

鉄筋コンクリート部材の終局変形に及ぼす圧縮軟化の影響

The influence of compression softening to ultimate deformation for RC members

田所 敏弥*, 佐藤 靖彦**, 上田 多門***

Toshiya TADOKORO, Yasuhiko SATO, and Tamon UEDA

- *工修 北海道大学大学院 工学研究科社会基盤工学専攻 (〒060-8628 札幌市北区北 13 条西 8 丁目)
 **工博 北海道大学大学院助手 工学研究科社会基盤工学専攻 (〒060-8628 札幌市北区北 13 条西 8 丁目)
 ***工博 北海道大学大学院助教授 工学研究科社会基盤工学専攻 (〒060-8628 札幌市北区北 13 条西 8 丁目)

To predict the behavior of RC structures under seismic loading, the Post Peak behavior must be clarified. In this study, constitutive laws of concrete under compressive and tensile stress state were expanded to simulate strain-softening behavior based on the concept of fracture energy. It was confirmed that, by means of numerical investigations using finite element analysis with the expanded constitutive laws, ultimate deformation of a beam specimen strongly depends on the amount of the fracture energy used in compressive constitutive laws. The analytical results agree well with experimental ones when the compressive fracture energy of 50 (N/mm) is used for normal concrete with compressive strength of 30MPa in the analysis.

Key Words : Influence of element size, Compression softening, Fracture energy, Ultimate deformation

キーワード : 要素寸法依存性, 圧縮軟化, 破壊エネルギー, 終局変形

1. 序論

鉄筋コンクリート (以下 RC と略す) 構造物の耐震性能を評価する場合, 構造物のポストピーク挙動を精度良く予測する必要がある。RC 部材の終局変形に関する既往の研究は, 実験により靱性率を経験的に定量化するものがほとんどである。本研究では部材の耐荷機構を考慮し, 実験的に導かれた構成則を用いた数値解析により終局変形の予測を試みた。このようなマクロレベルの力学的性状を出発点とする有限要素法は, 部材の終局変形の定量化を図る上で大変汎用性のある手法といえ, 終局変形を精度よく予測する手法を与えるだけでなく, 材料的な視点, 構造細目の視点から, 構造物の変形性能を向上させるための情報を与えてくれるものである。

最新の研究成果¹⁾において, 材料の応力履歴特性の適切なモデル化によりポストピーク挙動を精度よく予測できる可能性が示唆されている。しかし, 曲げ破壊する部材の終局変形にコンクリートの構成則がどのように影響を与えるかという視点での研究は少ない。そこで, 終局変形を推定しうる, ポストピーク領域においても適応可能でかつ要素寸法の影響を低減できる構成則の構築を主眼に本研究を行った。

コンクリートの引張モデルについては, 軟化領域におけるひび割れの局所化およびそれとともなう要素寸法依存性を考慮できることが重要であり, ここでは, Reinhardt の一軸引張の試験結果²⁾に破壊エネルギーを導入した。

圧縮モデルについては, 大ひずみ領域も表現可能な軟化モデルの構築が不可欠であり, 本研究では, 圧縮破壊エネルギーの概念に基づき圧縮軟化モデルの定式化を行うとともに, 圧縮の構成則が曲げ圧縮形式の RC はり部材の終局変形に与える影響について検討した。次に, 部材試験の結果と数値解析の結果を用い, 圧縮破壊エネルギーを算出し圧縮軟化モデルの妥当性を示した。既往の研究³⁾では, 要素レベルで圧縮破壊エネルギーの算定が行われ, 部材レベルでの検証がほとんど行われていない。本研究では, マクロな視点から圧縮破壊エネルギーを算定し, 部材の終局変形レベルで圧縮構成則を検証し, 曲げ圧縮破壊形式の RC 部材の終局変形が予測可能であることを示した。

このように, 構成則のひずみ軟化領域への拡張により, RC 部材のポストピーク挙動および終局変形の予測が可能になった。本研究は, ひずみ軟化およびひずみの局所化にともなう要素寸法依存性の観点から構成則を検討し, 終局状態まで拡張したものである。

2. 解析概要

2.1 概説

本研究では, 既存の引張応力および圧縮応力を受けるコンクリートの構成則を破壊エネルギーの概念に基づき, ひずみ軟化領域まで適応可能なモデルへと拡張し, ひずみの局所化にともなう要素寸法依存性の観点から構成則の終局変形に与える影響

を検討し、構成則の妥当性を示した。なお、本解析では、鉄筋降伏後の曲げ圧縮破壊形式の RC はり部材を対象とする。

2.2 解析モデル

本解析では、RC 部材用 2 次元非線形有限解析プログラム「WCOMR」⁴⁾ を用い構成則の拡張を行った。プログラムの概要を以下に示す。要素は 8 節点アイソパラメトリック要素を用い、ポストピーク挙動を検討するため変位増分法により解析を行った。求解法は、修正 Newton-Raphson 法を用い残差力がある収束判定基準を満たすまで繰り返し計算を行った。また、ひび割れの発生および進展を有限要素内で平均的に考慮する分散ひび割れモデルを用い、主応力がある破壊基準に達した時、主ひずみと直交方向にひび割れが発生し、その後主ひずみの方向が変化してもひび割れ角度が変化せず、ひび割れ面においてせん断応力が伝達される「固定ひび割れモデル」を用いた。RC 要素のテンションステイフニングに関しては、玉井ら⁵⁾が提案したモデルを用い、せん断伝達に関しては、李らが提案した接触密度関数によるせん断伝達モデル⁶⁾を用いた。但し、本解析では、曲げ破壊を対象としているため、せん断伝達モデルの影響はほとんどないと考えられる。2 軸応力下の破壊基準に関しては、引張強度に重点をおいて提案されている圧縮-引張領域における二羽モデル⁷⁾および引張-引張領域における青柳・山田モデル⁸⁾を用いた。また、曲げ破壊形式の RC はりの解析において、鉄筋の構成則がポストピーク挙動に大きな影響を与えることが確認できたため、本解析では Hamed らによって提案された鉄筋降伏後の破断するような大ひずみ領域においても適応できるトリリニア型の RC 引張モデル⁹⁾を用いた。

なお、曲げ圧縮破壊形式の RC はりの本解析においては、通常より厳しい収束判定基準値 (= 残差力の二乗和 / 等価節点力の二乗和) 10^{-9} を用いた。一般的に数値解析では、収束判定基準値 10^{-6} 程度を用いる。これは、曲げ解析においては、残差力が耐力に無視できない影響を与え、耐力を過大評価することが、確認されたからである。

解析モデルは要素寸法依存性を検討するため要素寸法の異なる 3 モデル、すなわち要素数を 32, 64, 96 とした要素分割モデル (Fig.1-a, 1-b, 1-c) を用意した。また、材料特性値を Table1 に示す。なお、解析は対象性を考慮し 1/2 モデルで行った。

3. 構成則の軟化領域への拡張

3.1 引張応力を受けるコンクリートの構成則

引張応力を受けるコンクリートの構成則としてひび割れ発生までは 2 次元の弾塑性破壊モデル¹⁰⁾を用いた。ひび割れ発生後は 1 本のひび割れに着目し、Reinhardt の 1 次元場での実験結果を構成則に導入した。しかし、実現象ではひび割れ発生後は、ある特定の幅を持った破壊領域にひずみが局所化するため Reinhardt の引張軟化曲線式 (1) を直接用いると要素寸法に解が依存してしまう。この要素寸法依存性を低減するため以下のように引張破壊エネルギーを用い構成則の修正を行った。

コンクリートの引張応力とひび割れ幅の関係は前述の

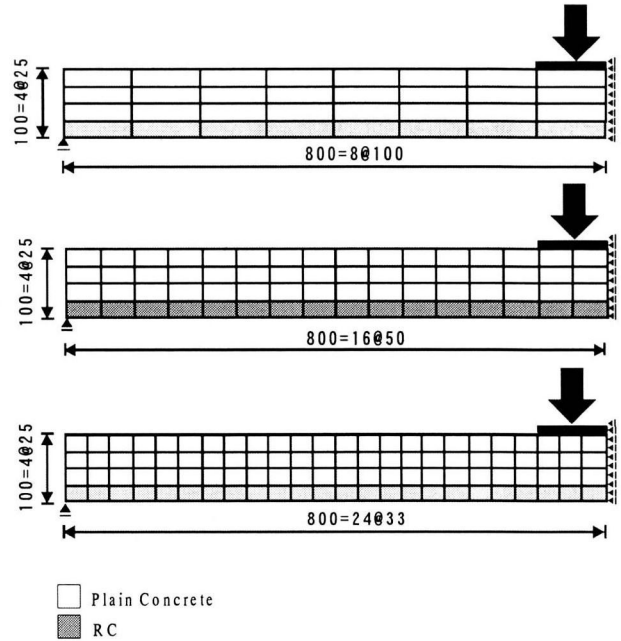


Fig.1-a, 1-b, 1-c 要素分割図

Table1 材料諸元

圧縮強度 (MPa) f_c	30.0
引張強度 (MPa) f_t	2.2
鉄筋降伏強度 (MPa) f_y	295.0
鉄筋ヤング率 (GPa) E_s	180.0
コンクリートポアソン比 ν_c	0.2
鉄筋比 ρ_s	0.01

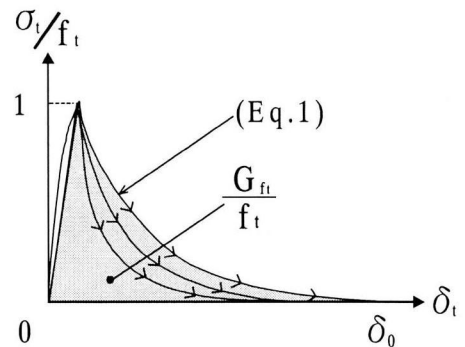


Fig.2 引張軟化モデル

$$\frac{\sigma_t}{f_t} = \left\{ 1 + \left(c_1 \frac{\delta}{\delta_0} \right)^3 \right\} \exp \left(-c_2 \frac{\delta}{\delta_0} \right) - \frac{\delta}{\delta_0} (1 + c_1^3) \exp(-c_2) \quad (1)$$

$$C_1 = 3.0, C_2 = 6.93$$

CEB-FIP model code 90

$$G_f = G_{f0} \left(\frac{f_c}{f_{cm0}} \right)^{0.7} \quad (2)$$

$$f_{cm0} = 10.0$$

$$G_{f0} = 0.058$$

$$\delta_0 = 5.14 \left(\frac{G_f}{f_t} \right) \quad (3)$$

Reinhardt モデルであり、この軟化曲線が囲む面積が引張破壊エネルギーとなる (Fig.2)。引張破壊エネルギーの値は、CEB-FIP Model Code 90¹¹⁾ に規定されている式 (2) を用いた。また、応力が零になる限界変位と引張破壊エネルギーの関係は、D.A.Hordijk¹²⁾ の提案式 (3) を用いた。実現象としては、ある幅をもった破壊領域にひずみが局所化し引張破壊エネルギーが消費されるが、有限要素法では要素内で平均的に引張破壊エネルギーが消費されることになるので等価長さ l_{eq} を用いてひび割れ幅をひずみに換算する。等価長さについては、現在も一般的に認知された評価方法がないが、等価長さの区間内にひび割れが1本だけしか存在しないことを意味する。要素形状が長方形または正方形で主引張ひずみ軸が要素辺と直交する場合、等価長さは辺長に一致する。しかし、このような場合は実際の解析ではほとんどない。そこで本研究では以下のように等価長さを定義した。まず要素内のガウス積分点の分担領域を考えガウス積分点の主引張ひずみ軸に投影した投影長さを等価長さとした (Fig.3)。要素寸法固有の等価長さを導入することによって要素ごとに引張軟化曲線が異なり、その結果、耐力に現れる解析モデルの要素寸法依存性が低減される¹³⁾。これ以降の解析において、引張応力を受けるコンクリートの構成則は、この引張破壊エネルギーを導入した構成則を用いるものとする。

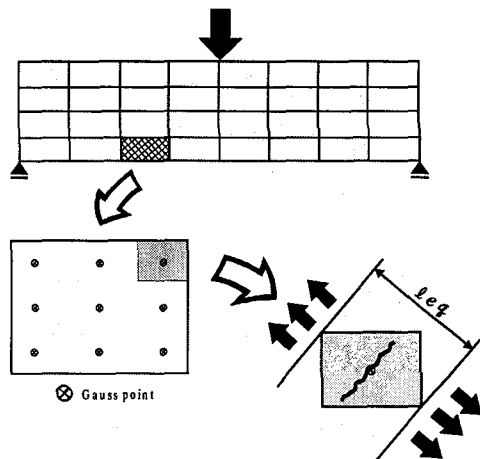


Fig.3 等価長さ

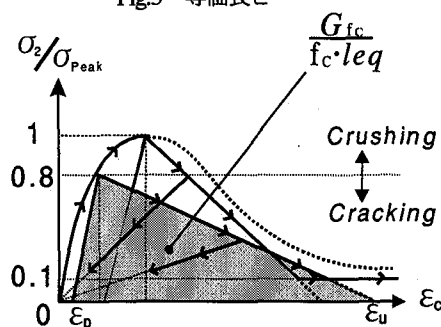


Fig.4 圧縮軟化モデル

3.2 圧縮応力を受けるコンクリートの構成則

圧縮応力を受けるコンクリートの構成則として、ひび割れ発生までは2次元の弾塑性破壊モデル¹⁰⁾を用い、ひび割れ発生後は1本のひび割れに着目し、ひび割れ平行方向の1次元の線形軟化モデルを導入した。このモデルはFig.4に示すようにひび割れ発生後は、ある限界ひずみ ϵ_u まで線形に軟化するモデルである。引張場では、限界変位 (ひび割れ幅) に達するのに要するエネルギーが引張破壊エネルギーとなる。一方、圧縮場では、各要素において圧縮応力が伝達できなくなるひずみ、つまり限界ひずみ ϵ_u に達するのに要するエネルギーを圧縮破壊エネルギーと定義する。本研究では圧縮破壊エネルギーを与え、軟化勾配を直線と仮定することにより限界ひずみを定め圧縮軟化勾配を規定した。引張場では、破壊領域としてひび割れ幅が定義されるが、圧縮場においてこれに対応するものを示すことは現在の研究レベルではできない。そのため、本論文では部材の実験結果と解析結果から圧縮破壊エネルギーを推定する方法を用い、部材の終局変形の予測を行っている。

圧縮軟化に関する既往の研究は数少ない。その中で R.Park¹⁴⁾ は、式 (4) に示す軟化直線を提案している。この提案式によると圧縮強度 30.0 (MPa) のコンクリートで、限界ひずみが 0.005 程度となる。

また、S.Popovics の研究¹⁵⁾ では圧縮応力を受けるコンクリートの応力-ひずみ関係を式 (5) によって軟化領域まで表現している。この提案式によると圧縮強度 30.0 (MPa) のコンクリートがピーク荷重の 20% まで軟化した時のひずみは、約 0.010 と計算することができる。

さらに、V.Cervenka の研究¹⁶⁾ によると圧縮軟化領域の応力-ひずみ勾配直線は $-0.125E_c$ (E_c : コンクリート剛性) により表

$$\frac{\sigma_c}{f_c} = \{1 - z(\epsilon_c - 0.002)\} \quad (4)$$

$$\epsilon_{0.5} = \frac{3 + 0.002 f_c}{f_c - 1000}$$

$$Z = \frac{0.5}{\epsilon_{0.5} - 0.002}$$

$$f_c = 4350(\text{psi}) (= 30\text{MPa})$$

$$\sigma_c = 0$$

$$\Rightarrow \epsilon_u = 0.005$$

$$\frac{\sigma_c}{f_c} = \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right) \left(\frac{n}{n - 1 + (\epsilon_c / \epsilon_0)^n} \right) \quad (5)$$

$$n = 0.4 \times 10^{-3} f_c + 1$$

$$\epsilon_0 : \text{strain at ultimate stress } f_c$$

$$\epsilon_0 = 0.002$$

$$f_c = 4350(\text{psi}) (= 30\text{MPa})$$

$$\Rightarrow \epsilon_u = 0.010$$

され限界ひずみは 0.0085 と計算することができる。但し、いずれのモデルにおいても応力が零近傍の大ひずみ領域においては検証が十分であるとはいえない。

ここで、限界ひずみ ϵ_u を ①0.04、②0.06、③0.08 とした 3 ケースについて、はりの終局変形に及ぼす圧縮構成則の影響を感度解析により検討した。解析モデルは 2.2 で示した曲げ破壊形式の解析モデル Fig.1-b を用いた。荷重変位曲線を Fig.5 に示す。荷重変位曲線より限界ひずみが小さい程、つまり圧縮軟化勾配が大きい程、はりが脆性的に破壊に至ることが確認できる。そして、圧縮構成則の軟化勾配が曲げ圧縮破壊形式のはりの終局

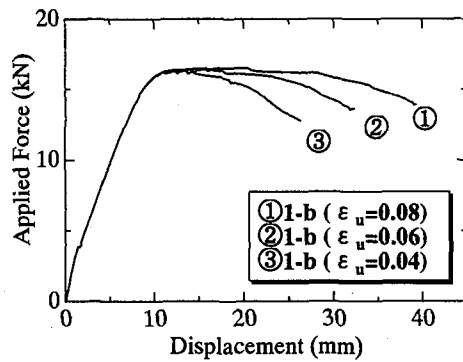


Fig.5 荷重変位関係

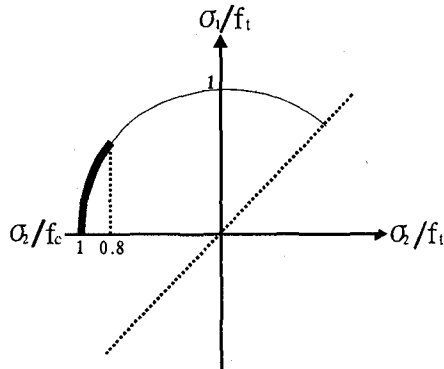


Fig.6 ひび割れ発生基準 (圧縮軟化)

$$\varepsilon_u = \frac{2G_{fc}}{f_c \cdot l_{eq}} + \varepsilon_p \quad (6)$$

変形に大きく影響を及ぼすことがわかる。すなわち、圧縮軟化の適切なモデル化によって部材の終局変形が予測できると推測できる。

そこで、次に、圧縮破壊エネルギーを用いた軟化勾配の定式化を試みた。実現現象では、ひび割れ発生後、負の軟化勾配がひずみの増加に従って緩やかになるが、本解析では、軟化勾配を直線で近似した。圧縮軟化においても引張軟化と同様に応力-ひずみ関係の軟化直線が囲む面積が、圧縮破壊エネルギーと等価になるように式(6)に従って限界ひずみを定め軟化直線を規定した(Fig.4)。但し、圧縮応力の低下は強度の10%を下限值とし、ひび割れ発生時の応力が圧縮強度の80%以上の時、つまり圧縮応力が支配的なひび割れの時のみひび割れ発生直後に圧縮軟化が起こると仮定した(Fig.6太線部)。一方、ひび割れ発生応力が圧縮強度の80%以下、つまり引張応力が支配的なひび割れに関しては、ひび割れ平行方向の圧縮応力はすぐには低下せず、圧縮強度の80%まで上昇した時点で低下するものとした。つまり、それぞれの要素の応力状態に応じてそれぞれ異なる軟化勾配を有することになる(Fig.4)。また、軟化応力の下限値を強度の10%と仮定した。また、塑性ひずみ ε_p は軟化開始のひずみ ε_0 の1/2と仮定している。

圧縮破壊エネルギーは、要素形状、骨材形状、側圧、端部拘束、など様々な要因に大きく依存し、既往の研究が少なく定式化されたものがほとんどないため、既往の研究¹⁷⁾から端部拘束がなく普通強度コンクリートの一軸圧縮試験より推定した平均的な値として40.0(N/mm)を感度解析に用いた。また等価長さは、引張と同様に、1つのガウス積分点が分担する領域を考慮

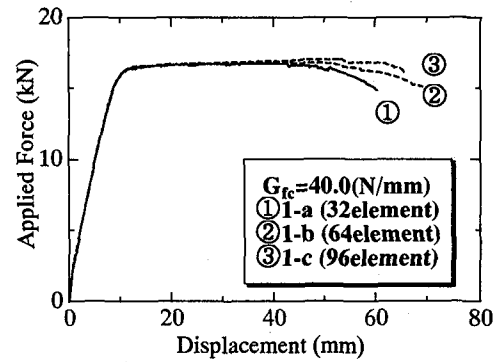


Fig.7 荷重変位関係 (圧縮破壊エネルギー考慮)

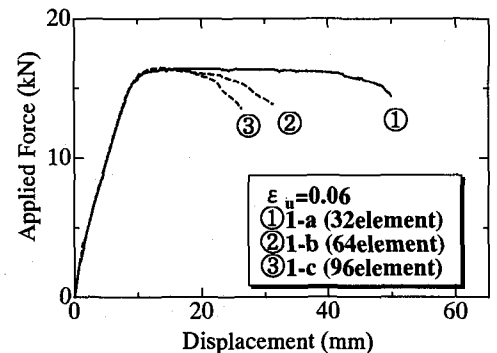


Fig.8 荷重変位関係 (圧縮破壊エネルギー考慮なし)

このようにして導いた圧縮構成則を導入した有限要素プログラムを用いて Fig.1-a,1-b,1-c の解析モデルにおける要素寸法依存性の検討を行った。圧縮構成則に圧縮破壊エネルギーを用いて要素寸法を考慮した場合(Fig.7)としない場合(Fig.8)の解析結果をあわせて示す。要素寸法を考慮しない場合は、限界ひずみ ε_u として一定値0.06を用いた。両者の比較によって、圧縮構成則に等価長さを導入することにより解の要素寸法依存性、特に終局変形に及ぼす要素寸法の影響が低減されたことが確認できる。また、同時に終局変位が、圧縮破壊エネルギーの大きさに依存することがわかる。よって、曲げ圧縮破壊形式のはりにおいては、圧縮破壊エネルギーの適切な評価によってはじめて終局変形の精度よい予測が可能になることがわかる。圧縮破壊エネルギーに関しては、研究が少なく、また特性値を規定する上で不確定要因が多いため、十分に検証された値は今のところ見当たらない。本研究においては、後述の圧縮破壊するRCはりの曲げ試験の結果と解析結果の比較から圧縮破壊エネルギーの値の同定する手法をとった。詳細は4.3において述べる。

4. 実験概要

4.1 概説

RC部材の終局変形の予測を行うための引張および圧縮構成則の軟化領域への拡張についてこれまで述べた。ここでは、鉄筋比の異なる曲げ破壊形式のRCはりを用いた実験により終局変位を測定し、前述の構成則の検証を行い圧縮破壊エネルギーの同定を試みた。

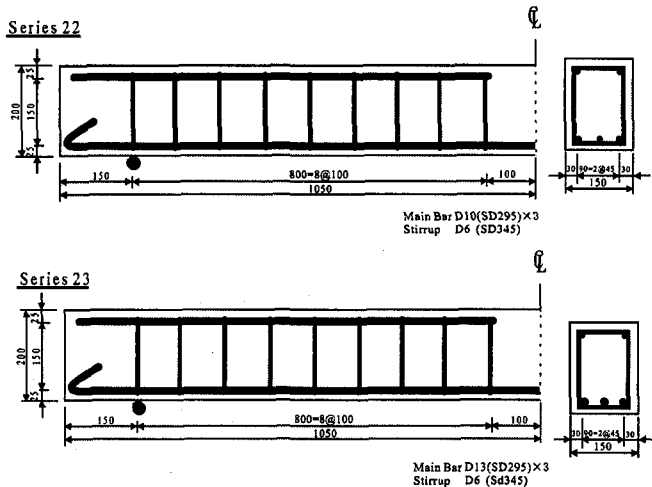


Fig.9 実験供試体図

4.2 実験供試体および試験方法

供試体の形状および材料緒元をFig.9, Table2に示す。実験は、鉄筋比の異なる2体の曲げ破壊形式のRCはり1点静的載荷を行った。2体の供試体は、主鉄筋比以外の断面形状、せん断補筋比、材料等は全て同一である。また、ひび割れ面でのせん断伝達の影響を低減するため、設計曲げ耐力がひび割れ発生荷重を下回るように設計を行った。さらに、終局時の圧縮軟化領域の構成則を検証するため圧縮破壊領域の鉄筋を切断し、圧縮破壊領域を無筋の状態とした (Fig.9)。また、終局時の大変形に着目するため、支点は十分なすべりおよび回転性能を持たせ、軸力等が作用しないように配慮した支承を用いた。

4.3 実験結果および考察

(1) 実験結果

実験より得られた荷重変位曲線を Fig.10, Fig.11 に示す。破壊形式はいずれの供試体も鉄筋降伏後の曲げ圧縮破壊である。なお、主鉄筋の破断はいずれの供試体とも見られなかった。供試体 S23 では、変位が 30 (mm) に達した時にはり上端に圧縮ひび割れの発生が確認できた。しかし、耐力の低下が観られたのは変位が 70 (mm) を越えてからであった。このように、圧縮破壊の開始が直ちに部材の終局状態に結びつかないことが実験からも確認できた。S22 についても同様であった。このことから、圧縮構成則による軟化領域が、実現現象として部材中に存在することが確認できた。なお、本実験では試験機載荷部のストロークの都合上、一度、除荷を行った。

(2) 実験供試体の解析

実験供試体 (S22, S23) をこれまで述べた構成則を導入した有限要素プログラムを用いて解析した。解析モデルおよび材料特性値の諸元を Fig.12, Table.2 に示す。また、境界条件が解に大きな影響を及ぼすため、載荷板とコンクリートとの接触面は、接合要素を用いて厳密にモデル化した。接合要素のせん断剛性を十分小さくし引張剛性を零とし、加力装置による圧縮力のみ供試体に伝達させた。載荷板とコンクリート面と接触面のせん断剛性を十分小さくすることによって、はり上縁に作用する圧縮力を載荷板が分担することを避けた。

Table 2 材料緒元

Series	S22	S23
圧縮強度 (MPa) f_c	30.2	31.0
引張強度 (MPa) f_t	2.0	2.1
鉄筋降伏強度 (MPa) f_y	335.0	345.0
鉄筋ヤング率 (GPa) E_s	185.0	185.0
コンクリートポアソン比 ν_c	0.2	0.2
鉄筋比 ρ_s	0.0082	0.0145

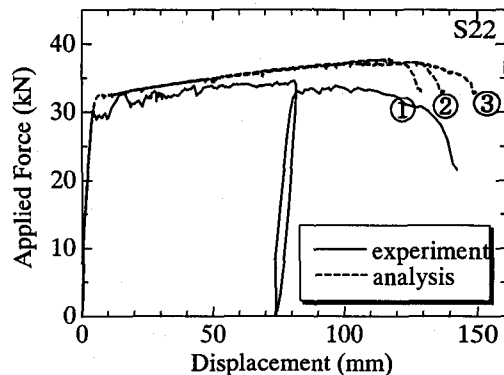


Fig.10 荷重変位関係 (S22)

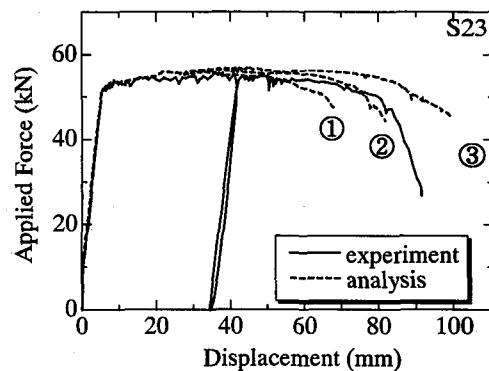


Fig.11 荷重変位関係 (S23)

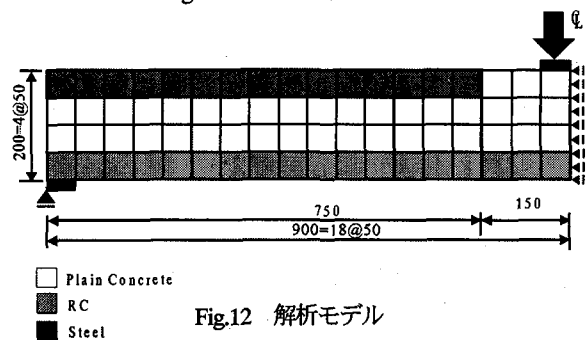


Fig.12 解析モデル

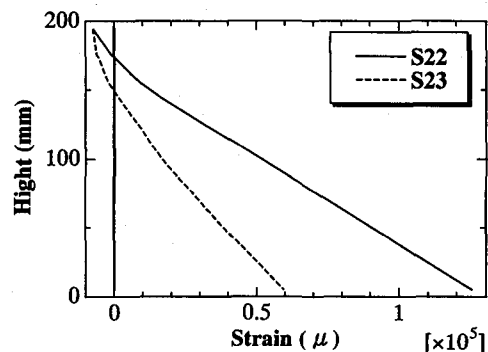


Fig.13 終局時のひずみ分布

(3) 考察および圧縮破壊エネルギーの同定

実験結果と解析結果を Fig.10, Fig.11 に示す。図中の解析結果は、圧縮構成則の圧縮破壊エネルギーの値を①40.0 (N/mm)、②50.0 (N/mm)、③60.0 (N/mm)とした場合の解析結果である。S23 に関しては②50.0 (N/mm)のケースが実験結果とほぼ一致する。S22 に関しては、②50.0 (N/mm) のケースが実験結果に近いといえる。また①と③の終局変位の差がS22 では約 20 (mm)であるのに対して S23 では大きく約 40 (mm)であった。これは、圧縮軟化領域の体積差に起因すると考えられる。つまり、鉄筋比の大きい S23 では中立軸が低いため圧縮域がより大きくなり圧縮軟化の影響がより顕著になるためである。Fig.13 は圧縮ひずみがほぼ等しい終局時の S22,S23 のひずみ分布である。このことから、上記の説明が成り立つ。また、S22,S23 の解析結果において鉄筋降伏後の挙動が若干異なるのは、鉄筋の構成則の影響と考えられる。前述の鉄筋の構成則は平均応力-平均ひずみ関係が鉄筋比に依存するモデルであるため、鉄筋比の異なる S22,S23 でこのように異なる挙動を示した。大ひずみ領域の鉄筋構成則の修正によりさらに正確に終局変位を予測することが可能となる。

ここで、実験結果と解析結果より推定した圧縮破壊エネルギーの値 50.0 (N/mm) について既往の要素試験に基づいて検証する。H.Nakamura ら¹⁸⁾ は、異なる寸法のシリンダーを用いた要素試験から以下の圧縮破壊エネルギー算定式 (7) を提案している。

$$G_{fc} = 8.8\sqrt{f_c} \text{ (N/mm)} \quad (7)$$

本実験で用いたコンクリートの圧縮破壊エネルギーを式 (7) より算出すると 48.2 (N/mm)となり、はり部材を用いた実験結果より推測した値とよく一致している。このことは、要素レベルで求めた実験式を部材レベルに拡張できる可能性を示している。

5. 結論

本研究では、引張および圧縮応力を受けるコンクリートの構成則をひずみ軟化領域に拡張し、RC 部材のポストピーク領域まで適応可能な構成則を導いた。そして、既往の研究にはない終局変形レベルにおいて実験および解析的に構成則を検証した。

以下に、結論をまとめる。

- (1) 圧縮応力が支配的なひび割れに対して圧縮破壊エネルギーの概念を用いた圧縮軟化勾配を規定することによって解析的に終局変形の予測が可能となった。さらに、圧縮構成則に等価長さの導入により、終局変形に及ぼす要素寸法依存性が低減できた。
- (2) 標準的な強度 30MPa のコンクリートの場合、圧縮破壊破壊エネルギーを 50 (N/mm) とすると終局変形が、実験結果と解析結果でよく一致する。さらに、部材試験と数値解析から推測した圧縮破壊エネルギーの値が既往の要素試験レベルの研究結果とよく一致することが確認できた。

参考文献

- 1) G.Markest : Strain Softening and structural analysis of beams failing in compression, FRAMCOS-3, Vol. II, pp.1183-1194, 1998.
- 2) Hans W Reinhardt, Hans A W Cornelissen, and Dirk A Hordijk : Tensile Tests and Failure Analysis of Concrete, journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.112, No.11, pp.2462-2477, 1986.
- 3) 平井圭・中村光・檜貝勇 : コンクリートの圧縮破壊領域の推定に関する実験的研究, 日本コンクリート工学年次論文報告集, Vol.17, No.2, pp.339-344, 1995.
- 4) 岡村甫・前川宏一 : 鉄筋コンクリートの非線形解析と構成則, 技報堂出版, 1990.
- 5) 玉井真一・島弘・出雲淳一・岡村甫 : 1 軸引張部材における鉄筋降伏後の平均応力-平均ひずみ関係, 土木学会論文集, No.378, pp.239-247, 1987.2
- 6) 李宝禄・前川宏一 : 接触面密度関数に基づくコンクリートひび割れ面の応力伝達構成式, 日本コンクリート工学論文集, Vol.26, No.1, pp.123-137, 1988.
- 7) 二羽淳一郎 : 鉄筋コンクリート板要素の力学的性状, 東京大学修士論文, 1980.
- 8) 山田一字 : 面内力を受ける鉄筋コンクリートのせん断伝達機構及び耐力・変形に関する研究, 東京大学学位論文, 1981.
- 9) 前川宏一・福浦尚之 : 擬似直交 2 方向ひび割れを有する平面 RC 要素の空間平均化構成モデルの再構築, 土木学会論文集 No.634/Vol.45, pp.157-176, 1999.11
- 10) 前川宏一・岡村甫 : 弾塑性破壊モデルに基づくコンクリートの平面応力構成則, コンクリート工学論文集, Vol.21, No.5, pp.87-99, 1983.5
- 11) CEB-FIP Model code 90, Chapters1-3, pp.2-5, 1991.7
- 12) Dirk A Hordijk : Local Approach to Fatigue of Concrete, 1991.
- 13) 田所敏弥・佐藤靖彦・上田多門 : ポストピーク挙動に及ぼすひずみ軟化の影響について, 土木学会北海道支部論文集, 第 56 号(A), pp.498-503, 2000.2
- 14) R.Park : Reinforced Concrete Structure, John Wiley and Sons, 1975.
- 15) S.Popovics : Strength and Related Properties of Concrete, pp.392-407, 1997.
- 16) V.Cervenka : SBETA analysis of Size Effect in Concrete Structure, pp.271-281, 1997.
- 17) RILEM TECHNICAL COMMITTEES 148-SSC : Test Methods for The Strain-softening Response of Concrete, Strain-softening of Concrete in uniaxial compression, pp.195-209, 1997.5
- 18) H.Nakamura, T.Higai : Compressive fracture energy and fracture zone Length of concrete, seminar on Post-peak behavior of RC structures subjected to seismic loads, JCI-C51E, Vol.2, pp.259-272, 1999.10

(2000 年 9 月 14 日受付)