

## 地下空間における球体フラーレン構造の有限変位解析

FINITE DISPLACEMENT ANALYSIS OF  
AN UNDERGROUND SPHERE-FULLERENE STRUCTURE

渡邊 育夢\*・有尾 一郎\*\*

Ikumu WATANABE and Ichiro ARIO

\*東北大大学院土木工学専攻(研究当時:広島大学) (〒980-8579 仙台市青葉区荒巻)

\*\*博士(工学) 広島大学 工学部第四類(建設系) (〒739-8527 東広島市鏡山1-4-1)

Recently, the geometry of the Buckminsterfullerene, geodesic dome and other fullerene molecule structures have become apparent to architects and physicists. Icosahedral symmetry of this such geometry is rare in nature, and is hard to analyse. We suggest this structure with its many symmetries is constructed to underground. Bifurcation analysis in dome structures has been proposed as a means to exploit the symmetric structures. In this paper, we analyse bifurcation buckling of large finite displacement in the elastic sphere dome. By applying the analysis to the sphere-fullerene dome, we demonstrate the mechanism of break-down for "symmetry breaking" of symmetric structures.

**Key Words :** geodesic dome, underground structure, finite displacement analysis, symmetric structures, sphere-fullerene dome

### 1. はじめに

大空間構造物の耐荷力は構造形態と密接に関わり、構造計画・デザインを考える上でも重要である。ドーム構造の構造形態に関わる幾何学的非線形性は、構造解析の分岐問題としてよく知られ、特に、分岐時の後座屈追跡や多重分岐点に関する数多くの理論的・数値的な研究が精力的に研究されてきた(例えば, 1)~3).

一方、近年大深度地下空間は都市部における過密化を背景に都市利用空間の創出という目的として注目を集めている。一般的な都市部での地下構造物は高い土圧・水圧に抵抗するように設計されなければならない。例えば、平成8年に通産省工業技術院が、地下50mの位置に大深度地下空間構築技術の研究開発のための実証用ミニドームを構築し、このジオドーム建設に関連してFEM解析が行われた<sup>4)~6)</sup>。しかしながら、この地下ドームは地上のドームとは異なり、土中の負荷外力に耐えなければならない。ドーム構造のような対称性を持つ構造物は、その対称性に起因する分岐座屈が起こることが知られてきており、その構造物の形態解析が非常に重要となる<sup>7)~10)</sup>。

本研究では、図-1のようなR.Buckminster Fullerが提案した球体に内接する多面体ドーム(ジオデジックドーム)<sup>11)~13)</sup>を地下構造物に適用し、このジオデジックドーム(通称:球体フラーレン構造)の部分構造および全体構造の弾性座屈安定解析を行った。都市部の深度に球体空間(ジオドーム)を構築するために、球体骨組構造の耐荷力性能の把握と分岐座屈解析を通して、軽量かつ剛性の高い地下空間構造形態を提案する

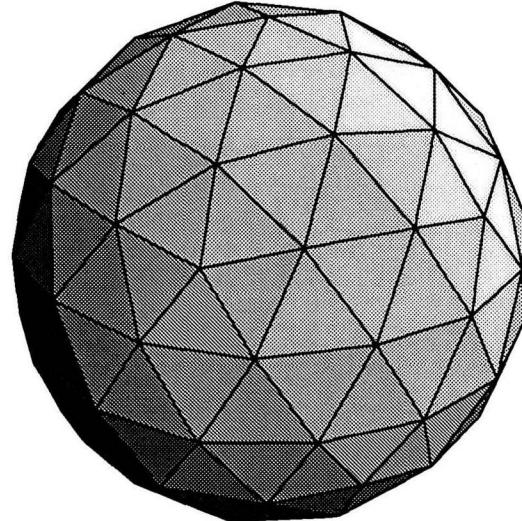


図-1 球体フラーレン構造

ものである。本研究では、1) 純粋な力学的挙動を追跡するために、系の幾何学的非線形性に限定し、全て弾性部材を用いること、2) 大深度地下における土圧は対称性を有するものとして仮定する。この高次の対称性を持つフラーレン構造の基本的な構造特性を調べることと、構造形態と座屈耐荷力との関係を明らかにすることを目的に、特異点の探索も可能な有限変位解析プログラムを用いて、球体フラーレン単体と部分構造として天盤構造および半球構造について非線形座屈解析を行なった。対称荷重下における座屈解析を行うことに

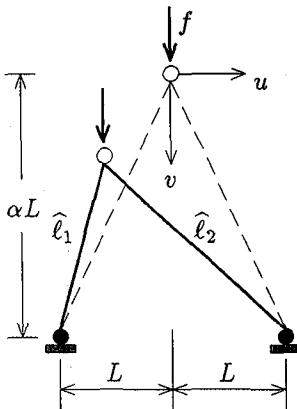


図-2 Two-bar plane truss

より、大深度において殻構造体が対称土圧により支持されながら、高い耐荷力性能を発揮することを示す。

また、この球体フラー・レン構造は五角形あるいは六角形セル<sup>1)</sup>から構成されており<sup>14)</sup>、本研究の対称な荷重条件下では五角形セルが先に局部座屈を起こす結果を得た。このsnap-throughを生じるセルをこの構造物のヒューズメンバーとみなすことによって、ドーム構造の耐荷力性能を察知することが可能となる。すなわち、この部分構造が1つでも局部座屈した状態を使用限界とし、これ以外の箇所で座屈した状態を終局限界とすることによって、未然に段階的に危険な状態を知ることができる。この終局状態でも必要最小な空間は維持されるように設計することができる。土中の様々な荷重ケースを想定すると不確定な要因も高いが、このような球体の特徴を用いることで不確定外力による座屈破壊に対する安全性が高められる利点は大きい。

## 2. 非線形座屈解析

この章では、特異点の存在に伴う構造上の問題点を概説する。

### 2.1 特異点の探索

完全系の非線形釣合方程式を

$$F(u, f) = \mathbf{0} \quad (1)$$

とする。ここに、 $F$ はあるベクトル関数を、 $u = \{u_1, \dots, u_n\}^T$ は $n$ 次元の変位ベクトルを、 $f$ は荷重パラメータをそれぞれ表す。この釣合式を満足する解 $(u, f)$ の集合が完全系の解曲線(経路)を形成する。

ある釣合点 $(u, f)$ の性質を調べるために、式(1)を

<sup>1</sup>  $n$ 角形セルとは $n$ 角形の骨組構造から構成される部分構造とする。

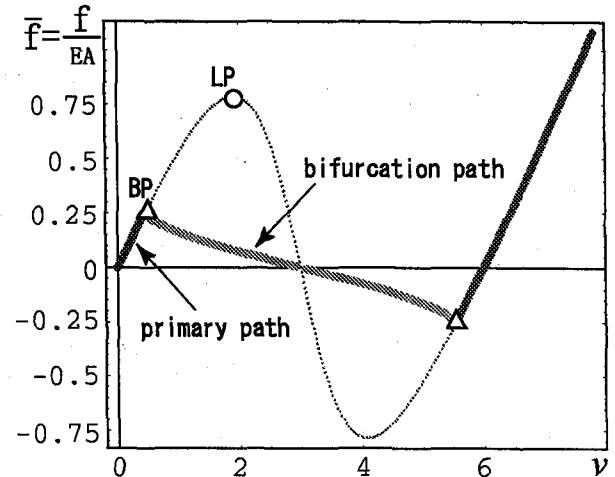


図-3 2bar-trussにおける荷重-変位曲線( $\alpha = 3$ )

この点の近傍で級数展開すると、増分形の釣合式

$$J\tilde{u} + \frac{\partial F}{\partial f}\tilde{f} + \text{h.o.t.} = \mathbf{0} \quad (2)$$

が求まる。ここに、 $\tilde{u}, \tilde{f}$ はそれぞれ増分変位、増分荷重を表す。また、接線剛性行列 $J$ は、

$$J(u, f) = \frac{\partial F}{\partial u}$$

である。我々はこの行列の行列式によって構造物の安定・不安定性を得ることができる。すなわち、 $J$ が正則であるか否かにより

$$\det J \begin{cases} \neq 0, & \text{通常点} \\ = 0, & \text{特異点} \end{cases}$$

と分類できる。完全系の安定な主経路上の最初の特異点 $(u_c, f_c)$ が重要な値となる。この特異点の存在が構造解析上の重要性を持つ。

### (1) 2bar-truss の分岐解析

図-2に示す断面剛性が同一の2bar-trussの分岐解析を考える。この平面トラスは文献<sup>2)</sup>と同様に2自由度系を取り扱うものとする。 $u, v$ 方向の釣合式(1)は

$$\begin{pmatrix} F_u \\ F_v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} EA \sum_{i=1}^2 \left( \frac{1}{\ell_i} - \frac{1}{\ell_i} \right) (u_i - u) \\ EA \sum_{i=1}^2 \left( \frac{1}{\ell_i} - \frac{1}{\ell_i} \right) (\alpha L - v) - f \end{pmatrix} = \mathbf{0}$$

となる。この構造物は左右対称の対称分岐点を持つ。

この系の安定・不安定の判定は主経路上の接線剛性行列 $J$ の行列式 $\det J_c$ の正負によって判定される。このときの $J_c$ は

$$J_c = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_u}{\partial u} & \frac{\partial F_u}{\partial v} \\ \frac{\partial F_v}{\partial u} & \frac{\partial F_v}{\partial v} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{u,u} & 0 \\ 0 & F_{v,v} \end{pmatrix} \Big|_{u=0} \quad (3)$$

と対角成分が直交する。また、主経路上 $u = 0$ の分岐

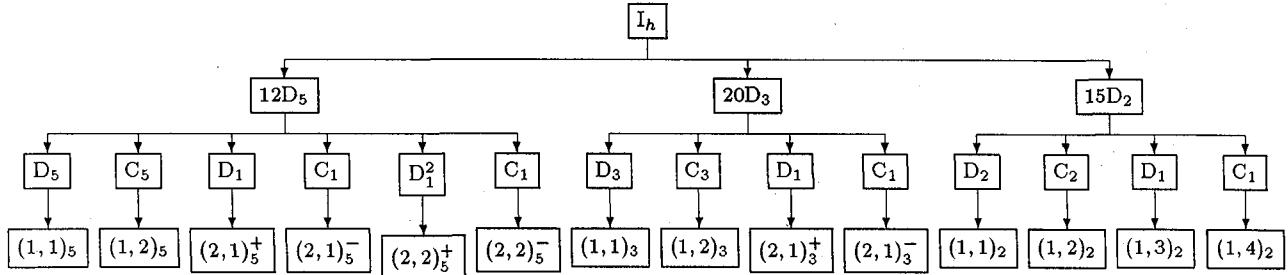


図-4 I<sub>h</sub>対称性の階層構造と二面体群の既約表現の対応

点の位置は

$$F_{u,u}^0 = \frac{2EA}{L} \left( \frac{1}{\eta} - \frac{1}{\xi} + \frac{1}{\xi^3} \right) = 0 \quad (4a)$$

$$F_{v,v}^0 = \frac{2EA}{L} \left( \frac{1}{\eta} - \frac{1}{\xi} + \frac{(\alpha - \bar{v})^2}{\xi^3} \right) = 0 \quad (4b)$$

より求められる。ここに、 $\eta = \sqrt{1+\alpha^2}$ ,  $\xi = \sqrt{1+(\alpha-\bar{v})^2}$ である。ここで適当な $\alpha$ を与えることによって式(4)から臨界時の最小鉛直変位 $v_{BP} = \text{Min}(\dots, v_i, \dots)$ が求められる。

$$F_{u,u}|_{u=0} = 0 \rightarrow v_1, \quad F_{v,v}|_{v=0} = 0 \rightarrow v_2$$

$v_{BP}$ を釣合式(3)に代入することによって、分岐座屈荷重 $f_{BP}(u=0, v_{BP})$ が得られる。図-3はライズ比 $\alpha = 3$ のときの2bar-trussの釣合い曲線を示す。BPの存在により分岐経路が派生し、この構造の最大耐荷力を低下させている。不完全系においては敏感に最大耐荷力が応答し、摂動系の分岐解析が重要となる。自由度が増加する軸対称ドーム構造では多重分岐点が数多く存在し、その解析も問題となる。

### 3. 球体フラーレン構造の特徴とその安全性

この章では球体フラーレン構造の特徴と安全性について述べる。

#### 3.1 球体フラーレン構造の特徴

球体の力学的バランスとその高次対称性を保持する目的のために、球体をできる限り均一に離散化する必要性がある。不均一な離散化要素ではこのような敏感な構造系では要素全体に均一に応力を伝達できない。しかしながら、大規模な離散化は多様な崩壊モードが存在するために、対称構造物の本質的な崩壊メカニズムを見失ってしまう可能性がある。本論文では、図-1のような球体に内接する多面体(球体フラーレン構造)を用いることで高次対称性と離散化要素の均一性の両立をほぼ実現する<sup>2</sup>。実際には、この構造は五角形セルと

六角形セルで耐荷力に差が生じる。しかし、それらのセルは対称性を保ちながら均一に配置されているので、系全体として部材応力は乱れていない。

#### 3.2 球体フラーレン構造の対称性

この球体フラーレン構造は、正二十面体のすべての辺を三等分し、それらの点を結び生成された正五角錐を切頭すると、H.W.Kroto らにより発見された C<sub>60</sub> の形態と同じ対称性を持つ。また、同時に六角形と五角形からなる切頭二十面体の各面の中心点(外接している)と角頂を部材で結ぶことによって形成される<sup>14)</sup>。この球体フラーレン構造の対称性は群 I<sub>h</sub> と表記され、D<sub>5</sub>, D<sub>3</sub>, D<sub>2</sub> の対称性を共有する<sup>3</sup>。この D<sub>n</sub> は二面体群と呼ばれ、

$$D_n \equiv \langle r, s | r^n = 1, s^2 = 1, rs = sr^{-1} \rangle \quad (5)$$

と定義される位数 2n の群であり、位数 n の巡回群 C<sub>n</sub>

$$C_n \equiv \langle r | r^n = 1 \rangle \quad (6)$$

を含む。これは平面上の合同変換においては、 $r^k$  は回転変換  $r(2\pi k/n)$  ( $k = 0, \dots, n-1$ ) を、 $s$  は鏡映変換を表す。このうちの D<sub>5</sub> 対称性は D<sub>5</sub>, C<sub>5</sub>, D<sub>1</sub>, C<sub>1</sub>, D<sub>1</sub><sup>2</sup>, C<sub>1</sub> という対称性を持っている。この対称性に対応する既約表現は  $\mu = (1, 1)_5, (1, 2)_5, (2, 1)_5, (2, 2)_5$  である。図-4 は I<sub>h</sub> 対称群を系統的に二面体群の既約表現で示したものである。I<sub>h</sub> は 12 個の部分群 D<sub>5</sub>, 20 個の D<sub>3</sub>, 15 個の D<sub>2</sub> 対称群からなる<sup>4</sup>。

#### 3.3 フラーレンの座標系と軌道構造

球体フラーレンの骨組平面図とその軌道の一例を図-5に示す。同図(a)は五角形の対称性(D<sub>5</sub>)を天頂とした骨組平面図であり、同図(b)は D<sub>5</sub> 対称性を保持する節点ネットワーク(軌道)図である。内側の軌道は、上方の軌道に対応し、上から第一軌道、第二軌道と呼ぶこととする。このほか、この球体フラーレンは同図(c)のように D<sub>3</sub> 対称性を保持し、同図(d)のような同様の

<sup>3</sup> D<sub>5</sub> は線(面)対称が 5 本、D<sub>3</sub> は 3 本を表し、これらの対称性はシェーンフリーズ表記に従うものとする。

<sup>4</sup> これらの対称性の情報から分岐モードを探索する方法は群論的分岐理論と呼ばれる。

<sup>2</sup> 一般の大規模球体フラーレンもこの対称性を持つので、基本的には軌道の数が増し、それらの対称性の相互作用を持つこととなる。

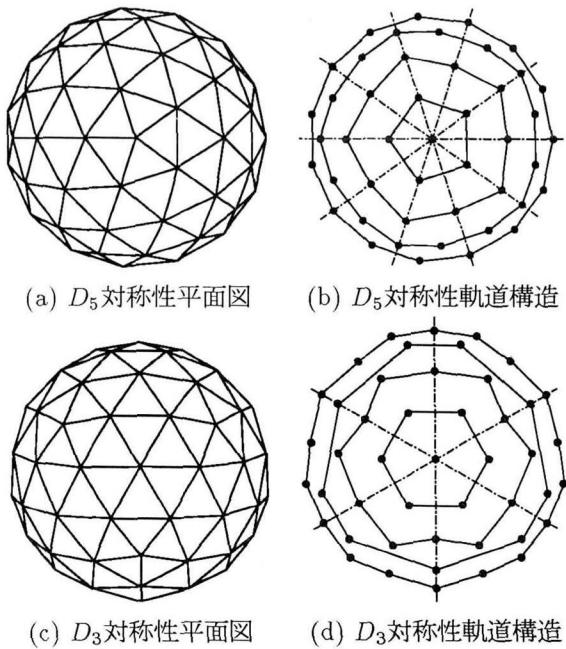


図-5 フラーレン構造の骨組平面図と軌道図

軌道構造を持つ。この軌道の概念を導入することで、軌道の対称性と力学的特性を理解することが容易となる。

### 3.4 安全率の定義

球体フラーレン構造にある荷重を載荷した場合、第一軌道となるセル構造から局部座屈し、次の部分へ座屈が進展していくと考えられる。今回の調査したモデルの釣合い曲線において、崩壊過程で荷重の極大点を持つという結果が得られた。解析において座屈後の空間的余裕や使用限界・終局限界を想定した場合、最初に部分構造セルが座屈する荷重極大点 LP1 に達した時を使用限界とし、構造形態が大きく変化する 2 次座屈が生じる分岐点 BP に達したときを終局限界とすると工学的に有効である。一般に分岐点 BP 以降の分岐経路は主経路の対称性を崩し、耐荷力を著しく低下させる。ここでは、危機的状況時に人間の生命線となる必要最小空間を確保する前提で安全性を考える。その安全率  $\gamma$  を以下のように定義する。

$$\gamma \equiv \frac{f_{BP}}{f_{LP1}} \quad (7)$$

$\gamma > 1$  となれば、載荷されている荷重により最初のセルが局部座屈したとしても構造形態は保たれる。したがって、この局部座屈を危険信号として利用することができる。例えば、前章の 2bar-truss モデルでは

$$\gamma = \frac{f_{BP}}{f_{LP}} = \frac{0.247}{0.784} = 0.315 < 1$$

となり、最初の座屈で分岐座屈を起こし最大耐荷力は大幅に低下する。ライズ比  $\alpha$  によっては、このような

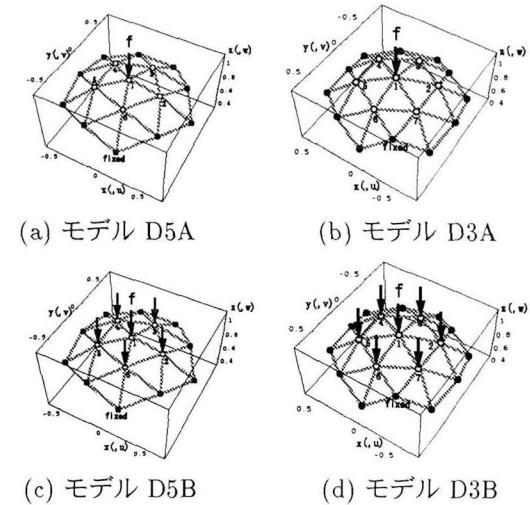


図-6  $D_5$  および  $D_3$  対称性の天盤構造モデル

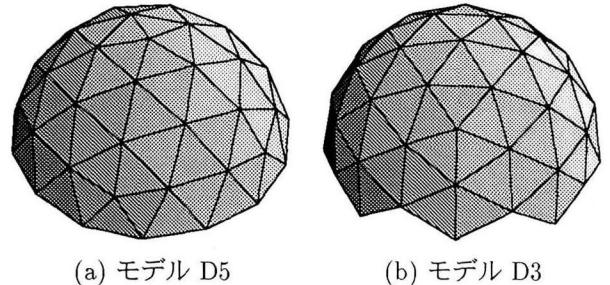


図-7 半球モデル(陰線処理)

単純な系でも、突然構造物全体が分岐座屈を起こす恐れがあるので、設計上注意が必要である。

## 4. 天盤骨組構造の有限変位座屈解析

この章では、2つの軌道構造における耐荷力や挙動の特性を明らかにするために、球体フラーレン部分構造として天盤構造の座屈耐荷力を有限変位解析により解析する。

### 4.1 解析条件

球体シェルの後座屈解析は、その幾何学的対称性から無限の分岐経路(崩壊モード)が存在する可能性があり、解析上非常に不安定となる。ここでは、解析上の観点からこれを球体ドームの離散化された骨組トラス構造として解析する。これは、解析上の安定性からも実用的である<sup>5</sup>。

解析モデルは、部材剛性  $EA$  を全部材均一、球体半径は  $r = 1$ とした。 $D_5$  対称構造と  $D_3$  対称構造を天頂に持つ、2種類の球体フラーレン構造の天盤部分と半球部分に対して立体トラス構造の非線形有限変位解析

<sup>5</sup> 離散化することによって分岐座屈による崩壊モードが特定し易くなる利点は非常に大きい。

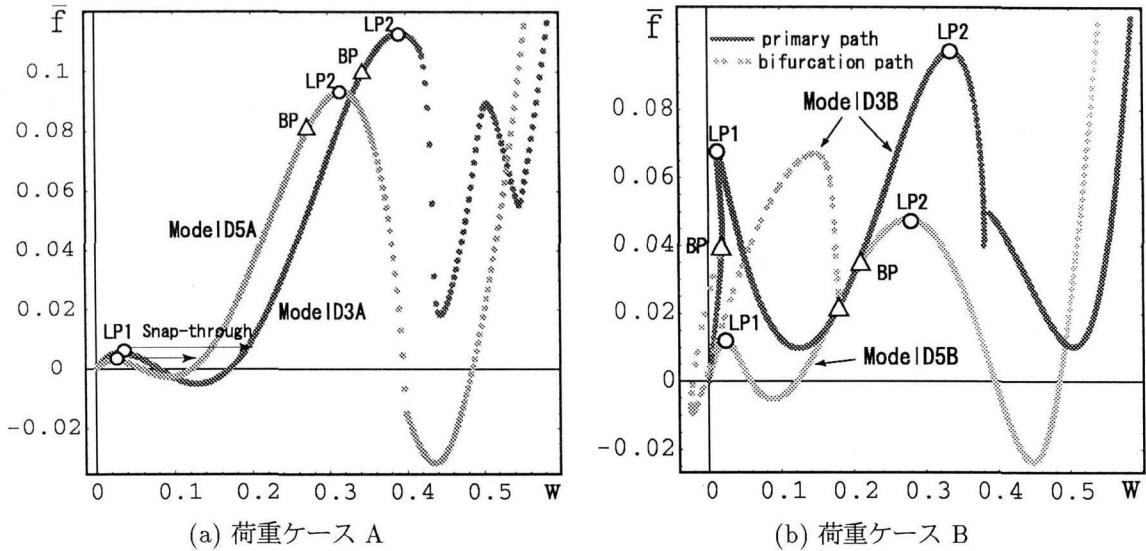


図-8 天盤モデルの天頂部における鉛直荷重-変位曲線

を行った。

荷重条件は天頂に単一の鉛直荷重を与えた場合の荷重ケース A と、全節点に等分布鉛直荷重を載荷させた場合の荷重ケース B を設定した。天盤モデルとして、それぞれの構造形態に対して図-6 に示す 2 種類の荷重ケースを取り上げる。半球構造も図-7 に示す構造形態に対して、同様に 2 種類の荷重ケースを用いた。境界条件は構造物の下端境界部の節点を固定端とし、その他の節点は 3 軸方向変位をフリーとした。

#### 4.2 天盤骨組モデル

天盤骨組構造として図-6(a),(c) に示すモデル D5 と同図 (b),(d) に示すモデル D3 の 2 つの部分構造を取り上げる。モデル D5 の全自由度は 18、モデル D3 では 21 となる。

##### (1) 単一荷重の場合

天頂部に単一鉛直荷重(荷重ケース A)を作用させたときの釣合い曲線を図-8(a) に示す。図の横軸は天頂部の鉛直変位を、縦軸は正規化された荷重の大きさを示す。モデル D5A の挙動に着目すると、最初天頂部が  $\bar{f}_{LP1}$  ( $= f_{LP1}/EA$ ) = 0.003045 で snap-through 型の局部座屈を起こし、 $\bar{f}_{BP}$  = 0.0835 で分岐点となり、構造物は不安定化する。図中より鉛直変位  $w$  が 0.3 で最大荷重  $\bar{f}_{LP2}$  = 0.0935 に達した。力学的挙動はほぼ同じ傾向であるがモデル D3A はモデル D5A に比べて  $\bar{f}$  は最初の荷重極大点 LP1 で 1.87 倍、分岐点 BP で 1.23 倍と荷重が大きく現れていた。このときの安全率  $\gamma$  は

$$\gamma = \frac{f_{BP}}{f_{LP1}} = \begin{cases} \frac{0.0835}{0.003045} \simeq 27, & \text{for モデル D5A} \\ \frac{0.103}{0.005695} \simeq 18, & \text{for モデル D3A} \end{cases}$$

となった。

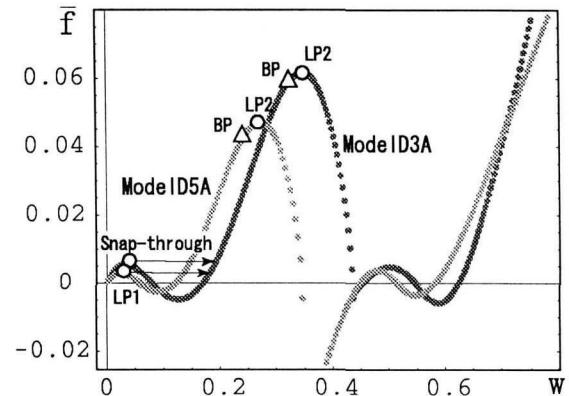


図-9 荷重ケース A の荷重-変位曲線(半球モデル)

##### (2) 等分布鉛直荷重の場合

天盤モデルに等分布鉛直荷重(荷重ケース B)を作用したときの釣合い曲線を図-8(b) に示す。モデル D5B では荷重ケース A と同様に、最初天頂部が snap-through 型の局部座屈を起こし、 $\bar{f}_{BP} = 0.0395$  で分岐座屈となり、構造物は不安定化する。鉛直変位  $w = 0.276$  で最大荷重  $\bar{f}_{LP2} = 0.0477$  に達した。モデル D3B の耐荷力は  $w = 0.0190$  に分岐点 BP を迎え、主経路と分岐経路に分かれる。分岐経路は一端耐荷力を失った後、主経路に合流し、鉛直変位  $w = 0.335$  で最大荷重  $\bar{f}_{LP2} = 0.00972$  に達した。座屈モードを確認するとモデル D3B では単一荷重の場合とは異なり、頂点よりも先に第一軌道が先に座屈していた。主経路では第一軌道の正六角形 ( $D_6$  対称) が対称性を保持したまま座屈するのに対して、分岐時は、3 点が先に座屈し  $D_3$  対称となった。モデル D3B の分岐点 BP1 とモデル D5B の極大点 LP1 を比較しても、単一荷重と同様にこの荷重

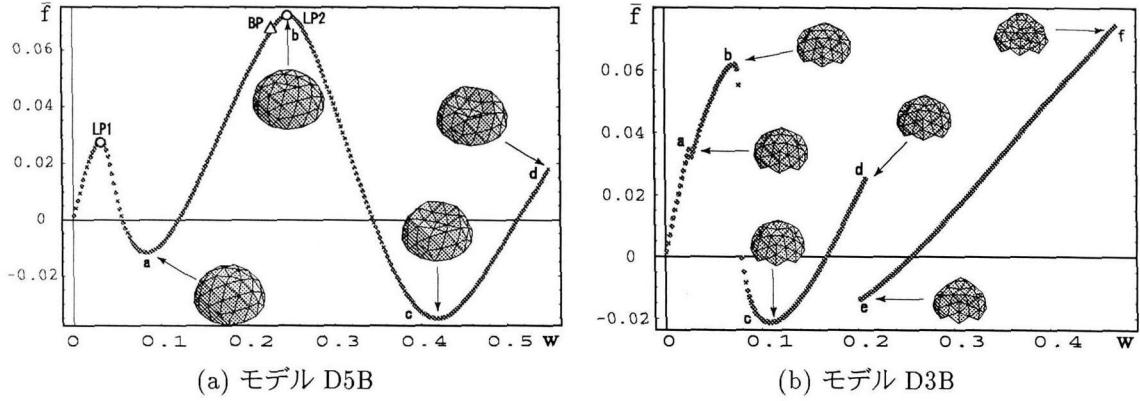


図-10 荷重ケース B の荷重-変位曲線 (半球モデル)

ケースでもモデル D3B の方が耐荷力が大きいという結果が得られた。

モデル D3B の場合も  $\bar{f}_{LP2}$  と  $\bar{f}_{LP1}$  を用いるものとすると、このときの安全率  $\gamma$  は

$$\gamma = \begin{cases} \frac{\bar{f}_{BP}}{\bar{f}_{LP1}} &= \frac{0.0393}{0.0120} \simeq 3.3, \text{ for モデル D5B} \\ \frac{\bar{f}_{LP2}}{\bar{f}_{LP1}} &= \frac{0.0972}{0.0671} \simeq 1.5, \text{ for モデル D3B} \end{cases}$$

となる。モデル D3B は頂点の耐荷力が高く、第一軌道から座屈する。この結果は部分構造として六角形セルが五角形セルに対して高い耐荷力を持つことを示している。

#### 4.3 半球ドーム構造

この節では球体フラーレン構造の半球モデルの構造形態の耐荷力を調べた。陰線処理を行った 2 つの半球ドーム構造モデルを図-7 に示す。それぞれ同図 (a) は  $D_5$  対称性を、同図 (b) は  $D_3$  対称性を持つ構造モデルである。モデル D5 の全自由度は 93、モデル D3 では 102 となる。

##### (1) 単一荷重の場合

図-9 は半球の天頂部に单一荷重を載荷したときの荷重-変位曲線である。天盤モデルと同様に階層的に snap-through 型の局所座屈を起こしている。荷重の大きさは天盤モデルよりも小さくなる。安全率  $\gamma$  はそれぞれ

$$\gamma = \frac{\bar{f}_{BP}}{\bar{f}_{LP1}} = \begin{cases} \frac{0.0461}{0.00301} \simeq 15, & \text{for モデル D5A} \\ \frac{0.0603}{0.00567} \simeq 10, & \text{for モデル D3A} \end{cases}$$

となった。

##### (2) 等分布鉛直荷重の場合

図-10 は半球の全節点に均一な鉛直荷重を載荷したときの荷重-変位曲線を示す。図中に各段階での変形状態を表した。モデル D5B では同図 (a) のような滑らかな曲線となった。図中の変形図より、まず五角形セルが局部座屈し、次に第二軌道が snap-through を起こした。モデル D3B では、初期の局部座屈時 (図中 a) に非常に不安定となった。自由度が多いことにより、天

盤構造モデルで見られた分岐挙動以外に様々な挙動が存在すると考えられる。同図 (b) は挙動の一例であるが、座屈モードを確認すると周辺部から先に座屈している。これは天頂部の  $D_6$  対称セルの強度が高いことを示している。結果としてこの荷重ケースにおいては各対称性に着目したモデル間で大きく挙動が異なることになる。モデル D5B の安全率  $\gamma$  は

$$\gamma = \frac{\bar{f}_{BP}}{\bar{f}_{LP1}} = \frac{0.0690}{0.0273} \simeq 2.5, \text{ for モデル D5B}$$

と求められる。

天盤骨組構造の各モデルにおける安全率  $\gamma$  を比較すると、モデル D5 に関しては十分な値が得られた。しかし、モデル D3 では等分布鉛直荷重において不安定な状態となり、安全率を算定できなかった。すなわち、 $D_6$  対称セルに対して  $D_5$  対称セルは耐荷力が小さく、不安定となる前に局部座屈を起こすという挙動の特性を持つ。

#### 5. 球体フラーレン単体構造の座屈解析

この章では、球体フラーレン単体の座屈崩壊に対する有限変位解析を行った。

##### 5.1 球体フラーレンモデル

前章より、球体フラーレン構造の部分構造である  $D_5$  対称のセル構造が弱点となることがわかった。ここでは安全側に考え、弱点である  $D_5$  対称セルに着目し、球体フラーレン単体を対称な土圧によって支持されるような境界条件のもとで前章と同様に、天頂部の鉛直変位を変位制御し、非線形有限変位解析を行った。荷重ケースは大深度における土圧を対称なものと想定し、図-11(a) に示すような上下方向から全節点に対して等価な荷重により圧縮した荷重ケース B と図-11(b) に示す静水圧を想定した荷重ケース C の 2 パターンを用いた。両荷重ケースの境界条件は上下の五角形セルの水

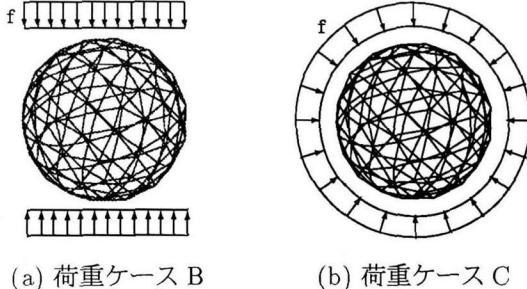


図-11 球体フラーレンの荷重ケース

平変位を固定し、最下部の一点を完全固定とした。モデルの全自由度は 251 である。

### (1) 鉛直荷重の場合

図-12 は荷重ケース B の荷重-変位曲線を示す。各段階の変形図より a において上下の五角形セルの部分が局部座屈し、その後、b において他の五角形セルの部分が座屈し、c 以降は非常に不安定となった。このときの安全率  $\gamma$  を五角形セルが全て座屈する点 LP1' の値を用いると

$$\gamma = \frac{f_{BP}}{f_{LP1'}} = \frac{0.1164}{0.0792} \simeq 1.47$$

となり、このモデルでは安全率がこれまでの結果と比べてかなり低くなつた。

### (2) 静水圧荷重の場合

このモデルは荷重条件、構造形態共に  $I_h$  対称性を持つ。図-13 はこの荷重条件における荷重-変位曲線である。変位の各段階における変形状態を図-14 に示す。左列は鳥瞰図を、右列は  $xy$  投影図を表す。図-13 と図-14 から、状態 a において上下の五角形セルが局部座屈し、a から b にかけて他の五角形セルが座屈した。この段階においては  $I_h$  対称性配下を分類した図-4 に示した 12 個の  $D_5$  対称性が保持されている。状態 c では  $D_5$  対称性が崩れ  $xy$  投影面上では一軸対称  $D_1$  となり、更に崩壊が進む。荷重の大きさを比較すると c における耐荷力は b のときよりも小さく、 $D_5$  対称が崩れた後は構造系が一気に崩壊する危険性がある<sup>6</sup>。状態 d は  $xy$  投影図において  $D_5$  対称性が保持されている場合である。すなわち、 $D_5$  対称性が 2 つ残っている状態である。状態 c と同様に、耐荷力は小さくなっている。状態 b 以後の座屈モードは他にも無数に存在するが、どの変形モードも変形が著しく構造物としての機能は失われる。安全率  $\gamma$  を五角形セルが全て座屈する点 LP1' と対称性が保持される極大点 LP2 の値を用いると

$$\gamma = \frac{f_{LP2}}{f_{LP1'}} = \frac{0.1250}{0.0508} \simeq 2.46$$

となつた。

<sup>6</sup> この解析で上下の五角形セルが最初に座屈したのは境界条件によるものであり、この荷重条件において実際にはどの五角形セルから座屈するかは不定である。

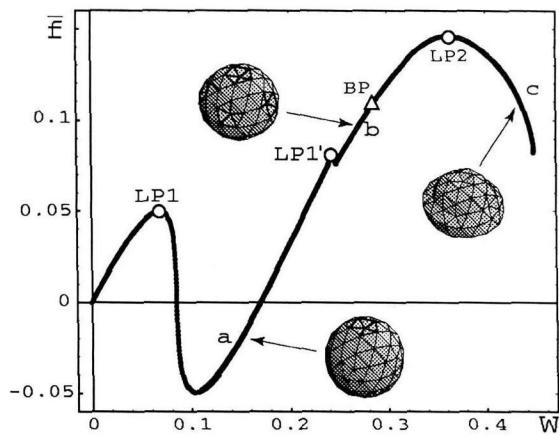


図-12 荷重ケース B による荷重-変位曲線と変形状態

荷重ケース B, C ともに五角形セルより局部座屈するという結果が得られた。五角形セルの局部座屈までは対称性が保持されるとともに高い耐荷力性能が保証される。その後は非常に不安定となり、様々な座屈モードが存在し、急激に耐荷力を失ってしまうことに注意が必要である。

## 6. 結語

本研究では、球体を図-1 のように離散化し、この構造を地下空間におけるジオドームとして提案した。この構造の部分構造と球体フラーレン単体構造に対して対称性を有する外圧を想定し、3 次元非線形有限変位解析によって、これらの構造の力学的挙動を調べた。本研究で得られた結果を以下に示す。

- i) トラスドームの局部座屈現象を利用し、このときの最大耐荷力を使用限界とし、その後の分岐荷重を終局限界と考えることによって、合理的な安全率を設定できる可能性を示すことができた。
- ii) 有限要素法は離散化方法によって計算値が異なり、できる限り均一に分割する必要性がある。球体フラーレンはこれをほぼ満たしているが、部分構造の解析により、五角形セルは六角形セルに対して耐荷力が小さく、この部分が弱点となることがわかった。その結果は、球体フラーレン単体構造の結果にも現れた。
- iii) この有限変位解析から、この球体フラーレン構造の五角形セルが局部座屈した後も、構造全体では大部分の空間は十分な耐力を持つことがわかった。
- iv) 地下空間の土中の様々な荷重や地盤条件は不確定な要因も多いが、このような球体の座屈解析を通して耐荷力性能を数値的に調べられたことは、今後の地下空間構造物の設計に貢献できる可能性は大きい。

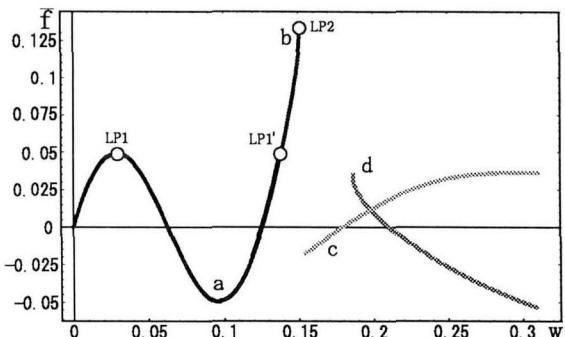


図-13 荷重ケース C による荷重-変位曲線

#### 参考文献

- 1) Pecknold, D.A., Ghaboussi, J. and Healey, T.J. : Snap through and bifurcation in a simple structure, *Journal of engineering mechanics, ASCE*, 111(7), pp.909-922, 1985.
- 2) Nishino, F., Hartono, W., Fujiwara, O., and Karasudhi, P. : A study of the stability and behavior at the critical point by the Taylor expansion, *Structural engineering / earthquake engineering, JSCE*, 4(1), pp.11s-17s, 1987.
- 3) Shi, J. : The nonlinear response of a family of simple three-dimensional trusses, *International Journal of Solids and Structures*, 33(15), pp.2161-2176, 1995.
- 4) 中西 章・大川孝・梶 修・細田泰宏:大深度地下空間開発技術の研究開発, 地盤工学会「土と基礎」, Vol.46(6), No.485, pp.17-20, 1998
- 5) 山口健・大川孝・梶 修・細田泰宏:大深度地下空間開発技術の研究開発, 地下空間シンポジウム論文報告集, Vol.3, pp.129-138, 1998.
- 6) 山口健・大川孝・村松正重・後藤聰:ジオドームのスパイラル支保効果に関する模型実験とFEM解析, 地下空間シンポジウム論文報告集, Vol.2, pp.25-32, 1997.
- 7) Ikeda, K., Murota, K., and Fujii, H. : Bifurcation hierarchy of symmetric structures, *International Journal of Solids and Structures*, 27(12), pp.1551-1573, 1991.
- 8) Ikeda, K., and Murota, K. : Bifurcation analysis of symmetric structures using block-diagonalization, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 86(2), pp.215-243, 1991.
- 9) 有尾一郎: フラーレン構造の既約表現分解による並列有限要素法に関する基礎的考察, 日本建築学会構造工学論文集, Vol.45B pp.229-235, 1999.
- 10) 有尾一郎・亀岡 稔弘: 地下空間におけるジオデジックトラスドームの座屈挙動解析, 土木学会地下空間シンポジウム, Vol.4, pp.125-130, 1999.
- 11) Marks, R.W. : The Dymaxion World of Buckminster Fuller, Reinhold, New York, 1960.
- 12) Fuller, R.B. : Synergetics, Macmillan, New York, 1975.
- 13) Edmondson, A.C. : A Fuller Explanation, Van Nostrand Reinhold, New York, 1992.
- 14) Kroto, H.W., Heath, J.R., O'Brien, S.C., Curl, R.F. and Smalley, R.E. :  $C_{60}$  : Buckminsterfullerene, *Nature*, 318, pp.162-163, 1985.

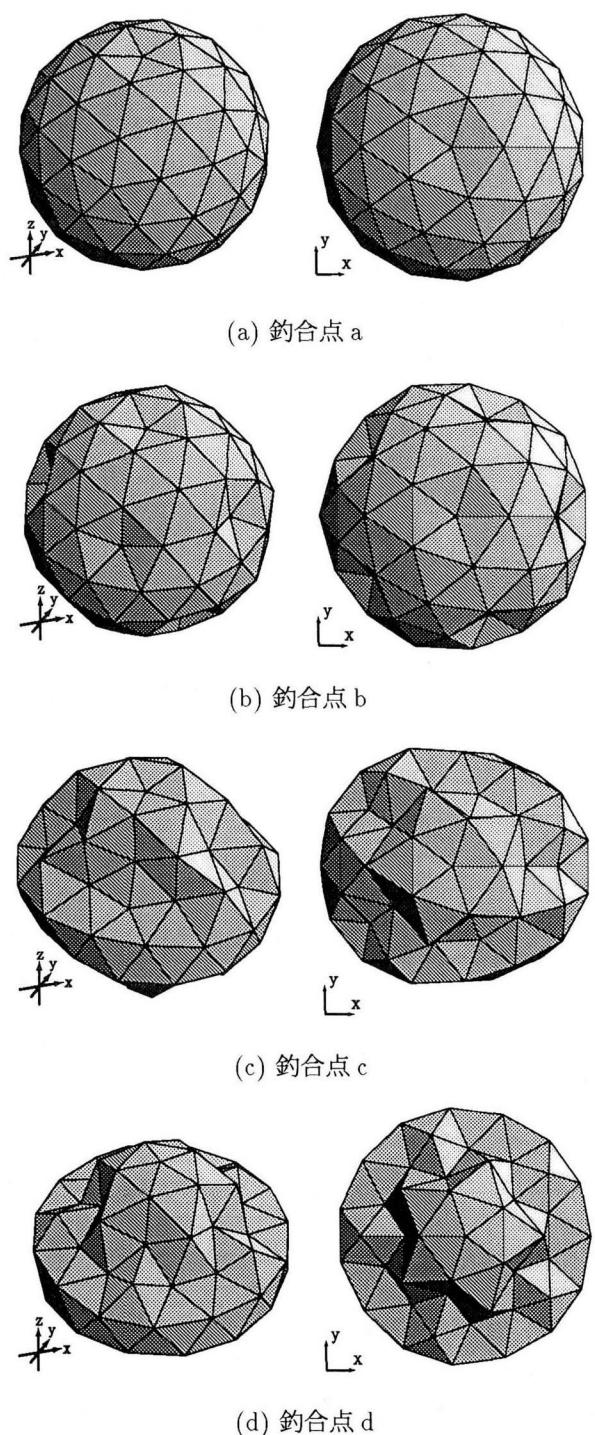


図-14 静水圧力下の球体座屈変形図