

非定常スペクトル解析による地震動の群遅延時間に関する基礎的研究

A fundamental study on group delay time of earthquake ground motion
by evolutionary spectrum analysis

藤原豪紀*, 中山隆弘**

Hidetoshi Fujiwara, Takahiro Nakayama

*工修 フクヨシエンジニアリング株式会社 (〒732-0045 広島市東区曙 1-8-20)

**工博 広島工業大学教授 工学部建設工学科 (〒731-5193 広島市佐伯区三宅 2-1-1)

The objective of this study is to extract effective information on nonstationary properties from time-varying phase of a seismic motion derived from evolutionary spectrum analysis. For this purpose, group delay time defined in nonstationary random process is introduced and its calculation method is examined by using nonstationary white noises. Subsequently, it is verified that group delay time of an actual seismic motion computed by the proposed method corresponds well with fluctuation of amplitude of narrow-filtered seismogram.

Key Words: evolutionary spectrum analysis, time-varying phase, group delay time

キーワード: 非定常スペクトル解析, 時間位相, 群遅延時間

1. まえがき

本研究では、非定常スペクトル解析によって算定される地震動の時間に依存する位相（以下、時間位相と呼ぶ）の特性を、同位相の円振動数に関する偏微分として定義される群遅延時間によって検討している。

著者は、複素変調 (CD) 法を用いた非定常スペクトル解析法を提案し、地震動の時間位相を示した¹⁾。しかし、時間位相が地震動のどのような非定常性と関係しているのか必ずしも明確になっていないので、前報²⁾では同位相の時間に関する偏微分である瞬時周波数によって位相特性に対する若干の考察を行った。

ところで、非定常スペクトルの算定法は基本的に狭帯域フィルターを用いたマルチフィルター^(例えば3)によっている。著者が用いた CD 法もその方法の一つであり、狭帯域フィルターの出力の振幅が非定常スペクトルに、位相が時間位相に対応する。一方、この狭帯域フィルターの出力の振幅と位相は、フーリエ解析理論における解析信号⁴⁾によっても表すことができる。このことから、時間位相の特性の検討には、解析信号を用いて時間領域で定義された位相に関する研究成果が参考になる。

このような時間領域で定義された位相に注目した研究はあまり多くないが、Dziewonski and Hales⁵⁾の表面波の群速

度に関する研究、Farnbach⁶⁾の波動の到達時間に関する研究などがある。また、和泉、勝倉⁷⁾は、時間領域で定義された位相の瞬時周波数と、フーリエ位相の円振動数微分である群遅延時間を用いて、両位相の情報が地震動の非定常性と密接に関係することを示している。

これに対して、非定常スペクトル理論から時間位相に注目した研究もある。亀田、沢田ら^{8), 9)}は、非定常スペクトル解析法を多次元に拡張し、多点地震動の非定常な相互関係を非定常相互スペクトルの振幅と位相を用いて考察している。この位相については、2地点の位相差の円振動数に関する偏微分として、非定常確率過程における群遅延時間（以下、非定常な群遅延時間と呼ぶ）を定義し、その物理的意味や数値計算の妥当性について検討している。本研究で問題とする単一の地震動の非定常な群遅延時間は、亀田、沢田らの定義した多点地震動に関する非定常な群遅延時間を1次元に縮小した場合に相当している。

さて、地震動の非定常な群遅延時間は、まず時間位相を求め、次に同位相の数値微分を行って算定される。前者では時間位相の算定に用いる帯域フィルターの帯域幅の設定が、後者では差分のきざみ幅が問題となる。当然のことながら、両者の組み合わせに配慮した上で、非定常な群遅延時間を求める必要がある。亀田、沢田らは、前者に相当する非定常相互スペクトルの分解能については確認を行って

いるが、前者と後者の組み合わせやその場合の数値計算結果についてまでは検証していない。

そこで本論文では、①帯域フィルターの帯域幅と、時間位相の差分のきざみ幅を独立にとる、②両者を等しくとる、ただし帯域幅はフィルターの着目周波数に対する同幅の割合を一定にした相対帯域幅一定とする、③両者を等しくするが、各帯域フィルターの帯域幅は一定とする、の3ケースにおける非定常な群遅延時間の数値計算結果について検証する。

まず、群遅延時間の平均値と標準偏差を調整してフーリエ位相を与え、非定常なホワイトノイズを作成する。この時系列波形に対して前述の3ケースの検討を行い、想定した経時特性とよく一致する結果を与えるケースを示す。さらに、この結果を基に実地震動の非定常な群遅延時間を具体的に求め、地震動を帯域通過処理した帯域波における包絡線の時間的変化と併せて検討し、時間位相の特性について考察する。

2. 非定常な群遅延時間の算定法

本章では、前報²⁾で行った定式化を基に、非定常な群遅延時間の定義⁸⁾および解析信号を用いた方法による非定常な群遅延時間の算定方法について述べる。

2. 1 非定常な群遅延時間

非定常確率過程の標本関数 $x(t)$ が次式で表されるとする。

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(i\omega t) dF(t, \omega) \quad (1)$$

ここで、 $dF(t, \omega)$ が複素関数であるとする、

$$dF(t, \omega) = |dF(t, \omega)| \exp\{i\phi(t, \omega)\} \quad (2)$$

のように極形式で表すことができる。このとき、式(1)を実部に関してまとめると、 $x(t)$ は式(3)のようになる。

$$x(t) = 2 \int_0^{\infty} \cos\{\omega t + \phi(t, \omega)\} |dF(t, \omega)| \quad (3)$$

上式における $\phi(t, \omega)$ を時間位相と定義する。時間位相は、 $dF(t, \omega)$ のそれぞれ実部 $dF_R(t, \omega)$ と虚部 $dF_I(t, \omega)$ を用いて次のように与えられる。

$$\phi(t, \omega) = \tan^{-1} \left\{ \frac{dF_I(t, \omega)}{dF_R(t, \omega)} \right\} \quad (4)$$

さて、 $x(t)$ は式(5)のように $n+1$ 個の積分の和として表すことができる。

$$x(t) = 2 \sum_{i=1}^n \int_{\omega_{i-1}}^{\omega_i} \cos\{\omega t + \phi(t, \omega)\} |dF(t, \omega)| + 2 \int_{\omega_n}^{\infty} \cos\{\omega t + \phi(t, \omega)\} |dF(t, \omega)| \quad (5)$$

ただし、 $\omega_0=0$ である。第 $n+1$ 項の絶対値が十分小さいとすると、 $x(t)$ は n 個の積分の和によって近似表現できる。式(5)

の第 i 項の中心円振動数を $\omega_i = (\omega_i + \omega_{i-1})/2$ とし、第 i 番目の帯域幅 $\Delta\omega_i = \omega_i - \omega_{i-1}$ が十分に小さいとする。なお、この帯域幅 $\Delta\omega_i$ は、非定常スペクトル解析に用いる狭帯域フィルターの帯域幅に相当する。

いま、式(5)の第 i 項において、 ω の関数である被積分項の変化がゆるやかで、同項が近似的に ω_i の関数として与えられると仮定すると、第 i 項の積分は次のようになる。

$$x_i(t) \cong 2 |dF(t, \omega_i)| \cos\{\omega_i t + \phi(t, \omega_i)\} \quad (6)$$

ここで、簡単のため ω_i を単に ω_i と書くことにすると、中心円振動数 ω_i に対する非定常な群遅延時間 $t_{ng}(t, \omega_i)$ は、次式で定義される。

$$t_{ng}(t, \omega_i) = - \frac{\partial \phi(t, \omega_i)}{\partial \omega_i} \quad (7)$$

2. 2 解析信号を用いた方法による非定常な群遅延時間の算定

フーリエ解析理論によると、 $x(t)$ を狭帯域フィルターに通して得た出力 $x_i(t)$ に対して、次式による解析信号 $\bar{x}_i(t)$ を定義できる¹⁰⁾。

$$\bar{x}_i(t) = x_i(t) + i\hat{x}_i(t) = |\bar{x}_i(t)| \exp\{i\zeta_i(t)\} \quad (8)$$

$$x_i(t) = |\bar{x}_i(t)| \cos \zeta_i(t) \quad (9)$$

$$\zeta_i(t) = \tan^{-1} \left\{ \frac{\hat{x}_i(t)}{x_i(t)} \right\} \quad (10)$$

ここで、 $\hat{x}_i(t)$ は $x_i(t)$ のヒルベルト変換であり、 $\bar{x}_i(t) \leftrightarrow \bar{X}_i(\omega)$ ($\leftrightarrow$ はフーリエ変換の関係を表す)とする。

いま、 $\bar{y}_i(t) \leftrightarrow \bar{X}_i(\omega + \omega_i)$ とすると、 $\bar{x}_i(t)$ は、変調によって次のように表すことができる。

$$\bar{x}_i(t) = \bar{y}_i(t) \exp\{i\omega_i t\} = \{y_i(t) + i\hat{y}_i(t)\} \exp\{i\omega_i t\} \quad (11)$$

上式の実部をとると次式を得る。

$$x_i(t) = y_i(t) \cos \omega_i t - \hat{y}_i(t) \sin \omega_i t = P(t) \cos\{\omega_i t + \phi(t)\} \quad (12)$$

ただし、 $P(t) = |\bar{y}_i(t)|$ 、 $\phi(t) = \tan^{-1}\{\hat{y}_i(t)/y_i(t)\}$ である。

式(12)は $x_i(t)$ に対するフーリエ解析理論による表現であり、式(12)と式(6)の右辺の各項は完全な対応関係をもつ。したがって、 $|dF(t, \omega_i)|$ と $\phi(t, \omega_i)$ をそれぞれ $P(t)$ と $\phi(t)$ によって算出することができる。時間位相については次式によって与えられる。

$$\phi(t, \omega_i) = \phi(t) + 2m\pi \quad (13)$$

ここで、 m は任意の整数である。

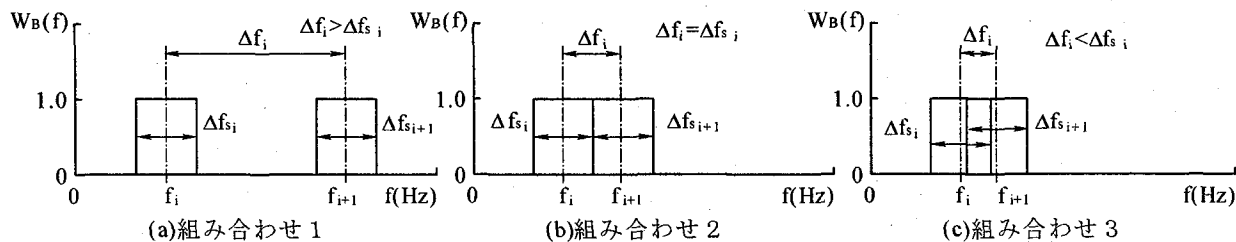


図-1 帯域フィルターの帯域幅 Δf_s と差分のきざみ幅 Δf_i の組み合わせ

表-1 式(15)における $\Delta\omega_i (=2\pi\Delta f_i)$ のとり方

ケース	非定常スペクトル解析における Δf_i	式(15)における Δf_i
1	相対帯域幅一定 (図-2の著者(1))	Δf_s とは独立に設定 ($\Delta f_i = 0.1\text{Hz}$)
2	相対帯域幅一定 (同上)	$\Delta f_i = \Delta f_s$
3	帯域幅一定 $\Delta f_s = 0.1\text{Hz}$	$\Delta f_i = \Delta f_s$

式(13)からわかるように、 $\varphi(t)$ は中心円振動数 ω_i に対する位相であり、 $\varphi(t)$ を $\varphi(t, \omega_i)$ と書くと、 $t_{ng}(t, \omega_i)$ は次式によって与えられる。

$$t_{ng}(t, \omega_i) = -\frac{\partial \varphi(t, \omega_i)}{\partial \omega_i} \quad (14)$$

3. サンプル波の非定常な群遅延時間

3.1 非定常な群遅延時間の差分表現

式(7)による非定常な群遅延時間を次の数値微分によって算定する。

$$t_{ng}(t, \omega_i) = -\frac{\phi(t, \omega_i + \Delta\omega_i) - \phi(t, \omega_i)}{\Delta\omega_i} \quad (15)$$

さて、上式におけるきざみ幅 $\Delta\omega_i (=2\pi\Delta f_i)$ に対する $t_{ng}(t, \omega_i)$ のとり得る値の範囲について考えてみよう。いま、時間位相を $-\pi \sim \pi$ の主値で与えると、分子は $-2\pi \sim 2\pi$ の値をとる。分子が0以上となる場合に -2π を加えると、分子の値は $-2\pi \sim 0$ にまとめることができる。したがってこの場合、 $t_{ng}(t, \omega_i)$ は $0 \sim 1/\Delta f_i$ の値をとる。つまり、 $t_{ng}(t, \omega_i)$ のとり得る値の範囲は Δf_i に依存する。

ところで、 $\phi(t, \omega_i)$ の算定には中心円振動数 $\omega_i (=2\pi f_i)$ 、帯域幅 $\Delta\omega_i (=2\pi\Delta f_i)$ の帯域フィルターを用いており、 $\phi(t, \omega_i)$ の分解能はフィルターの帯域幅に依存している。したがって、 $t_{ng}(t, \omega_i)$ は Δf_s と Δf_i の両者に関係する。

図-1 は、 Δf_i と Δf_s の組み合わせの模式図を示したものである。まず、(a)図の組み合わせについては、実際の数値計算において採用されることがほとんどないと思われる。なぜならば、差分の精度を高めるためにはきざみ幅を小さくする必要があるからである。

(c)図の場合については、次のようにその組み合わせには

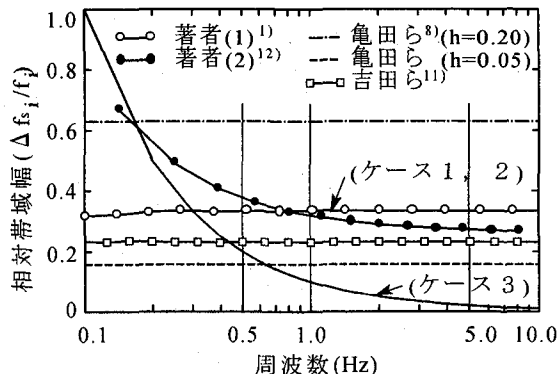


図-2 非定常スペクトル解析に用いた帯域フィルターの中心周波数 (f_i) と帯域幅 (Δf_s) の関係

かなりの幅がある。すなわち、 Δf_s に比較して Δf_i を小さくすると、二つのフィルターの帯域がほとんど重なる場合について数値計算をすることになり、また逆に Δf_i を大きくして(b)図の組み合わせに近づけることも可能である。これに対し、(b)図の組み合わせは明快である。

そこで、きざみ幅 Δf_i のとり方として、次の二つの方法を比較する。すなわち、①きざみ幅を時間位相の算定に用いた狭帯域フィルターの帯域幅とは独立にとり、 $\Delta f_i < \Delta f_s$ とする、② $\Delta f_i = \Delta f_s$ とする、である。さらに②の方法としては、相対帯域幅 $\Delta\omega_i/\omega_i (= \Delta f_s/f_i)$ を一定にする場合と、各帯域フィルターの帯域幅 Δf_s を一定にする場合について検討する。

これらの三つのケースを表-1 にまとめて示す。いずれのケースでも帯域フィルターとして Ormsby のフィルター¹⁾を用いた。また、各ケースに用いた中心周波数 f_i と帯域幅 Δf_s の関係を図-2 に示す。図には、これまでに提案された非定常スペクトル解析法における f_i と Δf_s の関係も併せてまとめている。具体的な中心周波数が提示されているものについては、丸や四角でその値を示している。なお、フィルターの帯域幅は、各手法の帯域幅の定義に基づいている。図から、模擬地震動の応答スペクトルの変動係数が着目周波数域においておおそ一定となるように、地震動のシミュレーション用に調整された著者(2)を除いて、相対帯域幅一定の帯域フィルターが非定常スペクトル解析に使用されてきたことがわかる。

さらに着目周波数 (中心周波数) f_i は次のように設定した。ケース1では、 f_i は Δf_i すなわち 0.1Hz 間隔毎にとつ

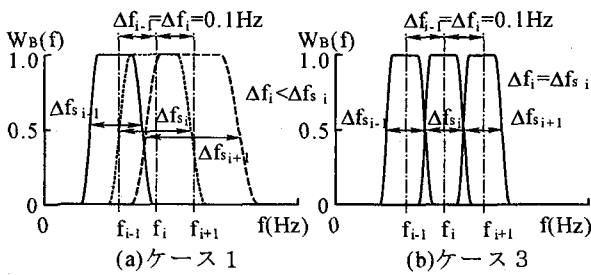


図-3 ケース 1 と 3 のフィルターの帯域幅 $\Delta f_{s,i}$ と差のきざみ幅 Δf_i のとり方

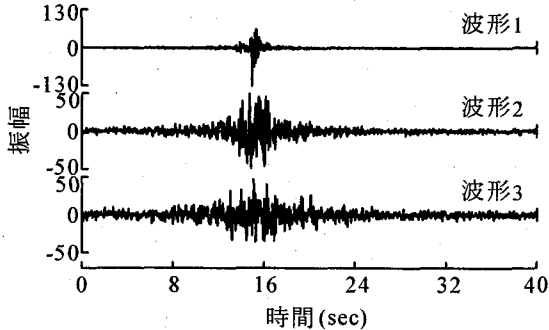


図-5 位相を調整したホワイトノイズ
(0.1~10Hzに帯域制限)

た。また、ケース 3 でも f_i を $\Delta f_{s,i} (= \Delta f_i) = 0.1\text{Hz}$ 間隔毎にとった (図-3)。ケース 2 では、図-4(a)上に示すように相対帯域幅一定の帯域フィルターを設定することにより、 f_i が定まる。しかし、これらのフィルターによると $f_{i+1} - f_i$ が $\Delta f_{s,i}$ に一致しないので、 i 番目のフィルターに対しては、同図(b)下に示すように i 番目のフィルターと同帯域幅で中心周波数が f'_i となるフィルターを設定した。これにより、いずれの中心周波数に対しても $\Delta f_{s,i} = \Delta f_i$ の条件の下で非定常な群遅延時間を求めている。

ところで、ケース 2 では f_i を $\Delta f_{s,i}$ 間隔毎にとるため、0.1~10Hz の着目周波数域をたかだか十数個の群遅延時間で表すことになる。ここでは他のケースと比較が容易なように図-4(a)下に示すように f_i を 0.1Hz 間隔毎にとった。したがって、ケース 2 の着目周波数は結果的にケース 1 と一致する。しかし、ケース 2 における i 番目の非定常な群遅延時間は、前述のように i 番目のフィルターに対して同図(b)に示したフィルターを用い、 $\Delta f_{s,i} = \Delta f_i$ の条件の下で求めたものであり、ケース 1 とは算定条件が異なっている。

3. 2 フーリエ位相を調整したサンプル波の非定常な群遅延時間

三つのケースの非定常な群遅延時間を検証するために、次のような方法で帯域制限したホワイトノイズを作成した。すなわち、フーリエ振幅は 0.1~10Hz で一定とした。フーリエ位相 $\theta(\omega_j)$ は、式(16)による群遅延時間 $t_{gr}(\omega_j)$ を正規乱数で与え、 $\theta(\omega_0) = 0\text{rad}$ として、式(16)から逆算した。

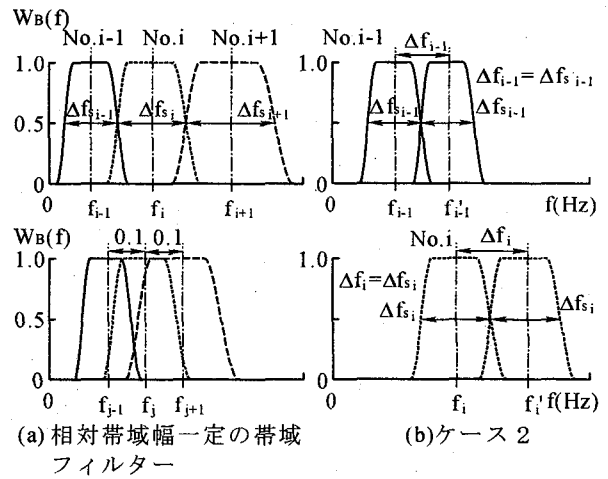


図-4 ケース 2 のフィルターの帯域幅 $\Delta f_{s,i}$ と差のきざみ幅 Δf_i のとり方

$$t_{gr}(\omega_j) = -\frac{\theta(\omega_{j+1}) - \theta(\omega_j)}{\omega_{j+1} - \omega_j} \quad (16)$$

このフーリエ振幅と位相を用いて、時間間隔 0.01 秒、継続時間 40.96 秒の時系列波形を合成した。ここでは、群遅延時間を与える正規乱数の標準偏差をそれぞれ、1 秒、3 秒と 5 秒にした三つの波形を作成した。なお、正規乱数の平均値はいずれも 15 秒とした。これらの波形を図-5 に示す。これらの波形に対して、前節で述べた帯域フィルターを用い、解析信号を用いた方法による非定常スペクトル解析²⁾を行い、 $t_{ng}(t, \omega_i)$ を求めた。

図-6 にケース 1 の結果を示す。図中の t は着目時刻を示している。また、図の縦軸の基準時刻は次のように設定した。すなわち、時間位相は $2m\pi$ の不確かさをもっている。式(15)の分子には $2m\pi$ の不確かさがある。したがって、 $t_{ng}(t, \omega_i)$ の基準時刻には $-m/\Delta f_i$ の不確かさがある。ここでは、着目時刻と波形の経時特性から判断して、算定した $t_{ng}(t, \omega_i)$ に $1/\Delta f_i$ の整数倍を加えて補正した。また、 $t=10$ 秒や 20 秒、すなわち着目時刻が $1/\Delta f_i$ の整数倍に一致する場合には、 $t_{ng}(t, \omega_i)$ を $0 \sim 1/\Delta f_i$ で算定すると、図-7 に示すように 10 秒を超えた $t_{ng}(t, \omega_i)$ が 0 秒付近に移動して、結果が判読しにくくなる。このような場合には、式(15)の分子 $(-2\pi \sim 2\pi)$ が π 以上の時に -4π を加え、 $-\pi$ より大きく π より小さい時に -2π を加えることにより、分子の値を $-3\pi \sim -\pi$ にまとめた。このようにして求めた $t_{ng}(t, \omega_i)$ にさらに前述の基準時刻補正をした。図-6 における $t=10$ 秒や 20 秒の結果はこのような補正を行ったものである。なお、後述のケース 3 についても同様の操作を行っている。

図-6 を見ると、いずれも $t_{ng}(t, \omega_i)$ が着目時刻付近に分布し、低周波数域で $t_{ng}(t, \omega_i)$ が大きくばらつき、約 5Hz 以上ではばらつきが小さくなっている。これらの特徴は三つの波形ではほぼ共通しており、 $t_{ng}(t, \omega_i)$ の算定方法に依存していると考えられる。ケース 1 の結果には波形の違いによると

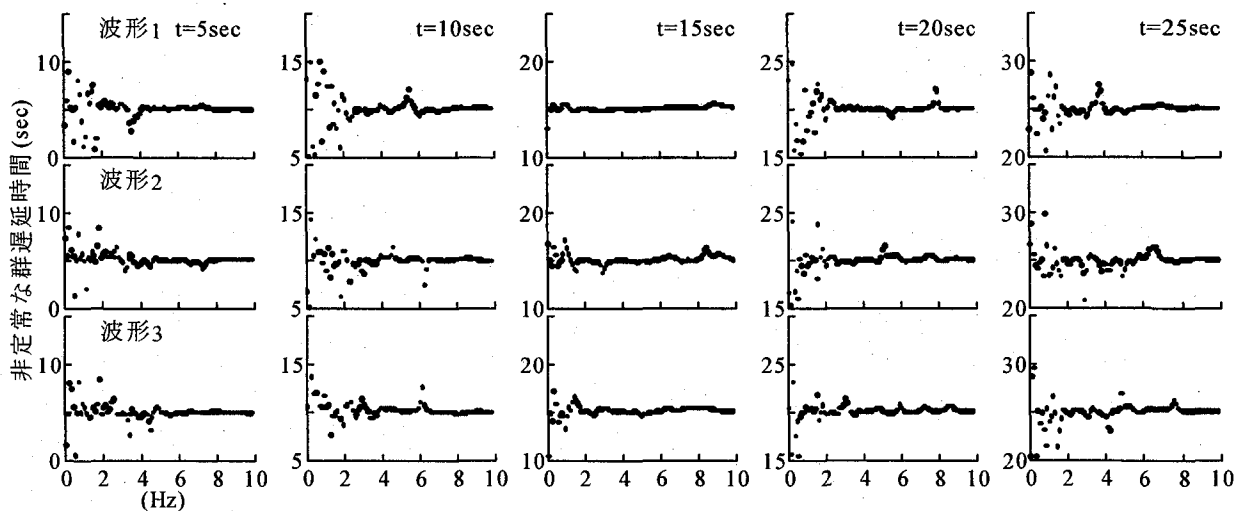


図-6 位相を調整したホワイトノイズの非定常な群遅延時間(ケース1)

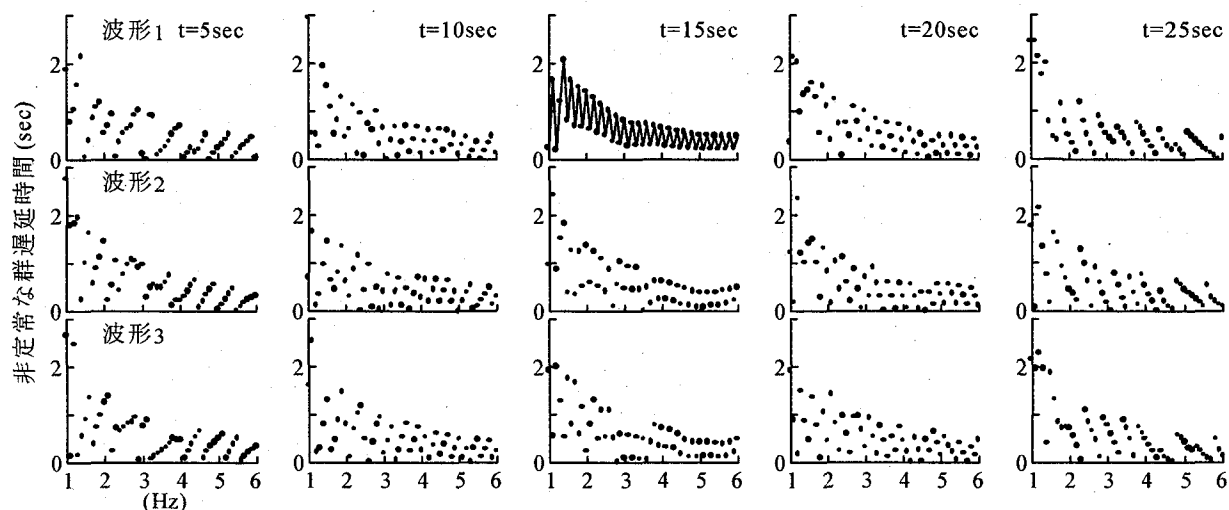


図-8 位相を調整したホワイトノイズの非定常な群遅延時間(ケース2)

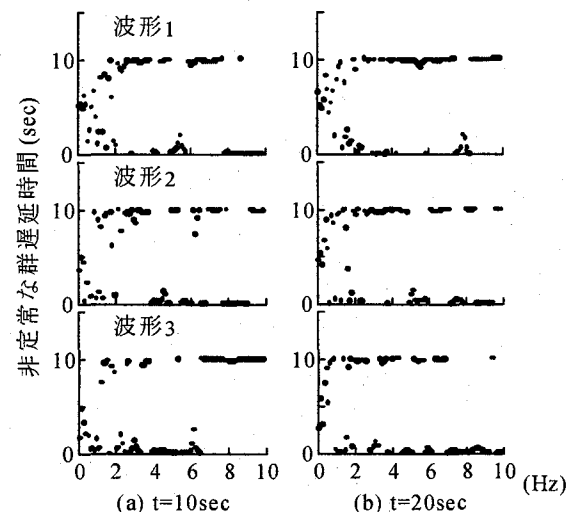


図-7 位相を補正しないで求めた非定常な群遅延時間(ケース1)

思われる細かい差異も見られるが、予め設定した波形の $t_{gr}(\omega)$ の特性を図から読み取ることは困難である。

次にケース2の結果を図-8に示す。この図では、 $t_{ng}(t, \omega_i)$ の変動をわかりやすくするため、一例として波形1の $t=15$ 秒の結果を実線で結んでいる。他の結果もこの $t_{ng}(t, \omega_i)$ とほぼ同様の変動を示している。 $t_{ng}(t, \omega_i)$ が全体的に右下がりの傾向を示しているのは、式(15)における $\Delta\omega_i$ を相対帯域幅一定に設定しているからである。ちなみに、 $f_i=1.0\text{Hz}$ では $1/\Delta f_i=3.0$ 秒で、 $f_i=5.0\text{Hz}$ では $1/\Delta f_i=0.6$ 秒である。このようにケース2では、着目周波数に対して $t_{ng}(t, \omega_i)$ のとり得る値の範囲が異なるので、 $t_{ng}(t, \omega_i)$ を周波数に対して図示するより、亀田、沢田ら^{8), 9)}が行っているように着目周波数を固定して時系列としてまとめる方がよい。しかし、そのような点を考慮に入れたとしても、予め設定した $t_{gr}(\omega)$ の特性を図から読み取ることは困難である。なお、図-8の縦軸は、 $1/\Delta f_i$ が各周波数に対して一定でないため、基準時刻補正を行っていない。

さらにケース3の結果を図-9に示す。本ケースでは $t=10, 15, 20$ 秒において、 $t_{ng}(t, \omega_i)$ が15秒付近に分布し、そのばらつきが波形1～3で順に大きくなり、予め設定した $t_{gr}(\omega)$ の特性が見られる。表-2には、作成した時系列波形

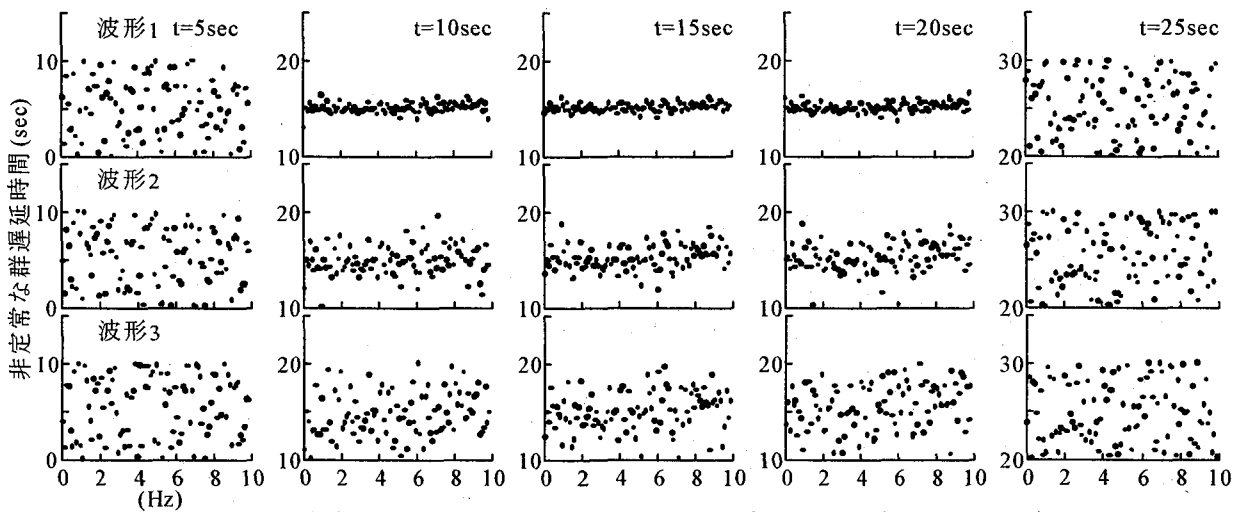


図-9 位相を調整したホワイトノイズの非定常な群遅延時間(ケース3)

表-2 $t_{gr}(\omega)$ とケース3における $t_{ng}(15, \omega_i)$ の統計値の比較

波形	平均値(sec)			標準偏差(sec)		
	$t_{gr}(\omega)$	$t_{ng}(t, \omega_i)$ $\Delta f_i = 0.1\text{Hz}$	$t_{ng}(t, \omega_i)$ $\Delta f_i = 0.5\text{Hz}$	$t_{gr}(\omega)$	$t_{ng}(t, \omega_i)$ $\Delta f_i = 0.1\text{Hz}$	$t_{ng}(t, \omega_i)$ $\Delta f_i = 0.5\text{Hz}$
1	15.07	15.06	15.09	1.38	0.43	0.20
2	15.31	15.17	15.10	3.61	1.28	0.53
3	15.73	14.97	15.01	5.89	2.00	0.57

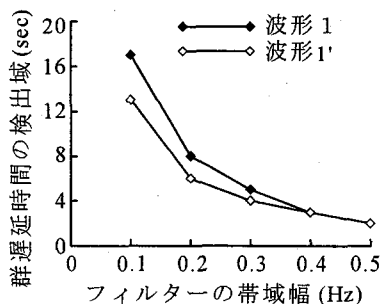


図-10 非定常な群遅延時間の検出域

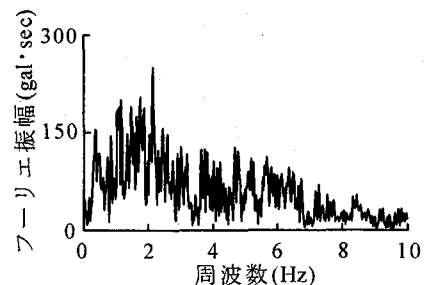


図-11 EL Centro NS 波形のフーリエスペクトル

をフーリエ変換して求めた $t_{gr}(\omega)$ と $t=15$ 秒における $t_{ng}(t, \omega_i)$ のそれぞれ平均値と標準偏差を示している。両者の平均値は波形3でやや差が大きくなるが、よい一致を示している。 $t_{ng}(t, \omega_i)$ の標準偏差は、いずれも $t_{gr}(\omega)$ の場合に比べ小さい値となっている。これは、時間位相の算定における帯域通過処理によって着目時刻近傍の波形の特徴が $t_{ng}(t, \omega_i)$ に強く現れるためと考えられる。なお、同表にはケース3で $\Delta f_i = 0.5\text{Hz}$ とした場合の結果も併せて示している。この場合でも $t_{gr}(\omega)$ に比べ $t_{ng}(t, \omega_i)$ の標準偏差が小さくなるが、平均値は $\Delta f_i = 0.1\text{Hz}$ の場合とほぼ一致する結果となっている。

前述のように $t=10$ 秒では未来の(15秒の波形のピーク)、 $t=20$ 秒では過去のピークの影響が $t_{ng}(t, \omega_i)$ に強く現れている。これは Ormsby のフィルターが非因果であるためであ

る。これに対し、 $t=5$ 秒と 25 秒の結果では、 $t_{ng}(t, \omega_i)$ が拡散した分布を示し、15 秒のピークの影響が見られない。波形1において着目時刻を 20 秒から 0.5 秒間隔毎に設定した数値計算によると、 $t=23.5$ 秒では 15 秒のピークの影響が比較的強く見られた。着目時刻を中心にとどの位の範囲にあるピーク特性を検出できるかを示す時間幅(以下、単に検出域という)は、 $\Delta f_i = 0.1\text{Hz}$ の場合、およそ 17 秒程度と考えられる。図-10 には $0.1 \leq \Delta f_i \leq 0.5$ に対する同様の検討結果(黒四角印)を示している。

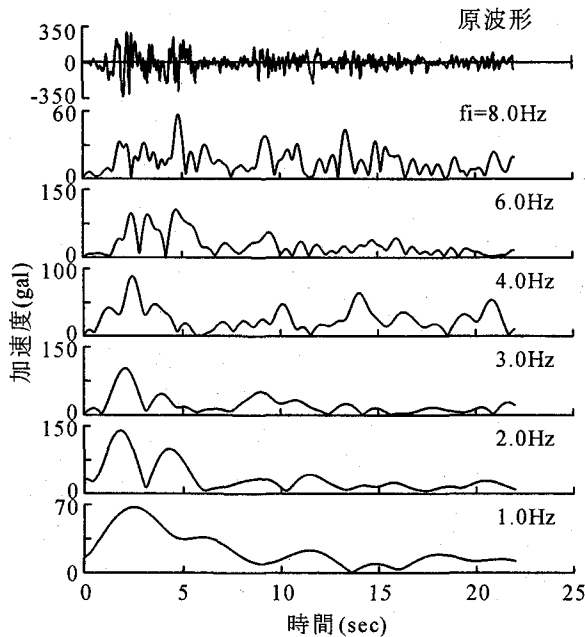
次に、ケース3について、フーリエ振幅が一定でない波形に対する検討を行った。波形は、El Centro NS(サンプリング時間 $\Delta t = 0.01$ 秒、継続時間 $dt = 22$ 秒)のフーリエ振幅(図-11)と前述の三つの位相を組み合わせて合成した(波形1, 2, 3に対してそれぞれ波形1', 2', 3'と呼ぶ)。

フーリエ振幅の重みがある波形においても図-9と同様の

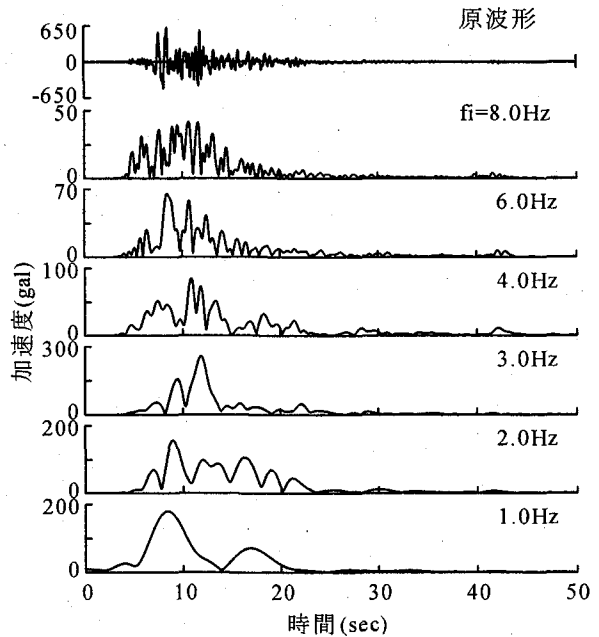
表-3 $t_{gr}(\omega)$ と $t_{ng}(15, \omega_i)$ の統計値の比較

波形	平均値(sec)			標準偏差(sec)		
	$t_{gr}(\omega)$ 重み考慮※	$t_{gr}(\omega)$ 同 考慮せず ^a	$t_{ng}(t, \omega_i)$	$t_{gr}(\omega)$ 重み考慮※	$t_{gr}(\omega)$ 同 考慮せず ^a	$t_{ng}(t, \omega_i)$
1'	15.05	15.09	15.07	3.84	3.22	0.45
2'	15.00	15.20	15.21	5.38	4.55	1.37
3'	15.09	15.21	15.14	7.88	7.27	2.01

※ $t_{gr}(\omega)$ の平均値と標準偏差の算定にフーリエ振幅の重みを考慮.



(a) El Centro NS



(b) 神戸EW

図-12 地震動の帯域波の包絡線

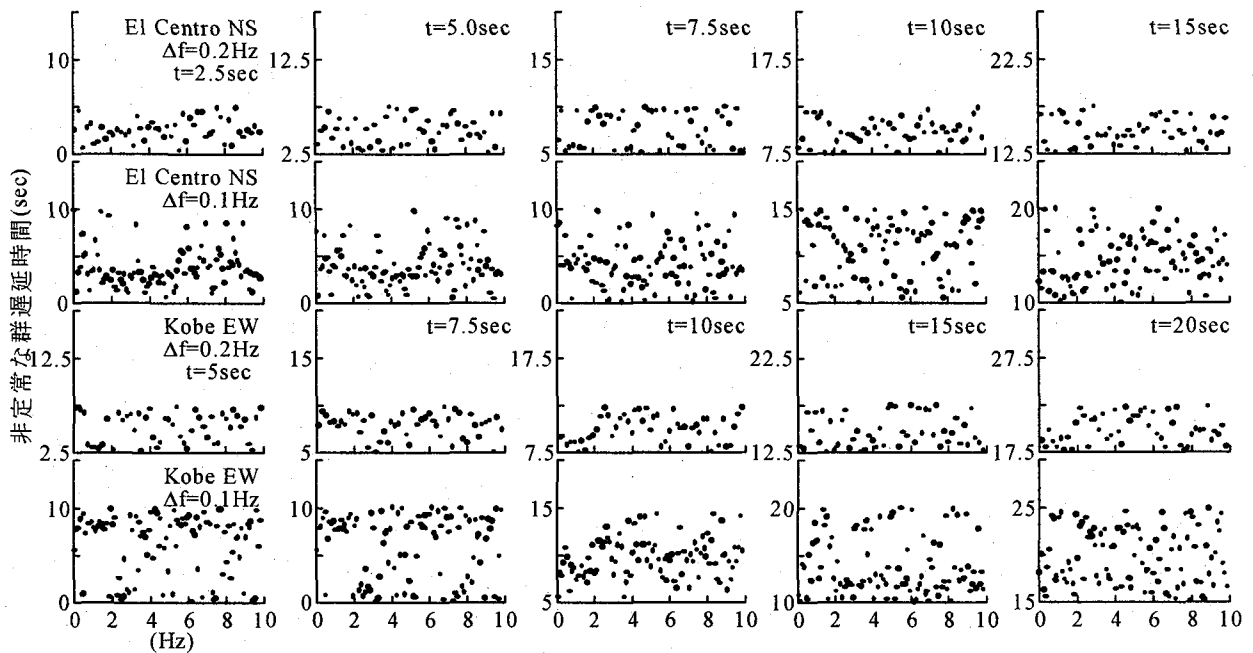


図-13 地震動の非定常な群遅延時間(El Centro NS, 神戸EW)

結果が得られた。ちなみに表-3 に三つの波形に対する $t_{gr}(\omega)$ と着目時刻 15 秒における $t_{ng}(t, \omega_i)$ のそれぞれ平均値と標準偏差を示している ($\Delta f_i = 0.1\text{Hz}$ で算定)。なお、 $t_{gr}(\omega)$ の平均値と標準偏差は、フーリエ振幅の重みを考慮した場合としない場合¹³⁾について算定した。 $t_{ng}(t, \omega_i)$ の平均値については、波形 3' で少し差があるが、フーリエ振幅の重みを考慮しない $t_{gr}(\omega)$ のそれとよく一致している。一方、標準偏差については、いずれも $t_{gr}(\omega)$ のそれらよりかなり小さい値となっている。また、これらの値は表-2 の値とほぼ一致しており、本例の場合、 $t_{ng}(t, \omega_i)$ の標準偏差にはフーリエ振幅の重みによる影響が見られない。

さらに波形 1' の場合の時間領域における $t_{ng}(t, \omega_i)$ の検出域を図-10 (白四角印) に併せて示す。目視判断によるのでやや厳密さに欠けるが、波形 1 の場合に比べて $0.1 \leq \Delta f_i \leq 0.3$ の値が少し小さくなっている。ところで、ケース 3 による波形のピーク時刻に対する $t_{ng}(t, \omega_i)$ の平均値は $t_{gr}(\omega)$ のそれとよく一致することから、 $t_{ng}(t, \omega_i)$ を例えばアレー記録による地震動の群速度の算定に利用することが考えられる。その場合、 $\Delta f_i (= \Delta f_{ji})$ をどのように設定するかが問題となる。時間位相の分解能を考慮すると、これまで非定常スペクトル解析で提案された相対帯域幅に近い Δf_i を採用することが好ましい。一方、式(15)の精度を考えると、できるだけ Δf_i を小さく設定する方が好ましい。実際には解析する地震動の経時特性を考慮に入れて Δf_i を設定せざるを得ないが、その場合、図-10 がおよその目安を与えよう。

次章では、 $\Delta f_i = 0.1$ と 0.2Hz の場合における実際の地震動の $t_{ng}(t, \omega_i)$ について検討する。

4. 地震動の非定常な群遅延時間

本章では、地震動の $t_{ng}(t, \omega_i)$ を、同地震動を帯域通過処理して求めた帯域波の包絡線の時間的変化と比較・検討した。解析を行った地震動は、前述の El Centro NS に兵庫県南部地震、神戸 EW 成分 ($\Delta t = 0.02$ 秒, $dt = 50$ 秒) である。帯域波の包絡線は、解析信号を用いた方法¹⁴⁾により算定した。また使用した帯域フィルターは、Ormsby のフィルターで、著者(1)の相対帯域幅 (図-2) を用いた。

図-12 に二つの地震動とそれぞれの地震動に対する帯域波の包絡線を示す。帯域波の着目周波数は、 $f_i = 1.0, 2.0, 3.0, 4.0, 6.0, 8.0\text{Hz}$ である。また、図-13 に二つの地震動に対する $t_{ng}(t, \omega_i)$ を示す。算定方法は前述のケース 3 を用い、 $\Delta f_i = 0.1$ と 0.2Hz に対する結果を求めた。また、 $t_{ng}(t, \omega_i)$ の着目時刻は、El Centro 波が $t = 2.5 \sim 15$ 秒、神戸波が $5 \sim 20$ 秒である。

El Centro 波では、 $f_i = 1 \sim 4\text{Hz}$ の帯域波の包絡線が約 2.5 秒付近で最大ピークをもっている。図-13 では、 $\Delta f_i = 0.2\text{Hz}$ の $t = 2.5$ 秒と $\Delta f_i = 0.1\text{Hz}$ の $t = 2.5$ と 5.0 秒において、 $2 \sim 5\text{Hz}$ の $t_{ng}(t, \omega_i)$ が約 2.5 秒付近に集中しており、最大ピークに対応していると考えられる。また、 $t = 10$ 秒について見ると、

$\Delta f_i = 0.1\text{Hz}$ の $t_{ng}(t, \omega_i)$ は、 $\Delta f_i = 0.2\text{Hz}$ のそれと類似した分布を示している。これに対し、 $t = 7.5$ 秒では、 $\Delta f_i = 0.1$ と 0.2Hz の結果がかなり異なっている。図-10 から $t_{ng}(t, \omega_i)$ の検出域は、 $\Delta f_i = 0.1\text{Hz}$ で約 15 秒、 $\Delta f_i = 0.2\text{Hz}$ で約 7 秒である。このため、 $t = 7.5$ 秒の場合、 $\Delta f_i = 0.1\text{Hz}$ の結果には約 2.5 秒の主要ピークの影響が含まれるが、 $\Delta f_i = 0.2\text{Hz}$ では 5 秒と 10 秒の小ピークの影響が比較的強く現れている。これが $\Delta f_i = 0.1$ と 0.2Hz で異なる結果を示した理由と考えられる。

さらに、図-12 で包絡線が多峰的な変化を示す $f_i = 6\text{Hz}$ と 8Hz に注目すると、 $f_i = 6\text{Hz}$ では約 1.5～6.5 秒に主要なピークが三つあるが、 $t = 2.5$ と 5.0 秒 ($\Delta f_i = 0.1\text{Hz}$) の $t_{ng}(t, \omega_i)$ からはおよそ二つのピークしか読み取れない。また、同じく $t = 15$ 秒では、 8Hz 付近の $t_{ng}(t, \omega_i)$ が 15 秒前後に比較的集中した分布を示しているが、包絡線はこのような時間的変化をしていない。

これらの差異を生じた原因の一つとしては、数値計算に用いた帯域フィルターが考えられる。ちなみに $f_i = 6.0\text{Hz}$ の包絡線の算定には、 $\Delta f_{fi} = 2\text{Hz}$ の帯域フィルターを、 $t_{ng}(t, \omega_i)$ の算定にはそれぞれ $\Delta f_{fi} = 0.1$ と 0.2Hz のそれを用いている。帯域フィルターの帯域幅を小さくすると、時間領域における分解能が劣化する。包絡線の算定に用いた相対帯域幅一定のフィルターと、 $t_{ng}(t, \omega_i)$ の算定に用いた帯域幅一定のそれでは、特に高周波数域において時間領域における分解能の差が大きくなる。この分解能の差は、包絡線が単峰的な変化を示す波形より多峰的な変化を示すそれにおいて顕著になると考えられる。

神戸波では、まず $f_i = 1.0$ と 2.0Hz の包絡線において約 8 秒付近に最大ピークが見られる (図-12)。図-13 では、 $\Delta f_i = 0.2\text{Hz}$ の $t = 7.5, 10$ 秒に、また $\Delta f_i = 0.1\text{Hz}$ の $t = 5.0, 7.5, 10$ 秒において、 $t_{ng}(t, \omega_i)$ が約 8 秒付近に集中している。次に図-12 では、 $f_i = 4 \sim 8\text{Hz}$ において約 10 秒を中心に振幅が多峰的な変化を示しているが、 $t_{ng}(t, \omega_i)$ の $t = 10$ 秒の結果においても同様の傾向が読み取れる。さらに $f_i = 4\text{Hz}$ 以上の包絡線では、 $t = 20$ 秒付近で際立った振幅のピークが見られなくなっている。図-13 の $t = 20$ 秒 ($\Delta f_i = 0.1\text{Hz}$) でも、 $t_{ng}(t, \omega_i)$ が拡散した分布を示しており、図-12 と整合する結果となっている。比較的、単峰的な包絡線をもつ本例では、 $t_{ng}(t, \omega_i)$ が包絡線の時間的変化とよく対応している。

5. まとめ

非定常な群遅延時間 $t_{ng}(t, \omega_i)$ の数値計算には、時間位相の算定に用いた帯域フィルターの帯域幅と、時間位相の数値微分における差分のきざみ幅の両者が関係する。本研究では、帯域幅ときざみ幅のとり方として三つのケースを想定し、群遅延時間の平均値と標準偏差を調整して作成したサンプル波を用いて $t_{ng}(t, \omega_i)$ の数値計算結果を検証した。この結果を基にさらに実地震動の非定常な群遅延時間を求め、地震動の帯域波における包絡線の時間的変化と併せて検討した。得られた結果をまとめると以下ようになる。

(1) サンプル波に対する結果によると、時間位相の算定に用いた各帯域フィルターの帯域幅を帯域幅一定とし、同帯域幅を時間位相の差分のきざみ幅と等しくしたケース3の場合、波形のピーク時刻における $t_{ng}(t, \omega_i)$ の平均値は、 $t_{gr}(\omega)$ のそれとよく一致する。一方、 $t_{ng}(t, \omega_i)$ の標準偏差は、 $t_{gr}(\omega)$ の場合に比べ小さい値となる。これは、時間位相の算定における帯域通過処理によって、着目時刻近傍の波形の特徴が強く $t_{ng}(t, \omega_i)$ に現れるためである。これから、 $t_{ng}(t, \omega_i)$ は着目時刻近傍の波形の群遅延時間特性を表していると考えられる。

(2) 時間位相の算定に用いた各帯域フィルターの帯域幅を着目周波数に対して相対帯域幅一定とし、同帯域幅を時間位相の差分のきざみ幅と等しくしたケース2では、少なくとも帯域幅がケース3で検討した $0.1 \leq \Delta f_i \leq 0.5$ で、ケース3と同等の結果が得られていると考えられる。しかしケース2では、 $t_{ng}(t, \omega_i)$ のとり得る値の範囲が着目周波数によって異なるため、 $t_{ng}(t, \omega_i)$ については着目周波数を固定して時系列に対する評価をした方がよい。

(3) 着目時刻を中心にどの位の範囲にある波形のピーク特性を検出できるかを示す $t_{ng}(t, \omega_i)$ の検出域と Δf_i の関係を示した (図-10)。地震動の $t_{ng}(t, \omega_i)$ の算定では、 Δf_i を予め設定する必要があるが、同図はその際のおおよその目安を与える。なおこの図は、時間位相の算定に Ormsby のフィルターを用いた場合のものである。

(4) 実地震動の非定常な群遅延時間が帯域波の包絡線の時間的変化と対応することを数値計算によって示した。ただし、実地震動に対する非定常な群遅延時間の精度や用いる帯域フィルターの帯域幅の設定を含めたその適用限界などについてはさらに検討する必要がある。また、前述の対応関係を数学的に明らかにし、非定常な群遅延時間の物理的な意味を明確にすることが今後の重要な課題である。

参考文献

1) 小松定夫, 藤原豪紀, 中山隆弘: コンプレックス・ディモデュレーション法による地震動の非定常スペクトル解析, 土木学会論文集, 第368号/1-5, pp.311~318, 1986.

- 2) 藤原豪紀, 中山隆弘: 非定常スペクトル解析によって算定した地震動の時間に依存する位相に関する基礎的研究, 構造工学論文集, Vol.47A, pp.507~515, 2001.
- 3) 亀田弘行: 強震地震動の非定常パワースペクトルの算出法に関する一考察, 土木学会論文報告集, 第235号, pp.55~62, 1975.
- 4) Hsu, H.P. (佐藤平八訳): フーリエ解析, 森北出版, 7章, 9章, 1979.
- 5) Dziewonski, A.M. and Hales, A.L.: Numerical Analysis of Dispersed Seismic Waves, *Method in Computational Physics*, Academic Press, 1972.
- 6) Farnbach, J. S.: The complex envelope in seismic signal analysis, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol.65, No.4, pp.951-962, 1975.
- 7) 和泉正哲, 勝倉裕: 地震動の位相情報に関する基礎的研究, 日本建築学会論文報告集, 第327号, pp.20~28, 1983.
- 8) 亀田弘行, 沢田勉, 亀井紀幸: マルチフィルターによる地震動の非定常相互スペクトル特性の解析, 京都大学防災研究所年報, 第30号B-2, pp.1~18, 1987.
- 9) 沢田勉, 亀田弘行, 青井英幸: 多点地震動の非定常相互スペクトルの振幅特性と位相特性に関する考察, 構造工学論文集, Vol.36A, pp.733~746, 1990.
- 10) Papoulis, A. (町田東一, 村田忠夫訳監修): アナログとデジタルの信号解析, 現代工学社, 4章, 1982.
- 11) 吉田裕, 増田陳紀, 澤正, 若菜弘之: 数値濾波の計算法と地震記録の非定常スペクトル解析への応用, 土木学会論文報告集, 第274号, pp.1~14, 1978.
- 12) 藤原豪紀, 中山隆弘: 位相の非定常性を考慮した地震動シミュレーション法の開発, 土木学会論文集, 第661号/1-53, pp.119~132, 2000.
- 13) 佐藤智美, 佐藤俊明, 植竹富一, 菅原良次: 群遅延時間を用いたやや長周期地震動の経時特性評価のための基礎的研究, 日本建築学会構造系論文集, 第480号, pp.57~65, 1996.
- 14) 理論地震動研究会: 地震動 その合成と波形処理, 鹿島出版会, 4章, 6章, 7章, 1994.

(2001年9月14日受付)