

3D-FEM による RC スラブの押し抜きせん断破壊性状の解析

Analysis of Punching Shear Failure in RC Slabs by 3-D FEM

八若幹彦*, 檜貝勇**, 中村光***, 斉藤成彦****

Mikihiko Yawaka, Takeshi Higai, Hikaru Nakamura and Shigehiko Saito

*山梨大学大学院工学研究科土木環境工学専攻 (〒400-8511 山梨県甲府市武田四丁目 3-11)

**工博 山梨大学教授, 工学部土木環境工学科 (〒400-8511 山梨県甲府市武田四丁目 3-11)

***博(工) 助教授, 工学部土木環境工学科 (〒400-8511 山梨県甲府市武田四丁目 3-11)

****博(工) 山梨大学助手, 工学部土木環境工学科 (〒400-8511 山梨県甲府市武田四丁目 3-11)

This paper deals with the numerical analysis of punching shear failure in RC slabs using 3-D finite element method. The punching shear failure in RC slab has been mainly studied by experimental approach. In this research, a series of tests of RC slabs with variable loading points are carried out, and a non-linear 3-D finite element analysis with a rotating crack model is applied to the test specimens. The numerical predictions agree well with the experimental results in terms of load-displacement responses and crack patterns.

Key Words: 押し抜きせん断破壊, 耐力, 斜めひび割れ, 三次元有限要素法

1. はじめに

現在多くの構造物はコンクリートまたは鉄筋コンクリートによって建造されており、特にエネルギー関連施設等、重要な構造物に利用されている例が少ない。コンクリート構造物の耐力、破壊性状、変形性能等の細部にわたりその性状を把握する必要があるが、近年のコンクリート構造物の大型化・複雑化に伴い、模型実験による検証が困難になりつつある。

最近のコンピューターの高性能化は著しく、数値解析上極めて有用となってきた。そこで近年では、鉄筋コンクリート部材の諸性状の解明に有限要素法が広く用いられるようになり、2次元問題に対する非線形有限要素法の解析精度の向上、適用範囲の拡大がなされてきた。しかしながら、3次元問題であるスラブの押し抜きせん断破壊への有限要素法の適用例はほとんどなく、主として経験的な方法によって耐力を算定しようとする研究¹⁾が行われてきた。

本研究では、載荷位置を変化させた RC スラブの押し抜きせん断破壊実験を行い、荷重-変位関係ならびに破壊耐力、斜めひび割れ性状などを観測するとともに、これらの実験結果と非線形三次元有限要素法による解析結果との比較を行って、解析の妥当性及び問題点を検討した。

2. 非線形三次元有限要素法

2.1 非線形三次元有限要素法の概要

本解析に用いた有限要素は、8節点のアイソパラメトリック6面体1次要素で、数値積分に用いる Gauss 点の数は8である。鉄筋には、その特性を要素中に平均化して取り扱う RC 要素を用いた。非線形の求解をするために、変位増分法を用い、収束計算としては Newton-Raphson 法を用いた。

2.2 ひび割れモデル

ひび割れモデルとしては、分散ひび割れモデルの一種である「回転ひび割れモデル」を用いた。これは、ひび割れ方向と応力主軸方向を常に一致させるモデルである。従って、ひび割れたコンクリートのせん断剛性を評価するという困難な問題を避けることができる。また、本質的にひび割れ局所化が起こりやすいモデルであるため、少数の斜めひび割れの発達によって破壊が誘起されるようなせん断破壊の解析に適用しやすい性質を持っている。回転ひび割れモデルにおけるコンクリートの構成則は式(1)で表されるが、同式中のせん断応力に関する部分は、材料特性とは関係なく、主ひずみと主応力方向を一致させるための係数である。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial \varepsilon_{11}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial \varepsilon_{22}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & \frac{\partial \sigma_{33}}{\partial \varepsilon_{33}} & 0 & 0 & 0 \\ & & & G_{12} & 0 & 0 \\ & & & & G_{23} & 0 \\ & sym & & & & G_{31} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} \end{Bmatrix} \quad \dots (1)$$

$$G = \frac{d\tau}{d\gamma} = \frac{1}{2} \frac{\sigma_n - \sigma_t}{\varepsilon_n - \varepsilon_t} \quad (2)$$

n : ひび割れ直交方向

t : ひび割れ平行方向

2.3 主応力-主ひずみ関係

本解析では、3方向の主応力-主ひずみ関係としてそれぞれ一軸応力下での構成則を用いた。従って3軸応力下での破壊基準などは特に考慮していない。ここで、構成則で用いている圧縮破壊エネルギー(G_c)、引張破壊エネルギー(G_t)は Nakamura・Higai²⁾の研究結果によった。また、実験結果の解析において、圧縮強度(f'_c)、引張強度(f_t)は表-1 に示す実験値を用いた。

(1) 圧縮応力を受けるコンクリート

圧縮応力下のコンクリートの応力-ひずみ関係は、図-1 に示すように最大応力(f'_c)までを二次放物線とし、その後応力が直線的に零まで減少するモデルを用いた。

$$\sigma_c = f'_c \left\{ 2 \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right) - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)^2 \right\} \quad (3)$$

ここで、応力零時のひずみ(ε_m)は圧縮破壊エネルギー(G_c)を考慮して(4)式により決定した。

$$\varepsilon_m = \frac{G_{fc}}{f'_c l_{eq}} + \frac{\varepsilon_0}{2} \quad (4)$$

$$G_{fc} = 8.8 \sqrt{f'_c} \quad (\text{MPa} \cdot \text{mm}) \quad (5)$$

l_{eq} : 要素の等価長さ (4.1 参照)

なお、基本的には一軸応力下での構成則を用いているのであるが、直交方向の引張ひずみの存在(ε_t)によって圧縮強度が低下する Collins³⁾のモデルは使用している。

$$\sigma_{2\max} = f'_c \frac{1}{0.8 + 0.34 \left(\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_0} \right)} \leq f'_c \quad (6)$$

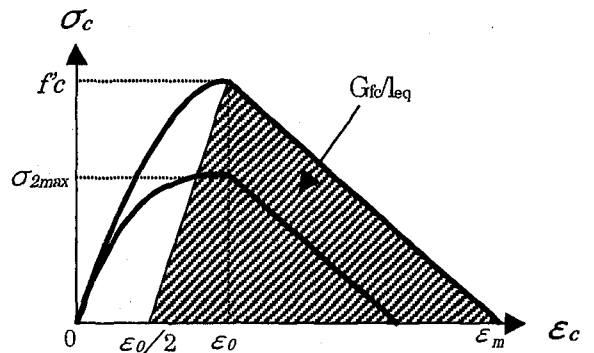


図-1 圧縮応力-ひずみ関係

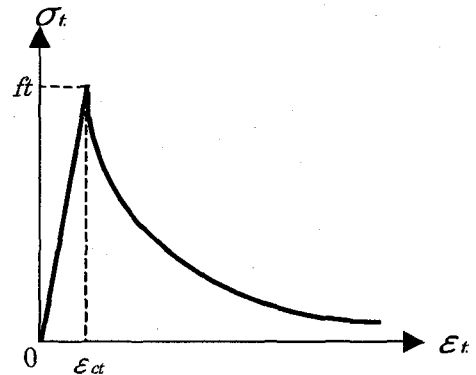


図-2 引張応力-ひずみ関係

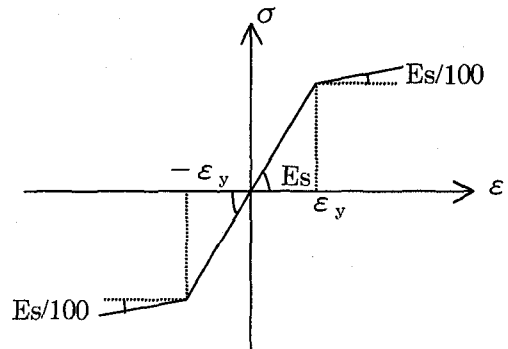


図-3 鉄筋の応力-ひずみ関係

(2) 引張応力を受けるコンクリート

引張応力下のコンクリートの挙動は、引張強度 (f_t) までは、直線的に応力が増加するとし、軟化域については、コンクリートの引張応力 (σ_t) ~ ひび割れ幅 (w) 関係及び引張破壊エネルギー (G_t) を用いて(7)式のように定めた (図-2)。ここで、引張応力~ひび割れ幅関係は、いわゆる-3乗モデル⁴⁾を用いた。

$$\sigma_t = f_t \left\{ 1 + 0.5 \frac{f_t}{G_{ft}} w \right\}^{-3} \quad (7)$$

$$w = l_{eq} (\varepsilon_t - \varepsilon_{ct}) \quad (8)$$

$$G_{ft} = G_{fc} / 250 \quad (\text{MPa} \cdot \text{mm}) \quad (9)$$

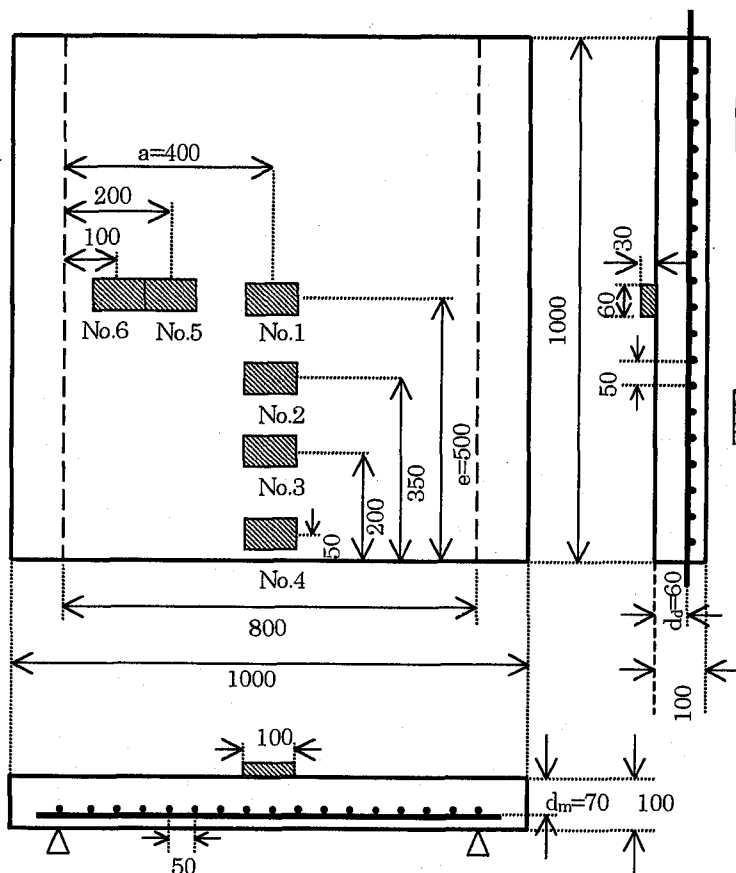


図-4 供試体寸法

(単位 mm)

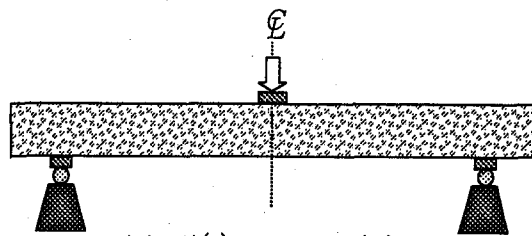


図-5(a) ローラー支点

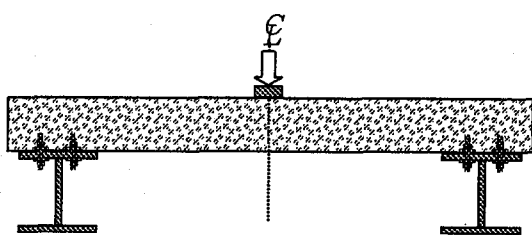


図-5(b) H鋼支点

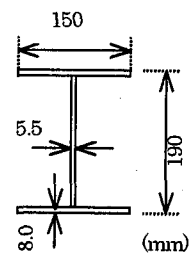


図-6 H鋼の寸法

表-1 実験・解析結果の概要

供試体番号	支持方法	載荷位置		e/d	a/d	コンクリート強度		最大荷重			P_{cal}/P_e
		自由縁までの距離: e (mm)	支点までの距離: a (mm)			圧縮強度 (MPa)	引張強度 (MPa)	実験値 P_e (kN)	有限要素法解析値 P_{cal} (kN)	示方書式 P_a (kN)	
No.1	ローラー	500	400	7.69	6.15	33.4	2.81	161	150	119	0.93
No.2		350	400	5.39	6.15	32.3	2.93	150	147	119	0.98
No.3		200	400	3.08	6.15	29.5	2.71	130	128	104	0.98
No.4		50	400	0.77	6.15	30.2	2.82	73	82	71	1.12
No.5		500	200	7.69	3.01	28.0	2.74	159	162	—	1.02
No.6		500	100	7.69	1.54	27.9	2.82	277	252	—	0.91
No.7	H鋼	500	400	7.69	6.15	31.3	2.81	167	—	—	—
No.8		350	400	5.39	6.15	31.9	2.93	147	—	—	—
No.9		200	400	3.08	6.15	28.0	2.71	127	—	—	—
No.10		50	400	0.77	6.15	27.9	2.82	71	—	—	—

(3) 鉄筋

鉄筋の応力-ひずみ関係は bi-linear (図-3) とし、降伏点以降の第二勾配は初期勾配の 1/100 としたモデルを使用した。また、鉄筋の剛性をコンクリートの剛性に重ね合わせた RC 要素を用いているので、付着は完全で鉄筋のすべりは生じないと仮定したことになる。

3. 実験概要

3.1 供試体

実験に用いた供試体の寸法 (図-4) は 1000mm×1000mm×100mm でスパン長は 800mm とした。配筋方法は単鉄筋直交配筋とし主鉄筋有効高さ(d_m)を 70mm、配力鉄筋有効高さ(d_l)を 60mm とした。したがって、平

均有効高さ(d)は 65mm である。使用した鉄筋の中心間隔は両方向ともに 50mm とし、鉄筋比は主鉄筋方向が 2.01%、配力鉄筋方向が 2.38%であり、両方向の平均は $p=2.21\%$ である。鉄筋は、D10 で降伏応力は 377MPa、ヤング係数は $1.86 \times 10^5 \text{MPa}$ である。支持方法としては、相対二辺をローラー支持し他の二辺を自由としたもの（以後、ローラー支持という）と、ローラー支持の代わりにH鋼を用い、そこにRCスラブをボルトで接合した支持方法（以後、H鋼支持という）（図-5(a)(b)）の2種類である。ローラー支持では、幅 75mm の鋼支圧板を供試体幅全長にわたって用いた。この支持方法では、四隅の浮き上がりが発生するので、正確な単純支持ではない。H鋼支持には、図-6に示したH鋼を用いた。供試体とH鋼の接合に使用したボルトは $\phi 10$ で、片側の支承に 8本用いた。この支持方法は、四隅の浮き上りを拘束し、H鋼の変形によって水平方向の移動、回転を許す支持方法で、より単純支持に近い方法である。また、載荷点には $60 \times 100 \times 30 \text{mm}$ の鋼載荷板を用いた。

載荷方法は、載荷位置をスラブ中央から支点方向に変化させたもの、及び自由縁方向に変化させたものの2種類とした。実験において、荷重は、破壊に至るまで単調

増加させ、荷重-載荷点変位関係等を計測し、また、破壊後にスラブを切断して斜めひび割れ状況を観察した。

3.2 実験結果

10体の供試体はすべて押し抜きせん断破壊を起こした。これらの供試体の荷重-載荷点変位関係を図-7、図-8に示す。図-7(a~d)は、載荷点をスラブ中央から自由縁方向に近づけたもので、ローラー支持のもの（No.1~No.4）とH鋼支持のもの（No.7~No.10）であり、図-8(a)(b)は、ローラー支持で載荷点を支点方向に近づけたもの（No.5~No.6）である。

自由縁までの距離を変化させた No.1~No.4 の実験結果では、最大荷重に達した後、急激に耐力を失う押し抜きせん断破壊の挙動を表している。また、その耐力力は、No.1（中央載荷 $e=500 \text{mm}$ ）と No.2（ $e=350 \text{mm}$ ）とでは、10%程度とわずかな違いしか見られないが、No.3（ $e=200 \text{mm}$ ）では、中央載荷時の約 80%程度、No.4（ $e=500 \text{mm}$ ）では、中央載荷時の 45%の値となり、自由縁に近づくにつれて耐力力は顕著に低下した。また、H鋼支持で自由縁までの距離を変化させた実験結果（No.7~No.10）でも、ローラー支持の時と同様に、

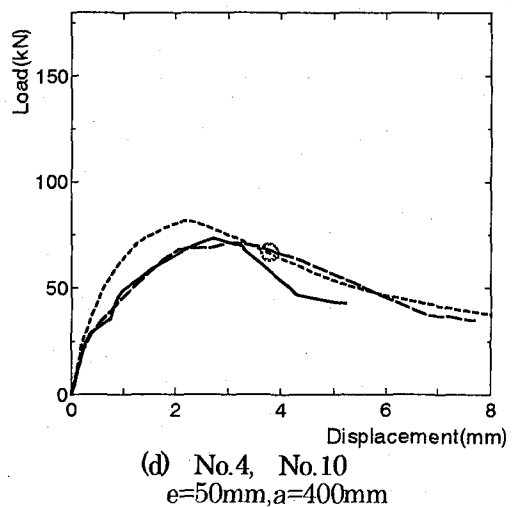
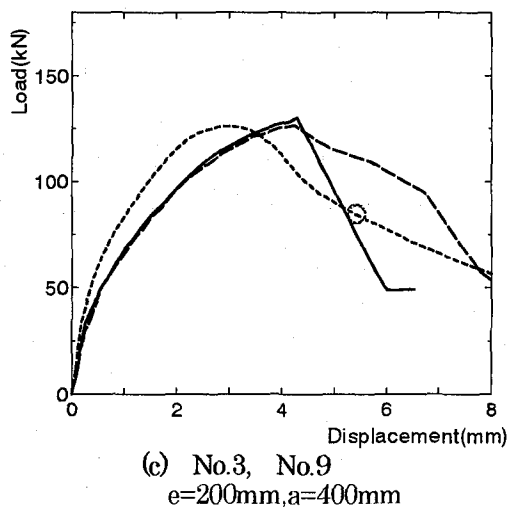
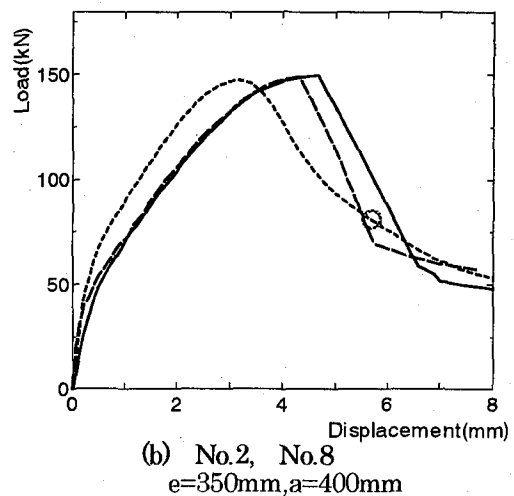
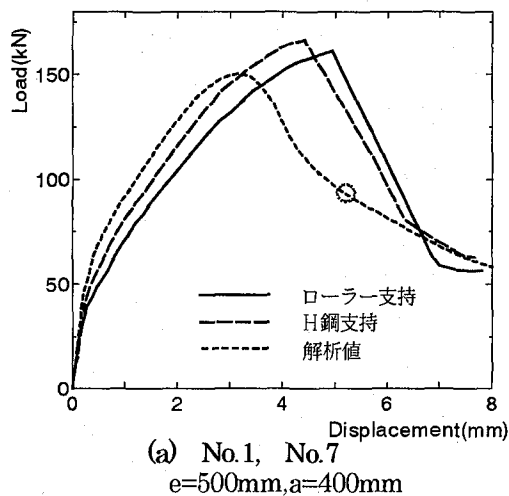
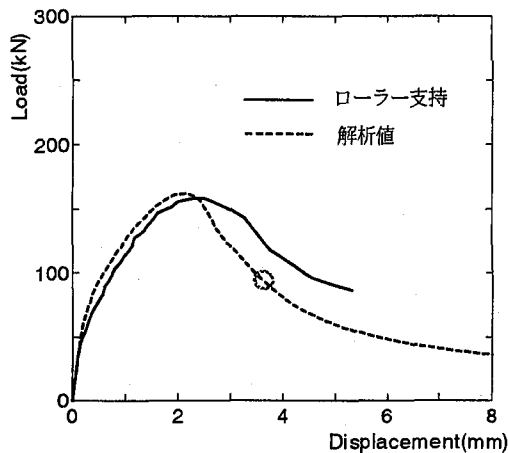
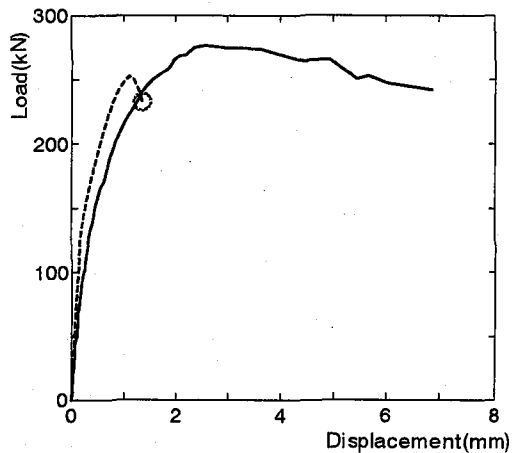


図-7 載荷点を自由縁に近づけた場合の荷重-載荷点変位関係



(a) No.5 $e=500\text{mm}, a=200\text{mm}$



(b) No.6 $e=500\text{mm}, a=100\text{mm}$

図-8 載荷点を支点に近づけた場合の
荷重-変位関係

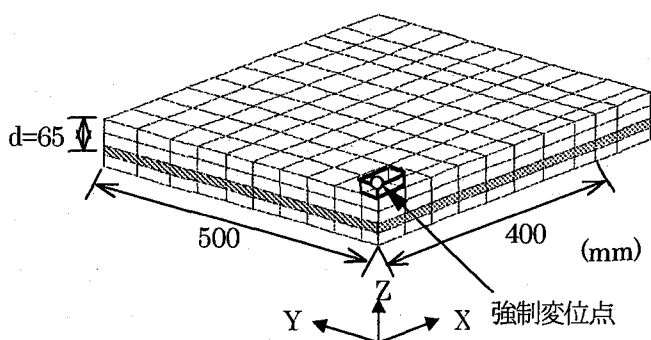


図-9 要素分割図 (対称 1/4 モデル)

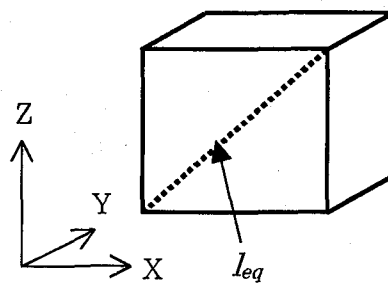


図-10 要素の等価長さ

押し抜きせん断破壊の挙動を示している。H鋼支持の場合の耐荷力は、No.7 (中央載荷 $e=500\text{mm}$) と No.8($e=350\text{mm}$)とでは 12%程度とわずかな違いであり、No.9($e=200\text{mm}$)では中央載荷時の約 75%程度、No.10($e=50\text{mm}$)では中央載荷時の約 43%となり、ローラー支持の場合とはほぼ同様の結果であった。

ローラー支持とH鋼支持の荷重-変位関係を比較すると、ピークまでの挙動は良く一致している。ピーク後の耐力低下は、H鋼支持において若干小さくなる傾向はあるが、この2種類の支持方法による相違はあまり見られなかった。それで、少なくとも荷重-変位関係については、ローラー支持供試体の実験結果と、単純支持スラブの解析結果を比較しても差し支えないと考えた。

載荷点を支点方向に近づけた実験結果(No.5~No.6)からは、No.5($a=200\text{mm}$)では中央載荷時の 98%と変わらず、No.6($a=100\text{mm}$)では中央載荷時の約 170%となり、載荷点が支点到近接すると耐荷力が急増する性状が見られた。また、No.5 の供試体 (図-8(a)) では、最大荷重に到達し急激に荷重を失う押し抜きせん断破壊の挙動を表しているが、No.6 の供試体 (図-8(b)) では、最大荷重後の急激な荷重の低下は見られなかった。この供試体は支点到近い位置での載荷であったため、破壊面がコーン状に押し抜ける典型的な押し抜きせん断破壊が生じなかったことが影響していると思われる。

4. 解析結果

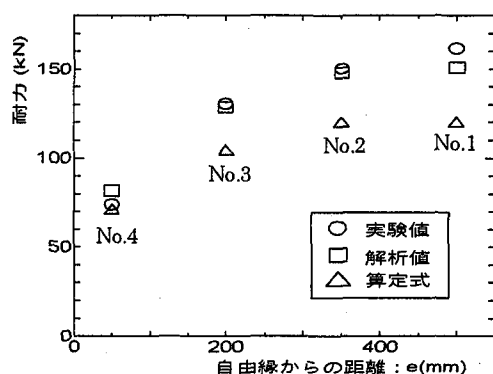
4.1 解析モデル

(1) 要素分割

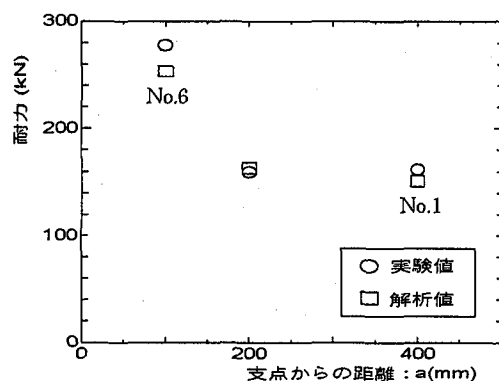
本解析で用いた要素分割を図-9に示す。鉄筋は要素中に平均的に存在すると仮定した RC 要素を用いるので、主鉄筋有効高さと配力鉄筋有効高さの中央点が鉄筋を含む RC 要素 (下から2層目) の図心位置と一致するように分割した。また、3.2 で述べたとおり、ローラー支持とH鋼支持のどちらもその挙動はおおむね一致しているので、解析ではローラー支持での実験諸元を用いた。要素分割にあたっては、あらかじめ平板の弾性解との比較を行い、変位で 95%以上の精度が得られたものを採用した。要素分割モデル No.1 (中央載荷時) は、2方向の対称性を考慮した 1/4 モデルを用いた。No.2~No.4 はスパン方向の対称性のみを考慮した 1/2 モデルを、No.5~No.6 は奥行き方向の対称性のみを考慮した 1/2 モデルを用いた。また、使用した 1/2 モデルは、1/4 モデルを単純に 2 倍したものである。境界条件は支点到あたる $X=400\text{mm}, Z=0\text{mm}$ の節点を Z 方向に拘束した。

(2) 要素の等価長さ

破壊エネルギーを考慮した構成則を用いる場合、要素の等価長さ (l_{eq}) が必要となる。等価長さの決め方は十分

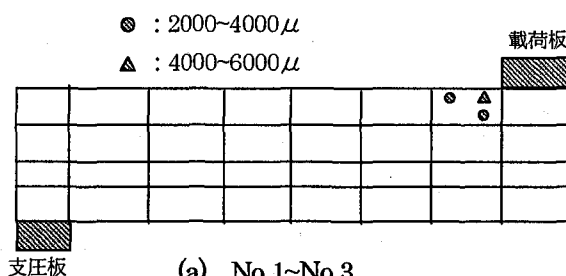


(a) 自由縁までの距離と耐力の関係

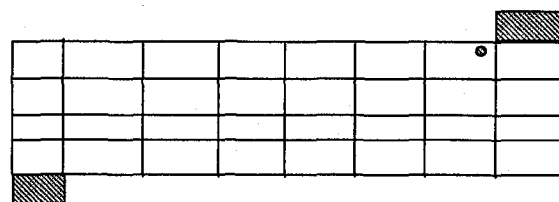


(b) 支点までの距離と耐力の関係

図-11 荷重位置が耐力に及ぼす影響



(a) No.1~No.3



(b) No.4

図-12 圧縮軟化した要素の分布 (支点に直交方向の切断面)

な検討を必要とする問題であるが、本解析では便宜的に、支点と直交方向をX軸、支点と平行方向をY軸、高さ方向をZ軸とした時の、X-Z平面における要素対角線長さ(図-10)を等価長さとした。

4.2 荷重-載荷点変位関係

まず、載荷点を自由縁に近づけた No.1~No.4 の解析結果に着目する。

それぞれの実験と解析による押し抜きせん断耐力を比較すると、No.1~No.4は実験値の93%、98%、98%、112%となり精度良く評価できている。また、その挙動に着目すると、曲げひび割れが発生した後の剛性の低下が実験値よりも小さく、そのため最大荷重時の変位は実験値と比べて、50%~60%程度にしか達していない。この理由としては、要素分割が粗いことの影響や、鉄筋とコンクリートが完全付着と仮定していることの影響などが考えられる。

次に、載荷点を支点に近づけた No.5~No.6 の解析結果に着目する。No.5の解析結果は、押し抜きせん断耐力を実験値の102%と非常によく算定できている。また、荷重-変位関係も実験結果を良く表している。これは、この実験が中央載荷でないため、曲げひび割れがあまり発生せず、曲げひび割れによる剛性の低下が大きくなかったことが理由として考えられる。No.6の解析結果では、押し抜きせん断耐力が実験値の91%とこちらも精度良く算定されている。しかし、最大荷重以降の挙動を再現できなかった。この理由は明らかではないが、載荷点と支点が極めて近い場合、押し抜けたコンクリートコーンを引張鉄筋が吊り上げるような作用をしたのではないかと推測される。

と推測される。

4.3 荷重位置による耐力の変化

RC スラブの押し抜きせん断試験より、荷重位置によって、押し抜きせん断耐力が変化することが示された。載荷位置を自由縁方向に移動することによって耐力は低下し、支点方向に移動することによって耐力は増加する。解析でもそのような性状を表現出来ているかどうか検討した。

図-11(a)は、載荷点を自由縁に近づけた時の耐力の変化を表す。自由縁から最も遠い No.1($e=500\text{mm}$)が実験・解析ともに最も耐力が大きく、自由縁に近づくにつれて耐力が低下し、No.4($e=50\text{mm}$)の解析では、最も耐力が小さい結果となり、実性状を非常に良く表している。コンクリート標準示方書⁵⁾に従って、集中荷重が自由縁の近くに作用するスラブを、ある有効幅(b_o)をもつ、はりとしてせん断耐力を算定した結果も図-11(a)に△印で示した。ただし、この算定式による耐力は、中央載荷時のコンクリート強度を用いて、載荷位置を相対的に変化させた場合の結果である。示方書の方法では、全体的に耐力を小さく評価している。また、荷重が自由縁に近づく事による耐力の低下を過小評価していることが分かる。図-11(b)は、載荷点を支点に近づけた時の押し抜きせん断耐力の変化を表す。図-11(b)より、解析結果は a が 200mm 以下、すなわち a/d が 3.0 程度以下で耐力が急激に増加する傾向を良く再現している。

4.4 コンクリートの圧縮軟化

解析での破壊モードを明確にするために、最大荷重時

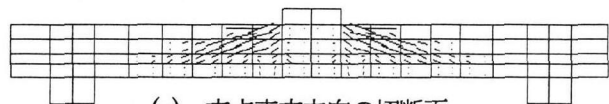
において圧縮軟化した要素の分布を図-12(a)~(b)に示す。対象としたのはスパン中央載荷の解析(No.1~No.4)である。

No.1~No.3の圧縮軟化した要素の分布は、主圧縮ひずみの大きさ、発生位置ともほぼ等しく、図-12(a)に示したようである。支点に直交方向の切断面では、載荷板と隣接した1つの要素において圧縮軟化を示しているが、ひずみの大きさは $3000\sim 5500\mu$ であって軟化の程度は

小さい。また、支点に平行方向の切断面では圧縮軟化は発生していない。

No.4の支点と直交方向の切断面(図-12(b))でも、載荷板と隣接する要素の1つのガウス点にのみ 3500μ 程度のひずみが生じているだけである。また、支点に平行方向の切断面では圧縮軟化は発生していない。

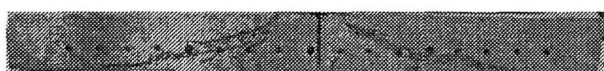
4.5 ひび割れ性状



(a) 支点直交方向の切断面

(b) 支点平行方向の切断面

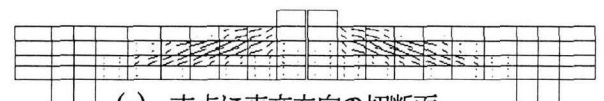
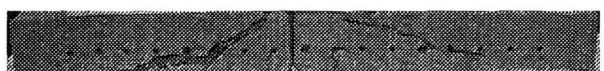
図-13 No.1のひび割れ性状



(a) 支点直交方向の切断面

(b) 支点平行方向の切断面

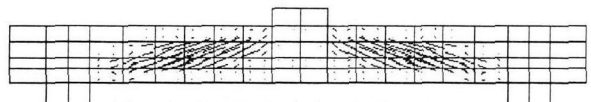
図-14 No.2のひび割れ性状



(a) 支点に直交方向の切断面

(b) 支点に平行方向の切断面

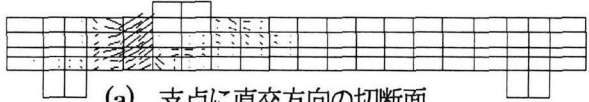
図-15 No.3のひび割れ性状



(a) 支点に直交方向の切断面

(b) 支点に平行方向の切断面

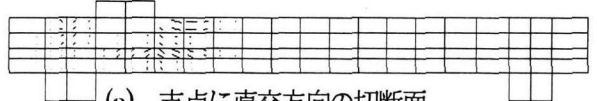
図-16 No.4のひび割れ性状



(a) 支点に直交方向の切断面

(b) 支点に平行方向の切断面

図-17 No.5のひび割れ性状



(a) 支点に直交方向の切断面

(b) 支点に平行方向の切断面

図-18 No.6のひび割れ性状

せん断破壊の解析において、荷重-変位関係ならびに耐力を算定することも重要であるが、斜めひび割れ性状が一致するか否かという点も重要である。このため、各実験のひび割れ性状と解析によるひび割れ性状の比較検討を行う。ひび割れは、載荷板の中央を通り支点到直交方向の切断面と、支点到平行方向の切断面について比較を行った。解析でのひび割れ図は、図-7、図-8のピーク以降で斜めひび割れが明確になったステップ(図中○印)において、主引張ひずみ(ε_1)の大きさと方向(ε_1 の直交方向)を示したものである。

まず、載荷点が自由縁から十分に離れている No.1~No.2 に着目する。支点到直交方向のひび割れ性状(図-13(a)、図-14(a))は、おおむね一致している。支点到平行方向のひび割れ性状(図-13(b)、図-14(b))では、斜めひび割れが実験結果よりもフラットに発生している。

次に、No.3~No.4 の、載荷点が自由縁に近い場合に着目する。支点到直交方向のひび割れ性状(図-15(a)、図-16(a))は、斜めひび割れの発生位置・角度ともにおおむね一致している。支点到平行方向のひび割れ性状(図-15(b)、図-16(b))では、載荷点より中央側の斜めひび割れがフラットになっている点の実験とはやや異なっている。

載荷点を支点到近づけた No.5~No.6 に着目する。支点到直交方向のひび割れ性状(図-17(a)、図-18(a))は、実験、解析とも載荷点左側の斜めひび割れ卓越していることが良く一致している。支点到平行方向のひび割れ

性状(図-17(b)、図-18(b))は、この場合にも解析結果は、ややフラットな斜めひび割れとなっている。

5. まとめ

載荷位置を自由縁方向ならびに支点到方向に変化させた RC スラブの押し抜きせん断破壊実験を行い、さらに実験結果と3次元有限要素法解析の結果とを比較検討し、以下の結論を得た。

- (1) FEM 解析による荷重-載荷点変位関係はピーク時の変位がやや小さいものの、実験結果をおおむね表している。
- (2) FEM 解析によって載荷位置が自由縁に近い場合の耐力低下、支点到に近い場合の耐力増加を精度よく評価できた。
- (3) FEM 解析で得られた斜めひび割れ性状は、実験結果とおおむね一致するが、支点到と平行な切断面でのひび割れがかなりフラットになる傾向がある。
- (4) ひび割れたコンクリートの主応力-主ひずみ関係として、一軸応力下の構成則を用いた解析でも、押し抜きせん断破壊性状を十分に評価できることが分かった。これは、RC スラブの押し抜きせん断破壊が主としてひび割れの発生、発展に支配されているためだと考えられる。

参考文献

- 1)たとえば、角田与史雄・井藤昭夫・藤田嘉夫：鉄筋コンクリートスラブの押し抜きせん断耐力に関する実験的研究、土木学会論文報告集第 229 号・1974 年 9 月
- 2) Nakamura, H. and Higai, T. : Compressive Fracture Energy and Fracture Zone Length of Concrete, Seminar on Post-peak Behavior of RC Structures Subjected to Seismic Load, pp.259-272, 1999, Yamanakako, Japan
- 3) M. P. Collins, D. Mitchell : Prestressed Concrete

Basics, Canadian Prestressed Concrete Institute, 1987

4) A. Hillerborg. : Stability Problems in Fracture Mechanics Resting, Fracture of concrete and Rock, Elsevier Applied Science, pp.369-378, 1989

5) コンクリート標準示方書設計編〔平成 8 年制定〕土木学会

(2000 年 9 月 14 日 受付)