

モンテカルロフィルターを用いた排他的非ガウスプロセスノイズによる損傷同定

Damage detection using Monte Carlo Filter based on exclusive non-Gaussian process noise

吉田郁政*, 佐藤忠信**

Ikumasa YOSHIDA and Tadanobu SATO

*工博 東電設計(株) 地盤・構造部 次長 (〒110-0015 東京都台東区東上野3丁目3番3号)

** 工博 京都大学防災研究所 教授 地震災害部門耐震基礎分野 (〒611-0011 宇治市五ヶ庄)

The application of Monte Carlo filter (MCF) to structural damage detection is discussed in this paper. In MCF, the probability distributions are expressed by many samples like Monte Carlo simulation. The advantage of the MCF technique is that it can deal with non-linear and non-Gaussian noises problems. From the standpoint of damage detection, non-Gaussian noises might be preferable, because the minor damage due to earthquake tends to concentrate in limited parts of a structure. For this reason, non-Gaussian and non-white process noise is introduced to the damage detection algorithm. Through the numerical simulation, the validity of the proposed damage identification method is demonstrated.

Key Words: damage detection, non-Gaussian filter, Monte Carlo Filter, earthquake

キーワード: 損傷同定, 非ガウスフィルター, モンテカルロフィルター, 地震

1. はじめに

地震の後に重要構造物の被害を迅速に把握することは2次被害の防止のためにも重要であり, 様々なヘルスマニタリングの方法及び損傷同定アルゴリズムが研究されている。線形, 非線形の多くの同定アルゴリズムが研究されてきたが, 古くからもっとも広く使われてきた手法としてカルマンフィルターを用いる方法^{1) 2) 3)}などを挙げることができる。カルマンフィルターは基本的にホワイト性ガウスノイズを用いる方法であり, L2 ノルムの目的関数(コスト関数)⁴⁾を考えていることになる。中小被害が生じた構造物を考えた場合, 全体的に損傷が生じて一様に剛性が低下するというよりも, 特定の箇所に損傷が集中し, 特定の箇所の剛性だけが低下すると考えることができる。このような特性を反映した損傷同定を行うには, 後述するようにラプラス分布のような非ガウスのプロセスノイズの方が好ましい。

非ガウスフィルターのアルゴリズムに関する研究も1980年代中頃より行われており, いくつかの方法が提案されてきた。これらの方法は一般に多くの計算時間を要し, 小規模(低次元)の問題に適用が限られていたが, 比較的規模の大きな問題にも適用できるモンテカルロフィルター(以下, MCFと記す)が1993年に北川によって提案された^{5) 6)}。MCFはモンテカルロシミュレーションのように多くのサンプルを発生させて状態量の確率的な特性を

表現する方法であり, 非ガウス性ノイズや非線形の状態方程式あるいは観測方程式の問題に対しても適用することができる。

MCFを構造同定に用いた例として佐藤らの研究⁷⁾を挙げることができる。全点観測を前提とする定式化, 並びにプロセスノイズとしてガウス分布を用いた検討例を示し, 良好な結果が得られたことを報告している。Yoshida⁸⁾は部分観測の問題に対しても適用できる定式化を示し, ラプラス分布をより極端にしたUD分布を定義して, これを用いた検討例を報告している。逆問題, 同定問題における様々な非適切性の克服法^{4) 9) 10)}は何らかの情報の付加によって解の存在する空間を制限することにより, 安定化を図っていると解釈することができる。上記研究において, ガウスノイズではなくUDノイズを用いた理由は, 構造物被害が特定箇所に集中しやすいという性質を目的関数に反映する, すなわち, そうした情報を付加することで, より安定な解を得ようとしたためである。限られたケースの検討しか行っていないため明確な結論には至らなかったが, プロセスノイズとしてガウス分布を用いる場合よりもUD分布を用いた方が構造物の微少な変化を捕らえやすいことを報告している。

本研究ではさらに損傷の特性を反映できるように, プロセスノイズの改良を図った。これまでは各状態量へ与えるプロセスノイズは独立としていたが, 前述のように損傷が集中するという特性を考えた場合, プロセスノイズがある

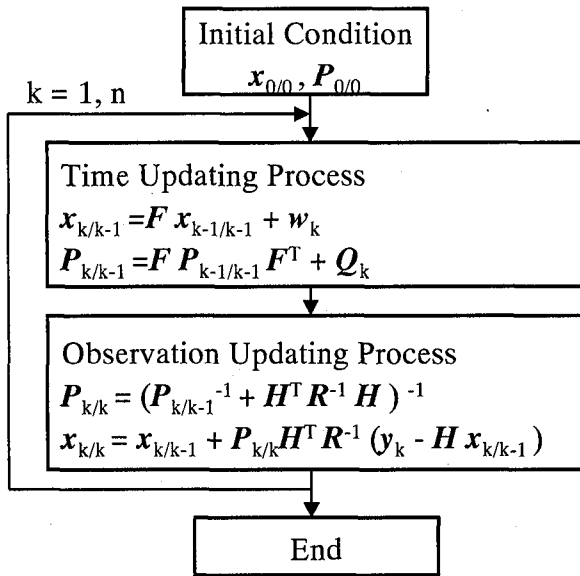


図-1 カルマンフィルターのフロー

要素に加わった場合は他の要素には加わらないという非他のノイズの方が好ましい。また、一度損傷が始まると継続してその要素で損傷が進行するという性質を考えると、ホワイトノイズではなく、特定の要素に集中するノイズの方が好ましい。本報告ではこのような非ガウス、非独立のノイズに基づく、モンテカルロフィルターを用いた損傷同定について報告する。

2. モンテカルロフィルター (MCF) とカルマンフィルター (KF)

非ガウスノイズも考慮した場合の一般的な非線形状態空間モデルは以下のように記述される。まず、状態方程式は、

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F}(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{w}_k) \quad (1)$$

と表される。ここで、 $\mathbf{x}_k$ は k ステップにおける状態量ベクトル、 $\mathbf{w}_k$ はプロセスノイズである。観測方程式は次式で表される。

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}(\mathbf{x}_k, \mathbf{v}_k) \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{y}_k$ は k ステップにおける観測量ベクトル、 $\mathbf{v}_k$ は観測ノイズである。式(1)(2)が線形で、ノイズがそれぞれガウス分布に従う場合はカルマンフィルター（以下、KF と記す）を適用することができる。KF のアルゴリズム¹⁰⁾¹²⁾を図-1に示す。ここで、 $\mathbf{Q}$ 、 $\mathbf{R}$ 、 $\mathbf{P}$ は $\mathbf{w}_k$ 、 $\mathbf{v}_k$ 、 $\mathbf{x}$ の共分散行列を表している。KF は時間更新アルゴリズムと観測更新アルゴリズムから構成されており、線形方程式、ガウスノイズであるため平均ベクトルと共分散行列により確率的特性が完全に記述することができ、シンプルで洗練され

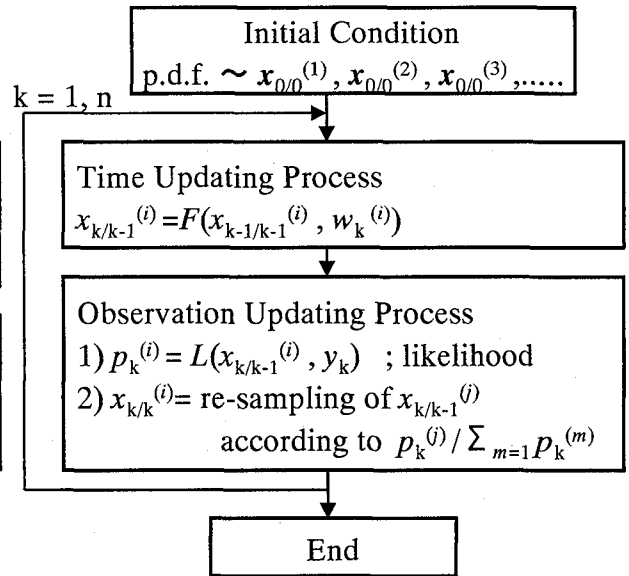


図-2 モンテカルロフィルターのフロー

たアルゴリズムとなっている。

一方、非ガウスフィルターのアルゴリズムもいくつか提案されており、確率密度関数をステップ関数でモデル化する方法、折れ線でモデル化する方法、正規分布の重ね合わせでモデル化する方法、などが報告されている⁹⁾。しかし、これらはいずれも規模の小さな問題（低次元）に限定された方法であり、次元が大きくなると計算が煩雑になり、計算量も膨大になる。北川によって提案されたモンテカルロフィルター(MCF)は多くのサンプル（パーティクル）を用いてモデル化する方法であり、比較的高次元の問題にも適用できるとしている。

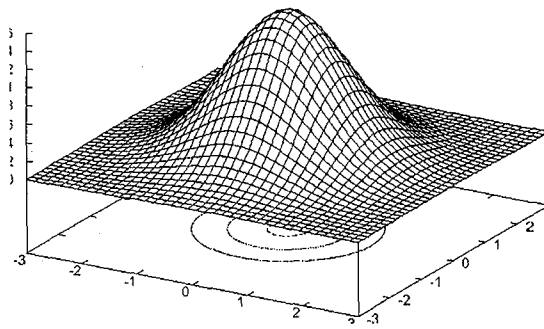
MCF のアルゴリズムを図-2に示す。全体的な流れはKFと同じであり、時間更新アルゴリズムと観測更新アルゴリズムから構成されている。違いはKFでは確率的な特性が1次と2次のモーメント（平均と共分散）で表されるのに対して、MCFでは多くのサンプルによって表される点である。時間更新は単純なモンテカルロシミュレーションによる1ステップ予測になっているが、観測更新は尤度によってサンプルが再抽出されるブートストラップ法になっている。つまり、尤度が高い（観測情報との適合度が高い）サンプルほど次のステップに数多く生き残り、尤度の低いサンプルは消えることになる。詳しくは文献5)6)を参照されたい。

3. モンテカルロフィルター (MCF) による損傷同定

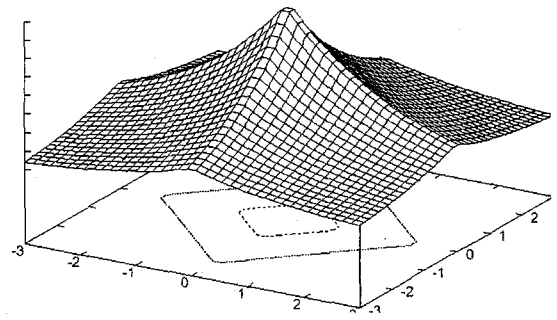
多質点系の振動方程式は以下のように与えられる。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_r + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}_r + \mathbf{K}\mathbf{u}_r = -\mathbf{M}\mathbf{h}\ddot{\mathbf{z}} \quad (3)$$

ここで、 $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{C}$ 、 $\mathbf{K}$ は質量、減衰、剛性行列をそれぞれ表している。また、 $\ddot{\mathbf{u}}_r$ 、 $\dot{\mathbf{u}}_r$ 、 $\mathbf{u}_r$ は基盤に対する相対加



(1) ガウス分布



(2) ラプラス分布

図ー3 2次元空間における確率分布の鳥瞰図

速度, 相対速度, 相対変位をそれぞれ表している. $\ddot{z}$ は入力加速度時刻歴, h は全ての要素が1であるベクトル ($h = (1, 1, 1, \dots, 1)^T$) を表している.

まず最初に佐藤ら⁷⁾によって提案された定式化を示す. 以下, これをタイプ1の定式化と呼ぶことにする. 状態量ベクトル x は推定したい剛性や減衰比などの未知パラメタからなり, 状態方程式は次のような単純な定常モデルで表す.

$$x_k = x_{k-1} + w_k \quad (4)$$

一方, 観測方程式は次のように表す.

$$\begin{aligned} y_k &= H_k x_k + v_k \\ &= -M^{-1} C_k \ddot{u}_r - M^{-1} K_k u_r - h \ddot{z} + v_k \end{aligned} \quad (5)$$

観測方程式は振動方程式(3)の単純な変形となっている. 状態量 x は C_k や K_k に含まれる形となっているが, 分離でき線形の観測方程式となっている. この定式化において観測量 y_k は全自由度の応答加速度を表している. また, 右辺においても全自由度の速度や変位が必要となっている. 単純で実用的な定式化であるが, 全自由度の応答が必要になる点で適用に限界があり, 改良の余地がある.

次に全点観測を前提としないタイプ2の定式化を示す. 状態量を次のように定義する.

$$x = \begin{pmatrix} x_a \\ x_b \end{pmatrix}, \quad x_a = \begin{pmatrix} \ddot{u}_r \\ \dot{u}_r \\ u_r \end{pmatrix} \quad (6)$$

ここで, x_a は全自由度の応答を, x_b は推定したい剛性や減衰比などを表している. 状態方程式は以下の形で表す.

$$x_{a,k} = F(x_{a,k-1}, x_{b,k}) + w_{a,k} \quad (7a)$$

$$x_{b,k} = x_{b,k-1} + w_{b,k} \quad (7b)$$

ここで, $F(x)$ は各自由度の動きに関する1ステップ予測を表す関数である. 後述の数値計算例では線形加速度法を用いている.

観測方程式は次式で与える.

$$y_k = H x_k + v_k \quad (8)$$

ここで, H は観測点の位置をあらわす行列であり, 観測点にあたる状態量の要素が1でそれ以外は0の行列である.

4. プロセスノイズのタイプ

KF も MCF も時間更新アルゴリズムで1ステップの予測を行い, その結果を次ステップにおける事前情報として観測更新アルゴリズムに引き継いでいる. プロセスノイズは1ステップ予測の状態量に対して加えられるノイズであり, 解の安定性と観測情報への追従性のバランスに深く関係する^{13) 14) 15)}. 観測情報と事前情報の関係を単純化して, ノイズの確率分布と推定される状態量の関係について考察する.

状態量ベクトルが2次元として, 事前情報を

$$x_1 = c_1 + w_1, \quad x_2 = c_2 + w_2 \quad (9)$$

観測方程式を

$$c_3 x_1 + c_4 x_2 = c_5 + v_1 \quad (10)$$

とする. ここでは単純化して事前情報の不確実性がプロセスノイズ w によって決まると仮定する. この3つの条件を同時に満たす状態量は特殊な場合にしか存在しない. そこで, 「条件を満たす程度」ができるだけ大きくなるように状態量を決める. しかし, この「条件を満たす程度」はノイズの確率密度関数の形によって変わってくるのである. 図ー3 にノイズがガウス分布に従う場合とラプラス分布

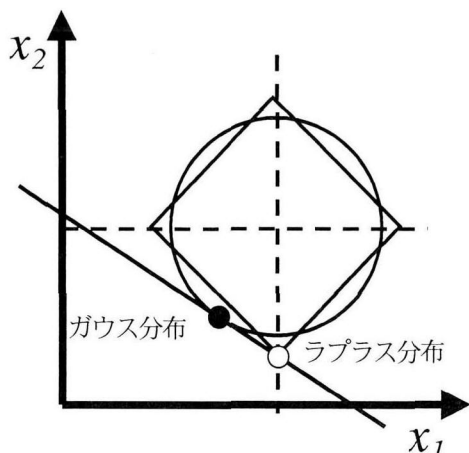


図-4 ノイズタイプによる解の違い

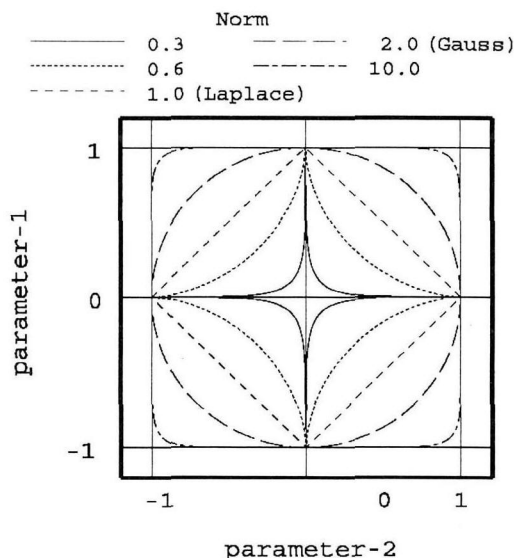


図-5 ノルムの定義と等高線

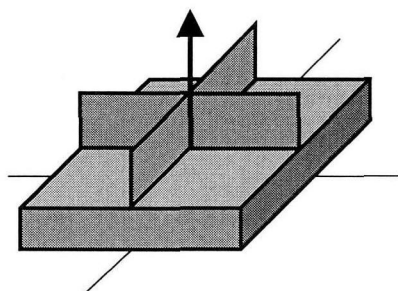


図-6 独立UD分布のイメージ

に従う場合の確率密度分布を示す。等高線は「条件を満たす程度」が同じ点を表しており、ガウス分布の場合は円形、ラプラス分布は四角形になっている。つまり、「条件を満たす程度」は両者で異なっていることになる。

さらに単純化して、観測情報はきわめて正確で、 v_1 は0として考えてみよう。そうすると、観測方程式を満たす状態量の中で事前情報をできるだけ満たす点を探すことになる。図-4にガウス分布とラプラス分布を用いた場合に求められた状態量のイメージ図を示す。ガウス分布を用いた場合は x_1, x_2 ともに少しずつ事前情報からずれた点が求まっているが、ラプラス分布の場合は x_2 だけが事前情報からずれており、 x_1 は事前情報のままになっている。つまり、ガウス分布の場合は全体的に調整して観測情報を満たそうとするのに対して、ラプラス分布の場合はどこか特定の条件を動かして観測情報を満たそうとしていることになる。前述のように実際の構造物における中小規模の損傷は特定の場所に集中する傾向があるので、全体的に調整しようとするガウス分布よりラプラス分布の方が好ましいことになる。

観測方程式が線形であればラプラス分布を用いることにより、必ず一つの状態量しか更新されないことになるが、非線形の場合はそうとは限らない。例えば、観測方程式が非線形の場合には図-4において曲線になることから自明である。等高線の議論からもわかるように確率密度分布

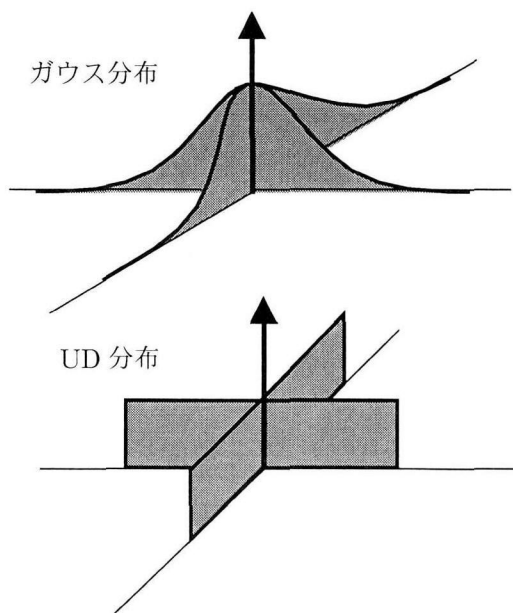
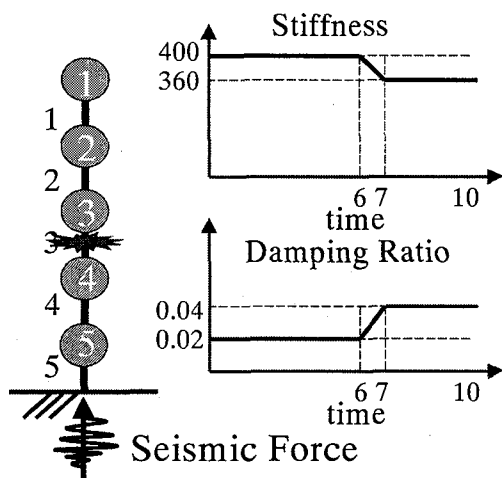


図-7 排他分布のイメージ

を議論することは空間の距離の定義を議論することにつながる。ガウス分布はL2 ノルム、ラプラス分布はL1 ノルムを考えていることになる。同様に、L0.5 ノルムも考えることができる。ノルムとその等高線図の関係を図-5に示す。観測方程式が非線形の場合を考えると低いノルムの方がどこか一つの状態量に集中して更新されやすいことがわかる。ノルムの小さな確率分布の方が裾の部分の成分が大きいことから次のUD ノルムを定義した。その密度関数を次に示す。

$$f(s) = P_1 \delta(s) + P_2 \frac{1}{b-a} \quad (11)$$

第1項はディラックのデルタ関数であり、第2項は一様分布で b, a はその上下限を表している。 P_1, P_2 は両者の比を表しており $P_1 + P_2 = 1.0$ で非負である。2次元空間にお



図—8 検証に用いたモデルと仮定した損傷

ける確率密度分布のイラスト（無限を含んでいるため正確な図は書けない）を図-6に示す。

以上の議論は各状態量へ与えるノイズが独立の場合であったが、どれか一つの状態量にノイズを与える場合にはそのほかの状態量のノイズを0にするという排他的なノイズにすれば、よりどれかの状態量に集中した更新が行われるようになる。ガウス分布、UD分布を用いた排他ノイズのイメージを図-7に示す。UD分布はもともと排他性が高かったため独立の時と大きな違いはないが、ガウス分布の場合はその特性が大きく異なっていることがわかる。

次に時間方向の特性を考える。一度損傷が始まると継続してその要素で損傷が進行するという性質を考えると、ホワイトノイズではなく、特定の要素に集中するノイズの方がよい。そこで、ある状態量にプロセスノイズが加えられた場合には次のステップでもある確率で同じ状態量にノイズが加わることにした。このように空間的には一つの状態量でしかノイズが発生せず、時間方向には相関を持って発生するノイズを本論文では排他ノイズと呼ぶことにする。

MCFではガウス分布に限らず任意の確率分布を考慮することができるため、このように問題の特性に合わせて自由にノイズの特性を決めることができる点が大きな利点となっている。

5. 数値計算例

5.1 解析モデルと検討条件

図-8に示す5質点系モデルを用いて損傷同定の数値シミュレーションを行った。各質点の重量、初期剛性、初期減衰比は同じとし、それぞれ 9.8tf/m^3 、 400tf/m^2 、 0.02 とした。振動中に要素3番で損傷が生じ、時刻6秒から7

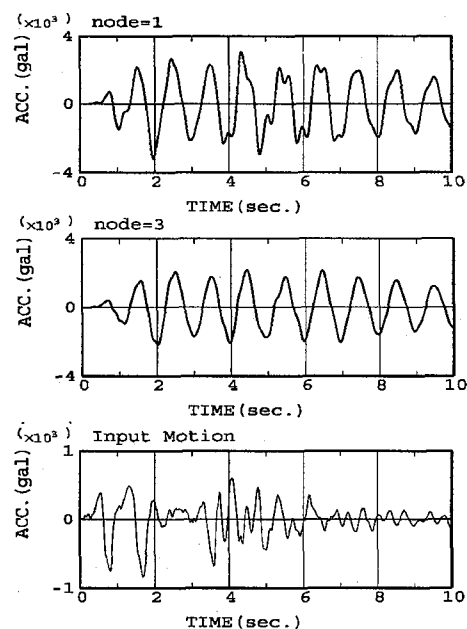


図-9 応答値の例と入力時刻歴

秒の間に剛性が 400 から 360tf/m^2 に、減衰比は 0.02 から 0.04 へ変化したと仮定した。この損傷によるモデルの1次固有振動数の変化は非常に小さく、損傷前は 1.0Hz 、後は 0.99Hz である。

未知量は各要素の剛性と減衰比としたが、一般に減衰比の同定は剛性に比べて困難であり、減衰比の変化よりも剛性の変化から損傷同定を試みる方が現実的と考え、本論文では減衰比については議論していない。しかし、減衰比は応答全体に影響を与え、一定の減衰比を既知として剛性の同定を行うとよい結果が得られなかった。つまり、減衰比を未知量として扱うことは剛性の同定に対しても重要である。減衰と剛性の関係、減衰比の推定精度についてはまた改めて報告する。観測量は上記条件に従った順解析によって求めた各質点の応答加速度値にrms比で3%のホワイトノイズを加えて作成した。入力地震動は兵庫県南部地震(1995)神戸海洋気象台の記録を用いた。入力加速度時刻歴と節点1と3の応答加速度時刻歴を図-9に示す。

プロセスノイズとして、独立ガウス、独立UD、排他ガウス、排他UDの4種類を考えた。独立とは空間方向（状態量間）にも時間的にも独立にノイズを発生させることを意味し、排他は空間的には一つの状態量でしかノイズが発生せず、時間方向には相関を持って発生するノイズを意味する。ここでは、ある要素にプロセスノイズを加えた場合は次のステップでも0.9の確率で同じ要素にノイズを加えることにした。独立ガウス分布のケースは、プロセスノイズそのものは通常のKFと同じであるが、状態方程式が非線形であるため状態量の確率分布はガウス分布にならない。EKF（拡張カルマンフィルター）ではそれをガウス近似して解く方法であるため、MCFを用いて解く場合と意味が異なる。サンプルサイズは1000とした。

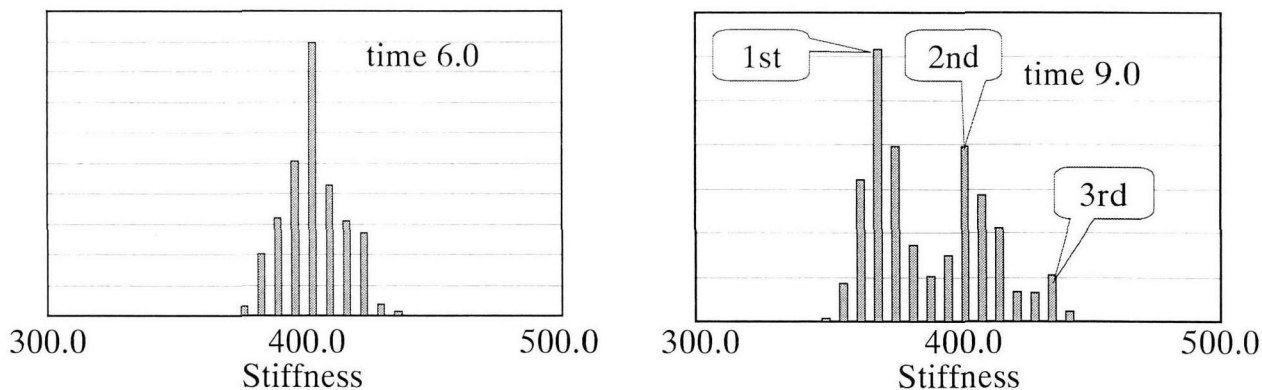


図- 1 0 MCFによるサンプル剛性値のヒストグラム

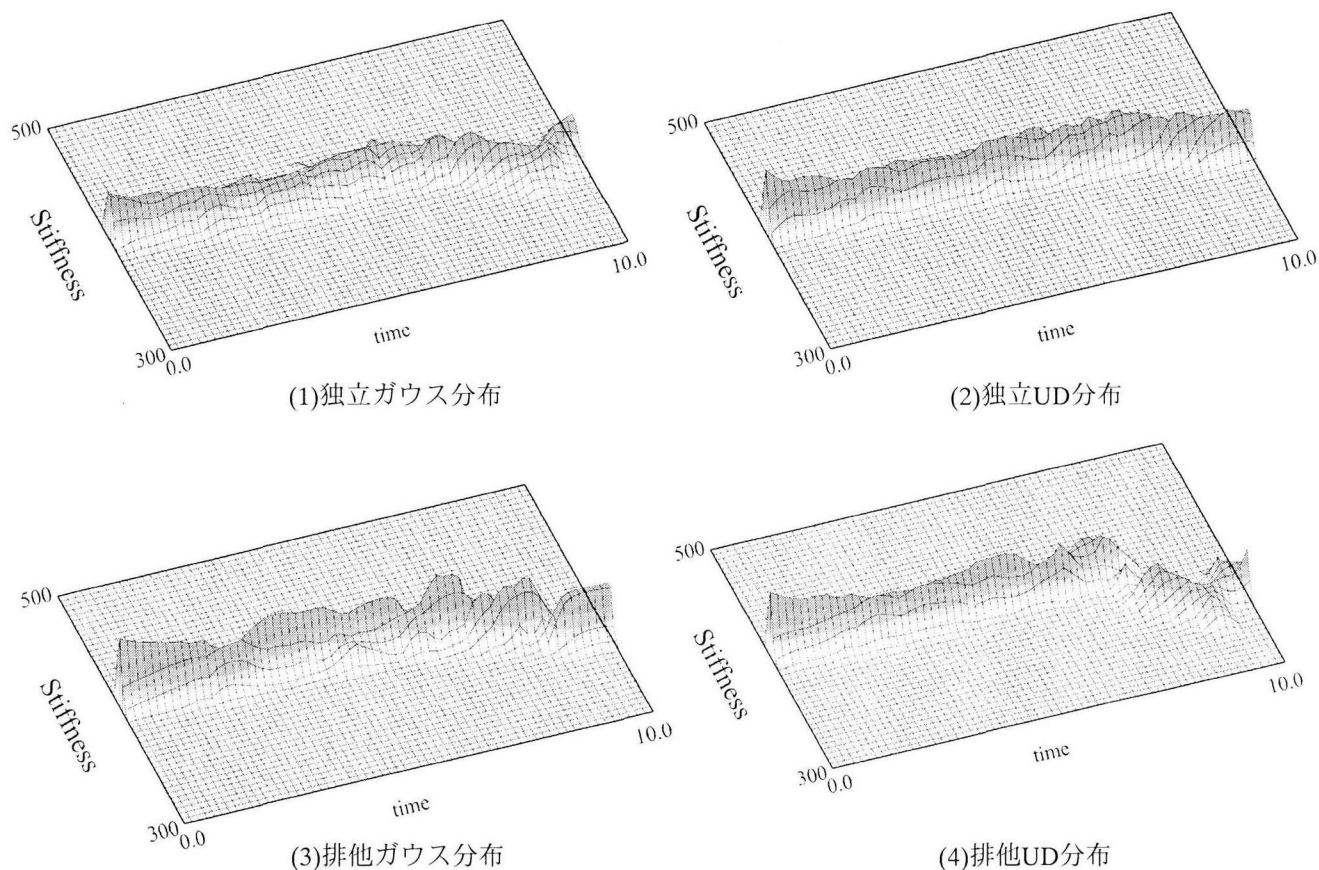


図- 1 1 要素 3 の剛性推定値分布の経時変化

5.2 同定結果

MCF ではサンプル数分の状態量ベクトルが得られる。すなわち、各要素ごとに 1000 個の剛性が各時刻ごとに得られることとなる。例としてあるケースの時刻 6 秒と 9 秒における、要素 3 の剛性値のヒストグラムを図- 1 0 に示す。損傷が生じる直前の 6 秒では初期値である 400tf/m^2 の周辺に比較的集中して分布しているのに対して、9 秒では複数のピークが見られ、1 番高いピークが損傷した剛性値に、2 番目が初期の剛性値にほぼ相当している。こうしたヒストグラムを時間方向につなげて表示すると推定値

分布の経時変化を示すことができる。

観測点を節点 4 の 1 点とした場合について、上記 4 種類のプロセスノイズ、独立ガウス、独立 UD、排他ガウス、排他 UD を用いて損傷同定を行った。その結果得られた要素 3 の剛性推定値分布の経時変化を図- 1 1 に示す。各ケースとも後半部分で剛性が低下する傾向が見られるが、排他 UD の場合が一番はっきりとその傾向が見られる。一番高いピークに相当する剛性、すなわち、モード値を推定値として考え、その経時変化を図- 1 2 に示す。同図には要素 1、2、4、5 の剛性推定値も示した。また、観測点を節点 4 のかわりに節点 1 とした場合についてもあわせて

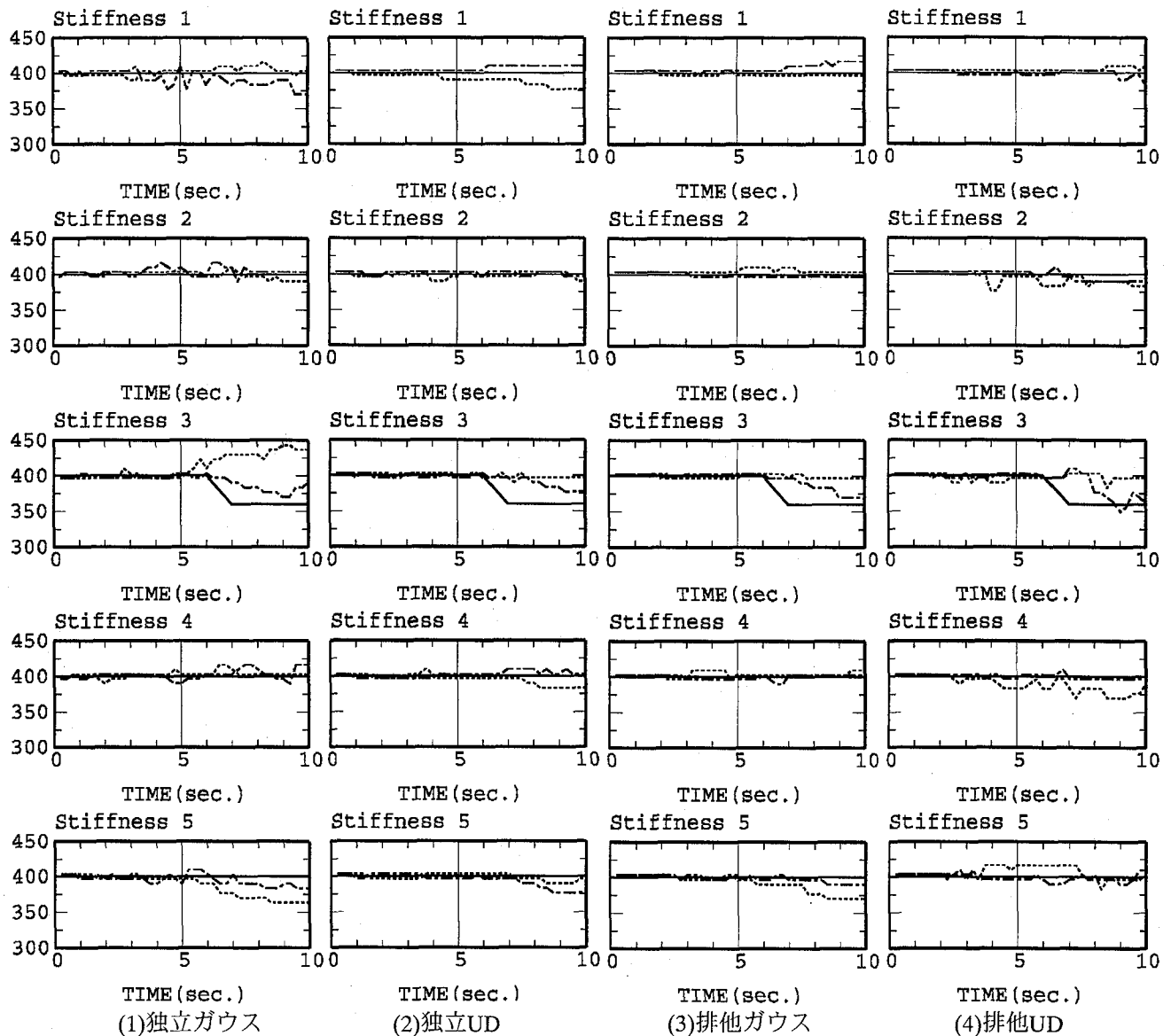


図-12 各要素の剛性推定値の経時変化

示した。観測点を節点1とした場合にはいずれのケースにおいても損傷の同定はできていないことがわかる。観測点を節点4とした場合には要素3の剛性低下はそれぞれ捕らえられているものの、独立ノイズのケースでは他の要素でも剛性低下が見られるなど損傷要素の同定はできていない。一方、排他ノイズの場合は要素3の剛性が他の要素の剛性よりも大きく低下しており損傷要素の同定がある程度できていることがわかる。

観測量のパターンを追加して、観測点数1点で観測点を2, 3, 5とした場合、観測点数を2点として節点4と1, 4と2, 4と3, 4と5とした場合も含め、計9パターンを考えた。この9パターンに対して上記4種類のプロセスノイズを考え、計36ケースの計算を行った。主観的判断も含まれることになるが同定可能を○、不明瞭を△、同定不可を×として各ケースの結果を表-1にまとめる。

図-12を例として○△×の判定を示すと、観測点が節点1の場合は要素3の剛性低下がとらえられていないので全て×である。節点4の場合も独立ノイズのケースは要素3以外でも剛性低下が見られるので×、排他ノイズではガウスの場合は要素5でも多少剛性低下が見られるので△、UDは○と判断した。表-1に示したように、観測点数が1点の場合は、独立ノイズのケースはどの点を観測点としても同定不可であった。排他ノイズの場合には節点1や3を観測点とすると同定ができていないが、2, 4, 5とすると不明瞭ながらも損傷同定がある程度できている。これは、一番応答が大きくなる節点よりも多くの振動モードの情報をバランスよく含んでいる節点の方が同定を行う上で有利であるという知見¹⁰⁾¹⁷⁾と整合しており、観測点配置を考える上での重要なポイントとなっている。

観測点数を2点とした場合については独立ノイズでも

ある程度の損傷同定ができており、排他ノイズの方が多少安定している印象を受けるが明確な優位性を示すまでは至っていない。また、今回の数値解析の範囲内ではガウスノイズとUDノイズの明確な差は見られなかった。

観測点数1点で節点4としたケースは排他ガウス、排他UDで△○であるにも関わらず、観測点数2点で観測点4; 2とした場合には×△と、同定結果が悪化しているケースもある。その原因の一つとしてMCFは乱数を用いる方法であるため、乱数の初期値(種)を変えると同定結果が変わることが考えられる。より正確な優劣の判断を行うためには乱数の種を変えた多くの解析を行って評価していく必要がある。再現性を高めるような工夫も今後の課題となる。しかし、こうしたマイナス面を考えてもたった1点の観測点から損傷同定の可能性を示している非ガウスノイズによる損傷同定は魅力ある方法と考えている。

表-1 同定結果結果

観測量		独立		排他	
		ガウス	UD	ガウス	UD
2点	4, 1	△	○	○	○
	4, 2	×	×	×	△
	4, 3	△	△	○	○
	4, 5	○	×	△	△
1点	1	×	×	×	×
	2	×	×	△	△
	3	×	×	×	×
	4	×	×	△	○
	5	×	×	△	×

○: 同定可 △: 不明瞭 ×: 同定不可

6. 結論

本報告ではモンテカルロフィルターを用いた損傷同定の方法を提案し、その中で構造物の損傷がある特定箇所に集中する傾向とプロセスノイズの関係について考察し、排他ノイズの提案を行った。独立ガウス、独立UD、排他ガウス、排他UDの4種類のプロセスノイズを用いた計算を行い、損傷同定の性能の比較を行ったところ、排他ノイズの優位性が確認され、観測点数が1点でも損傷同定ができる可能性を示した。しかし、今回の数値解析の範囲内ではUDノイズの優位性は確認できなかった。

今後の課題としては、再現性の問題、ノイズパラメタの決め方、より安定したアルゴリズム、の開発が考えられる。また、今回は剛性の変化の同定だけで減衰比の議論は行っていない。本手法によって減衰の変化も従来の方法よりも正確に同定することが期待できる。これも今後の課題としたい。

参考文献

1) Yun, C.-B. and Shinozuka, M., "Identification of Nonlinear Structural Dynamic Systems", ASCE, J. Struct. Mech., 8(2), pp.187-203, 1980

2) Hoshiya, M. and Saito, E., "Structural Identification By Extended Kalman Filter", Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol.110, No.12, 1984

3) Koh, C.G. and See, L.M., "Identification and Uncertainty Estimation of Structural Parameters", J. Engng. Mech., ASCE, 120(6), 1219-1236, 1994

4) W. メンケ (訳 柳谷俊, 塚田和彦), 離散インバース理論, 古今書店, 1997

5) 北川源四郎, モンテカルロ・フィルタおよび平滑化について, 統計数理, 第44巻第1号, pp.31-48, 1996

6) Kitagawa, G., "Monte Carlo Filter and Smoother for Non-Gaussian State Space Models", Journal of Computational and Graphical Statistics, Vol.5, No.1, pp.1-25, 1996

7) 佐藤忠信・梶 啓介, モンテカルロフィルタを用いた構造同定, 土木学会論文集, No.675/I-55, pp.161-170, 2001

8) Yoshida, I.: Damage Detection Using Monte Carlo Filter Based on Non-Gaussian Noises, 8th International Conference on Structural Safety and Reliability, 2001

9) 土木工学における逆問題入門, 土木学会, 2000

10) 岡本良夫: 逆問題とその解き方, オーム社, 1992.

11) 加藤寛一郎: 最適制御入門, 東京大学出版会, 1987

12) 片山徹: 応用カルマンフィルタ, 朝倉書店, 1983

13) 吉田郁政, 豊田耕一, 星谷勝: 時間更新を考慮した逆解析と観測点配置の評価指数, 土木学会論文集, No.543/I-36, pp.271-280, 1996

14) 佐藤忠信・竹井健二, 構造物の非定常動特性の漸化型同定法, 土木学会論文集, No.577/I-41, pp.65-73, 1997

15) 佐藤忠信・竹井健二, 適応型カルマンフィルタの構築とその応用, 土木学会論文集, No.584/I-42, pp.163-173, 1998

16) 吉田郁政: 講座・地盤工学における逆解析・14. 動的問題, 土と基礎, 44-6, pp.45-50, 1996

17) 吉田郁政, 佐々木卓也, 星谷勝: 逆解析によって推定されたモデルの信頼度と最適観測点位置, 応用力学論文集, pp.109-116, 1998

(2001年9月14日受付)