

非線形性を導入した非定常空気力に関する研究

A study on non-linear extension of unsteady aerodynamic force definition

山田 均* 宮田 利雄** 勝地 弘*** 鈴木 猛**** 杉浦 江*****

Hitoshi YAMADA, Toshio MIYATA, Hiroshi KUTSUCHI, Takeshi SUZUKI and Hiroshi SUGIURA

- * 工博 横浜国立大学教授 大学院工学研究科 (〒240-8501 横浜市保土ヶ谷区常盤台 79-5)
- ** 工博 横浜国立大学教授 工学部建設学科 (〒240-8501 横浜市保土ヶ谷区常盤台 79-5)
- *** 博(工) 横浜国立大学助教授 工学部建設学科 (〒240-8501 横浜市保土ヶ谷区常盤台 79-5)
- **** 横浜国立大学 大学院工学研究科 計画建設学専攻 (〒240-8501 横浜市保土ヶ谷区常盤台 79-5)
- ***** 修(工) 川崎重工業株式会社 (〒675-0155 兵庫県加古郡播磨町新島 8)

Nonlinear extension of unsteady aerodynamic force definition (amplitude-dependent definition) was investigated in order to analytically simulate the vortex-induced oscillation of a bridge deck. A new amplitude-dependent definition of unsteady aerodynamic force was developed and its force coefficients were identified using the EK-WGI method. The definition was limited to bending or torsional 1-DOF motion. The definition and identification was verified by comparing a time-history analysis using the identified force coefficients with experimentally obtained time-histories of the vortex-induced oscillation. The analysis and measurement were in fair agreement, however the analysis (particularly bending motion) was very sensitive to initial conditions.

Key Words: unsteady aerodynamic force, non-linearity, system identification, time-history analysis

1. まえがき

長大橋梁のフラッターを推定する手法として最も確実と考えられる手法は全橋模型を用いた風洞試験であるが、理想的に相似条件を満たすことが必ずしも出来ないことや、費用が高額であるため実施が難しい。そのため実用的な手段として、橋桁部分模型を用いて、線形式を前提にした非定常空気力を求め、その空気力を用いて周波数領域で全体系の解析を行う方法が確立している。

ここで橋桁断面に作用する非定常空気力は、平板翼理論に微小変位の仮定を取り入れた場合に準ずる表現法が取られている。これは変位、速度、加速度に比例する項の線形和であり、その係数は無次元振動数にのみ依存するものである。つまり、現在用いられている線形式は部分模型試験で(特に強制加振する場合)得られやすい正弦波のきれいな定常振動を前提に提案されており、変位依存の変数としてよく振幅が用いられるのはこの理由による。

しかし、空力弾性振動は、流下する気流と桁自身の振動が相互に干渉し合って起こる現象であり、本来非線形

である。これまでにリミットサイクルなど、非線形振動論からフラッターを説明する研究^{1), 2)}も行われてきている。事実、近年フラッター風速域における非定常空気力の非線形性が明らかになってきており、非定常空気力の線形表現の再検討が要請されるようになった。

また、一方で正弦振動の線形式の枠組みを取り払い、正弦振動に限らず過渡振動、ランダム振動、急激な発散減衰振動等の状態にあるときをも包括した空気力の一般化表現³⁾への要請もある。

橋梁全体の解析は従来、振動モードの重ね合わせでとらえ周波数領域で行われてきた。一方、振動制御への適用を考えると、時間領域での解析が必要となるが、近年ガスト応答、静的空気力、フラッター等をトータルで議論する試みも時間領域で行われている。特に、渦励振に関しては空気外力による強制振動問題とする見方もあるが、これまでに空気力の非線形性を考慮して振動の発達・減衰を含めた時間領域での応答振幅の解析的推定がほとんど行われていない。

時間領域での解析を行おうとする場合、現在の線形表現された非定常空気力定式化では、時間領域の解析をス

トレートに行くには難しさがああり、さらに振動の発散減衰状況の解析精度を詳細に議論しようとするに困難の度合いはさらに大きくなる。

こうした背景をふまえ、本研究では、渦励振の時系列解析を精度良く実施することを目指し、おもに振幅依存に着目して、非線形性を導入した非定常空気力に関する検討を行った。

2. 自由振動法による非定常空気力測定

非定常空気力の測定手法には、強制振動法と自由振動法の2種類がある。本研究では非定常空気力の非線形性の導入を考慮に入れて、減衰振動や発散振動といった振動状態を忠実に再現できる自由振動法を採用することとした。

ここではシステム同定を用いた自由振動法による非定常空気力測定手法について説明する。さらに、非定常空気力の非線形性導入の布石として、ここでは、振幅依存を考慮に入れた非定常空気力を対象とし、加速度比例項についても検討を行った。尚、問題を簡単化するために、以後、振動方向は1自由度に限定した上で議論する。

2.1 加速度比例項を導入した非定常空気力

非定常空気力の振幅依存性を考える上で連成非定常空気力を扱うのは非常に困難である。振動方向別に振幅の組み合わせの考慮が必要となり極めて複雑になってしまうからである。本研究では、非定常空気力の非線形性についての議論を行うことが目的であるため、振動方向を1自由度に限定することとする。

また、一般に非定常空気力の加速度比例項については、その存在が指摘されながらも相対的に微小ということで省略されるのが普通であるが、振幅に依存する非定常空気力を考える場合、振幅の違いによって加速度比例項の影響が少なからず表れてくると思われる。そこで、加速度比例項を加えた非定常空気力の定式化を以下に示す。

$$L = \pi \rho B^2 \omega^2 \left(L_{yR} \hat{y} + L_{yI} \frac{\dot{\hat{y}}}{\omega} + L_{yA} \frac{\ddot{\hat{y}}}{\omega^2} \right) \quad (1a)$$

$$M = \pi \rho B^4 \omega^2 \left(M_{\theta R} \hat{\theta} + M_{\theta I} \frac{\dot{\hat{\theta}}}{\omega} + M_{\theta A} \frac{\ddot{\hat{\theta}}}{\omega^2} \right) \quad (1b)$$

ここで、 L ：非定常揚力、 M ：非定常空力モーメント、 $L_{yR}, L_{yI}, L_{yA}, M_{\theta R}, M_{\theta I}, M_{\theta A}$ ：非定常空気力係数、 ρ ：空気密度、 B ：全幅、 $\hat{y}$ ：全幅 B で無次元化した鉛直変位、 $\hat{\theta}$ ：回転変位、 ω ：円振動数、 $(\cdot)$ ：時間微分

2.2 振幅依存性を考慮した非定常空気力

自励振動のメカニズムを振り返ると、振動することによって、剥離流れの巻き込みが静止時より促進され、再付着が相対的に促進される。これによって圧力分布の構成にも大きな変化が生まれる。従って、振動する物体の

前縁から剥離した渦の発達と流下速度は振動の振幅に依存しており、応答と空気力の間の位相差も変化して空気力が変化する。このようにして、いわゆる振幅依存性が生じる。

振幅依存を考慮に入れた非定常空気力の測定を行うことは、つまり、空気力係数ある振幅毎に推定することである。そこで、本研究では実験で得られた時系列応答波形に対し、1波毎にシステム同定を行い、未知パラメータを推定することとした。その際、次のことを前提とした。

- 1)対象とする振幅の前後 $N/2$ 波($N=1,2,\dots$)の範囲内では、振動系は一定の減衰率で線形振動をする。
- 2)システム同定に用いるデータ長は、後に述べる解析上の都合から厳密には1波ではなく、1波以上2波以下程度となる。その際の振幅の定義は、解析に用いたデータ内の変位の最大値と最小値の差を倍振幅とする。

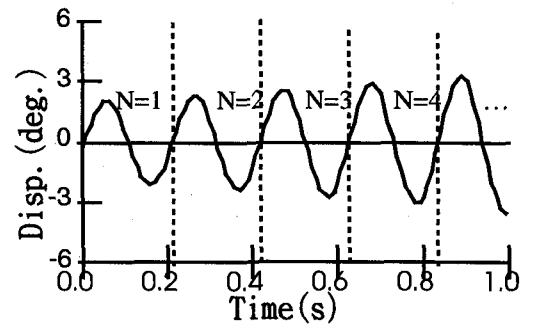


図1 振幅依存を考慮に入れたシステム同定の概念図

3. 非定常空気力の定式化

本研究で提案する非定常空気力の定式化は、基本的には曲げ1自由度振動におけるギャロッピングの解析に非線形性を導入した Parkinson の手法⁴⁾をねじれ振動に適用したものである。ねじれ振動の振動方程式は次式のようになる。

$$I\ddot{\theta} + c\dot{\theta} + k\theta = \frac{1}{2}\rho B^2 U^2 \cdot C_{F\theta} \cdot \sec^2 \gamma \quad (2a)$$

$$C_{F\theta} = A\alpha - B\alpha^3 + C\alpha^5 - D\alpha^7 \quad (2b)$$

ここで、 I ：極慣性モーメント、 c ：減衰係数、 k ：ばね定数、 $C_{F\theta}$ ：空気力係数、 γ ：相対迎角

ギャロッピングの解析と同様に、空気力係数 $C_{F\theta}$ は、有効迎角 α の多項式で表すことができるとする。ここで、有効迎角は以下のようになる。

$$\alpha(t) = \theta(t) + \gamma(t) \quad (3)$$

$\theta(t)$ はねじれ変位で、 $\gamma(t)$ は相対迎角である。相対迎角 $\gamma(t)$ は、断面内各点における相対速度 w を用いて、以下のよう表せる。

$$\gamma(t) = \tan\left(\frac{w}{U}\right) = \tan\left(-\frac{b'\dot{\theta}}{U}\right) \doteq -\frac{b'\dot{\theta}}{U} \quad (4)$$

$$w = -b'\dot{\theta}$$

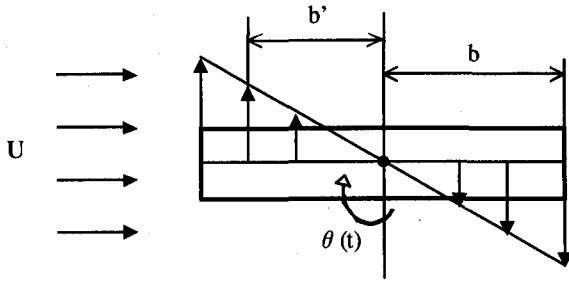


図2 一様中のねじれ振動

つまり、空気力係数 $C_{F\theta}$ を速度と変位で近似的に表現することができる。

振動を調和振動 $\theta = \theta_0 e^{i\omega t}$ として式(3)に代入すると、

$$\alpha = \left(1 - \frac{b'}{U} i\omega\right) \theta_0 e^{i\omega t} = \left(1 - ik \frac{b'}{b}\right) \theta \quad (5)$$

但し、 k ：換算振動数($=b\omega/U$)、 b ：半幅

となる。さらに相対迎角は微小である($\sec^2 \gamma \approx 1$)として、式(5)を式(2)に代入して整理すると、 $C_{F\theta}$ は以下のようになる。

$$C_{F\theta} = A \left(1 - ik \frac{b'}{b}\right) \theta - B \left[\left\{1 - 3 \left(\frac{kb'}{b}\right)^2\right\} - i \frac{kb'}{b} \left\{3 - \left(\frac{kb'}{b}\right)^2\right\} \right] \theta^3 + \dots \quad (6)$$

ここで、非線形性を振幅の多項式で表すことを考え、 k^2, k^4, k^6 の項を省略すると、式(2)の右辺の空気力は次式のようなになる。

$$M = \frac{1}{2} \rho B^2 U^2 (M_R \theta + M_I \dot{\theta}) \quad (7a)$$

$$M_R = A - B\theta^2 + C\theta^4 - D\theta^6 \quad (7b)$$

$$M_I = -\frac{b'}{U} (A - 3B\theta^2 + 5C\theta^4 - 7D\theta^6) \quad (7c)$$

定常モーメント係数 C_M の多項式近似により、係数 A, B, C, D を求め、相対迎角を取る位置 b' を決定すれば、扱いはギャロッピングの場合と同様になる。

しかし、以上の定式化には次の問題点がある。

1) 相対迎角をどの位置で取るか。

2) 式(7)の M_R と M_I における、係数 A, B, C, D が同じ値になるとは限らない。

3) 低換算風速域では、準定常理論の一致度は悪くなる。

そこでこれらの問題点を考慮して、本研究では次式に示す定式化を提案する。

$$F = \frac{1}{2} \rho B^2 U^2 \left\{ \left(\sum_n c_n u^{2(n-1)} \right) \frac{\dot{u}}{U} + \left(\sum_n k_n u^{2(n-1)} \right) u \right\} \quad (8)$$

ここで、 u ：無次元変位、 $\dot{u}$ ：速度、 U ：風速、 ρ ：空気密度、 B ：全幅、 c_n, k_n ：非定常空気力係数($n=1, 2, 3, \dots$)

式(8)は曲げ、ねじれの1自由度振動に対応している。尚、ねじれ振動を考える場合、式(7c)中の b' は $c_{1,2,\dots,n}$ に組み込まれている。さらに、非定常空気力係数の決定には静的空気力を用いず、システム同定によって係数を推定することで、上述の問題点を回避することができると思われる。

この非定常空気力モデルの特徴をまとめると以下のようになる。

a) 従来の定式化における空気力係数 $L_{yR}, L_{yI}, M_{\theta R}, M_{\theta I}$

にあたる部分が、変位の偶関数で表されている。

b) 振動は1自由度に限定。

c) 空気力係数(c_n, k_n)は、断面形状に固有の値である。

但し、c)の扱いに関しては疑問が残る。Parkinsonの手法では係数を静的空気力係数を用いて決定するため、c)の成立を仮定している。しかしながら、本研究では渦励振などの複雑な応答にも適用することを考えているので、空気力係数(c_n, k_n)は風速毎に異なった値となることが予想され、風速毎にシステム同定を行う必要がある。

4. 非定常空気力係数の推定

今回の研究では理論の検証を行いやすいように、別途の研究で鉛直曲げ、ねじれともに大振幅の渦励振が発生した、図3に示す $B/D=3.25$ の2次元剛体部分模型を対象とした。鉛直曲げ、ねじれ方向の運動を独立に許す2次元弾性支持装置を用い、曲げ振動実験時にはねじれ方向を、ねじれ振動実験時には曲げ方向をそれぞれ拘束して実験を行い、おのおのの時系列応答波形を測定し、EK-WGI法^{5), 6), 7)}によるシステム同定を行い非定常空気力係数を推定した。

EK-WGI法は、拡張カルマンフィルタの改良アルゴリズムであり、システム同定の際の共分散行列に重みを付け、グローバルに繰り返し、すなわち途中の同定結果を新たな初期条件として同定を繰り返し、解が収束した段階で同定結果とするものである。

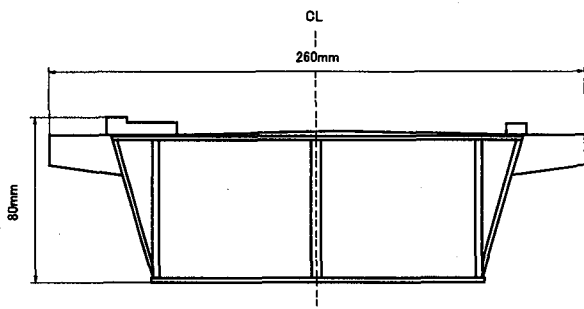


図3 実験模型断面図

4.1 振幅依存性を考慮に入れた推定

観測された時系列応答波形より、運動方程式中の未知パラメータを推定するにあたり、EK-WGI法の初期パラメータと解析条件を表1のように設定した。

固有値の推定結果である図5、図8を見ると、いずれのケースにおいても振動状況をほぼ忠実に再現した結果が得られている。限定振動が生じる風速においては、減衰率が0になる振幅が観測値と良く一致している。よって、式(1)に対する空気力係数も固有値の結果を反映したものとなり、振幅依存性を有することが確認できる。

加速度比例項については、図6、図9より振幅が大きいほど値が大きくなる傾向が、曲げ振動、ねじれ振動ともに見られる。さらに、 L_{yA} 、 $M_{\theta A}$ を考慮しないケースで

は L_{yR} 、 $M_{\theta R}$ の振幅依存性が確認されたが、 L_{yA} 、 $M_{\theta A}$ を考慮すると L_{yR} 、 $M_{\theta R}$ の振幅依存性は見られなくなる。

つまり、固有値の推定結果に見られる振幅による振動数の変化は、加速度比例項の存在によって生じていると考えられる。但し、今回の実験諸元1ケースだけでは、加速度比例項が正しく推定されているのかの確認は困難であり、振動数を変えた実験等を行うことで再確認する必要があるそうである。

全体的に見られる推定結果のばらつきに関しては、解析に用いるデータ長が短いため、特に加速度比例項を考慮する場合は未知パラメータが1つ増えるためにさらにばらつきの度合いが増す。しかしながら、観測された時系列応答波形を2セット用いることによって、値の傾向を十分把握できるだけのプロットが与えられているので、本研究で実施した方法が、振幅依存を有する非定常空気力の推定に有効であることが確認された。

4.2 非線形モデルを用いた推定

観測された時系列応答波形より、運動方程式中の未知パラメータを推定するにあたり、EK-WGI法の初期パラメータと解析条件を表2のように設定した。

式(8)に示す非線形モデルを用いた場合、未知パラメータが多くなるために、推定結果を収束させるためには、解析条件の微妙なチューニングが必要となる。さらに、風速によっては減衰波形と発散波形が混在する場合もあるので、システムの状態ベクトルには複数の観測波形を

表1 EK-WGI法の初期設定パラメータ及び解析条件(1)

共分散	システム (変位、速度)	1
	未知パラメータ	100
状態ベクトル	システム (変位、速度)	実観測データ値を使用
	未知パラメータ	平板翼理論値
観測方程式の雑音の共分散		1.0
グローバルな繰り返しの回数		40
解析時間長		1? 2波(*1)
時間刻み(msec)		2
重み		1

(*1)厳密に1波分のデータを抽出するのは困難なため、1波以上2波以下とした。

表2 EK-WGI法の初期設定パラメータ及び解析条件(2)

共分散	システム (変位、速度)	1
	未知パラメータ	10000
状態ベクトル	システム (変位、速度)	実観測データ値を使用
	未知パラメータ	平板翼理論値(C_l , K_l) $0(C_{2,3,\dots,n}, K_{2,3,\dots,n})$
観測方程式の雑音の共分散		1.0
グローバルな繰り返しの回数		100
解析時間長		70? 220波(*1)
時間刻み(msec)		10
重み		2? 20(*2)

(*1)振動状況によって異なるが、基本的には計測したデータを使用した

(*2)解析時間長が長い場合には大きな重みを掛けた方が収束状況はよい

並列に入力した。

尚、状態ベクトルの初期値には平板翼理論値を用いた。その際、係数($C_{2,3,\dots,n}$, $K_{2,3,\dots,n}$)には、0の初期値を与えている。

推定された結果を非線形モデルについては従来の定式化における空気力係数に変換し、従来の線形式と比較させる形で図10、図11に示す。

1)モデル次数 n について

基本的には、モデル次数 $n \leq 4$ でシステム同定を行ったが、風速が高くなるにつれ、 n の値を小さくしないと同定に失敗する。これは、高次の未知パラメータ C_4 , K_4 が大きくなりすぎて、発散してしまうようである。しかし、 $n=4$ で係数が求まったケースを見ると、 $n=3$ の結果と大差ないことから、 $n=3$ で十分に非線形性を表現できているといえる。

非線形性のあまり強くない場合は、従来どうりの線形式の方が適している例が見られた。よって、モデル次数 n については、振動状態によって適宜決定する必要がある。

また、風速毎に空気力係数は全く異なり、今回の定式化では空気力を断面形状のみに依存すると考えるのは難しい。よって、現状では1つの風速に固定した上での議論にせざるを得ないことが分かった。

2)振幅依存を考慮した結果との比較

ねじれ振動については概ね一致している。変位比例項でややずれが生じているのは、非線形非定常空気力係数を、従来の定式化における空気力係数に変換する際に、換算振動数 k を一定としているのが原因と思われる（実際には振動数は振幅に依存して変化している）。しかし、これは従来式との比較を行うための変換であり、時系列解析実施時には特に影響しない問題である。

鉛直曲げ振動については、速度比例項についても一致しない。原因としては以下の2つが考えられる。

i)加速度比例項の影響がねじれ振動よりも大きい。

ii)定式化を行う際に、換算振動数 k を微小としている。

($\ddot{y}^2, \dot{y}^4, \dots$ に比例する項を省略している)

特に2番目の問題については、Parkinsonの手法と同様に $\ddot{y}^2, \dot{y}^4, \dots$ に比例する項を導入した方が当然精度は高くなるが、実際にParkinsonの定式化を用いて、同様にシステム同定を行ったところ、上手く収束させることができなかった。これは今回の実験データが変位のみのものであり、速度に対して非線形性を持つモデルには入力データが不足していると考えられる。よって、今回の定式化を適用するには、加速度比例項導入の検討を含め今後の課題として残った。

5. 実測された非定常空気力による時系列解析

本研究では、直接積分法の一つで減衰の小さな振動問題に適しているNewmark法を用いて時系列解析を行い、その解析結果と風洞実験で観測された時系列応答波形との比較を非定常空気力を介して行うことにより、今回提案する非線形性を導入した非定常空気力の定式化の有効性ならびに問題点について考察を行った。

表3にNewmark法の解析パラメータを示す。ここで、 δ および α は Δt (解析時間ステップ) 後の速度および変位を求める際の重み係数である。

表3 Newmark法の解析パラメータ

	鉛直曲げ	ねじれ
δ	0.5	
α	0.25	
時間ステップ(s)	0.04,0.02,0.001	0.02,0.01,0.001

解析の結果得られた時系列応答波形を、風洞実験で観測された応答波形と合わせて、図12、図13に示す。

1)時間ステップの設定について

鉛直曲げ、ねじれともに時間ステップ設定の影響は大きいといえる。 Δt が小さくなると、定常振幅が大きく解析される傾向が見られるが、いずれも定常に達していることから数値積分上の誤差とは考えにくい。

2)モデル次数 n について

$n=3$ 程度で十分と思われたが、風速によっては振動の発達状況が、モデル次数によって微妙に違う結果となった。よって、振幅依存状況の確認だけでは分からない状況が、時系列解析を行う際には敏感に表れてくるといえる。

3)鉛直曲げ振動について

ねじれ振動に比べて振幅が大きめに出る度合いが顕著であり、曲げ振動に関しては再検討が必要である。

4)ねじれ振動について

$\Delta t=0.02s$ のケースに限れば、解析の結果得られた時系列応答波形は、ほぼ実験で観測された振動状態を再現できている。しかし、全てのケースにおいて、振幅がやや大きめに評価されている。特に定常振動の振幅でその傾向が顕著となった。その理由としては、現時点で以下の2つが考えられる。

i)Newmark法などの数値積分法では、条件によっては解析値が発散する場合があることから、その影響を受けている可能性もある。

ii)加速度比例項の影響

今回の実験ケースの場合、減衰の変化の度合いは非常に小さいこともあり、非定常空気力ならびに時系列解析手法の両方で、さらに精度の向上が必要であるといえる。

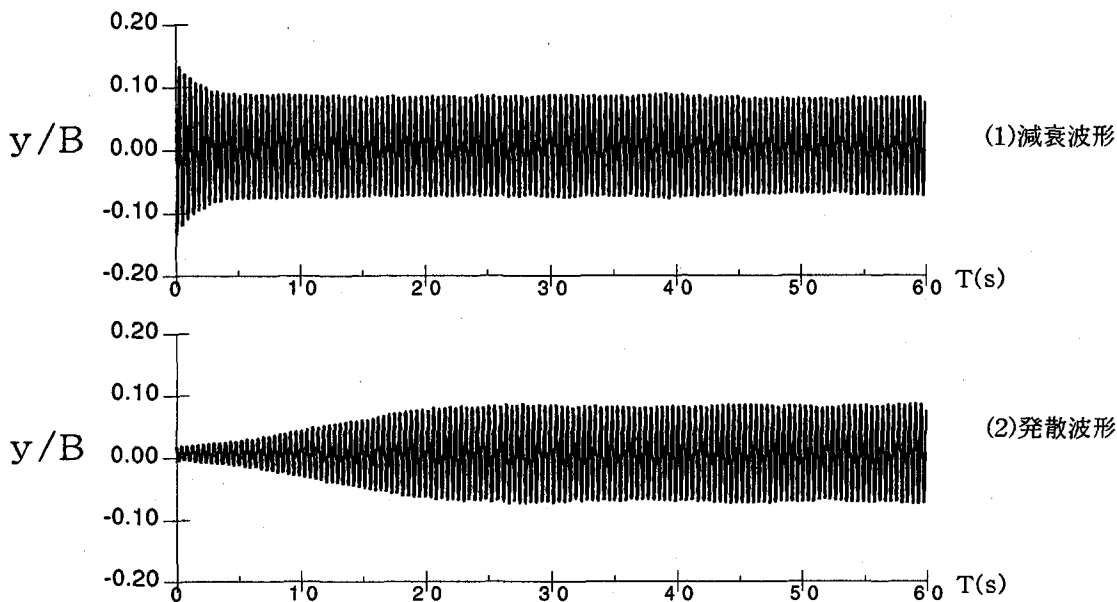


図4 時系列応答波形 (曲げ1自由度、 $U=5.42$ m/s)

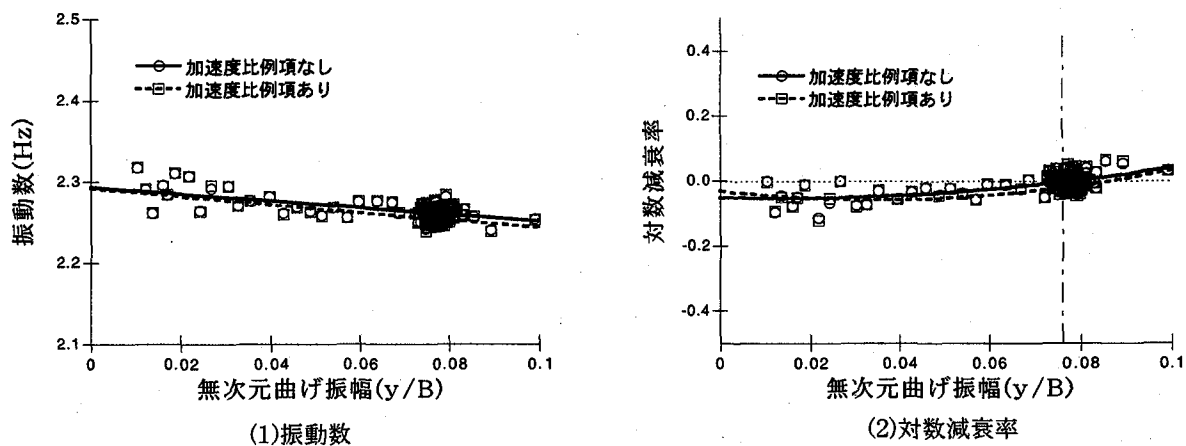


図5 固有値推定結果 (曲げ1自由度、 $U=5.42$ m/s)

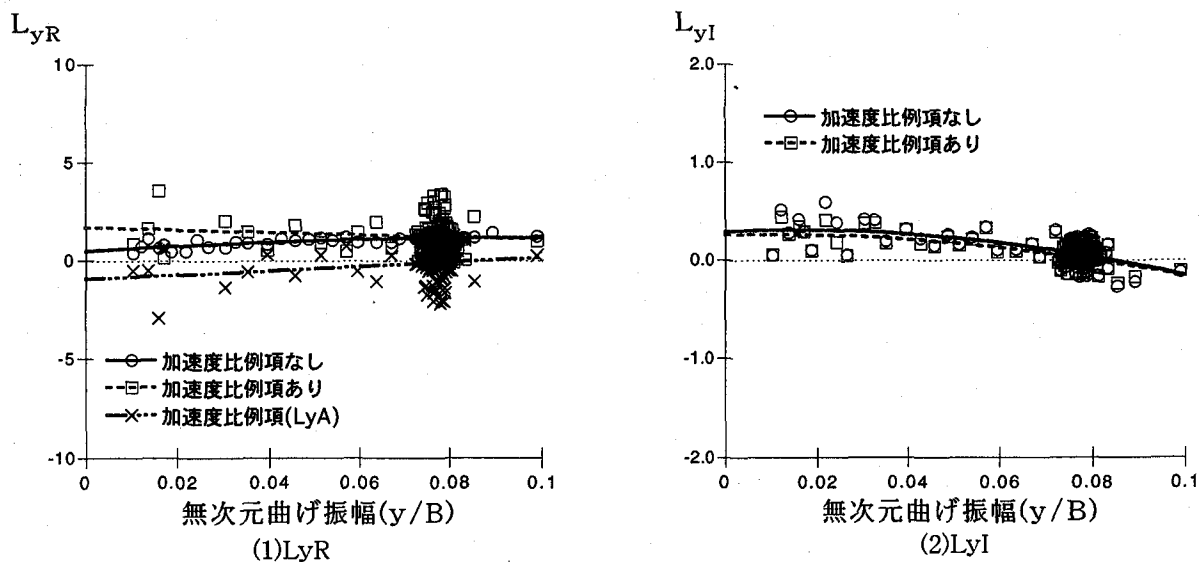


図6 非定常空気力係数推定結果 (非定常揚力、 $U=5.42$ m/s)

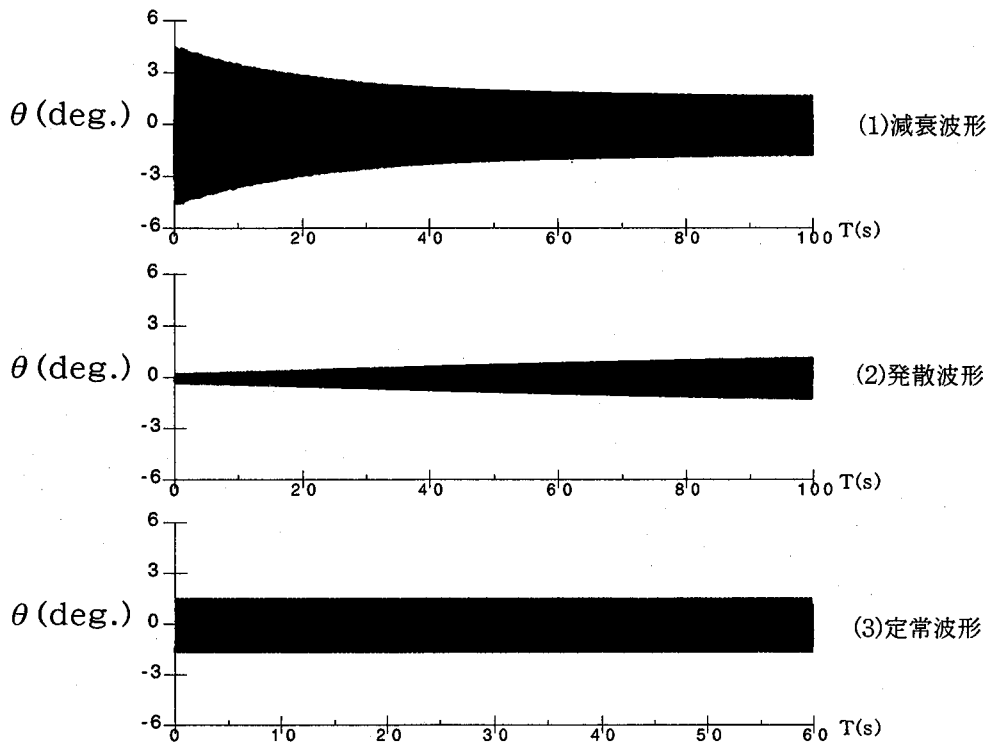


図7 時系列応答波形 (ねじれ1自由度、 $U = 2.47$ m/s)

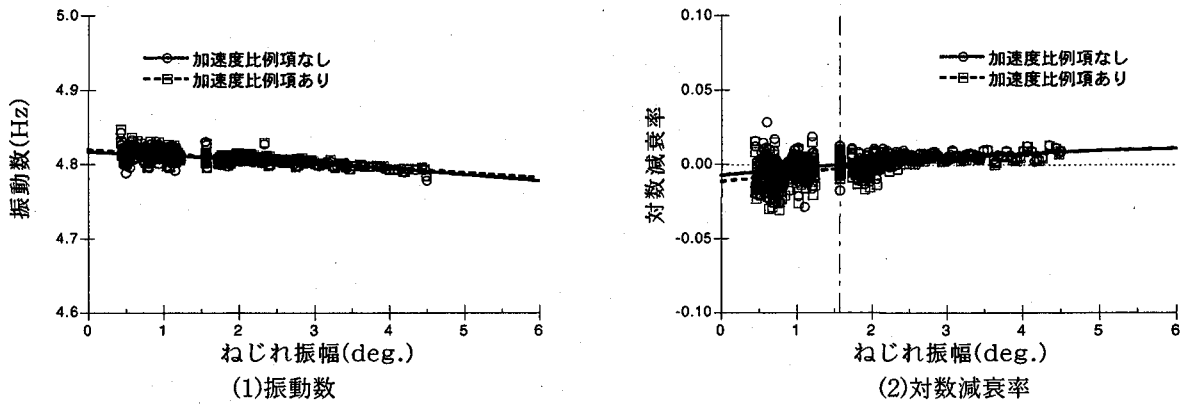


図8 固有値推定結果 (ねじれ1自由度、 $U = 2.47$ m/s)

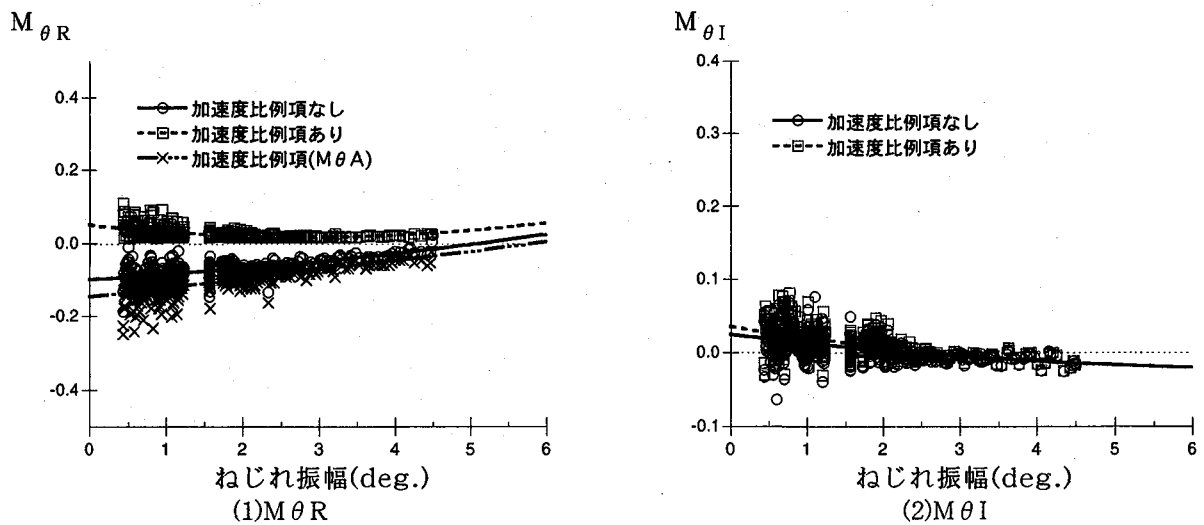
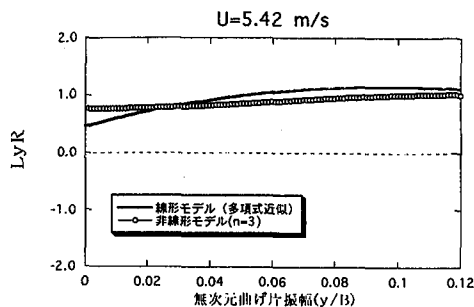
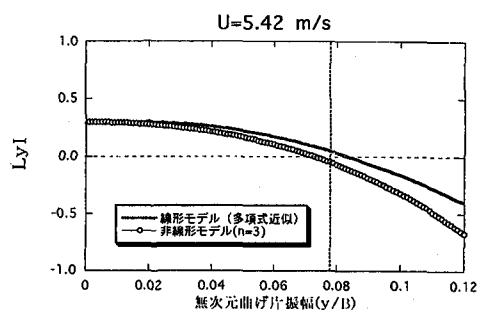


図9 非定常空気係数推定結果 (非定常空力モーメント、 $U = 2.47$ m/s)

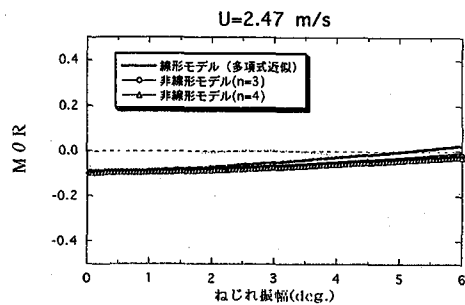


(1) LyR

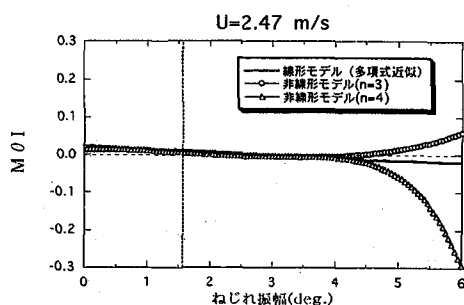


(2) LyI

図10 非定常空気力の比較(非定常揚力に関する係数、 $U=5.42\text{m/s}$)



(1) $M\theta R$



(2) $M\theta I$

図11 非定常空気力の比較(非定常空気力モーメントに関する係数、 $U=2.47\text{m/s}$)

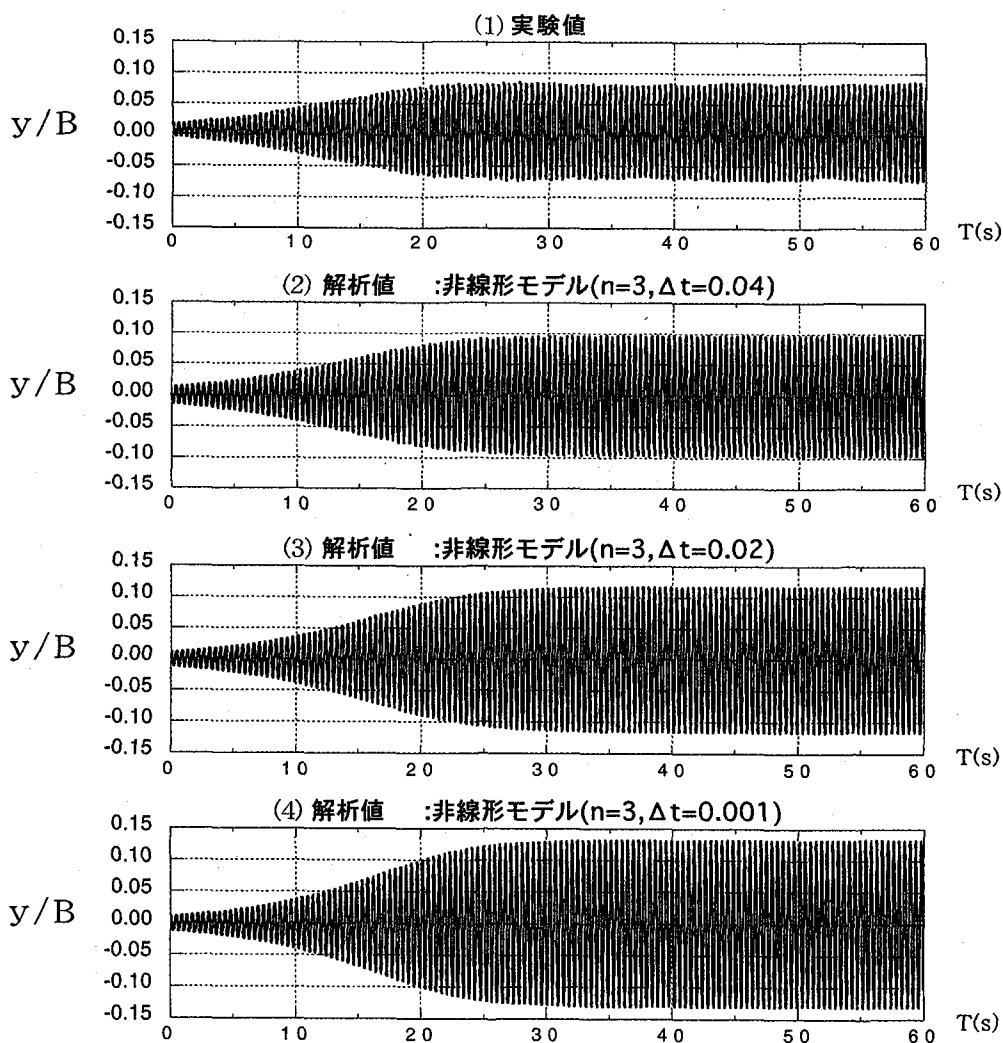


図12 鉛直曲げ1自由度の時系列応答波形($U=5.42\text{ m/s}$)

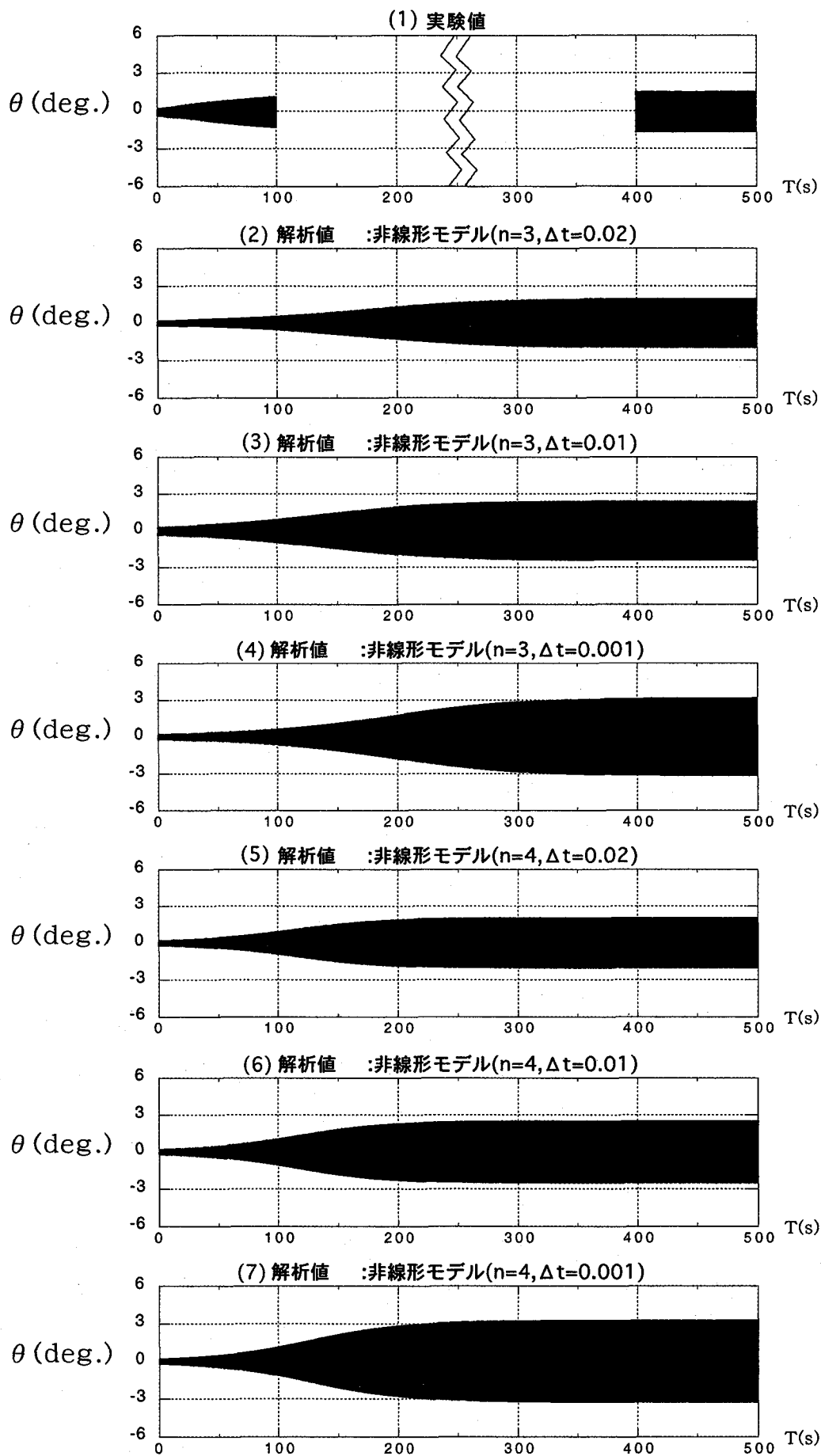


図13 ねじれ1自由度の時系列応答波形($U=2.47$ m/s)

6. まとめ

以下に本研究で得られた知見について述べる。

- 1)従来の線形式を用いつつ、振幅毎(1波毎)にシステム同定を適用することで、振幅に依存する非定常空気力の実測を行った。その結果、解析時間長が非常に短いためばらつきが見られるものの、振幅依存の傾向は十分に把握できる結果が得られた。さらに、加速度比例項についても、その存在が確認されたが、システム同定時の収束具合の状況を見ると、結果の信頼性は高いとはいえない。
- 2)新たに提案した非線形性を導入した非定常空気力モデルは、少なくともねじれ振動の振幅依存性については、実際の振動状態をほぼ正確に表現できる。尚、非線形性のあまり強くない振動状態の時には、従来の線形式の方が良く一致する。
- 3)一方、曲げ振動に今回の定式化を適用した場合、難点を残す結果となった。今回の定式化では、曲げ振動を正確に表現できない何らかの問題点があるようである。
- 4)Newmark法を用いて時系列解析を行ったところ、その応答解析結果は風洞実験で観測された時系列応答波形とほぼ一致したものとなるが、解析値の振幅が実測値の振幅よりもやや大きくなる点や、解析条件(時間ステップ)によっては、全く異なった結果となり、パラメータの設定が難しいといった問題点も残った。特に定常振動時の

振幅に大きな誤差が見られることから、非定常空気力の問題だけではなく、時系列解析手法の精度についても今後議論していく必要があると思われる。

参考文献

- 1)岡内功, 伊藤學, 宮田利雄:耐風構造, 丸善出版, 1977
- 2)久保喜延, 伊藤學, 宮田利雄:風による吊橋の多自由度非線形応答に関する研究, 土木学会論文報告集, 第252号, pp35-46, 1976
- 3)岩本政巳, 藤野陽三:有限次数近似モデルに基づく橋桁の非定常空気力の同定, 土木学会第54回年次学術講演集, I-B338, pp672-673, 1998
- 4)Parkinson.G.V. and Smith J.D.:The Square Prism as an Aeroelastic Non-linear Oscillator, Quartary Jour. Mech. And Applied Mathematics, Vol. XVII, pp.225-239, 1964
- 5)星谷勝, 齊藤悦朗:拡張カルマンフィルターを用いた同定問題の各種振動への応用, 土木学会論文報告集 第339号, pp.59-67, 1983
- 6)山田均, 宮田利雄, 中島州一:送風時の振動モード情報を利用した非定常空気力推定法の開発, 土木学会論文集, No.537/I-35, pp.183-190, 1996
- 7)山田均, 宮田利雄, 須藤享:モード分解再構成法による非定常空気力係数抽出と2, 3の問題について, 構造工学論文集, Vol.44A, pp.987-994, 1998

(2000年9月14日受付)