

高速列車走行に伴う軌道-地盤系の振動予測シミュレーション

Simulation for vibration prediction for high-speed train track and ground system

竹宮宏和*, 児嶋基成**

Hirokazu Takemiya, Motonari Kojima

*正会員 工博 岡山大学教授 環境理工学部 デザイン工学科 (〒700-8530 岡山市津島中3-1-1)

**学生会員 岡山大学工学研究科 修士課程学生

This paper investigates the high-speed train induced ground vibrations through the track-ground dynamic interaction under the moving axle loads of trains. The train track is modeled either by a Euler beam or by a plate. The frequency-wavenumber method is applied for the response analysis. The distinctive track response features are observed at the track as well as at the nearby ground surface by the moving speed of train. Significant nearby ground response is also interpreted at high train speed, when it is close to the Rayleigh wave speed, is interpreted in the spectrum. The prediction is validated from the measurement for the X-2000 train in Sweden at soft site.

Key Words: High-speed train, ground vibrations, track-ground dynamic interaction, layered soils, frequency-wavenumber analysis, soft ground

キーワード：高速列車、地盤振動、軌道-地盤動的相互作用、層状地盤、振動数-波数解析、軟弱地盤

1. まえがき

列車の高速化に伴って、軌道部と原地盤との動的相互作用効果が大きく現れてくる事実が、スウェーデン国鉄のX-2000列車が西海岸の Ledsgard を走行するときに確認された。¹⁾ 走行速度がサイトの表面波 (Rayleigh 波) に近づく、あるいはそれを超えることもあり得ることがそこでも報告されている。このような状況においては、従来の低速走行での振動評価法が、擬似静的応答に基づいているため当てはまらなく無くなる。軌道の振動を列車速度に見合ったメカニズムの解明に基づき、予測した上での高速化が指摘されよう。最近の環境振動の観点から、沿線への振動影響評価においても、サイトの地盤内波動伝播を適切に把握することが強調される。第1著者らはこの観点から研究を進めて来ている^{2~5)}

列車走行を対象とした移動荷重の下での軌道と地盤との動的相互作用系に注目し、Determann & Metrkine⁷⁾ は軌道部（レール、枕木、バラストから成る）をオイラーはりで表現し、地盤を半無限地盤としたモデルで解析を行った。層状地盤を対象とした著者らの前論文^{5, 6)} でも、この軌道モデル化に従った。同モデルでは、はりと地盤の連続条件がはりの中心軸においてのみ考慮される。幅のあるスラブ軌道では、軌道直角方向の曲げ剛性も応答性状に関与してくる。本研究ではこれに関しての検討を、軌道部を版としてモデル化した解析法を示す。

本研究の解析手法は、軌道版内の曲げ波動の伝播を軌道

方向と共に、その直角方向にも波数展開して支持地盤との連続条件を両者の境界面で考慮している。ここでは解析例として、前論文で扱ったスウェーデン国鉄の軟弱地盤サイトでのX-2000によるシミュレーション結果をフィールド計測と前論文⁶⁾ での軌道はり解との比較で示す。

2. 動的サブトラクチャ法解析による定式化

いま、軌道上を強度 P_0 、加振振動数 ω_0 、速度 c で移動する荷重を想定する。軌道部を版でモデル化し、地盤との動的相互作用系を定式化する。図-1 のようにサブトラクチャ化して考える。移動荷重 P_E の下の軌道版の変形 $w(x, y, t)$ に関する支配方程式は次式となる。

$$D(\partial_x^4 w(x, y, t) + 2\partial_x^2 \partial_y^2 w(x, y, t) + \partial_y^4 w(x, y, t)) + m\partial_t^2 w(x, y, t) = P_E(x, y, t) - P_0\delta(x - ct)\delta(y) \quad (1)$$

ここに版の長さ方向の軸を x 方向にとり、 $\delta(\cdot)$ は Dirac のデルタ関数、微分演算子は $\partial_x = \partial / \partial x$ 、 $\partial_t = \partial / \partial t$ 。 D は版剛性を表し、

$$D = \frac{E^* h^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (2)$$

ただし、 E^* は複素ヤング率で $E^* = E(1 + 2i\eta)$ で求められ、 η は減衰定数、 m は単位面積当たり質量、 h は版厚さ、 ν はポアソン比である。 $P_I(x, y, t)$ は相互作用力を表す。

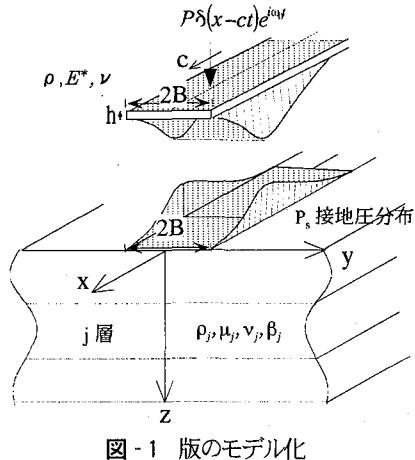


図-1 版のモデル化

式(1)を空間座標 x , y と時間 t に関してフーリエ変換する。その際、振動が荷重の移動方向へ伝播するとして、

$$\tilde{w}(\xi_x, \xi_y, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w(x, t) \times \\ \exp(i\xi_x x) \exp(i\xi_y y) \exp(-i\omega t) d\xi_x d\xi_y dt \quad (3)$$

を適用する。ここに x 座標には時間に関する変換領域量を表し、それぞれ波数 ξ_x 、振動数 ω の関数となる。式(3)の多重フーリエ変換を式(1)に施すと、

$$[D(\xi_x^4 + 2\xi_x^2 \xi_y^2 + \xi_y^4) - m\omega^2] \tilde{w}(\xi_x, \xi_y, \omega) + P_I(\xi_x, \xi_y, \omega) \\ = \frac{2\pi P_0}{c} \delta\left(\xi_x - \frac{\omega}{c}\right) \quad (4)$$

いま、軌道版と地盤の動的相互作用力を次式で与える。

$$P_I(x, y, \omega) = P_S(x, \omega) \Psi(y) \quad (5)$$

ここで $\Psi(y)$ は y 方向の分布を与えるもので、版幅 $2B$ にわたって一様分布を仮定すると、

$$\Psi(y) = \begin{cases} 1/2B; & B \geq |y| \\ 0; & B \leq |y| \end{cases} \quad (6)$$

式(3)による式(5)の変換領域表現は

$$P_I(\xi_x, \xi_y, \omega) = \tilde{P}_S(\xi_x, \omega) \tilde{\Psi}(\xi_y) \quad (7)$$

ただし

$$\tilde{\Psi}(\xi_y) = \sin(\xi_y B) / (\xi_y B) \quad (8)$$

このときこのときの地盤の 3 次元応答は、定位置加振解（振動数-波数領域のグリーン関数） $\tilde{G}_s(\xi_x, \xi_y, \omega)$ を定義すると、

$$\tilde{u}_s(\xi_x, \xi_y, \omega) = \tilde{G}_s(\xi_x, \xi_y, \omega) \tilde{P}_S(\xi_x, \omega) \tilde{\Psi}(\xi_y) \quad (9)$$

さて、版と地盤の連成系として、地盤と版が密着状態にあるとして、式(7)と式(9)の関係を式(4)に代入すると、

$$[D(\xi_x^4 + 2\xi_x^2 \xi_y^2 + \xi_y^4) - m\omega^2] \tilde{w}(\xi_x, \xi_y, \omega) \\ + K_s(\xi_x, \xi_y, \omega) \tilde{u}_s(\xi_x, \xi_y, \omega) = \frac{2\pi P_0}{c} \delta\left(\xi_x - \frac{\omega}{c}\right) \quad (10)$$

ここに $K_s(\xi_x, \xi_y, \omega)$ は、地盤インピーダンス関数を定義しており、次式で計算される。

$$K_s(\xi_x, \xi_y, \omega) = \frac{1}{G_s(\xi_x, \xi_y, \omega)} \quad (11)$$

さらに上式(9)の応答は版の応答に等しい条件から

$$\tilde{w}(\xi_x, \xi_y, \omega) = \tilde{u}_s(\xi_x, \xi_y, \omega) \quad (12)$$

したがって版応答は

$$\tilde{w}(\xi_x, \xi_y, \omega) = H_p(\xi_x, \xi_y, \omega) \cdot \frac{2\pi}{c} \cdot \delta\left(\xi_x - \frac{\omega}{c}\right) \quad (13)$$

ただし $H_p(\xi_x, \xi_y, \omega)$ は振動数-波数領域の伝達関数であり

$$H_p(\xi_x, \xi_y, \omega) = \frac{1}{D(\xi_x^4 + 2\xi_x^2 \xi_y^2 + \xi_y^4) - m\omega^2 + K_s(\xi_x, \xi_y, \omega)} \quad (14)$$

以上から求まった振動数-波数領域解の空間-時間領域への逆フーリエ変換は式(3)に対応して次式となる。

$$w(x, y, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{-\infty}^{\infty} \tilde{w}(\xi_x, \xi_y, \omega) \times \\ \exp(-i\xi_x x) \exp(-i\xi_y y) \exp(i\omega t) d\xi_x d\xi_y d\omega \quad (15)$$

これに式(13)を代入すると

$$w(x, y, t) = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{P_0}{c} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} H_p\left(\frac{\omega}{c}, \xi_y\right) e^{-i\xi_y y} e^{i\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)} d\xi_y d\omega \quad (16)$$

そして離散化波数で展開すると

$$w(x, y, t) = \frac{P_0}{\pi c} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{L} \sum_{k=0}^K H_p\left(\frac{\omega}{c}, \xi_{yk}\right) \cos(\xi_{yk} y) e^{i\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)} d\omega \quad (17)$$

ここに $H_p(\omega/c, \xi_y, \omega)$ の ξ_y に関する偶関数を利用して、基本長を L 波数刻み $\Delta \xi_y = 2\pi/L$ として、離散波数法で $K+1$ 個の重ね合わせをする。

次に地盤上の応答を求める。軌道版と地盤の間の相互作用力は

$$\tilde{P}_s(\xi_x, \xi_y, \omega) = \frac{2\pi P_0}{c} \Phi(\xi_x, \xi_y, \omega) \delta\left(\xi_x - \frac{\omega}{c}\right) \quad (18)$$

ただし

$$\tilde{\Phi}(\xi_x, \xi_y, \omega) = K_s(\xi_x, \xi_y, \omega) H_p(\xi_x, \xi_y, \omega) \quad (19)$$

これは軌道を介しての地盤への定位置載荷特性を示している。よって振動数一波数領域解は

$$\tilde{w}(\xi_x, \xi_y, \omega) = \frac{2\pi P_0}{c} G_s(\xi_x, \xi_y, \omega) \tilde{\Phi}(\xi_x, \xi_y, \omega) \delta\left(\xi_x - \frac{\omega}{c}\right) \quad (20)$$

空間領域への逆離散フーリエ変換は

$$w(x, y, t) = \frac{P_0}{\pi c} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{k=0}^{K-1} \frac{1}{L} \tilde{G}_s\left(\frac{\omega}{c}, \xi_{yk}\right) \tilde{\Phi}\left(\frac{\omega}{c}, \xi_{yk}\right) \cos\left(\xi_{yk} y\right) e^{i\omega\left(\frac{t-x}{c}\right)} d\omega \quad (21)$$

時間領域への逆フーリエ変換は FFT 演算によって計算される。

2.3 列車走行荷重の定式化

等速度走行する列車による軌道への輪重荷重を時間的に順次載荷する移動集中力として数式表現する。また、枕木配置は等間隔 d であるとする。いま、 N_t 車両編成を対象に、車輪間隔および車重が車両によって異なっていることを考慮して⁸⁾

$$P_{N_t}(x - ct) = \sum_{n=0}^{N_t-1} \sum_{m=-\infty}^{\infty} P_n \left(x - ct - \sum_{e=0}^n L_e \right) \cdot d \delta(x - md) \quad (22)$$

ここで、 $P_n(x - ct - nL_t, y, z)$ n -番目の車両の効果である。 $\delta(x - md)$ は Krylov の論文⁹⁾を参照して、枕木間隔による周期性を導入したものである。⁶⁾ 式(41)にフーリエ変換を施し、さらにその結果に $\delta(\cdot)$ 関数の定義を導入すると、

$$\tilde{P}_{N_t}(\xi_x, \omega) = \frac{2\pi}{c} \chi(\xi_x) \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta\left(\xi_x - \frac{\omega}{c} - m \frac{2\pi}{d}\right) \quad (23)$$

ただし

$$\begin{aligned} \chi(\xi_x) &= \sum_{n=0}^{N_t-1} \left\{ P_{n1} \left(1 + e^{-ia_n \xi_x} \right) + P_{n2} \left(e^{-i(a_n+b_n) \xi_x} + e^{-i(2a_n+b_n) \xi_x} \right) \right\} \\ &\quad \exp\left(-i \sum_{i=0}^n L_i \xi_x\right) \end{aligned} \quad (24)$$

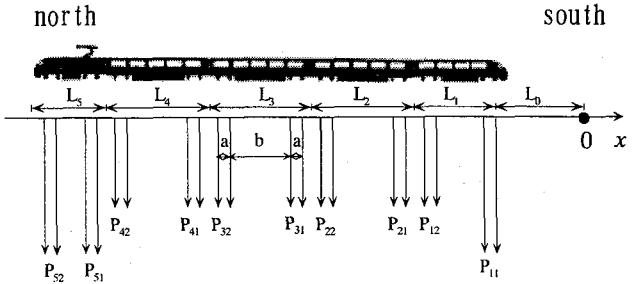


図-2 X2000 車両編成と輪重配置

ただし、 P_{nl} 、 P_{n2} は各車両からの輪重であり、距離 a_n 、 b_n は各車両の車軸間隔である。 L_n は各車両長、 L_0 は最初の車軸が観測点に到達する以前に発生する振動伝播効果を考慮するために導入した距離、である。 i は虚数単位を表す。図-2 は解析モデルの X2000 における車両編成と輪重配置を示している。

3. 解析例

3.1 解析諸元

本研究の解析モデルは、スウェーデン国鉄の X2000 が走行する Ledsgard 地点を対象¹⁾にして、レール・枕木・バラストなどの軌道部を版でモデル化した。各車両の荷重パラメータを表-1 に、版軌道としての軌道物性値を表-2 に、地盤物性値を表-3 に示す。これらの物性値は、列車走行時の地盤の非線形応答を等価線形化で考慮したもので、文献[8]による。減衰効果は、地盤の応答ひずみの非線形履歴特性を等価線形化した結果であり、また、軌道部の減衰率は、上記文献⁸⁾の $\eta = 0$ と整合性をとるためを $\eta = 0.01$ とした。

表-1 各車両の荷重パラメータ

車両	車軸間隔			車軸荷重	
	a_n (m)	b_n (m)	L (m)	P_{n1} (kN)	P_{n2} (kN)
1	2.9	11.6	0.0	162	118
2	2.9	14.8	22.2	120	120
3	2.9	14.8	24.4	123	123
4	2.9	14.8	24.4	120	120
5	2.9	6.6	24.4	180	180

表-2 版軌道における軌道物性値

	ヤング率		質量 M(ton/m)	ポアソン 比	版剛性		半幅 (m)
	V70	V200			V70	V200	
版	2.0×10^5	8.0×10^4	10.8	0.35	2.0×10^4	8.0×10^3	1.5

列車は 5 両編成とし、south 方面を列車の移動方向としている。列車の移動速度は 70km/h (19.4m/s)、200km/h (55.6m/s) とし、加振振動数を考慮せず $\omega_0 = 0$ Hz としている。軌道直下の地盤への載荷分布で、y 方向分布は半幅

表-3 地盤物性値

層	層厚 (m)	ボアソン 比	密度 (ton/m ³)	Vs(m/s)		減衰率	
				V70	V200	V70	V200
1	1.1	0.49	1.5	72.0	65.0	0.04	0.063
2	3.0	0.49	1.26	41.0	33.0	0.02	0.058
3	4.5	0.49	1.475	65.0	60.0	0.05	0.098
4	6.0	0.49	1.475	87.0	85.0	0.05	0.064
5	∞	0.49	1.475	100.0	100.0	0.05	0.06

を 1.5m とし、波数展開で採用次数を限って、版変形に伴った載荷分を考慮している。前論文⁶⁾のはり軌道との応答比較を、軌道上、軌道直交方向に 7.5m おきに距離 30m までの計 5 点の応答としている。また、本解と実測値との比較では、軌道上 ($y=0\text{m}$) の時刻歴波形で行い、軌道沿線の地点については、フーリエスペクトルで比較した。なお、解析パラメータとして、フーリエ総データ数は 2048、計算する振動数の数は 1024、時間刻みは 0.04 秒としている。また、軌道直交方向の基本波長は $L=2000\text{m}$ 、計算波数項数は 2000 としている。

3.2 実測からの検証

軌道上 ($y=0\text{m}$) における実測値とはり軌道および版軌道でのグリーン関数解を比較したものを図-3 に示す。図-3 (a) は時速 70Km/h 走行時における応答変位時刻歴であり、図-3 (b) は時速 200Km/h 走行時における応答変位時刻歴である。版軌道モデルでは不必要的高振動数成分を除去するため 6Hz でローパス処理を施している。

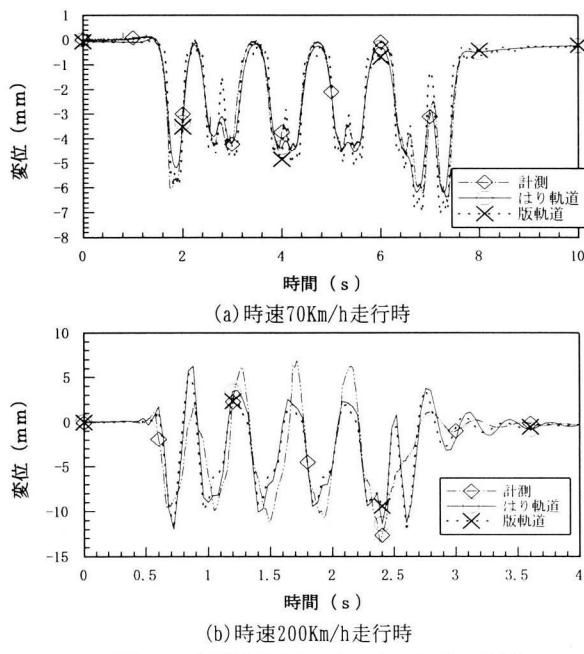


図-3 実測値とシミュレーション値の比較

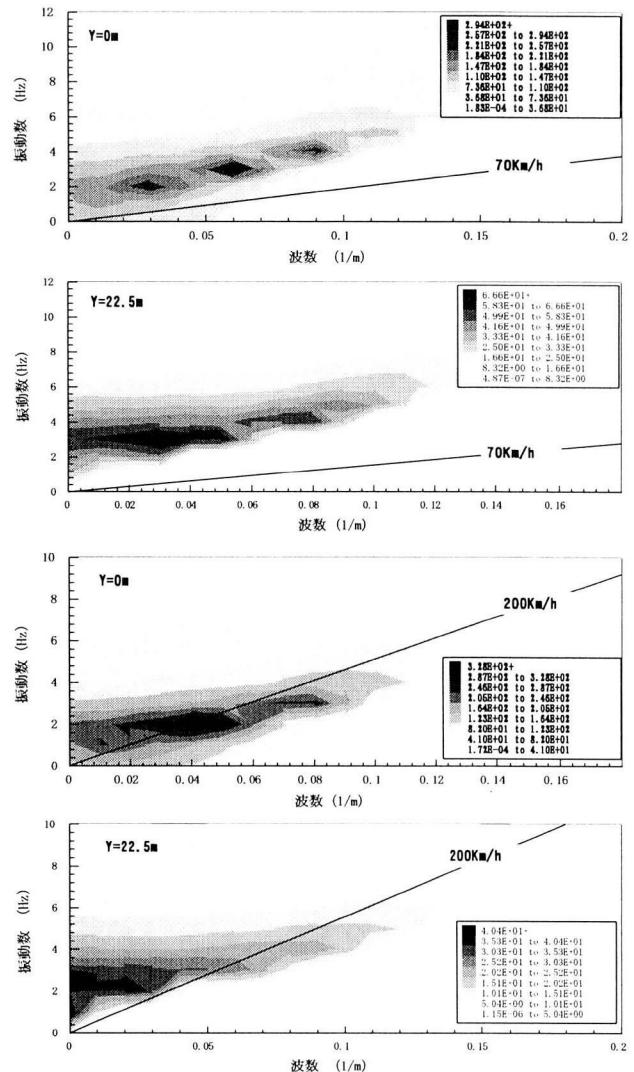
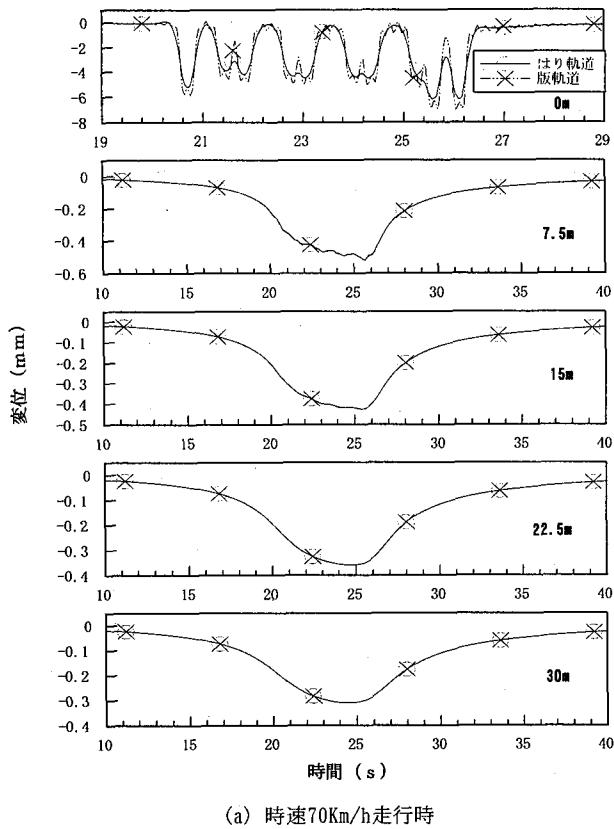


図-4 振動数-波数スペクトル

軌道応答は、輪重の順次載荷に従って現れるが、その様相は列車の速度によって大きく変化する。70km/h の低速走行時では、軌道は擬似静的応答の様相で下方にたわむのみと現れるが、200km/h の高速走行時には上方にもかなりの程度応答が発生し、それは軌道において慣性力が発生していることを意味している。版モデルによるシミュレーション結果は殆どはりモデル結果と一致しており、計測結果との比較からは、はりモデル、版モデル共に低速時の応答をよくシミュレートしている。また高速走行時においても、これらのモデル化で上向きのピーク値を多少過小評価しているが、この原因として地盤の減衰効果を過大に評価したことなどが考えられるが、周期性に関しては非常によい一致を見ている。

3.3 振動数-波数スペクトル

変移応答を振動数-波数領域において調べることによつ



(a) 時速70Km/h走行時

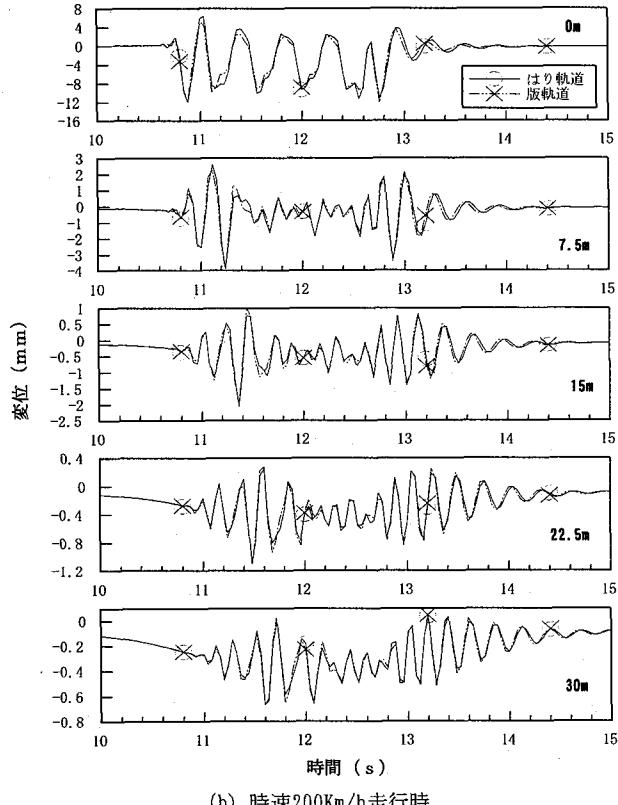


図-5 はり軌道と版軌道による変位比較

て軌道ならびに沿線地盤内の波動伝播特性を把握することができる。速度 c で進む軌道上の移動荷重は、地盤の載荷として、振動数 - 波数領域において

$\tilde{\Phi}(\xi_x, \omega)\delta(\xi_x - \omega/c)$ と表される。それは、静的載荷特性が加振源の移動効果により波数 $\xi_x = \omega/c$ で固定され、振動数特性として、 $\tilde{\Phi}(\omega/c)$ で置き代えられるので、波動場の特性は移動速度 c に応じて変化する。地盤上へこのような移動載荷を与えたときの応答は、自然地盤における伝達関数 $H_s(\xi_x, y, \omega)$ を介してと表される。このことより、移動速度と地盤内の波動伝播特性を反映させて伝播する波動が予測できる。

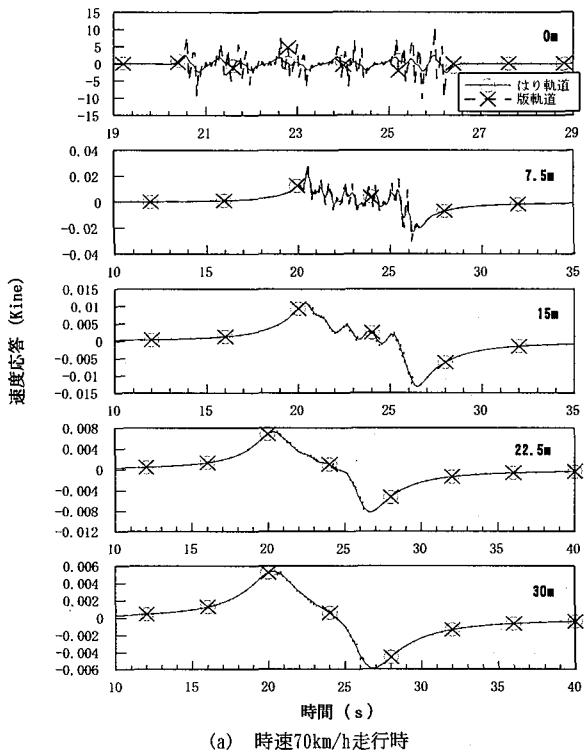
図-4は70Km/h, 200Km/hの列車走行時の地盤剛性におけるはりモデル解析⁶⁾から得られた振動数-波数スペクトルを示す。ここでは伝達関数を横軸に波数[1/m]、縦軸に振動数[Hz]をとって3次元表示した。図中の強度値が大きいゾーンの波動が伝播し易いことを示している。つまり、この図から、卓越して伝播する波動を特定することができる。

まず、軌道上($y=0\text{m}$)をみると、時速70Km/h走行時では0~2Hzの振動数で10mを越す長い波長の波が卓越して伝播する可能性がある。しかし図中に示した走行速度線は強度の高いゾーンから下に位置しているので、地盤の動的特性は応答には現れにくいことを意味し、したがって時速70Km/hで走行する場合は、応答評価は擬似静的に考えればよいことが分る。一方、時速200Km/h走行時では軌道部で約2Hzが卓越して、しかもそこを列車走行線が通過しているので、約25mの波長が支配的に伝播することを示している。

つぎに、軌道直角方向に22.5m離れた地点についてみると、時速70Km/h走行時においては、約3Hzが卓越しているが、走行速度線がスペクトル強度の大きいゾーンからかなり下回っているため、擬似静的応答となることを裏付けている。一方、時速200Km/h走行時においては卓越振動数が2~3Hzとなっており、そこを走行線が波数0.06で交差していることから波長が約20mの波動が卓越して伝播することが予想される。

3.4 軌道および沿線地盤の応答

70km/hの低速走行時と200km/hの高速走行時の版モデル解析結果を応答変位時刻歴においてオイラーはりとの比較で図-5に描いた。同図では、観測点距離を第一番目の車軸からそれぞれの速度に対して400m, 600mの採つており、その主要部を示した。したがって列車の通過範囲は、70km/hの速度では、軌道部で194m、地盤部で582mに相当する。200km/hの速度では、軌道部と地盤部共にで278mに相当する。版とはりモデル解析の差は、低速走行時には軌道部で僅か見られるが、沿線地盤では両者はよく一致している。高速走行時は、軌道部と地盤部共によく一致している。低速走行時には図6(a)に見られるように、



(a) 時速70km/h走行時

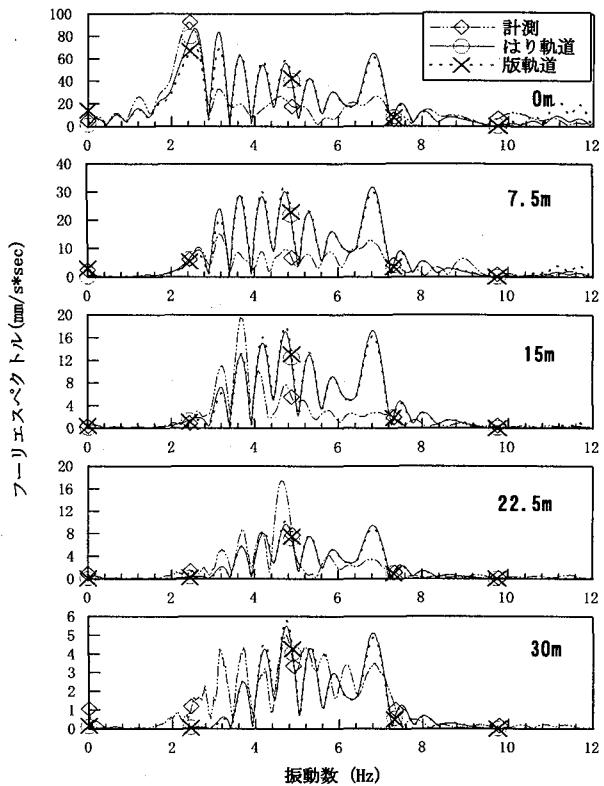
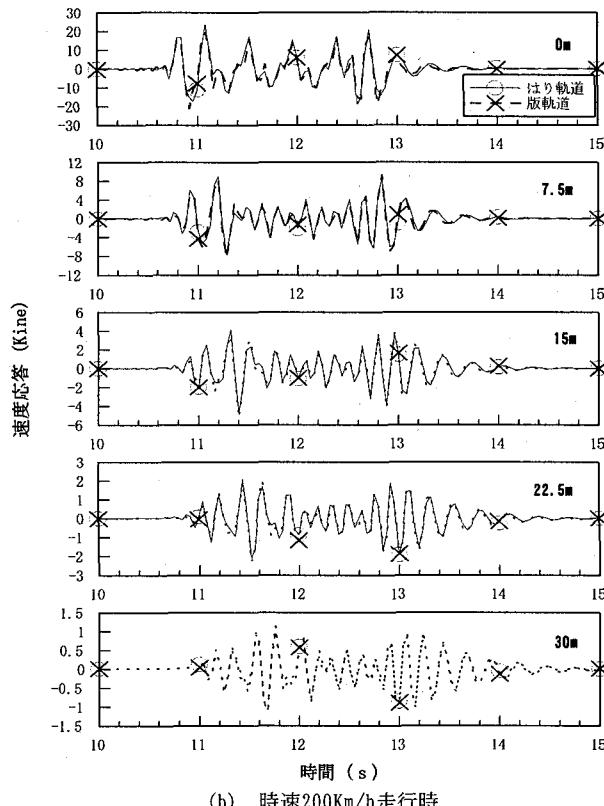


図-7 フリエスペクトル、移動速度 C=200Km/h



(b) 時速200km/h走行時

図-6 はり軌道と版軌道による速度応答比較

地盤応答は列車重量によるたわみが現れ、それが列車の走行に従って移動するという性状である。それはサン・

ブナン原理と同様な現象により一つの大きなたわみ形状となって現れている。一方、高速走行時には図-6(b)に見られるように、軌道部に慣性力が大きく発生して、その振動状態が沿線地盤へ伝播していく。そして軌道からの距離によって振動数成分の変化が見られ、軌道部とは異なり、それより高い振動数が卓越してくるのが明瞭である。距離が離れるに従って、列車の総荷重に対する変形の上に輪重の各載荷による応答が乗っている様相である。これに関しては、速度成分において詳細に検討する。

図-6は図-5の変位に対応したものである。対象サイトにおいて速度応答計測が実施されており、それとの比較を兼ねて振動数応答性状を検討する。70km/h の低速走行時の図-6(a)からは、版モデル解は軌道部で高振動数を誤差として含むが、ローパス・フィルターを施せばはりモデル解と一致してくる。沿線地盤上の応答は両モデル解でよく一致して、列車長にわたる荷重載荷に従ったせん断力分布のような様相を呈している。それは軌道から離れた距離では、サン・ブナン原理と同様なメカニズムによって変化している。また距離が遠くなるに従って走行列車の影響範囲が広がっている。一方、200km/h の高速走行時では、軌道の慣性力による振動が伝播している。列車の通過後も自由振動としての伝播が顕著に見られる。200km/h の高速走行時における速度応答の振動成分を調べた。スウェーデン国鉄はサイトでのジオホーンによる振動計測を実

施しているので、これとの比較において本解析結果を検証した。それらを図-7に示した。ここで軌道内の速度に加速度記録より積分して速度成分を評価した。軌道部では、2～3Hzでの応答が卓越している様相が確認でき、シミュレーションはこの帯域でよい一致をみている。軌道からの距離7.5m位置の計測で使用したジオホーンが4.5Hzの、これより離れた場所でのものは、2.5Hzのハイパスフィルター特性のものである。したがって7.5m位置では計測値が精度良く捕れておらずシミュレーション値とかなり異なるが、それより以遠では、4～7Hzでの卓越振動数帯域対応はますますである。

4. むすび

本研究では、列車走行時の軌道及び沿線振動を予測するための力学手法を示した。軌道のモデル化を版としたときの地盤との動的相互作用を、前論文でのオイラーはりと対比させて振動数・波数解析法から定式化した。

スウェーデンの高速列車X-2000がLedsgard(軟弱地盤)をそのレーリ波速度で高速走行するときの応答予測をし、フィールド計測結果との比較を行い、良好な精度で予測ができるなどを検証した。解析対象ケースでは、輪重の移動が軌道振動を支配し、したがって走行速度によって大きく異なる様相となる。つまり、低速度では擬似静的応答が、一方、高速度では軌道・地盤系の動的応答が現れることが判明した。さらに沿線地盤振動では地盤の成層特性に従って伝播する波動を特定することができることを指摘できた。なお、軌道のモデル化では、オイラーはりと版との差異は、今回対象とした軌道では殆ど無視できる程小さいものであった。

参考文献

- 1) BANVERKET. Evaluation and analyses of measurements from the West Coast line (1997).
- 2) 竹宮宏和、合田和哉：移動加振源による多成層地盤上の盛土構造の振動評価へのFEM-BEMの適用、土木学会論文集、No. 605/I-45, 143-152, 1998.10.
- 3) 竹宮宏和、合田和哉、小森大資：高速列車走行による沿線地盤振動のコンピュータ・シミュレーション予測、土木学会論文集、No. 619 /I-47, 193-201, 1999.4.
- 4) 竹宮宏和、塩津吉彦、湯浅聰文：高速列車走行による沿線地盤振動性状と対策工法(X-WIB)、土木学会論文集、No. 661/I-53, 2000.10.
- 5) 竹宮宏和、里中修平、謝偉平：高速移動加振源による軌道-地盤系の動的応答と周辺地盤への振動伝播、土木学会論文集、No. 582/I-56, 299-309, 2001.7
- 6) Takemiya, H. Simulation of high-speed train induced ground vibration, The case of X-2000 at Ledsgard, Journal of Sound and vibration, (to appear).
- 7) Dieterman H.A. and A.V. Metrikine: Steady-state displacements of a beam on elastic half-space due to a uniformly moving constant load, Eur. J. Mech. A/Solids, 16, 2, pp.295-306, 1997.
- 8) Kaynia,A.M.and C. Madshus, L. Harvik and P. Zackrisson, Ground vibration from high-speed trains: Prediction and countermeasure Journal of Geotechnical and Geoenvironmental engineering, ASCE, 531-537(2000).
- 9) Krylov, V.V.: Effects of track properties on ground vibrations generated by high-speed trains, ACUTICA, acta acustica, 84, 78-90, 1998.

(2001年9月14日受付)