

# ファイバー要素を用いた RC 橋脚の地震応答解析法に関する研究

Nonlinear seismic response analysis of a reinforced concrete bridge pier by the fiber element

中澤宣貴\*, 川島一彦\*\*, 堀淳一\*\*\*

Nubutaka NAKAZAWA, Kazuhiko KAWASHIMA and Junichi SAKAI

\* 東京工業大学大学院 理工学研究科土木工学専攻修士課程(〒152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1)

\*\* 工博, 東京工業大学教授, 大学院理工学研究科土木工学専攻(同上)

\*\*\* 博(工), カリフォルニア大学パークリー校, 日本学術振興会特別研究員

The fiber element is often used in seismic response analysis of bridges. It represents the nonlinear hysteretic behavior of concrete and steel bars at the plastic hinge region. However it has been pointed out that it sometimes provides unrealistically large acceleration response and axial force in vertical direction. It was aimed in this study at clarifying the points that have to be paid attention in the numerical iteration; time step in numerical integration, large vertical acceleration response and axial force resulting from lateral excitation, and the Rayleigh damping force that depends on the tangential stiffness.

*Key Words:* bridge, seismic design, nonlinear dynamic response, fiber element, Rayleigh damping

## 1. まえがき

ファイバー要素では, 軸力と曲げモーメントの相関を考慮しているため, 水平方向に地震力を作用させても, 上下方向に大きな応答加速度が生じたり, さらに残留軸力が生じることが指摘されている<sup>1), 2)</sup>. また, 非線形解析では不釣り合い力を解消するためにイテレーションが使用される場合が多いが, 応答履歴に依存するコンクリートの応力~ひずみ構成則を用いる場合には, 構成則の不可逆性が影響するため, イテレーションの適用性に関して検討しておく必要がある. また, 時間依存の Rayleigh 減衰を与えた場合には, 軸力や応答変位に残留値が生じることが指摘されている.

以上の点から, 本研究では, 単柱式 RC 橋脚で支持された桁橋を対象として, ファイバー要素を用いて地震応答解析を行う場合の, (1) 不釣り合い力の取り扱い方法, (2) 大きな上下方向応答や残留軸力が発生するメカニズム(3)時間依存型の Rayleigh 減衰を与えた場合の残留応答が生じるメカニズムを明らかにしたので, その結果を報告する.

## 2. ファイバー要素の剛性行列と数値積分法

### 2.1 ファイバー要素の剛性行列

ファイバー要素解析に関しては, すでにいろいろ報告されているため, ここでは以下の解析に必要な最小限の事項に関して示すこととする. 構造物をファイバー要素でモデル化し, この中から図-1 (a)に示すように長さ  $L$  の 2 次元ファイバー要素を

考える. 断面を図-1 (b)に示すように  $n$  個のファイバーに分割する.  $i$  端に増分変位  $\Delta u_i$  と増分回転角  $\Delta \theta_i$ ,  $j$  端に増分変位  $\Delta u_j$  と増分回転角  $\Delta \theta_j$  が生じた際の図心位置(断面の中心位置)における増分ひずみと増分曲率  $\Delta \phi$  は次式のように与えられる.

$$\Delta \varepsilon_c = \frac{\Delta u_j - \Delta u_i}{L}; \Delta \phi_c = \frac{\Delta \theta_j - \Delta \theta_i}{L} \quad (1)$$

平面保持の法則を仮定し, 軸方向応力  $\sigma_k$  と軸方向ひずみ  $\varepsilon_k$  の関係を増分形で表すと, 図心からの距離が  $y_k$  である  $k$  番目のファイバーの軸方向増分応力  $\Delta \sigma_k$ , 軸方向増分ひずみ  $\Delta \varepsilon_k$  は,

$$\Delta \varepsilon_k = \Delta \varepsilon_c - y_k \cdot \Delta \phi; \Delta \sigma_k = E_{kt} \cdot \Delta \varepsilon_k \quad (2)$$

ここで,  $\Delta \varepsilon_c$  は図心における増分ひずみ,  $E_{kt}$  は  $k$  番目のファイバーの時刻  $t$  における接線弾性係数である.  $k$  番目のファイバーの断面積を  $A_k$  とすると, 断面の増分軸力  $\Delta N$ , 増分曲げモーメント  $\Delta M$  は,

$$\Delta N = \int_A \Delta \sigma dA = E A_t^* \Delta \varepsilon - E G_t^* \Delta \phi \quad (3)$$

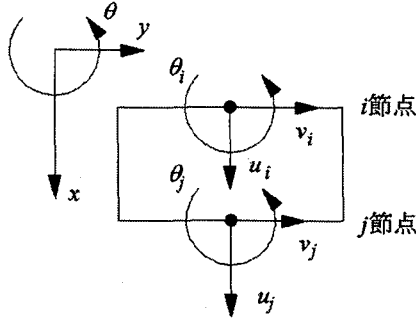
$$\Delta M = - \int_A \Delta \sigma y dA = - E G_t^* \Delta \varepsilon_c + E I_t^* \Delta \phi \quad (4)$$

ここで,

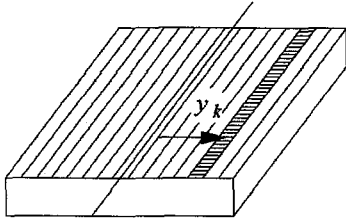
$$E A_t^* = \sum_{n=1}^k (E_{kt} A_k); E G_t^* = \sum_{n=1}^k (E_{kt} A_k y_k) \quad (5)$$

$$E I_t^* = \sum_{n=1}^k (E_{kt} A_k y_k^2)$$

また, 増分せん断力  $\Delta Q$  は, 次式で与えられる.



(a)  $m$  番目のファイバー要素における座標軸の定義



(b)  $k$  番目のファイバー

図-1 ファイバー要素と各要素内のファイバー

$$\Delta Q = -\frac{d\Delta M}{dx} \quad (6)$$

式(1)～(6)より増分変位  $\{\Delta u\}$  と増分要素節点力  $\{\Delta f\}$  の関係は次式で与えられる。

$$\{\Delta f\} = [k_t] \{\Delta u\} \quad (7)$$

ここで、

$$\{\Delta f\} = \{\Delta N_i, \Delta Q_i, \Delta M_i, \Delta N_j, \Delta Q_j, \Delta M_j\}^T \quad (8)$$

$$\{\Delta u\} = \{\Delta u_i, \Delta v_i, \Delta \theta_i, \Delta u_j, \Delta v_j, \Delta \theta_j\}^T \quad (9)$$

$[k_t]$  は時刻  $t$  におけるファイバー要素の接線剛性行列であり、次式で与えられる。

$$[k_t] = \begin{bmatrix} \frac{EA_t^*}{L} & 0 & -\frac{EG_t^*}{L} & -\frac{EA_t^*}{L} & 0 & \frac{EG_t^*}{L} \\ 0 & \frac{12EI_t^*}{L^3} & \frac{6EI_t^*}{L^2} & 0 & -\frac{12EI_t^*}{L^3} & \frac{6EI_t^*}{L^2} \\ -\frac{EG_t^*}{L} & \frac{6EI_t^*}{L^2} & \frac{4EI_t^*}{L} & \frac{EG_t^*}{L} & -\frac{6EI_t^*}{L^2} & \frac{2EI_t^*}{L} \\ -\frac{EA_t^*}{L} & 0 & \frac{EG_t^*}{L} & \frac{EA_t^*}{L} & 0 & -\frac{EG_t^*}{L} \\ 0 & -\frac{12EI_t^*}{L^3} & -\frac{6EI_t^*}{L^2} & 0 & \frac{12EI_t^*}{L^3} & -\frac{6EI_t^*}{L^2} \\ \frac{EG_t^*}{L} & \frac{6EI_t^*}{L^2} & \frac{2EI_t^*}{L} & -\frac{EG_t^*}{L} & -\frac{6EI_t^*}{L^2} & \frac{4EI_t^*}{L} \end{bmatrix} \quad (10)$$

式(10)は一般の非線形はり要素の接線剛性行列とよく似ているが、一般の非線形はり要素では曲げ剛性  $EI_t$  だけが時間とともに変化すると仮定される場合が多いのに対して、ファイバー要素では、式(2)による各ファイバーの接線弾性係数  $E_{kt}$  が時間とともに変化するため、式(5)より  $EA_t^*$ 、 $EG_t^*$ 、 $EI_t^*$  がともに時間によって変化する。また、式(10)では  $EG_t^*/L$  の項が

軸力と曲げモーメントの連成項として加わっている。このため、変動軸力を受けると曲げ復元力特性も変化するだけでなく、曲げ変形を受けると軸力が変化することになる。

## 2.2 逐次積分法

ファイバー要素の非線形復元力を考慮して地震応答を求めるには、運動方程式を直接積分する必要がある。 $n$  自由度の運動方程式は、以下のようになる。

$$[M]\{\Delta \ddot{u}_t\} + [C]\{\Delta \dot{u}_t\} + [K_t]\{\Delta u_t\} = \{\Delta F_t\} \quad (11)$$

ここで、 $[M]$ 、 $[C]$ 、 $[K_t]$  は、それぞれ質量行列、減衰行列、剛性行列である。また、 $\{\Delta \ddot{u}_t\}$ 、 $\{\Delta \dot{u}_t\}$ 、 $\{\Delta u_t\}$  はそれぞれ増分加速度ベクトル、増分速度ベクトル、増分変位ベクトルであり、

$$\begin{aligned} \{\Delta \ddot{u}_t\} &= \{\ddot{u}_{t+\Delta t}\} - \{\ddot{u}_t\}, \{\Delta \dot{u}_t\} = \{\dot{u}_{t+\Delta t}\} - \{\dot{u}_t\} \\ \{\Delta u_t\} &= \{u_{t+\Delta t}\} - \{u_t\} \end{aligned} \quad (12)$$

一方、増分外力ベクトル  $\{\Delta F_t\}$  は次式で与えられる。

$$\{\Delta F_t\} = \{F_{t+\Delta t}\} - \{F_t\} \quad (13)$$

時刻  $t$  で式(11)が満足されていない場合、この時の不釣り合い力  $\{F_{Ut}\}$  は、

$$\{F_{Ut}\} = \{F_t\} - ([M]\{\ddot{u}_t\} + [C]\{\dot{u}_t\} + \{F_{Rt}\}) \quad (14)$$

時刻  $t$  での不釣り合い力を増分外力として、式(13)の増分外力に加えると一般に精度のよい解が得られると言われている。

$$\begin{aligned} \{\Delta F_t\} &= \{F_{t+\Delta t}\} - \{F_t\} + \{F_{Ut}\} \\ &= \{F_{t+\Delta t}\} - ([M]\{\ddot{u}_t\} + [C]\{\dot{u}_t\} + \{F_{Rt}\}) \end{aligned} \quad (15)$$

ただし、非線形性が強い場合には、積分時間間隔を十分小さくするか、イテレーションにより釣り合い状態を満足するようにしなければならない。時刻  $t + \Delta t$  におけるイテレーションでは、運動方程式は次式のようになる。

$$[M]\{\delta \ddot{u}_t^i\} + [C]\{\delta \dot{u}_t^i\} + [K_t]\{\delta u_t^i\} = \{\delta F_t^i\} \quad (16)$$

ここで、 $\{\delta \ddot{u}_t^i\}$ 、 $\{\delta \dot{u}_t^i\}$ 、 $\{\delta u_t^i\}$  は  $i$  番目のイテレーションによる補正加速度、補正速度、補正変位ベクトルである。また、 $\{\delta F_t^i\}$  は  $i$  番目のイテレーションによる不釣り合い力で、

$$\{\delta F_t^i\} = \{F_{t+\Delta t}\} - ([M]\{\ddot{u}_t^i\} + [C]\{\dot{u}_t^i\} + \{F_{Rt}\}) \quad (17)$$

ここで、 $\{F_{Rt}^i\}$  は  $\{u_t^i\}$  に対する復元力である。

## 3. 解析対象橋脚

以上のファイバー要素を用いて RC 橋脚の履歴復元力特性を考慮した橋の地震応答解析を行う。解析対象としたのは、図-2 に示す高さ 12.2m、幅 2.2m(橋軸方向) × 5m(橋軸直角方向)の矩形断面を有する RC 単柱式橋脚で支持された桁橋であり、橋軸方向の応答について検討する。これは、橋長 5@40m の 5 径間連続鋼 I 桁橋の一部を取り出したもので、この橋脚は桁の全死荷重 30.8MN のうち 9.1MN を支持している。桁

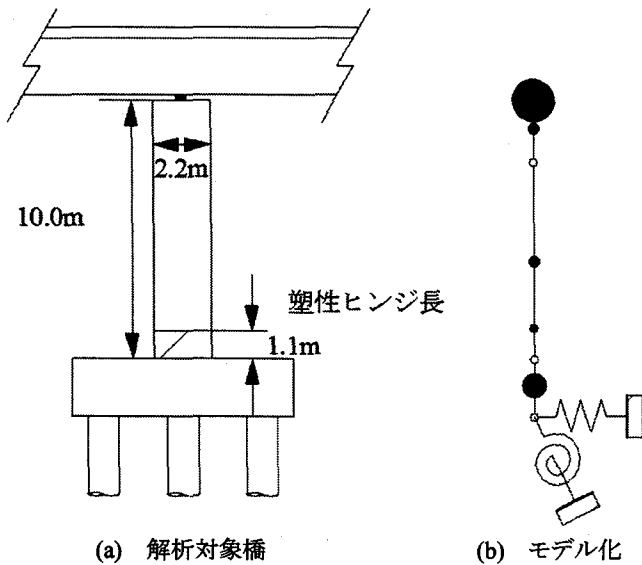


図-2 解析対象橋およびファイバーモデル

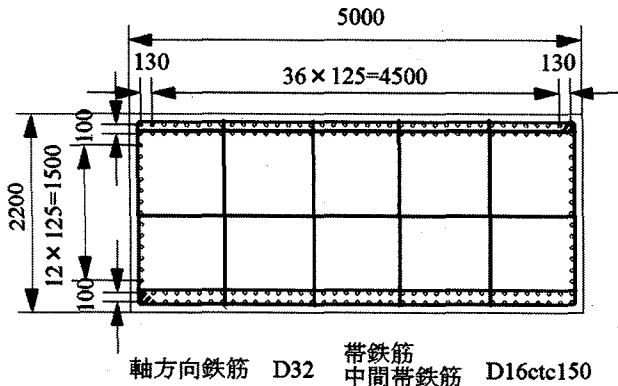


図-3 橋脚断面の配筋

は鋼製支承によりピン支持されている。コンクリートの設計基準強度は 20.6MPa である。

橋脚断面の配筋を図-3 に示す。軸方向鉄筋としては D32(SD345)が配置されており、軸方向鉄筋比は 1.31%である。また、帯鉄筋、中間帯鉄筋には D16(SD345)が 150mm 間隔で配置されている。橋軸方向に関する有効長  $d=1000\text{mm}$  として、横拘束筋比  $\rho_s$  を求めると 0.53%となる。

この橋脚を 9 節点、9 要素の骨組みモデルとしモデル化する(図-2 (b)参照)。図-2 (b)の●印位置に集中質量を与えており、上から順に 643.0, 140.0, 145.8, 60.5, 397.0t である。道路橋示方書<sup>3)</sup>に従い、基部から 1.1m の範囲を塑性ヒンジとして、この区間をファイバー要素によりモデル化する。地盤バネは水平には 2.7GN/m、回転には 3.8GN・m/rad である。塑性ヒンジ以外の橋脚は線形はり要素により、地盤と杭の相互作用は線形ばね要素により、それぞれモデル化する。なお、後述する解析では、正の曲率が生じた場合に引張側になる面を 1 面、圧縮側になる面を 2 面とそれぞれ呼ぶこととする。

ファイバー要素では、復元力特性を精度よく表すために、コンクリートおよび軸方向鉄筋の構成則を適切に与えることが重要である。そこで、本研究では、コンクリートの横拘束効果として堺・川島による除荷、再載荷がくり返す影響を評価できるモデル<sup>4)</sup>を用いた。ただし、骨格曲線としては Hoshikuma らの関係式を用いている<sup>5)</sup>。堺・川島によるモデルでは、単調載荷さ

せた場合に加えて、履歴上のひずみが  $\varepsilon_{ul}$  (以下、除荷ひずみと呼ぶ)の状態から完全除荷、完全再載荷する場合、 $\varepsilon_{ul}$  から部分除荷、完全再載荷する場合、除荷点ひずみ  $\varepsilon_{ul}$  から完全除荷、部分再載荷する場合の 4 つに分け、それぞれ複数回の除荷、再載荷を行った場合のコンクリートの応力  $\sigma_c$  ~ ひずみ  $\varepsilon_c$  関係式を開発している。例えば、ある除荷点ひずみ  $\varepsilon_{ul}$  から塑性点ひずみ  $\varepsilon_{pl,n}$  まで完全除荷する場合の除荷履歴およびこの点から完全再載荷した場合の履歴はそれぞれ式(18)、(19)で与えられる。

$$\sigma_c = \sigma_{ul,n} \left( \frac{\varepsilon_c - \varepsilon_{pl,n}}{\varepsilon_{ul} - \varepsilon_{pl,n}} \right)^2 \quad (18)$$

$$\sigma_c = \begin{cases} 2.5\sigma_{ul,n} \left( \frac{\varepsilon_c - \varepsilon_{pl,n}}{\varepsilon_{ul} - \varepsilon_{pl,n}} \right)^2 & (0 \leq \tilde{\varepsilon} \leq 0.2) \\ E_{rl}(\varepsilon_c - \varepsilon_{ul}) + \sigma_{ul,n+1} & (0.2 \leq \tilde{\varepsilon} \leq 1) \end{cases} \quad (19)$$

ここで、

$$E_{rl} = \frac{\sigma_{ul,n+1} - 0.1\sigma_{ul,n}}{0.8 \cdot (\varepsilon_{ul} - \varepsilon_{pl,n})} \quad (20)$$

$$\tilde{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_c - \varepsilon_{pl,n}}{\varepsilon_{ul} - \varepsilon_{pl,n}}$$

載荷の繰返し回数  $n$  ( $n=1, 2, \dots$ )に伴う塑性点ひずみ  $\varepsilon_{pl,n}$  の増大や除荷点応力  $\sigma_{ul,n}$  の低下度合いを別途与えることにより、任意の繰返しに対する除荷履歴や再載荷履歴を与えている。

軸方向鉄筋の応力度~ひずみ関係には Bauschinger 効果を考慮するために Menegotto and Pinto によるモデル<sup>6)</sup>(MP モデル)と同時に、図-4 (b)に示す堺・川島による修正 MP モデル<sup>7)</sup>を用いた。MP モデルには、小さな振幅で除荷した後に再載荷すると、図-4 (a)に示すように不自然に応力が大きくなるという特性がある。これは Bauschinger 効果を表すために MP モデルに用いられる各種のパラメータのうち、1 回前の載荷反転点から現在の載荷反転点までに生じる塑性ひずみを与える指標に問題があるためである。このためこの指標の与え方を修正し、さらにひずみの符号に応じて載荷反転点の応力の与え方を修正したモデルが修正 MP モデルである。

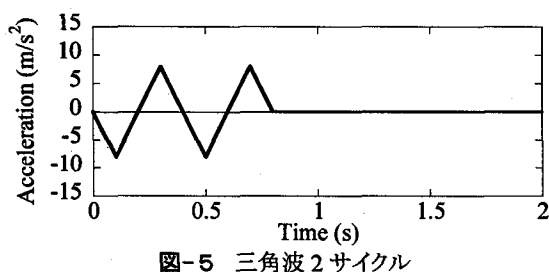
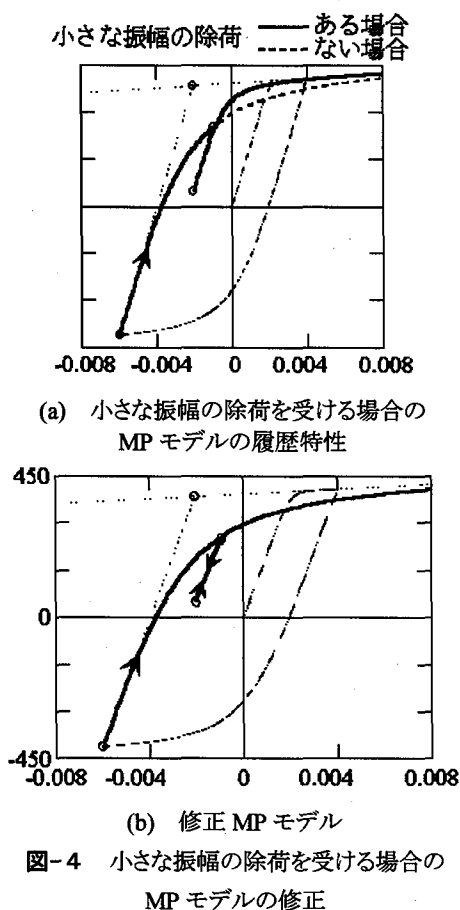
MP モデル、修正 MP モデルのいずれにおいても、鉄筋のひずみ硬化の影響を取り入れるために、鉄筋の降伏後の弾性係数は初期弾性係数の 2%と仮定した。

橋脚部に対しては 5%の減衰定数を、地盤ばね部に対しては 10%の減衰定数をそれぞれ仮定し、ひずみエネルギー比例減衰法によって 1 次および 2 次のモード減衰定数それぞれ (8.768%, 8.174%)を求めた後、次式のように Rayleigh 型減衰によって減衰力を与えた。

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K_0] \quad (21)$$

ここで、 $[K_0]$ は式(11)における  $[K_i]$ の時刻 0 における初期剛性行列であり、 $\alpha$ 、 $\beta$ は未定定数である。ここでは、1 次および 2 次のモード減衰定数から  $\alpha$ 、 $\beta$ を定めた。

入力地震動としては、くり返し載荷に伴う履歴を詳細に検討するために図-5 に示す周期 0.4 秒、振幅 8m/sec<sup>2</sup> の 2 サイクルの三角波を橋軸方向に作用させた。



#### 4. 不釣り合い力の取り扱い

##### 4.1 イテレーションの適用性に対する検討

非線形地震応答解析では、イテレーションを行えば一般に精度のよい解が得られると言われている。しかし、ファイバー要素を用いた非線形解析では、コンクリートおよび鉄筋の構成則が不可逆的であるため、これがイテレーションにどのような影響を与えるかを検討しておく必要がある。

軸方向鉄筋の応力～ひずみ関係として上記の修正 MP モデルではなく、現在一般に用いられる MP モデルを用いることとした。これは、修正 MP モデルよりも MP モデルの方が、イテレーションに伴う不可逆性の影響が顕著に表れるためである。積分時間間隔を  $\Delta t = 1/100$  秒として三角波に対する桁の地震応答を求めた結果が図-6 である。桁には水平方向に最大 0.08m の応答変位が生じ、最大加速度は  $11.6 \text{ m/sec}^2$  である。これに対し、上下方向には  $2.85 \text{ m/sec}^2$  もの応答加速度が桁に生じる。また、それ程大きくはないが、上下方向の桁の応答変位には

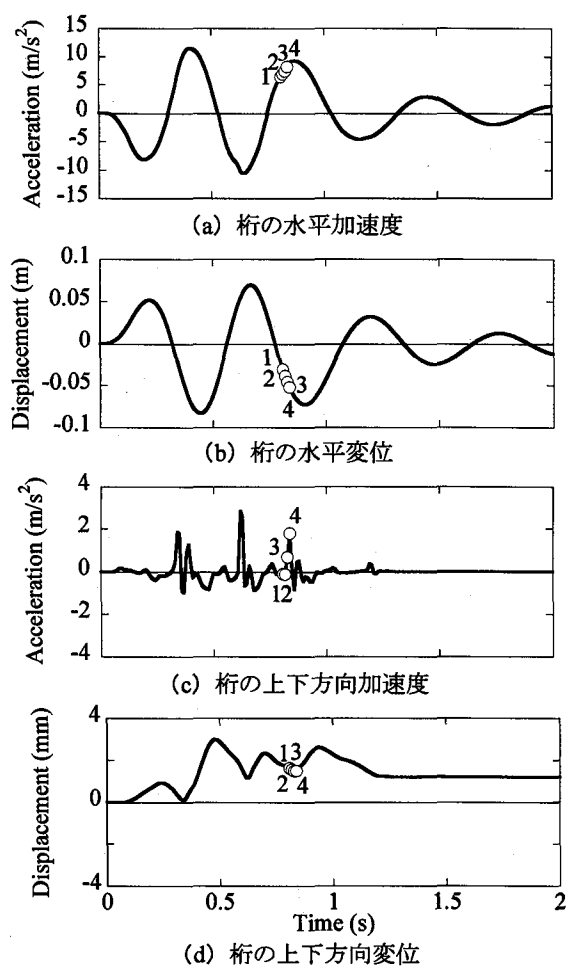
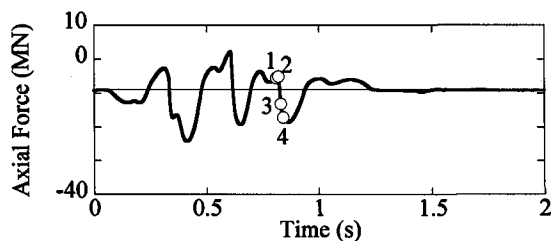


図-6 三角波に対する応答 (MP モデルを使用した場合)

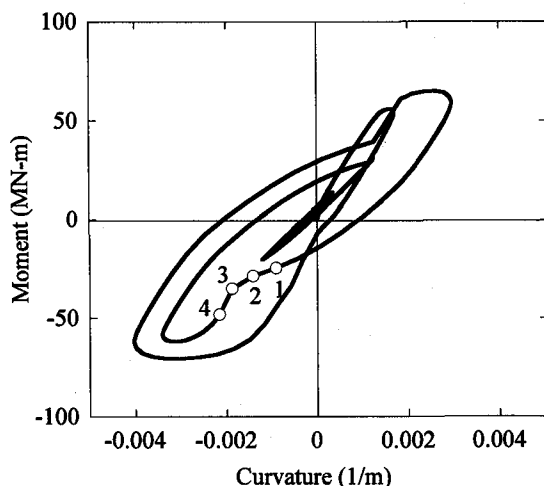
残留値が生じている。図-7はファイバー要素(塑性ヒンジ領域)に生じる軸力、曲げモーメント～曲率の履歴を示した結果である。これによれば、ファイバー要素には本橋脚が支持する桁重量(9.1MN)の約 2.6 倍に相当する最大 24MN の圧縮軸力が生じている。これについては後述することとする。ファイバー要素の曲げモーメント～曲率の履歴を見ると、0.82 秒付近(図中の点 3)で履歴が折れ曲がっている。これは、この時刻でイテレーションを行ったためである。

曲げモーメント～曲率関係が図-7(b)のようになった前後におけるコンクリートおよび鉄筋の応力～ひずみ履歴を示すと、図-8 のようになる。ここでは、前述した 1 面および 2 面におけるコアコンクリートおよび最外縁鉄筋に対する応答を示している。これによれば、引張側にある 2 面を除いた 1 面側のコアコンクリートおよび軸方向鉄筋では、いずれも図-8 中の点 3 (0.82 秒)において応力～ひずみ関係が不自然に折れ曲がっている。

図-8 中の点 1 (0.80 秒)～点 4 (0.83 秒)間の 1 面側におけるコアコンクリートおよび最外縁軸方向鉄筋の応力～ひずみ関係を拡大して示した結果が図-9 である。これによれば、最外縁の軸方向鉄筋では、時刻 0.81 秒(点 2)におけるひずみが  $10.7 \mu$ 、応力が  $-284.4 \text{ MPa}$  であるが、これに基づいて時刻 0.82 秒の応答を求めるとひずみが  $579.4 \mu$ 、応力が  $-303.1 \text{ MPa}$  (点 i)と求められた。しかし、この状態では不釣り合い力が大

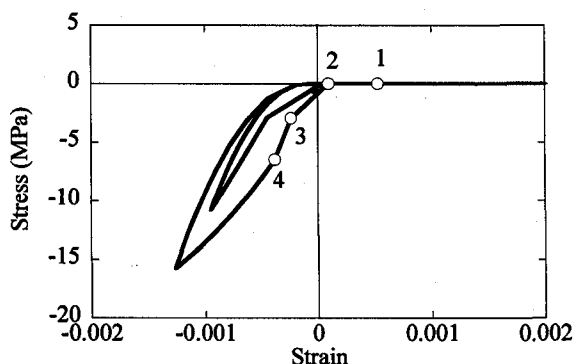


(a) ファイバー要素の軸力

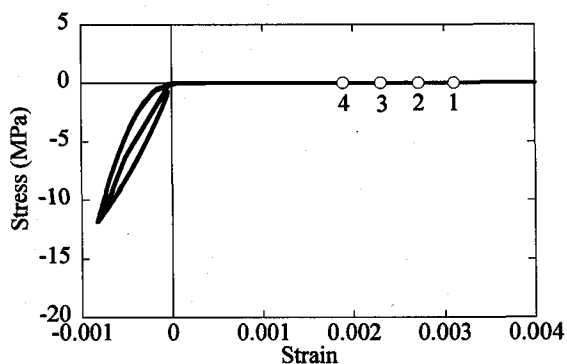


(b) ファイバー要素の曲げモーメント～曲率の履歴

図-7 三角波に対する応答復元力履歴

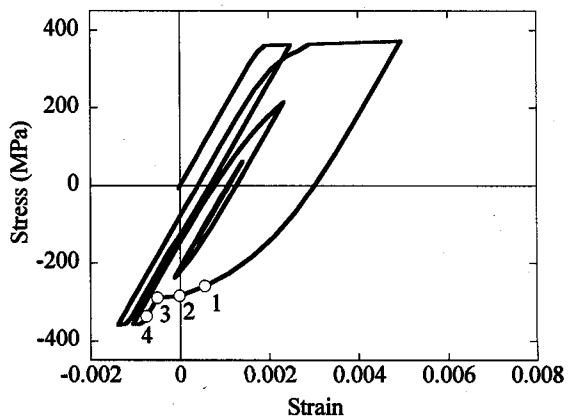


(a) 1 面

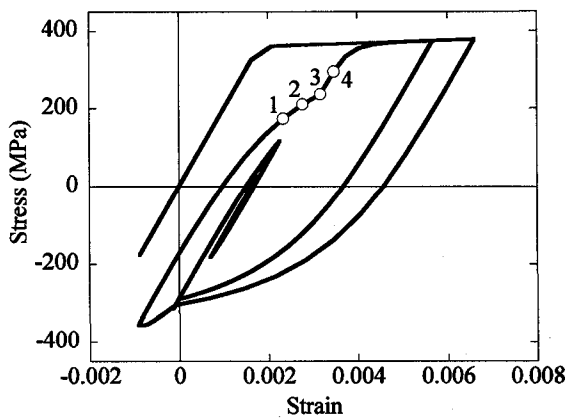


(b) 2 面

(1) 最外縁コアコンクリートの応力～ひずみ関係



(c) 1 面



(d) 2 面

(2) 最外縁鉄筋の応力～ひずみ関係

図-8 イテレーションを用いた場合の応答

きかったため、合計 2 回のイテレーションを行った。1 回目のイテレーションでは、図-9(b)の点 ii の状態となり、2 回目のイテレーションでは、点 3 が求められ、この状態でつり合いを満足すると判定された。イテレーションを行った結果、鉄筋の履歴則の除荷過程に入ったため、点 ii および点 3 では、応力がそれぞれ-287.2MPa、-289.7MPa と増加し、この結果、時刻 0.81 秒(点 2)から時刻 0.82 秒(点 3)で不自然に折れ曲がった応答と

なった。イテレーションの過程では上述したような除荷過程の履歴に入ってはならないが、これがプログラムで正しく考慮されていないと上述した問題が生じることに注意しなければならない。

#### 4.2 安定した解を得るために必要な積分時間間隔

式(11)を解く際には、積分時間間隔を十分小さくすれば正解

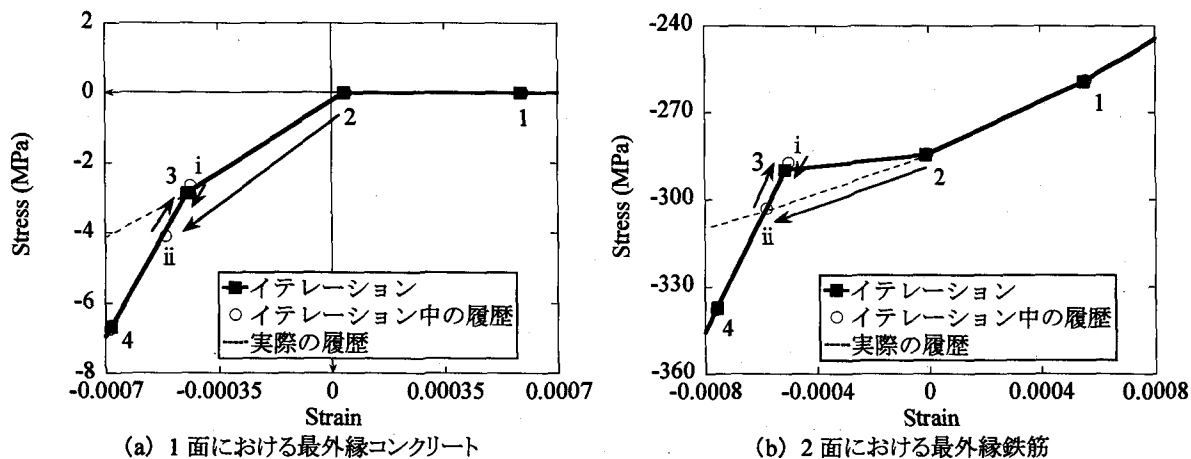


図-9 0.81秒においてイテレーションした場合のコンクリートおよび鉄筋の応力～ひずみ関係

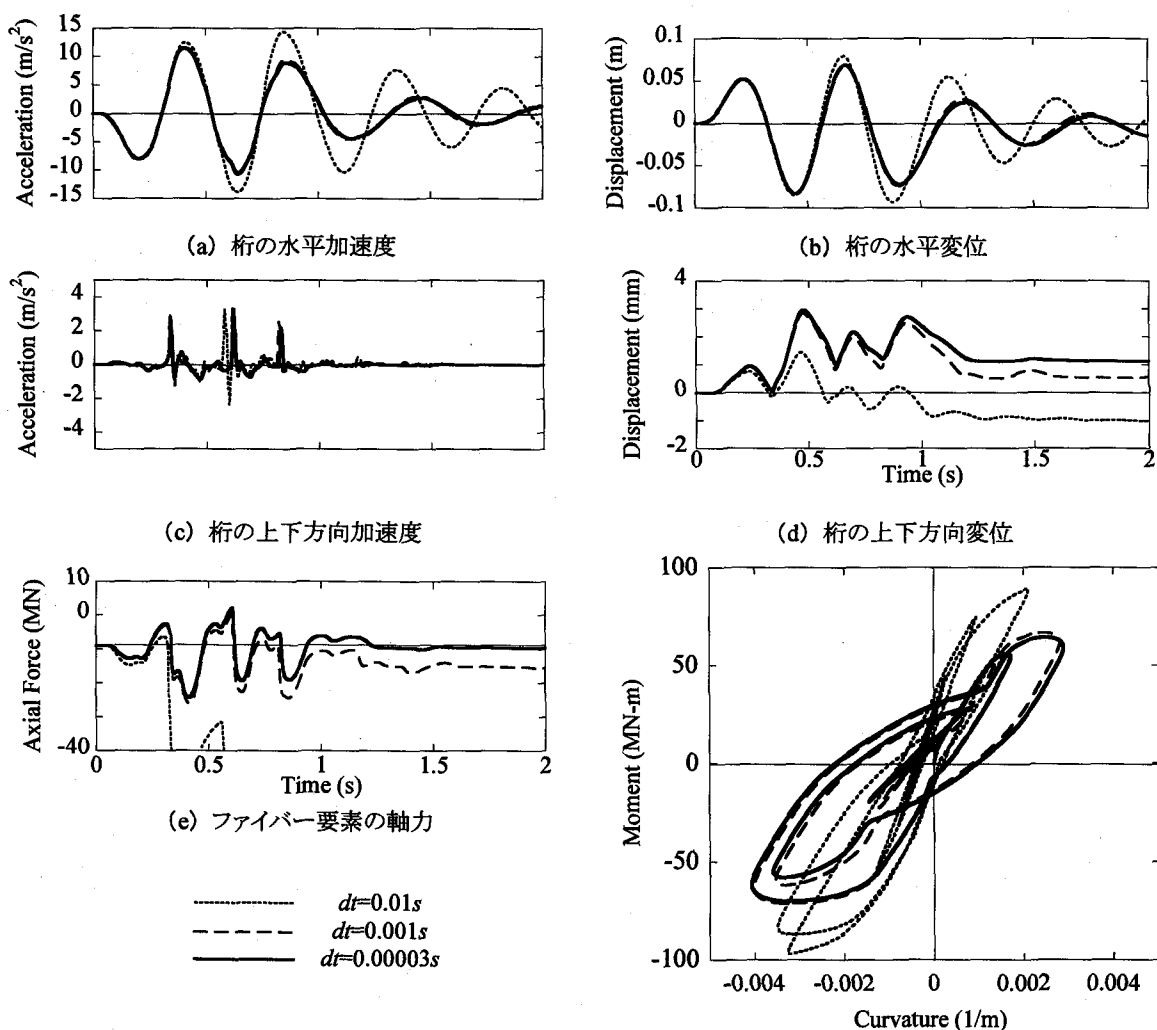


図-10 積分時間間隔が応答に及ぼす影響

に近い解を求めることができるはずである。このため、図-2 に示した橋を対象にどの程度積分時間間隔を小さくすれば解が安定するかを検討した。ここでは、軸方向鉄筋の応力～ひずみ関係としては、修正 MP モデルを使用した。

図-10 は、積分時間間隔  $\Delta t$  によってどのように桁の応答やファイバー要素に生じる軸力、曲げモーメント～曲率の履歴関係

が変化するかを示した結果である。これによれば、 $\Delta t=1/1000$  秒と  $\Delta t=3/100,000$  秒とではほとんど応答に差はないが、 $\Delta t=1/100$  秒とした場合には、これらに比較してかなり異なった応答を与える。積分時間間隔を  $\Delta t=3/100,000 \sim 1/100$  秒の範囲で変化させた場合の解の精度を桁の最大応答加速度および橋脚基部(ファイバー要素)の最大応答曲率を例に示した

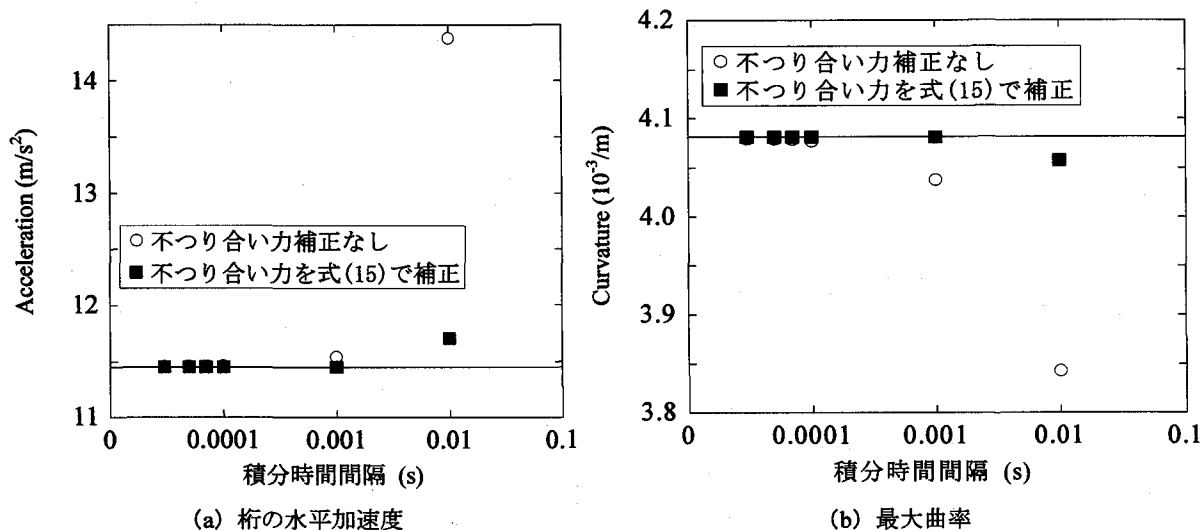


図-11 積分時間間隔による解の精度の比較

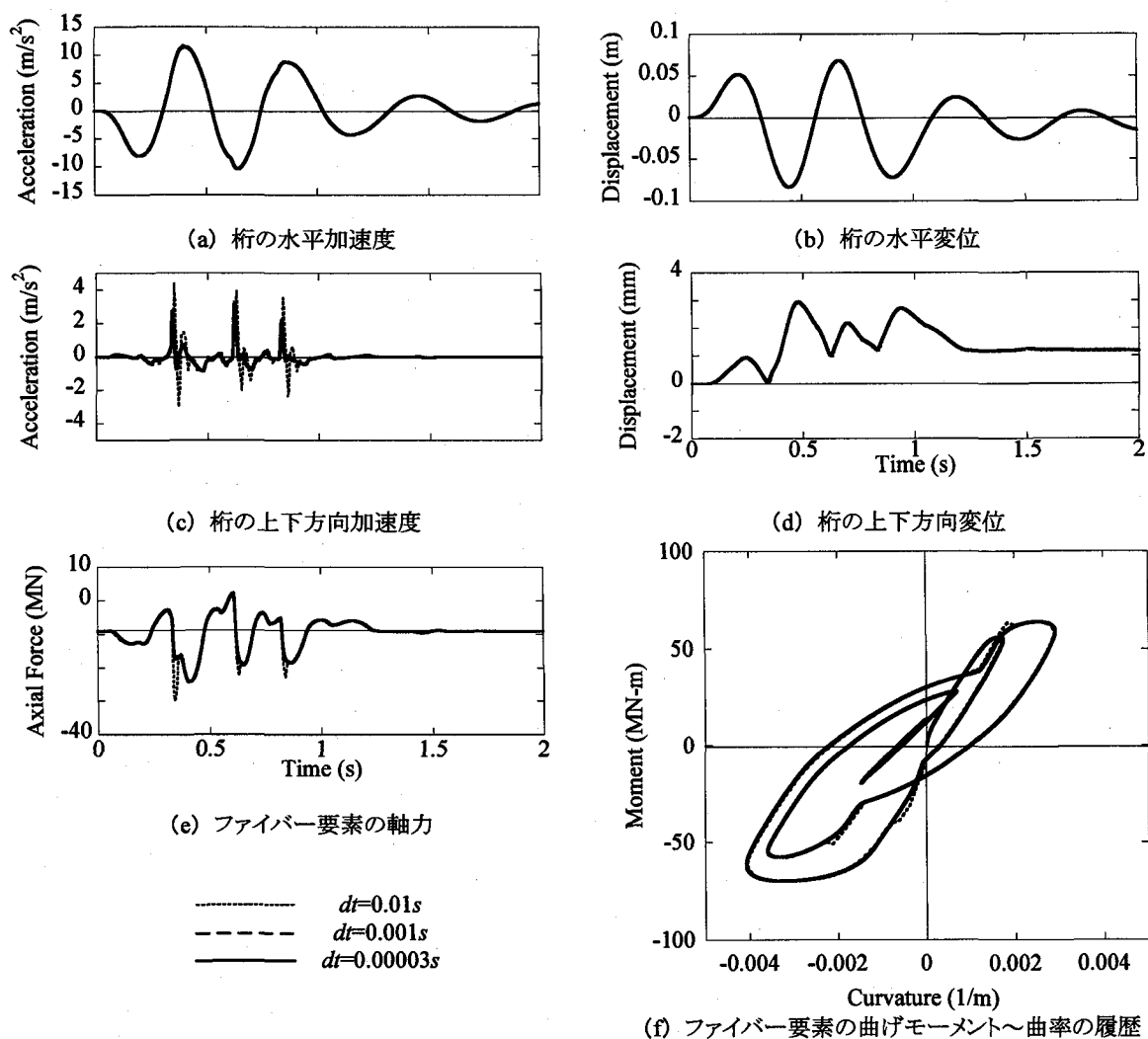


図-12 不釣り合い力を次ステップの増分加重に加える効果

結果が図-11 である。ここには、後述するように式(15)により不釣り合い力を次ステップの増分荷重に加えた場合の結果も比較のために示している。図-11 によれば、 $\Delta t=1/1000$  秒とした場合にはまだ多少誤差があるが、 $\Delta t=1/10000$  秒程度以下にすれば、精度のよい解が得られることがわかる。

#### 4.3 不釣り合い力を次ステップの増分荷重に加える効果

式(15)のようにある時刻  $t$  における不釣り合い力を次ステップ  $t + \Delta t$  の増分外力に加えた場合の効果を上記(2)と同一条件で解析した結果が、図-12 である。この場合には、同一積分時

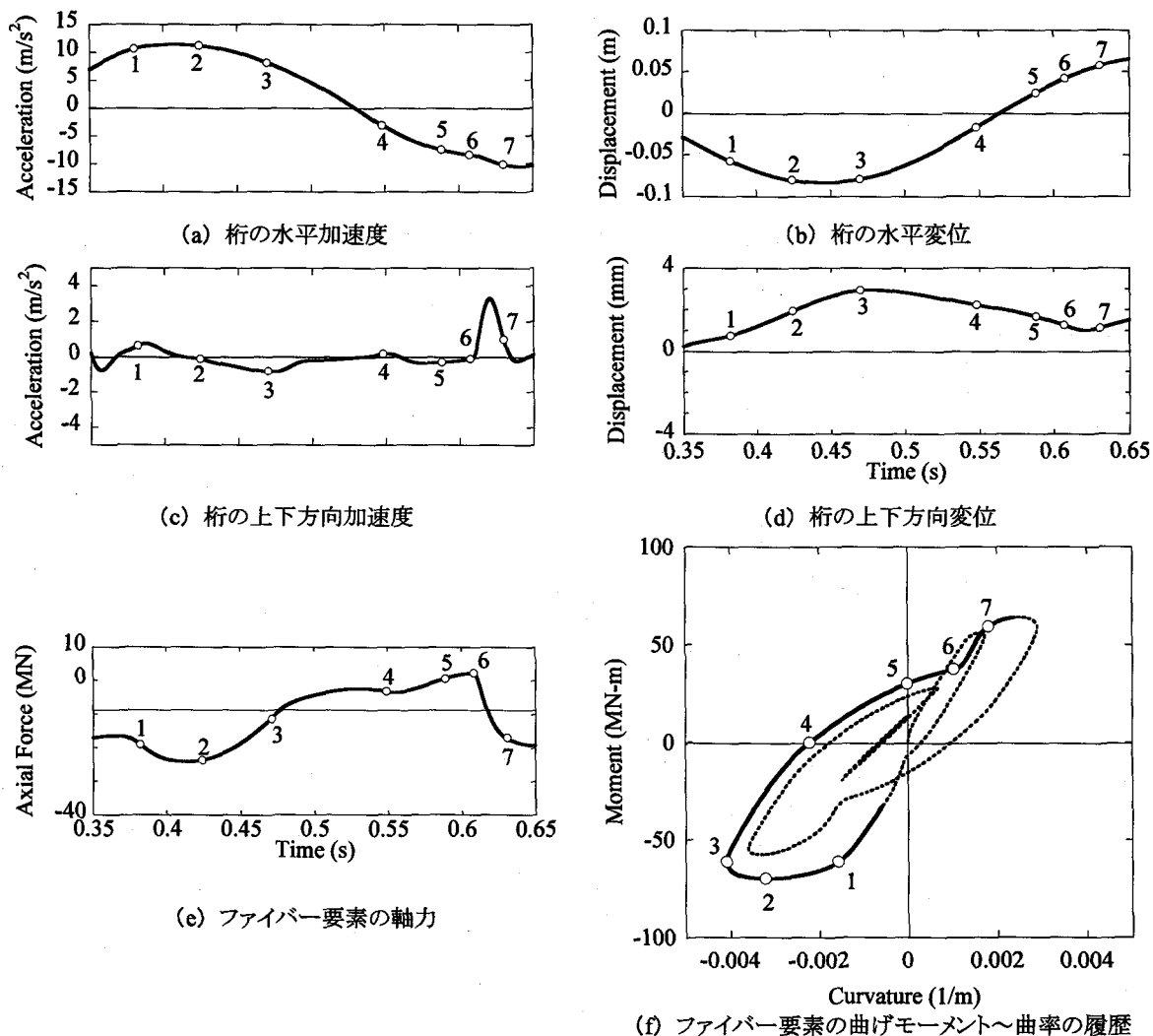


図-13 図-12に示したうち0.35～0.65秒間の応答

間隔であれば図-10に示した結果よりも明らかに解は安定している。 $\Delta t$ を1/100秒とした場合でもファイバー要素に生じる軸力や曲げモーメント～曲率の履歴は $\Delta t$ を1/1000秒よりも短くした場合に比較して部分的に違いが見られる程度であり、 $\Delta t$ を1/1000秒以下にすれば極めて安定した解が得られる。

前出の図-11には式(15)を用いた場合の結果も示している。これによれば、式(15)のように不釣り合い力を次ステップの増分外力に加えることは、安定した解を得るために必要な積分時間間隔をおおよそ10倍程度長くできる効果があると言える。

## 5. 上下方向応答に関する検討

以上に示したように、ファイバー要素を用いた場合には、水平方向にしか入力地震動を作用させていないにもかかわらず、上下方向に $3.26\text{m/sec}^2$ もの応答加速度が生じ、橋脚が支持している桁の死荷重の2.6倍に相当する大きな軸力が生じる。堺・川島は、コンクリートの除荷・再載荷履歴を直線と与え、鉄筋の履歴則をバイリニア型で与えた場合について検討している<sup>8)</sup>が、ここでは3.に示したようにコンクリートおよび軸方向鉄筋をモデル化した場合について検討する。ここでは、4.2、4.3の検討から安定した解が得られる条件として、積分時間間隔

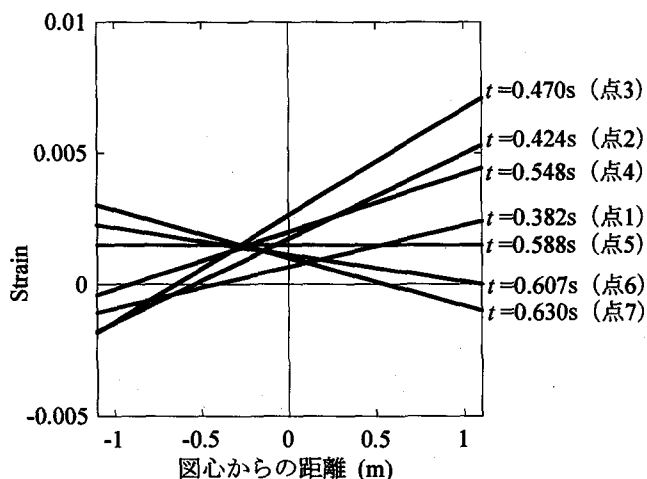


図-14 図-13、14に示した点1～5における断面のひずみ

は $\Delta t=1/1000$ 秒とし、イテレーションは行わず、不釣り合い力を次ステップの増分荷重に加えることとした。

この解析結果はすでに図-12中に示したとおりである。0.341秒、0.622秒、0.833秒と3回にわたって $2\text{m/sec}^2$ を上回る大きな上下方向の応答加速度が桁に生じ、この瞬間にファイバー

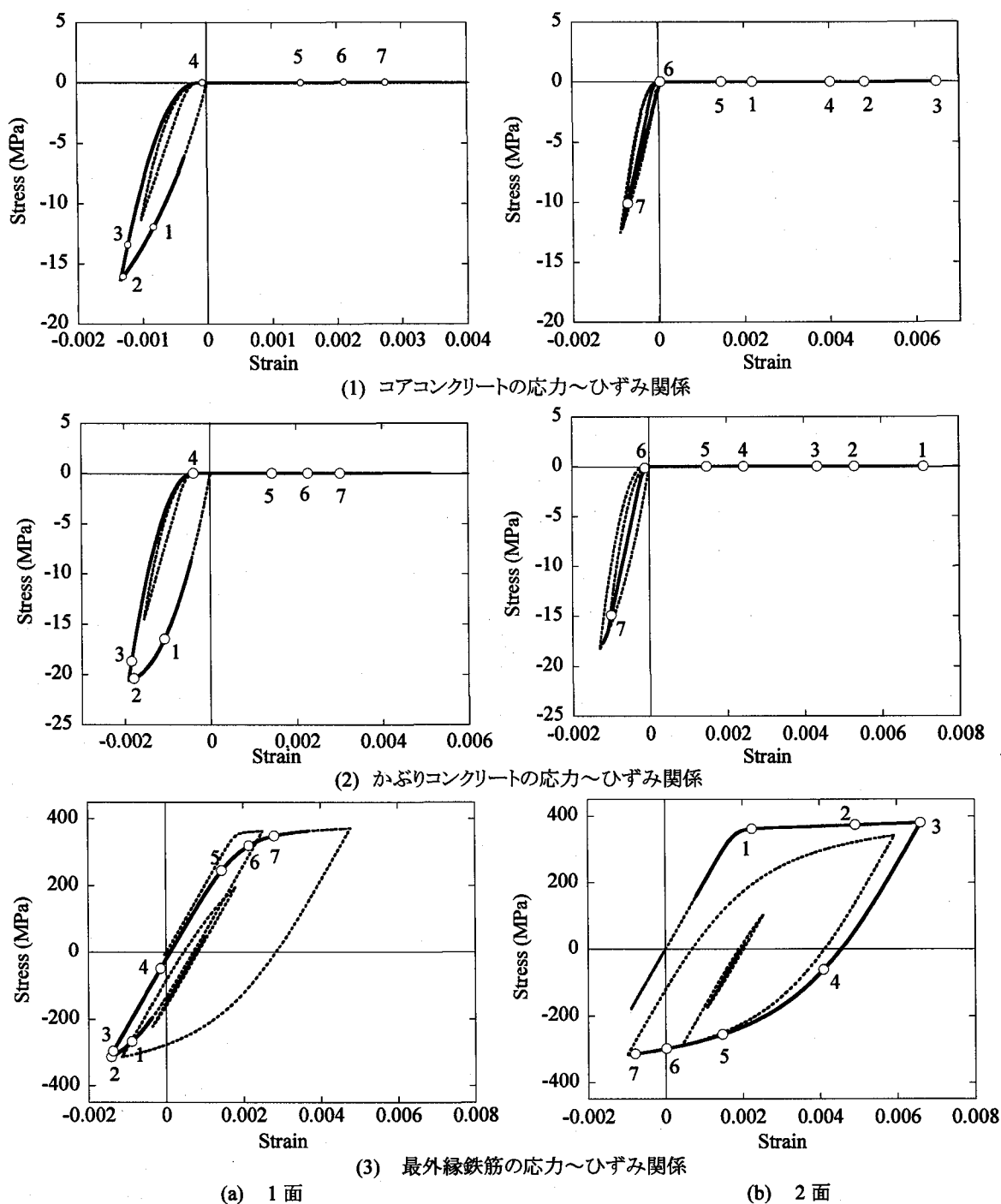
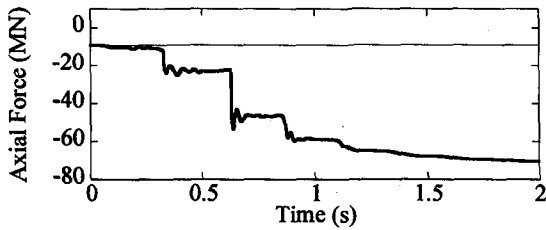


図-15 主要なファイバーにおける応力～ひずみ関係

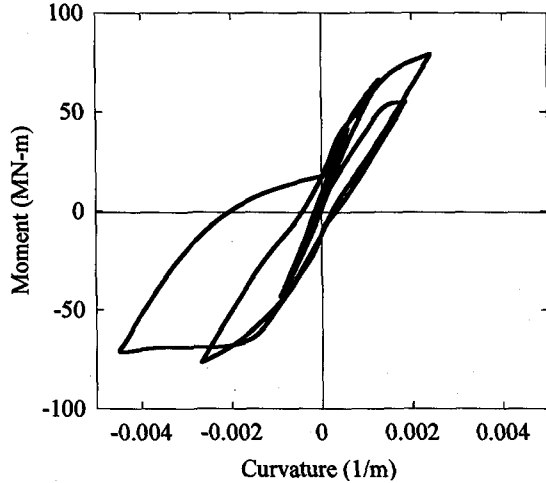
要素には大きな軸力変動が生じ始める。このうち、特に軸力が大きい0.35～0.65秒間に着目してこの間を拡大して示すと、図-13 のようになる。桁では時刻 0.415 秒に水平方向に  $11.5\text{m/sec}^2$  の最大加速度応答が生じ、時刻 0.443 秒には水平方向の最大応答変位は  $0.083\text{m}$  となる。重要な点は上述したように水平方向だけに地震動を作用させたにも関わらず上下方向に  $3.26\text{m/sec}^2$  もの大きな応答加速度が生じることである。

これが、どのようなメカニズムで生じたかを見るために、曲率と中立軸の位置関係およびコアコンクリート、かぶりコンクリート、軸方向鉄筋に分けて、それぞれ 1 面、2 面の最外縁における応力～ひずみ関係を示した結果が図-14, 15 である。これによ

れば、入力加速度を作用させて、0.382 秒後(点 1)には 2 面の最外縁の軸方向鉄筋が降伏する。この後、徐々に塑性ヒンジの接線曲げ剛性が低下し、0.424 秒後(点 2)には負側において曲げモーメントは最大となる(図-13(f)参照)。その後は、0.470 秒後(点 3)から、除荷が始まる。この段階で桁に生じる上下方向応答加速度は  $0.6\text{m/sec}^2$  程度である(図-13(c)参照)。この後、曲げモーメントが 0 になるまで除荷した段階(点 4)では、図-15 (1)および(2)から分かるように、これまで圧縮力を負担していた 1 面のコンクリートの応力はおおむね 0 にもどり、また図-15 (3)に示すように、これまで引張力を受けてきた軸方向鉄筋も Bauschinger 効果によって徐々に接線弾性係数が低下し始



(a) ファイバー要素の軸力



(b) ファイバー要素の曲率～曲げモーメントの履歴

図-16 時刻依存型の減衰を仮定した際にファイバー要素に生じる応答

める。このため、点4以降では、図-13 (f)に示すようにRC橋脚の接線曲げ剛性は緩やかに低下する。

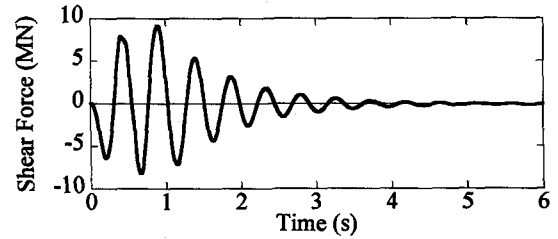
曲率が0の段階(点5、図-13 (f)参照)では図-14に示すように断面のひずみは引張側に残留しており、コンクリートは全く応力を負担しない。この後、0.607秒(点6)に達すると、図-15 (1), (2)に示すように、今まで引張側にあつて応力を分担していなかった2面のコアコンクリートおよびかぶりコンクリートが圧縮力を負担するようになる。式(10), (11)からわかるように、曲げおよび軸方向の接線剛性が増大し、0.607秒(点6)から0.630秒(点7)の間にファイバー要素に生じる曲げモーメント、圧縮軸力はそれぞれ21.6MNm, 16.8MN増加する。上述した、新たに圧縮側になるコンクリートの抵抗は、剛性の急激な増大をもたらし、これが衝突のような効果を与える結果、橋脚天端には上下方向に3.26m/sec<sup>2</sup>もの大きな加速度が生じる。実際には、上記のようなコンクリート面の接触はある一つの面で瞬間的に起こるわけではなく、クラッシュされた多数のコンクリート塊が徐々に抵抗するはずである。このことを解析的に表現できるモデル化を開発していく必要がある。

## 6. 橋脚に生じる断面力の残留に対する検討

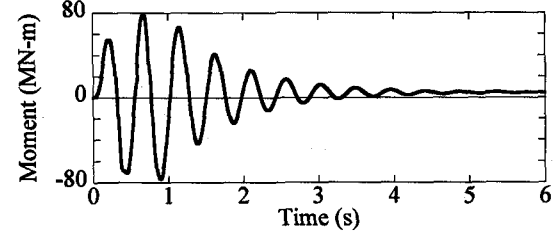
以上の解析では、式(21)のようにRayleigh型減衰を与えたが、接線剛性行列 $[K_t]$ を用いて次のように減衰行列を与える場合もある。

$$[C_t] = \alpha[M] + \beta[K_t] \quad (22)$$

式(21)で定めたのと同じ定数 $\alpha$ ,  $\beta$ を用い、図-2と同じ条件でファイバー要素に生じる軸力、曲げモーメント～曲率の履歴を求めた結果が図-16である。これによれば、0.50秒以後軸力



(a) ファイバー要素のせん断力



(b) ファイバー要素の曲げモーメント

図-17 時刻依存型の減衰を仮定した際にファイバー要素に生じる時刻歴応答

が圧縮側に残留していき、最終的には67.5MNもの残留軸力が生じる。これは初期軸力9.1MNの約7.5倍に相当する大きな軸力である。曲げモーメント、せん断力の応答を示すと図-17のようになり、解析終了時には、せん断力では0.1MN、曲げモーメントでは4.5MNmの残留値が生じる。軸力と比較すると小さいが曲げモーメントやせん断力も残留値が生じるのが重要である。なお、式(21)のように時間非依存型Rayleigh型減衰を仮定する場合には、このような残留復元力は生じない。

このように残留軸力だけではなく、わずかではあるが残留曲げモーメントや残留せん断力が生じる原因を解明するために、ファイバー要素上端( $i$ 端)における慣性力 $F_{It}^i$ 、減衰力 $F_{Dt}^i$ 、復元力 $F_{Rt}^i$ のつり合いを求めた。ここで $F_{It}^i$ ,  $F_{Dt}^i$ ,  $F_{Rt}^i$ は次式による慣性力 $\{F_{It}\}$ 、減衰力 $\{F_{Dt}\}$ 、復元力 $\{F_{Rt}\}$ のうち、 $i$ 端成分を取り出した値である。

$$\{F_{It}\} = [M]\{\ddot{u}_i + \ddot{u}_g\} \quad (23)$$

$$\{F_{Dt}\} = \alpha[M]\{\dot{u}_i\} + \beta \int_0^t [K_t]\{\dot{\Delta u}_i\} dt \quad (24)$$

$$\{F_{Rt}\} = \int_0^t [K_t]\{\Delta u_i\} dt \quad (25)$$

ここで、 $\{\ddot{u}_g\}$ は地震動加速度(この解析では三角波)である。

式(23)～(25)より $F_{It}^i$ ,  $F_{Dt}^i$ ,  $F_{Rt}^i$ を求めた結果が図-18である。これによれば $F_{It}^i$ ,  $F_{Dt}^i$ ,  $F_{Rt}^i$ は常につり合い状態にあり、 $F_{It}^i$ は小さいが、 $F_{Dt}^i$ が大きくなるにつれて、 $F_{Rt}^i$ がこれとつり合う形で大きくなっている。

そこで、 $i$ 端での減衰力 $F_{Dt}^i$ がどのようなメカニズムで残留していくかを上下方向について検討した。ファイバー要素上端( $i$ 端)における、上下方向の減衰力 $F_{Dut}^i$ は式(24)から求めることができる。この第1項は $\{\dot{u}_i\}$ に比例し、入力地震動の作用後には残留しないため、式(24)の第2項に着目しこれを $\tilde{F}_{Dut}^i$ と置くと、 $\tilde{F}_{Dut}^i$ は式(24)に式(10)を代入して

$$\tilde{F}_{Dut}^i = \frac{EA_t^*}{L}(\Delta u_i - \Delta u_j) - \frac{EG_t^*}{L}(\Delta \theta_i - \Delta \theta_j) \quad (26)$$

ここで、上式の右辺第1項は上下方向速度による減衰力を、第2項は角速度による減衰力を表している。一般のはり要素であれば、第2項は存在しないが、ファイバー要素では軸力と曲

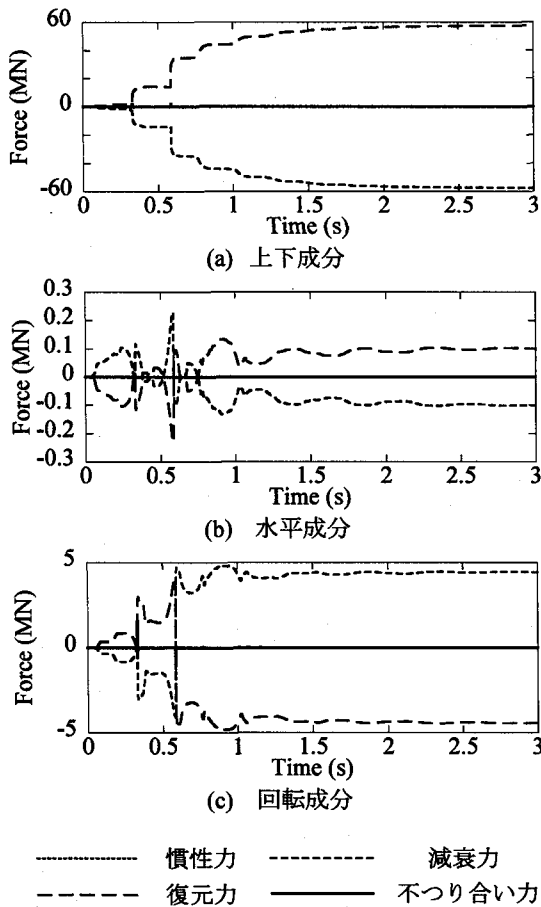


図-18 ファイバー要素上端における力のつり合い

げモーメントが連成するために、第2項が生じることとなる。式(26)による減衰力  $\tilde{F}_{Dut}^i$  の第1項および第2項が相対速度  $\Delta \dot{u}_i - \Delta \dot{u}_j$ ,  $\Delta \dot{\theta}_i - \Delta \dot{\theta}_j$  とそれぞれどのような関係にあるかを示した結果が、図-19 である。これによれば、 $\tilde{F}_{Dut}^i$  は  $\Delta \dot{u}_i - \Delta \dot{u}_j$ ,  $\Delta \dot{\theta}_i - \Delta \dot{\theta}_j$  の変化に伴ってほぼ一様に残留していくことがわかる。この現象は積分時間間隔を 3/100,000 秒と小さくしても同様に生じる。

同様に曲げモーメント項、せん断力項に相当する減衰力を式(25)から求め、この第2項を求めると、

$$\tilde{F}_{Dvt}^i = \frac{12EI_t^*}{L^3}(\Delta \dot{v}_i - \Delta \dot{v}_j) - \frac{6EI_t^*}{L^2}(\Delta \dot{\theta}_i + \Delta \dot{\theta}_j) \quad (27)$$

$$\tilde{F}_{Drt}^i = -\frac{EG_t^*}{L}(\Delta \dot{u}_i - \Delta \dot{u}_j) + \frac{6EI_t^*}{L^2}(\Delta \dot{v}_i - \Delta \dot{v}_j) + \frac{2EI_t^*}{L^2}(2\Delta \dot{\theta}_i + \Delta \dot{\theta}_j) \quad (28)$$

図-19 と同様に式(27), (28)による減衰力  $\tilde{F}_{Dvt}^i$ ,  $\tilde{F}_{Drt}^i$  の第1項だけに着目し、これが相対速度  $\Delta \dot{v}_i - \Delta \dot{v}_j$ ,  $\Delta \dot{u}_i - \Delta \dot{u}_j$  とそれぞれどのような関係にあるかを示した結果が図-20 である。これによれば、上下方向と同様に  $\Delta \dot{v}_i - \Delta \dot{v}_j$ ,  $\Delta \dot{u}_i - \Delta \dot{u}_j$  の変化に伴い  $\tilde{F}_{Dvt}^i$ ,  $\tilde{F}_{Drt}^i$  は残留している。

以上から、式(26)~(28)による減衰力  $\tilde{F}_{Dut}^i$ ,  $\tilde{F}_{Dvt}^i$ ,  $\tilde{F}_{Drt}^i$  に残留値が生じることが、減衰力  $F_{Dt}^i$  に残留値が生じる原因であり、このためこれとつり合うように、塑性ヒンジ部には残留復元力が生じることがわかる。

なお、以上の点はファイバー要素に固有な現象ではなく、式(22)のように減衰力を仮定すれば他の履歴モデルを用いても

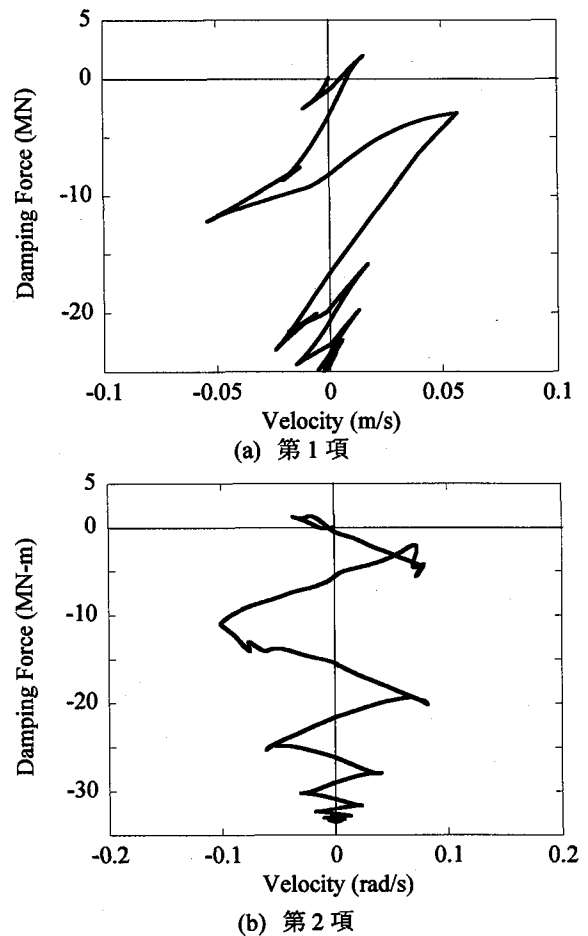


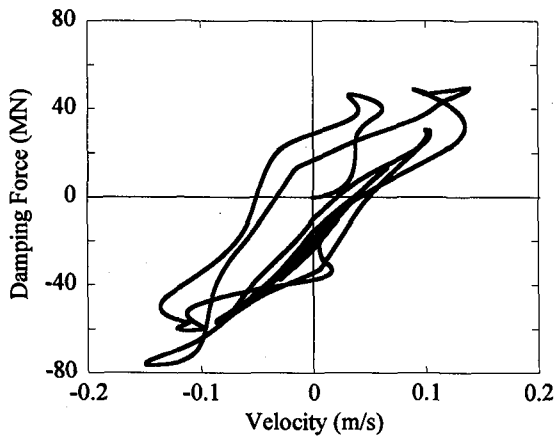
図-19 式(26)で表される減衰力と相対速度の関係

同じように生じる。例えば、Takeda 型の剛性劣化型履歴モデルを用いて、上記と同様の橋を解析した結果が図-21 である。解析モデルは図-2 と同じであり、ファイバー要素でモデル化した塑性ヒンジ区間を Takeda 型モデルで置き直しただけで、減衰定数や各部の剛性、質量等は同じである。Takeda 型モデルでは、軸と曲げの連成を考慮していないため軸方向には応答は生じないため、ここでは曲げモーメントの応答を示している。これによれば地震の作用後には 0.48MNm の残留モーメントが生じるのがわかる。なお、同じ条件で減衰力を式(21)で与えた場合には、塑性ヒンジ部には残留曲げモーメントは生じない。

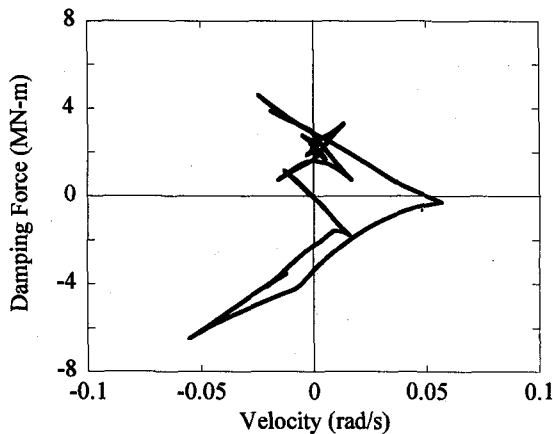
## 7. 結論

ファイバー要素を用いて地震応答解析を行う場合のつり合い力の取り扱い方法や大きな上下方向加速度、軸力(残留軸力)の発生メカニズムを検討すると同時に、時間依存性減衰行列に比例させた Rayleigh 減衰を用いた場合の残留応答が生じるメカニズムを明らかにした。本研究から得られた結論をまとめると以下になる。

- (1) ファイバー要素を用いる場合には、イテレーションによってつり合い力の収束を行うと、コンクリートおよび軸方向鉄筋の応力~ひずみ関係が除荷過程に入る場合があり、こうなるとイテレーションを行っても正しい解が求められない。



(a) 第1項



(b) 第2項

図-20 式(27), (28)で表される減衰力と相対速度の関係

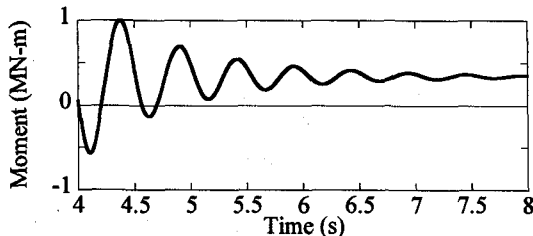


図-21 Takeda型履歴モデルを仮定した際の  
残留曲げモーメント

(2)今回解析した基本固有周期が 0.54 秒の橋梁では、積分時間間隔を 1/1,000 秒以下にすれば、ファイバー要素を用いて安定した解が得られる。

(3)不釣り合い力を式(15)によって次の増分外力に加えることは解の精度を高めるためには有効である。今回の解析では、この方法を用いることにより、安定した解を得るために必要な積分時間間隔をこうした方法を用いない場合に比較しておおむね 1/10 に短縮することができた。

(4)ファイバー要素を用いた解析では、水平方向にしか地震動を作用させていないにも関わらず、非常に大きな上下方向加

速度や軸力が生じるが、この原因は引張側にあつて圧縮力を負担していなかったコンクリートファイバーが、曲率の符号が変わって圧縮力を負担するようになった瞬間に、上下の面で接触(衝突)が生じるためである。

(5)Rayleigh 型減衰を用いて式(22)のように時間依存性を持たせて減衰力を与えると、橋脚の上下方向変位や軸力を中心に大きな残量応答が生じる。レベルは小さいが、残留応答は曲げモーメントやせん断力にも生じる。この原因は、減衰力に剛性時間依存性を持たせることによる非線形効果のためである。なお、この現象はファイバー要素を用いた場合だけではなく、他の非線形履歴要素例えば、Takeda 型履歴モデルを用いても同じである。なお、式(21)のように初期剛性に比例させて減衰力を与えた場合にはこのような現象は生じない。

## 謝辞

本研究の実施に際しては、東京工業大学土木工学専攻の庄司学助手(現在、筑波大学機能工学系)をはじめ、渡邊学歩氏等多数の方のご協力を得ました。ここに記して厚くお礼申し上げる次第です。

## 参考文献

- 1) 滝口克己, 黒正清治, 小林克巳: 鉄筋コンクリート断面の二軸曲げ解析, 日本建築学会論文報告集, No.250, pp.1-8, 1976.
- 2) 畑明仁, 幸左賢二, 渡辺典男, 立石章: ファイバーモデルによるRCアーチ橋の耐震設計解析, 第10回日本地震工学シンポジウム論文集, pp.2397-2402, 1998.
- 3) (社)日本道路協会: 道路橋示方書・解説 V 耐震設計編, 1996.
- 4) 堺淳一, 川島一彦, 庄司学: 横拘束されたコンクリートの除荷および再載荷過程における応力度~ひずみ関係の定式化, 土木学会論文集, No.654/I-52, pp. 297-316, 2000.
- 5) Hoshikuma, J., Kawashima, K., Nagaya, K. and Taylor, A. W.: Stress-Strain Model for Confined Reinforced Concrete in Bridge Piers, *J. Struct. Engrg.*, ASCE, Vol. 123, No. 5, pp. 624-633, 1997.
- 6) Menegotto, M. and Pinto, P. E.: Method of Analysis for Cyclically Loaded R.C. Plane Frames Including Changes in Geometry and Non-Elastic Behavior of Elements under Combined Normal Force and Bending, *Proc. of IABSE Symposium on Resistance and Ultimate Deformability of Structures Acted on by Well Defined Repeated Loads*, pp. 15-22, 1973.
- 7) 堺淳一, 川島一彦, 渡辺学歩: 変動軸力の RC アーチ橋の地震応答解析, 土木学会第 56 回年次学術講演会, CD-ROM, I-A262, 2001.
- 8) 堺淳一, 川島一彦: ファイバー要素を用いた鉄筋コンクリート橋脚の地震応答解析, 構造工学論文集 Vol.45A, pp. 935-946, 1999.

(2001 年 9 月 14 日受付)