varphi} + \omega_\varphi^2\varphi &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

ジンバルの振動振幅 a_φ を考慮して線形化した式(25)との比較を行う。式(25)において a_φ が系に与える影響を表すパラメータ C_e , K_e を含む項には、ジャイロダンパの特性を表す

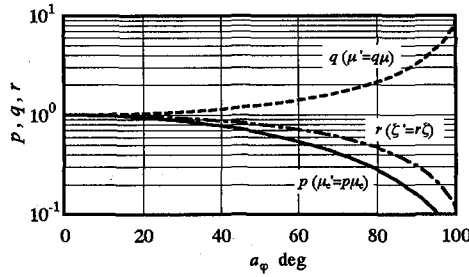


図4 ジンバルの振動振幅と等価線形化パラメータの関係

パラメータ $\mu_e, \mu, \zeta_\varphi$ が含まれていることがわかる。そこで、これらパラメータ自体の値がジンバルの振幅 a_φ に応じて等価的に $\mu_e', \mu', \zeta_\varphi'$ に変化すると考えても差し支えない。その変化率を次式で表す。

$$\mu_e' = p(a_\varphi)\mu_e, \quad \mu' = q(a_\varphi)\mu, \quad \zeta_\varphi' = r(a_\varphi)\zeta_\varphi \quad (27)$$

式(26)に代入すると、

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\theta} + 2\zeta_\theta\omega_\theta\dot{\theta} - \sqrt{\mu_e\mu}\sqrt{pq}\omega_\theta\dot{\varphi} + \omega_\theta^2\theta_{st}\cos(\omega t) \\ \ddot{\varphi} + \sqrt{\mu_e/\mu}\sqrt{p/q}\omega_\theta\dot{\theta} + 2r\zeta_\varphi\omega_\varphi\dot{\varphi} + \omega_\varphi^2\varphi = 0 \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

となり、式(25)と式(28)との係数比較により、 p, q, r の3つのパラメータが求まる。

$$p = K_e C_e, \quad q = C_e / K_e, \quad r = K_e / C_e \quad (29)$$

これらのパラメータを等価線形化パラメータと呼ぶ。ここで、ジンバルの振幅と p, q, r の関係を図4に示す。図から、ジンバルが定常的に揺れている場合、その振幅が大きくなるほど、ジンバルの等価慣性モーメントの比 μ が増加し、等価極慣性モーメント比 μ_e が下がることがわかる。これは、ジンバルの振幅が大きいくほど、ジンバルは揺れにくく、ジャイロダンパの性能が低下することを意味する。

3. フラッタに対するジャイロダンパの非線形特性

3.1 非線形性を考慮したパラメータ設計法

ジンバルが振幅 a_φ で定常的に振動している状態での、ジンバルのパラメータとフラッタ発現風速の関係について考察する。式(17)に示す通り、フラッタ発現風速は等価極慣性モーメント比 μ_e だけで決まるため、この μ_e の代わりに、前章で導出したジンバル振動時の非線形性を考慮した μ_e' を用いることにより、ジンバルのパラメータとフラッタ発現風速の関係を求めることができる。これを式で表すと次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \omega_\varphi &= \sqrt{\omega_0^2 + \frac{\alpha(\omega_0)}{\alpha(\omega_0)^2 + \beta(\omega_0)^2} \mu_e' I \omega_0^2 \omega_0^2} \\ \zeta_\varphi' &= \frac{\beta(\omega_0)}{2\alpha(\omega_0)} \left(\frac{\omega_0}{\omega_{TPD}} - \frac{\omega_\varphi}{\omega_0} \right) \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

ただし、減衰比については、ジンバル振動時の非線形の影響を含む減衰比 ζ_φ' が求まることに注意が必要である。よって、実際に与える減衰比 ζ_φ は次式となる。

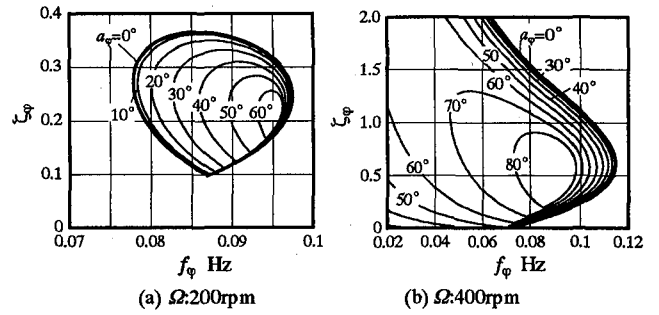


図5 ジンバル振動振幅と安定化領域の関係(風速 80m/s)

$$\zeta_\varphi = \zeta_\varphi' / r(a_\varphi) \quad (31)$$

ここで、2.4 節に示した橋梁およびジャイロダンパの諸元を用いて、ジンバルの定常振動状態を考慮した場合の、目標風速 80m/s を満足するためのパラメータ領域の計算結果を図5に示す。図(a)、図(b)はそれぞれロータ回転数を 200rpm および 400rpm とした結果である。図から、ジンバルの振幅 a_φ が大きくなるにつれて、フラッタ発現風速 80m/s を満足できるパラメータ領域が減少し、ジャイロダンパのフラッタ抑制効果が低下していく様子が確認できる。これらの結果の妥当性については、次節のランダム加振による時刻歴応答解析により検証する。

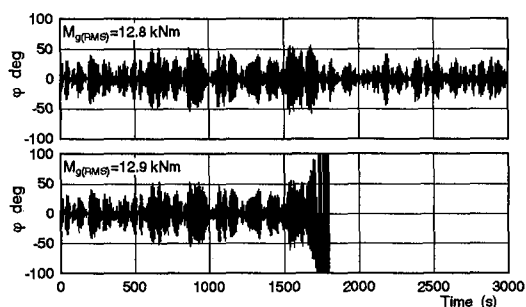
なお、このジンバル応答の非線形性を考慮したジャイロダンパの設計の際には、ある設計風速が与えられたときの、その風速におけるランダム外力によるジンバルの応答振幅 a_φ の推定が重要となる。この推定方法については、4章で説明する。

3.2 時刻歴応答解析による検証

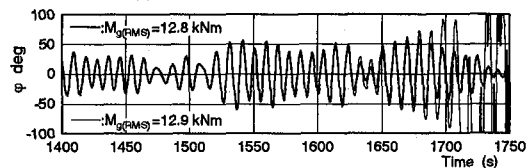
式(2)のフラッタ方程式において、ジャイロモーメントを非線形で表し、ランダム外力の揚力成分 L_g およびモーメント成分 M_g を加えると、運動方程式は次式で表される。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I_G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\eta} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\varphi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_\eta & 0 & 0 \\ 0 & c_\theta & -I_r \Omega \cos \varphi \\ 0 & I_r \Omega \cos \varphi & c_\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\eta} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} k_\eta & 0 & 0 \\ 0 & k_\theta & 0 \\ 0 & 0 & k_\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta \\ \theta \\ \varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L \\ M \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_g \\ M_g \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (32)$$

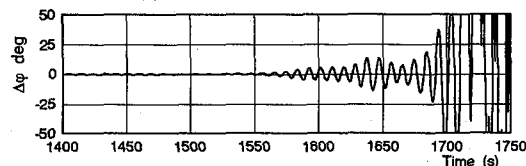
この運動方程式に対して、RKG 法による時刻歴応答解析を行い、ジンバルの振動振幅と系の安定性の関係について検証する。右辺の非定常空気力 L, M は平均風速における値とし、各非定常空気力係数は一定と仮定する。また、 L, M は振動数 ω の関数となるが、後述の解析条件における系のピーク振動数 0.11Hz に代表させた。ランダム外力は、簡単化のためにモーメント M_g のみ考慮し、明石海峡大橋耐風設計要領⁷⁾に示されている後述の式(41)のパワースペクトルをもとに外力の時系列波形を作成して与えた。橋梁およびジャイロダンパの各諸元は、2.4 節と同様とする。



(a) 2種類の外力に対する応答



(b) 時間スケールの拡大表示



(c) 2種類の時刻歴応答の差[(ψ)_{M_g=12.9kNm} - (ψ)_{M_g=12.8kNm}]

図6 橋梁にランダム外力を加えた時のジンバル応答

図6にロータ回転数を200rpm、ジンバルのパラメータを $f_\varphi=0.09\text{Hz}$, $\zeta_\varphi=0.2$ に調整し、平均風速80m/sの状態では3,000秒間ランダムモーメントを与えたときのジンバルの応答波形を示す。ランダムモーメントの条件は、系の安定性が確保される最大外力である $M_{g(\text{rms})}=12.8\text{kNm/m}$ および、若干値の上回る $M_{g(\text{rms})}=12.9\text{kNm/m}$ とする。図6(a)には、積分時間3,000秒間の応答結果を、図(b)には2種類の外力に対するジンバル応答波形を同時に示す。図(c)には両外力に対するジンバル応答の差を表示する。これらの図から、ジンバルの振幅が 50° を超えたあたりで、両入力に対する応答に差が生じ、連続して 50° を上回る場合に、 $M_{g(\text{rms})}=12.9\text{kNm/m}$ の外力が作用する系が不安定になっていく様子が確認できる。

図5(a)のロータ回転数200rpmにおけるジンバルのパラメータと風速80m/sにおける系の安定境界のグラフから、この図6のパラメータ条件 ($f_\varphi=0.09\text{Hz}$, $\zeta_\varphi=0.2$) ではジンバルの振幅が 50° になると、系が不安定になることがわかる。この結果と図6の系の非線形性を考慮した時刻歴応答解析結果とは対応が取れ、本論文で提案しているジンバルの振動による非線形の影響を考慮した等価線形化手法が、フラッタ振動系に対しても妥当であることが確認できる。

3.3 外力と系の応答特性の関係

ランダム外力の大きさを系が安定の範囲で変化させ、時刻歴応答解析により外力と応答の関係を調べる。まず、前節と同様にロータ回転数を200rpm、ジンバルのパラメータを $f_\varphi=0.09\text{Hz}$, $\zeta_\varphi=0.2$ に調整して計算を行う。図7にランダム外力のRMS値と、系の応答のMAX値とRMS値の関

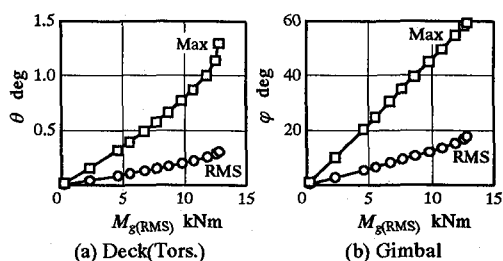


図7 外力と橋桁およびジンバルの関係 (200rpm)

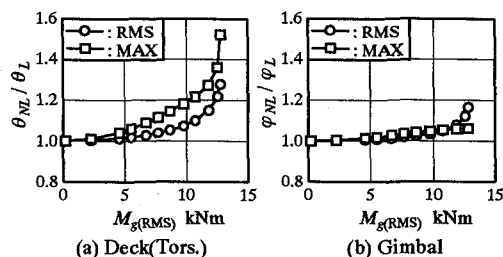


図8 線形解析と非線形解析の応答の比較 (200rpm)

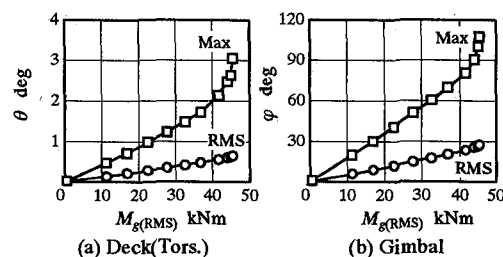


図9 外力と橋桁およびジンバルの関係 (400rpm)

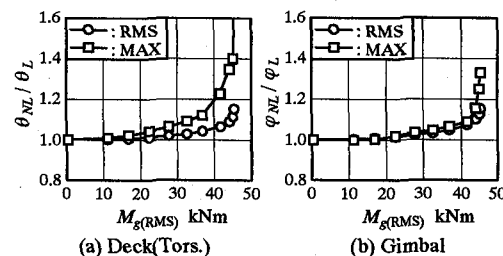


図10 線形解析と非線形解析の応答の比較 (400rpm)

係を示す。ジンバル応答のRMS値およびMAX値は、系が不安定になる直前まで、外力にほぼ比例することが確認できる。ジャイロモーメントの非線形性を無視した線形モデルの結果との比を図8に示すが、外力の増加につれて、桁の振れ振動は振幅比が1から離れていくのに対し、ジンバルではRMS値およびMAX値ともにその変化は小さいことが確認できる。この理由は後述する。

次に、等価極慣性モーメント比の大きいロータ回転数400rpmの場合の各結果を図9および図10に示す。ここでは、ジンバルのパラメータは $f_\varphi=0.09\text{Hz}$, $\zeta_\varphi=0.5$ に調整した。非定常空気力は、この系におけるピーク振動数0.085Hzに代表させた。この場合、ジンバルの最大振幅が 100° を超えるまで系は安定である。図9および図10から、200rpmのときと同様、比較的広いジンバルの振幅範囲で、外力と応答の関係はほぼ線形にあることが確認できる。なお、200rpmのときと比べて、極慣性モーメントの大きい本検討では、桁の振れ振動も比較的、線形解析に近い結果になっ

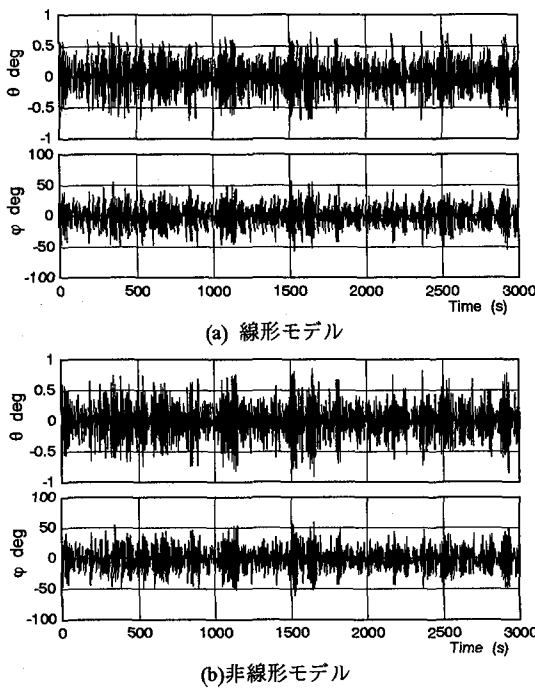


図11 線形および非線形モデルの時刻歴応答波形の比較
(Ω : 400rpm, $M_g=32.6\text{kNm/m}$)

ているが、これは、ジャイロダンパの制御効果の少ない低周波領域での応答の割合が増えるためである。

ジンバルの応答がジャイロモーメントの非線形性を無視した線形解析と、差が少ない理由としては次のようなことが考えられる。すなわち、図4からジャイロモーメントの非線形性により等価極慣性モーメント比 μ_e が低下することにより、桁の応答が増大する。そして、ジンバルの慣性モーメント比 μ の増大によりジンバルの応答が抑えられる傾向にあることがわかる。

例として、図11にロータ回転数を400rpmとしたときの、線形および非線形モデルで解析した桁の捩れ振動およびジンバルの時刻歴応答波形を示す。外力の大きさは、非線形モデルにおいてジンバルの最大応答が約 60° になる $M_{g(\text{rms})}=32.6\text{kNm/m}$ を与えた。桁の捩れ振動は、ジャイロダンパの影響をわかりやすくするために、低周波成分をフィルタで除去している。図(a)と(b)の比較から、桁の捩れ振動は、振幅の大きい場所で非線形モデルの応答が大きくなっているが、そのときのジンバルの応答はそれほど大きくならないことが確認できる。ジンバルの応答が、両モデルで比較的一致した結果になるのは、そのRMS値自体が非線形の影響の少ない低振幅領域にあること、また、ジンバルの振幅が増加するとジンバルの等価な慣性モーメント比 μ の増加によりジンバル自体が揺れにくくなるためと考えられる。

以上の特性は、ジャイロダンパの設計を行う場合に非常に重要な特性と言え、その非線形性を無視した線形系におけるランダム応答解析から、ジンバルの最大振幅が推定できることを意味する。なお、応答波形を定常ランダム過程と仮定すると、応答のRMS値に対する最大応答の振幅倍

率 g は、不規則振動論により次式により表される⁸⁾。

$$g = \sqrt{2\ln(vT) + \frac{0.5772}{\sqrt{2\ln(vT)}}} \quad (33)$$

$$v = \sqrt{\left(\int_{-\infty}^{\infty} f^2 \cdot S_{\varphi}(f) df / \int_{-\infty}^{\infty} S_{\varphi}(f) df \right)}$$

ここで、 T は評価時間、 S_{φ} はジンバル応答のパワースペクトルである。本解析モデルに対して式(33)を計算すると、振幅倍率 g は約3.5倍となり、図7および図9の非線形シミュレーションの結果とほぼ対応が取れている。

4. 設計例

4.1 ガスト応答解析

明石海峡大橋耐風設計要領に示されているガスト応答計算法を参考として、ジンバルの振動振幅を推定する方法を説明する^{7,8)}。

空気力変動により橋桁に作用する揚力およびモーメントは、鉛直方向の乱れ成分から算定され、空気力のパワースペクトル密度 S_a は、次式で表される。

$$S_a = \iint_D \phi(x_1)\phi(x_2)R_u(x_1, x_2, f)dx_1dx_2 \times |H_a(f)|^2 \times S_w(f) \quad (34)$$

ここで、 $S_w(f)$ は、次式で定義される鉛直方向の風速変動パワースペクトル密度である。

$$\frac{fS_w}{w^2} = 0.632 \frac{f'/f_{\max}}{1 + 1.5(f'/f_{\max})^{5/3}} \quad \left(f' = \frac{fz}{U}, f_{\max} = 0.4 \right) \quad (35)$$

ここで、 f は換算振動数、 z は基準高度、 $\bar{U}$ は水平方向の平均風速である。 w^2 は、鉛直方向の空気力変動の分散値で、次式で定義される鉛直方向の風速の乱れ強さ I_w から算出される。

$$I_w = \sqrt{w^2}/\bar{U} \quad (36)$$

式(34)の R_u は風速の橋軸方向における空間相関関数で、次式で表される。

$$R_u(x_1, x_2, f) = \exp\left(-1/\bar{U} \cdot f \cdot 8\sqrt{|x_1 - x_2|}\right) \quad (37)$$

また、 $|H_a(f)|^2$ は、空力アドミッタンスで、平板翼を仮定したシアーズ関数簡易式を用い、揚力に関しては、

$$|H_a(f)|^2 = \frac{\left[\frac{1}{2} \cdot \rho \bar{U}^2 (dC_L/d\alpha) B \right]^2 |X_L^w|^2}{\bar{U}^2} \quad (38)$$

モーメントに関しては、

$$|H_a(f)|^2 = \frac{\left[\frac{1}{2} \cdot \rho \bar{U}^2 (dC_M/d\alpha) B^2 \right]^2 |X_M^w|^2}{\bar{U}^2} \quad (39)$$

と表される。ただし、

$$|X_L^w|^2 = |X_M^w|^2 = \frac{a+k}{a+(\pi a+1)k+2\pi k^2}, \quad a=0.1811 \quad (40)$$

である。ここで、 C_L および C_M はそれぞれ静的な揚力係数、モーメント係数で、 α は橋桁の迎角である。 k は換

算振動数($=\omega b/\bar{U}$, ω :角振動数, b :桁幅の半分)である。

以上の計算から算出されるガストによる揚力 L_g およびモーメント M_g のパワースペクトル $S_{a,L}$, $S_{a,M}$ は、一般化外力のスペクトルである。式(3)に示す等価質量・等価極慣性モーメントを用いた運動方程式に対して解析するために、次式のように $S_{a,L}$, $S_{a,M}$ をそれぞれ等価な外力スペクトル $S_{a,L}'$, $S_{a,M}'$ に換算して計算を行う。

$$S_{a,L}' = \frac{S_{a,L}}{\left[\int_D \phi_y^2(x) dx \right]^2}, \quad S_{a,M}' = \frac{S_{a,M}}{\left[\int_D \phi_\theta^2(x) dx \right]^2} \quad (41)$$

式(2)のジャイロモーメントの非線形を無視したフラッタ方程式において、非定常空気力 L , M を左辺に移項した伝達関数に、式(41)をかけ合わせることで、撓みと振れモードの連成を考慮した系の各応答のパワースペクトル密度が算出できる。非定常空気力を含めた運動方程式の特性行列 H は次式で表され、

$$H = \begin{bmatrix} k_\eta' + j\omega c_\eta' - m\omega^2 & k_{\eta\theta}' + j\omega c_{\eta\theta}' & 0 \\ k_{\theta\eta}' + j\omega c_{\theta\eta}' & k_\theta' + j\omega c_\theta' - I\omega^2 & -jI_r\Omega\omega \\ 0 & jI_r\Omega\omega & k_\varphi' + j\omega c_\varphi' - I_G\omega^2 \end{bmatrix} \quad (42)$$

$$\begin{pmatrix} k_\eta' = k_\eta - \pi\rho B^2\omega^2 L_{\eta R}, & k_{\eta\theta}' = -\pi\rho B^2\omega^2 L_{\theta R} \\ k_{\theta\eta}' = k_\theta - \pi\rho B^4\omega^2 M_{\theta R}, & k_\theta' = -\pi\rho B^4\omega^2 M_{\theta R} \\ c_\eta' = c_\eta - \pi\rho B^2\omega L_{\eta I}, & c_{\eta\theta}' = -\pi\rho B^2\omega L_{\theta I} \\ c_{\theta\eta}' = c_\theta - \pi\rho B^4\omega M_{\theta I}, & c_\theta' = -\pi\rho B^4\omega M_{\theta I} \end{pmatrix}$$

揚力のパワースペクトル $S_{a,L}'$ に対しての、位置 x における各変位 (η, θ, φ) の応答パワースペクトル S_{RL} は、

$$\left. \begin{aligned} S_{RL,\eta} &= \phi_y^2(x) \cdot |H^{-1}(1,1)/B|^2 \cdot S_{a,L}' \\ S_{RL,\theta} &= \phi_\theta^2(x) \cdot |H^{-1}(2,1)/B|^2 \cdot S_{a,L}' \\ S_{RL,\varphi} &= \phi_\theta^2(x) \cdot |H^{-1}(3,1)/B|^2 \cdot S_{a,L}' \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

また、モーメントのパワースペクトル $S_{a,M}'$ に対する各変位の応答パワースペクトル S_{RM} は、

$$\left. \begin{aligned} S_{RM,\eta} &= \phi_y^2(x) \cdot |H^{-1}(1,2)|^2 \cdot S_{a,M}' \\ S_{RM,\theta} &= \phi_\theta^2(x) \cdot |H^{-1}(2,2)|^2 \cdot S_{a,M}' \\ S_{RM,\varphi} &= \phi_\theta^2(x) \cdot |H^{-1}(3,2)|^2 \cdot S_{a,M}' \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

から算出される。なお、式(43)で伝達関数を桁幅 B で除している理由は、式(32)において上下変位を B で無次元化した η を利用しているためである。

ここで、ガスト空気力による各変位の応答の RMS 値 $\sigma_{R,i}$ ($i=\eta, \theta, \varphi$) は、変動揚力と変動モーメントに相間が小さいと仮定して、次式で応答を評価する。

$$\sigma_{R,i} = \sqrt{\int_0^\infty S_{RL,i}(f) df + \int_0^\infty S_{RM,i}(f) df} \quad (i=\eta, \theta, \varphi) \quad (45)$$

また、各変位の最大振幅は、式(33)の振幅倍率 g をもとに推定できる。

4.2 数値計算例

2.4 節に示す諸元のジャイロダンパを有する橋梁につ

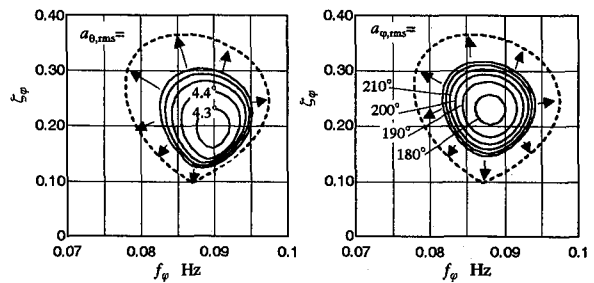


図 12 ジンバルパラメータと系の RMS 応答(200rpm)

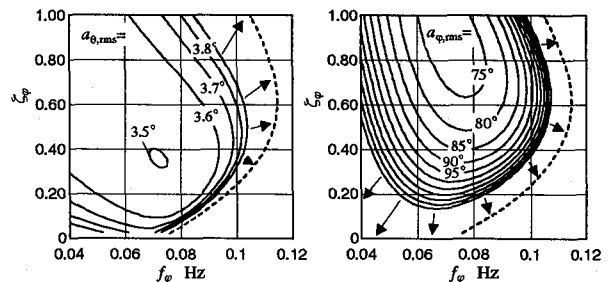


図 13 ジンバルパラメータと系の RMS 応答(400rpm)

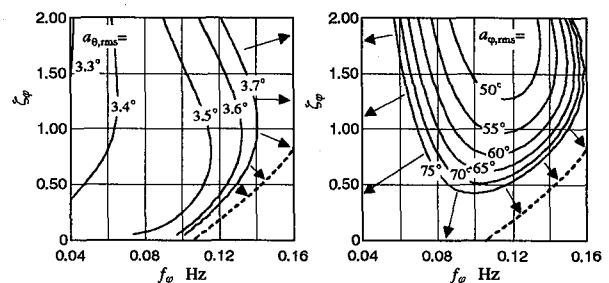


図 14 ジンバルパラメータと系の RMS 応答(800rpm)

いてのガスト応答解析例を示す。解析条件は、平均風速 $\bar{U} = 80\text{m/s}$ 、鉛直方向の風速の乱れ強さ I_w を 0.05、橋梁の基準高度 z は 100m とした。式(38), (39)の揚力およびモーメント係数の傾きは、それぞれ、明石海峡大橋耐風設計要領に箱桁案として示されている値 4.7, 1.3 とおく。この条件のもと、ジンバルの固有振動数および減衰比を変化させて、橋桁の振れ変位とジンバル回転変位の RMS 値を調べた。なお、両変位は振幅が最大となる橋梁中央部における評価値とする。

ロータの回転数を 200, 400, 800rpm とした計算結果を、それぞれ図 12~図 14 に示す。グラフは等値線で示し、図中の破線は式(2)のジャイロモーメントの非線形性を無視した線形モデルにおけるフラッタ風速 80m/s の境界である。橋桁の振れ変位およびジンバルの回転角とも、このフラッタ境界近傍において応答の等値線を省略しているが、ともにこの境界に近づくにつれ、系の安定性が低下するために応答振幅は増大する。各図の比較から、ロータの回転数を増加するにつれ、ジンバルの応答が減少するのが確認できるが、回転数を上げるほどその効果は減少しているのがわかる。また、ジンバル振動を抑えるために、ロータ回転数を 800rpm にまで増大させ、ジ

ンバルのパラメータを調整しても、ジンバルの RMS 応答値は約 50° にもなる。式(33)からジンバルの最大応答は RMS 値の約 3.5 倍になるために、その値は 180° 近くにまで達することとなる。この推定値は系を線形とした場合の値であるが、前章の検討からフラッタに対する効果は完全に失われると考えられる。よって 2.4 節に示すジャイロダンパの諸元では、空気力の乱れを考慮した場合、十分なフラッタ制御性能を有さず、ジャイロダンパの各種諸元の再設計が必要となる。

なお、各ロータ回転数の結果において、橋桁の捩れ振動が最小となるパラメータとジンバルの応答が最小となるパラメータに差があることがわかる。これは、式(10)で説明した通り、ジンバルの減衰比が大きくなる程、桁の捩れ振動に対するジンバル振動の応答倍率が減少するためである。ジンバルの振動を小さく抑えたい本検討では、ジャイロダンパの等価極慣性モーメント比を十分に大きくして系の広い安定領域を確保した上で、ジンバルの応答を抑えるために、ジンバルの減衰を高めに設定するのが望ましいことがわかる。

4.3 ジャイロダンパの設計方法

最後にガスト応答によるジンバルの応答を考慮したジャイロダンパ設計の具体例を示す。前節の検討により、2.4 節に示すジャイロダンパの諸元では、ガストに対する応答が過大となり、フラッタに対して十分な効果が発揮できないことが明らかになった。そこで、本検討では、図 5 のジンバルの振幅を考慮したフラッタ安定化領域の結果をもとに、ジンバルの最大応答を片振幅 60° 以内に抑えることを目標とする。 60° の振幅であれば、ロータ回転数 400rpm 相当の等価極慣性モーメント比 ($\mu_e=129\%$) を満足するダンパを設計すれば、十分に広いチューニング範囲で、フラッタの安定化が可能である。

ジンバルの応答を抑えるためには、式(10)からジンバルの慣性モーメント比 μ を大きくすれば良い。ジャイロモーメントの非線形性を無視した線形解析においては、ジャイロの制振効果は等価極慣性モーメント比 μ_e および固有振動数と減衰比のみにより決まるため、それらが等しければ、橋桁の応答は変化しない。

まず、図 13 のロータ回転数 400rpm の結果を例にとり、適切な μ の決定方法を示す。ジンバルの最大振幅を 60° に抑えるためには、その RMS 値を約 17° 以内に抑える必要がある。図 13 では、ジンバルの応答が $1/5$ になれば、余裕を持って目標値を満足する。式(10)から、ジンバルの応答を $1/5$ にするためには、 μ を 25 倍すれば良いことがわかる。これは、ジンバルの慣性モーメント I_G を $75\text{ton}\cdot\text{m}^2/\text{m}$ にすることに相当する。ここで、等価極慣性モーメント比を図 13 と等しくし ($\mu_e=129\%$)、 I_G を $75\text{ton}\cdot\text{m}^2/\text{m}$ ($\mu=0.725\%$) とした場合の、桁およびジンバルの応答の RMS 値のコンターを図 15 に示す。図 13 と比較すると、桁の捩れ応答は完全に一致し、ジンバルの

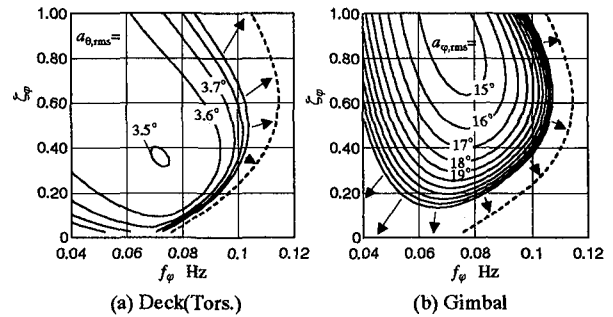


図 15 系の RMS 応答値 ($\mu_e=129\%$, $I_G=75\text{ton}\cdot\text{m}^2/\text{m}$)

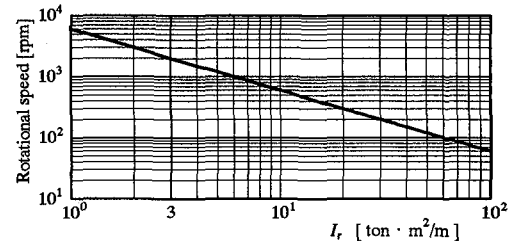


図 16 $\mu_e=129\%$ を満足するロータ諸元 ($I_G=75\text{ton}\cdot\text{m}^2/\text{m}$)

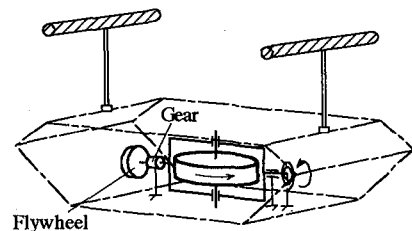


図 17 ジンバル慣性モーメントを増加する一手法

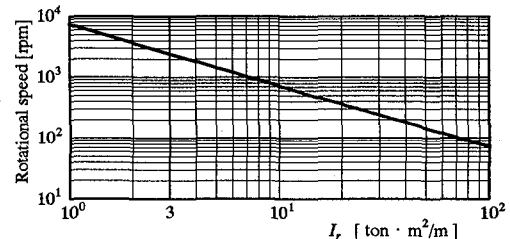


図 18 $\mu_e=516\%$ を満足するロータ諸元 ($I_G=27\text{ton}\cdot\text{m}^2/\text{m}$)

応答がちょうど $1/5$ になっていることが確認できる。

ジンバルの慣性モーメント I_G が決まれば、等価極慣性モーメント μ_e を基にして、式(9)からロータ慣性モーメント I_r とその回転速度 Ω を設計できる。 μ_e は I_G に反比例するため、 I_G を大きくしつつ μ_e を等しくするためには、 I_r や Ω も大きくする必要がある。図 16 に μ_e を 129% とするための I_r と Ω の関係を示すが、実際には回転数が実現可能な領域で、ロータの慣性モーメント I_r を選定することとなる。なお、ジンバルの慣性モーメント I_G は、ロータの慣性モーメント I_r と高い相関性があり、それらの慣性モーメントとしてロータだけを考えるとほぼ $I_G=I_r/2$ の関係にある。ジンバル枠やモーターなどの付加慣性を考慮してもほぼ同程度の大きさと考えられる²⁾。よって、 I_G が I_r を大きく上回るような設計の場合には、ジンバルに慣性モーメントを付加する必要がある。慣性モーメントを効率的に付加するには、図 17 に示すように、増速機な

どを介してフライホイールを取付ける方法が考えられる。この場合、増速機の増速比の二乗に比例してフライホイールの慣性モーメントがジンバルに付加される。この比を大きくすることにより、高い I_G が実現できる。

次に、図 14 のロータ回転数 800rpm に相当する $\mu_e=516\%$ とした設計例を示す。図 14 から、ジンバルの応答を $1/3$ にすれば、その RMS 値を 17° 以内に抑えられる。よって、この場合には μ を 9 倍すれば良い。これは、ジンバルの慣性モーメント I_G を $27\text{ton}\cdot\text{m}^2/\text{m}$ にすることに相当し、前述の $\mu_e=129\%$ の場合に比べて、 I_G を約 $1/3$ に抑えられる。図 18 に $\mu_e=516\%$ を満足する I_r と Ω の関係を示す。 I_G が小さいため、図 16 の $\mu_e=129\%$ の場合に比べ、各 I_r に対するロータの回転速度はあまり変わらないことが確認できる。この物理的な意味は、等価極慣性モーメント比が大きい程、 I_G を小さくでき、ジンバルの減衰比を高めに調整することから、 $\mu_e=129\%$ の設計はジンバルの慣性抵抗により、 $\mu_e=516\%$ の設計はダンパによりジンバルの振幅を抑制していることに相当する。

最後に、2.4 節の半径 3m、厚さ 1m の鋼製円盤ロータを有するジャイロダンパ装置を利用した場合の、設計例を示し、二三の考察を加える。ロータを 800rpm で回転させた場合、図 16 や図 18 の諸元を満足する為には、橋梁中央部 1000m の区間に装置を 15 台設置することとなる。この時、ロータの総重量は約 3,300ton で、タワーを除いた橋梁全体の質量 ($41.4\text{ton/m}\times 5000\text{m}=207,000\text{ton}$) の 1.6% となる。これは、著者らにより提案されている振り型動吸振器を用いた方法⁹⁾と比べて約半分の値となる。また、本論文からわかるように、ジャイロダンパは、装置の固有振動数や減衰比といったチューニングに対して、高いロバスト性を有するとともに、ガストに対して桁振動を非常に小さいレベルに抑えられるという特徴がある。ロータ形状の工夫や大径化、およびその高速回転化により、構造はさらに軽くできる可能性は高い。また、揚力およびモーメント係数の傾きの小さい桁形状に対しては、ガストによるジンバルの応答が低減されるため、ジャイロダンパはさらに小型な構造にでき有利であると考えられる。

5. 結論

本研究は、超長大吊橋の連成フラッタに対するジャイロダンパの設計方法を、乱流中の風速変動およびジャイロダンパの非線形特性を考慮して提案したものである。得られた主要な結果を以下にまとめる。

(1) ジャイロダンパが振動している状態でのフラッタに対する制振性能評価方法、および、連成フラッタを安定化させるためのジンバルの固有振動数および減衰比といったパラメータのチューニング手法を明らかにした。

(2) ジャイロダンパを含めた橋梁モデルにランダム外力を作用させた時刻歴応答解析により、ジンバルの最大振幅が不安定になる振幅に達するランダム外力に達する

ほぼ直前まで、ジンバル応答の RMS 値および MAX 値は、ジャイロモーメントの非線形性を無視した線形解析とほぼ等しいことを確認した。これは、線形解析によりジンバル応答の MAX 値を計算できることを意味する。

(3) 明石海峡大橋設計要領にならって、ジャイロダンパを含む橋梁系のカスト応答解析を実施し、乱流中の風速変動を考慮したジンバルの応答を計算した。また、この応答予測値をもとに、ジャイロダンパの各構造諸元の設計方法を明らかにした。ジンバルの過大な振動を抑えるためには、ジンバルの慣性モーメントを大きくする方法や、等価極慣性モーメント比を大きくして系の安定化領域を広くした上でジンバルの減衰比を大きくする方法がある。

(4) 中央支間長 2,500m の超長大吊橋に対し、目標風速 80m/s を満足するための、ジャイロダンパの設計例を示した。例えば、半径 3m、厚さ 1m の鋼製円盤ロータを有するジャイロダンパ装置を、橋梁中央部 1000m の区間に 15 台設置すれば、風速 80m/s におけるジンバルの最大振動は 60° 以内に収まり、フラッタに対して十分な安定化効果を有する。また、ガストに対して桁振動を非常に小さいレベルに抑えられることを確認した。

参考文献

- 1) Murata M. and Ito M.: Suppression of Wind-Induced Vibration of a Suspension Bridge by means of a Gyroscope, *Proc.3rd Int. Conf. Wind Effects on Buildings and Structures*, pp.1057-1066, 1971
- 2) 藤澤伸光: 機械式ダンパによる連成フラッタの制御, 土木学会第 50 回年次学術講演会概要集, pp.1508-1509, 1995
- 3) 岡田徹, 本家浩一, 杉井謙一, 島田諭, 小林紘士: ジャイロ制振装置による橋桁の連成フラッタの制御, 構造工学論文集, Vol.46A, pp.1105-1114, 2000,
- 4) H.Kobayashi, H.Nagaoka: Active Control of Flutter of a Suspension Bridge, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 41-44, pp.143-151, 1992
- 5) 岡田徹, 本家浩一, 杉井謙一, 島田諭, 小林紘士: 乱流中におけるジャイロ制振装置の耐風安定化効果, 風工学シンポジウム論文集, pp.341-346, 2000
- 6) 岡田徹, 本家浩一, 杉井謙一, 島田諭, 松久寛: ジャイロ制振装置による橋桁の連成フラッタの制御 (装置の非線形特性を考慮した設計手法), 日本機械学会論文集(C編), Vol.67-660, pp.2513-2520, 2001
- 7) 本州四国連絡橋公団: 明石海峡大橋耐風設計要領・同解説, pp.44-50, 1990
- 8) 岡内功, 伊藤学, 宮田利夫: 耐風構造, 丸善, 1977
- 9) 岡田徹, 本家浩一, 杉井謙一, 島田諭, 小林紘士: 振り型動吸振器による吊橋の連成フラッタの制御, 構造工学論文集, Vol.45A, pp.1095-1066, 1999

(2001 年 9 月 14 日受付)