

路面凹凸のモデル化と不規則振動論による道路橋交通振動加速度応答解析

Modeling of road surface roughness and acceleration responses of highway bridge traffic vibration
by random vibration theory

岡林隆敏*, 岡谷まり子**, 呉慶雄***

Takatoshi Okabayashi, Mariko Okatani, Qingxiong Wu

* 工博, 長崎大学教授, 工学部社会開発工学科 (〒852-8521 長崎市文教町1番14号)

** 長崎大学大学院, 生産科学研究科環境システム工学専攻 (〒852-8521 長崎市文教町1番14号)

*** 工修, 長崎大学大学院, 生産科学研究科システム科学専攻 (〒852-8521 長崎市文教町1番14号)

For a purpose to calculate the acceleration variance responses using random vibration theory for bridge vibration excited by traveling vehicle, the new road surface roughness model is proposed in this paper. The calculation method for the acceleration variance response of traffic vibration by the covariance equation using this new model is shown. In this paper, filter number and filter parameter of this new model are decided. The influence of filter number and filter parameter on to the acceleration variance responses is examined. Furthermore, effectiveness of the proposed method by random vibration theory is confirmed by Monte Carlo simulation.

*Key Words: bridge vibration, traffic vibration, acceleration response,
road surface roughness, random vibration*

キーワード: 橋梁振動, 交通振動, 加速度応答, 路面凹凸, 不規則振動

1. はじめに

近年の市街地周辺帯への高架橋の建設の増加に伴って、振動障害の予測のために、走行車両による道路橋振動解析はしばしば用いられるようになってきた。道路橋交通振動の発生の原因は、道路の不整により走行車両の振動が励起され、そのとき発生した車両の接地力が道路橋を振動させることによる。路面不整の主要なものは、路面凹凸であることが知られているために、路面凹凸を定常確率過程でモデル化して、不規則振動論¹⁾²⁾³⁾⁴⁾⁵⁾⁶⁾⁷⁾⁸⁾により道路橋交通振動を解析する手法が研究されてきた。

著者の一人は、路面凹凸を白色雑音を入力とする1次遅れ系の応答でモデル化し、橋梁-車両-路面系を伊藤形の確率微分方程式で表現した。その結果、橋梁-車両-路面系の非定常分散応答は共分散方程式で数値解析が可能になった。この研究⁹⁾では、従来提案されていた路面凹凸のパワースペクトル密度の代わりに、極低域の凹凸のスペクトルレベルを一定にする路面凹凸のパワースペクトル密度のモデルを提案した。しかし、白色雑音を入力とする1次遅れ系の出力でモデル化した路面凹凸では、橋梁の変位応答と速度応答の分散は求められるが、加速度応答を求めることはできない。このようにモデル化された橋梁-車両-路面系では、基本的に1自由度系に白色雑音が作用する構造になっており、系の加速度応答の分散は発散するこ

とになる。そのために、このような路面凹凸モデルでは、橋梁の加速度分散応答を求めることはできない。近年、走行車両による橋梁の振動計測では、使用されるセンサーが加速度計である場合が多く、橋梁の加速度応答を計算する必要が高まっている。

本論文の目的は、不規則振動論により路面凹凸上を走行する車両により励起された橋梁振動の加速度応答の分散を計算するために、新しい路面凹凸モデルを提案することである。さらに、共分散方程式を用いた不規則振動論により、橋梁の加速度分散応答を計算する手法を示すことにある。

路面凹凸のモデルに用いる高域遮断フィルターの次数、さらにフィルターのパラメータの定数の妥当性を検討した。また、フィルターの次数、フィルター定数が橋梁の加速度分散応答に与える影響を検討し、本論文で提案した路面モデルの有効性を検証した。さらに、不規則路面凹凸上を走行する車両により励起された橋梁振動の加速度分散応答を求めるために、共分散方程式による計算の妥当性を、モンテカルロシミュレーションにより検討した。

2. 路面凹凸のモデル化

路面凹凸は、複雑な凹凸形状をしているために、特定のパワースペクトル密度を有する確率場 $R(x)$ でモデル化さ

れる。初期の研究⁹⁾では、このパワースペクトル密度は、単位長さあたりの凹凸 Ω (c/m)に対して、

$$S_R(\Omega) = \frac{A}{\Omega^2} \quad (1)$$

でモデル化されていた。ここに、 A は路面の良悪により決まる定数である。しかし、このようなパワースペクトル密度を有する確率場は、分散が無限大となり、従って微分した確率場が存在しない。そこで著者らは、分散が有限であり、微分が定義できる確率場 $R(x)$ として、路面凹凸のモデルのパワースペクトル密度

$$S_R(\Omega) = \frac{A}{\Omega^2 + a^2} \quad (2)$$

を提案した²⁾。ここに、 a は実測データに適合させるための係数である。本論文では、 $A = 0.001(\text{cm}^2/\text{m})$ 、 $a = 0.05$ を用いる。このようなパワースペクトル密度を図-1に示した。

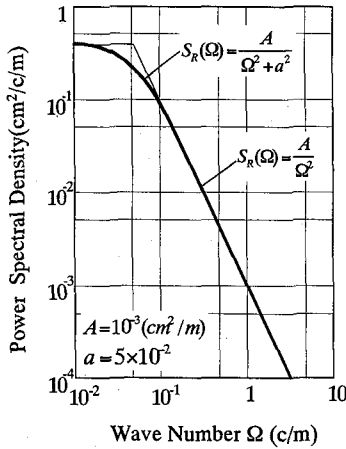


図-1 路面凹凸のパワースペクトル密度

一定速度 v で走行する車両上で観測すると、路面凹凸は次のようなパワースペクトル密度を有する定常確率過程 $r(t)$ となる。

$$S_r(\omega) = \frac{S_0}{\omega^2 + \beta^2} \quad (3)$$

ここで、 $S_0 = 2\pi v A$ 、 $\beta = 2\pi v a$ 、 $\omega = 2\pi v \Omega$ である。このような路面凹凸は、白色雑音過程を入力とする1次遅れ系の定常解過程として表現できる。

$$\dot{r}(t) = -\beta r(t) + w(t) \quad (4)$$

ここで、 $w(t)$ は平均値0、自己相関関数が

$$E[w(t_1)w(t_2)] = \sigma^2 \delta(t_1 - t_2) \quad (5)$$

となる白色雑音過程である。なお σ は、 $\sigma^2 = 2\pi S_0$ で表される白色雑音過程の強度である。

しかし、このようにモデル化された路面凹凸の確率過程では、橋梁の加速度応答の分散は発散して求めることができない。そこで、路面凹凸の高周波領域を遮断する、新しい路面凹凸モデルを提案する。このモデルは、従来のパワースペクトル密度に $(p-1)$ 次のローパスフィルターを付加した形式となっている。

$$S_R(\Omega) = \frac{A}{\Omega^2 + a_1^2} \prod_{k=2}^p \frac{a_k^2}{\Omega^2 + a_k^2} \quad (6)$$

ここに、 $a_2 \sim a_p$ は、同じ値を用いる。 $k=2 \sim p$ は、ローパスフィルターの次数であり、 $a_2 \sim a_p$ は、それぞれのローパスフィルターの最適な遮断周波数を表すパラメータである。そこで、新しい路面凹凸モデルとして、①フィルター次数 p と②フィルターパラメータ $a_2 \sim a_p$ の値を求める必要がある。フィルター次数は多いほど、凹凸の高周波領域が急激に遮断されるが、その反面、路面凹凸モデルが複雑になる。

そこで、まず、フィルターパラメータ a_k の値を決めるために、フィルター次数を1、すなわち $k=2$ として、 a_2 の値による路面凹凸のパワースペクトルの変化を調べた。この結果を図-2に示した。 $a_2=1$ のように a_2 が小さい場合は、路面凹凸の低い周波数領域も遮断することになる。 $a_2=10$ の場合の曲線は、フィルターのない場合のパワースペクトル密度とほぼ一致する。そこで、本論文では、 $a_2=10$ を採用する。

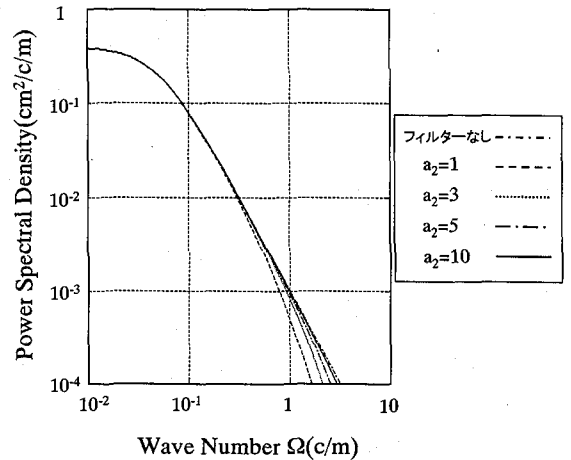


図-2 a_2 値に対するパワースペクトル密度の変化

次に、 $a_2=10$ とした場合、フィルター次数を1~4まで付加した場合について比較した。この結果を図-3に示した。フィルター次数を多くするとフィルターの特性が急峻になる。この図より、フィルター次数は1次すなわち $k=2$ とすることが可能であることが確認できた。

(6)式のような路面凹凸のパワースペクトル密度は、走行速度 v (m/sec)の車両から観測すると、次のようなパワースペクトル密度となる。

$$S_r(\omega) = \frac{S_0}{\omega^2 + \beta_1^2} \prod_{k=2}^p \frac{\beta_k^2}{\omega^2 + \beta_k^2} \quad (7)$$

ここで、 $\beta_1 = 2\pi v a_1$ 、 $\beta_2 = \dots = \beta_p = 2\pi v a_2$ である。ただし、 a_1 は(2)式で示した値である。

このようなパワースペクトル密度は、次のような路面系

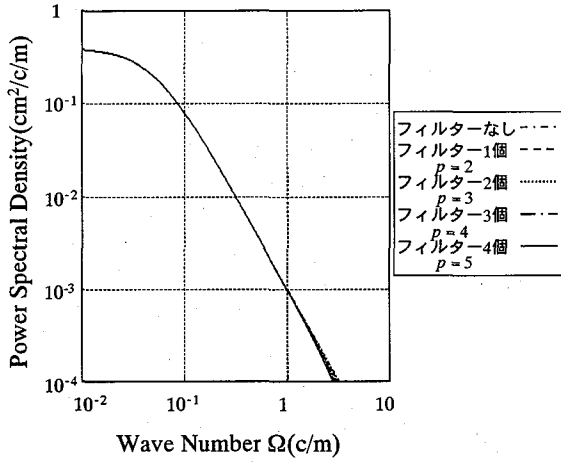


図-3 フィルター次数による
パワースペクトル密度の変化

の方程式の定常解過程から求められる。

$$\begin{cases} \dot{r}(t) = -\beta_1 r(t) + \beta_2 n_1(t) \\ \dot{n}_1(t) = -\beta_2 n_1(t) + \beta_3 n_2(t) \\ \vdots \\ \dot{n}_{p-1}(t) = -\beta_p n_{p-1}(t) + w(t) \end{cases} \quad (8)$$

ここに、 $w(t)$ は(5)式で定義した白色雑音過程である。この方程式が、本論文で提案する新しい路面モデルである。

3. 橋梁－車両－路面系の確率微分方程式

3.1 橋梁および車両のモデル化

図-4のように、不規則路面凹凸 $r(t)$ を有する橋梁上を1自由度系でモデル化された車両が、一定速度 v で走行する場合について、橋梁－車両－路面系の確率微分方程式を導く。本論文では、橋梁の加速度分散応答解析法を提案するものであり、道路橋の解析モデルを単純梁でモデル化する。

ここに、 L は橋長、 m_0, k_0, c_0 はそれぞれ車両の質量、ばね定数、減衰係数である。

支点から距離 x にある着目点の橋梁の動的たわみ

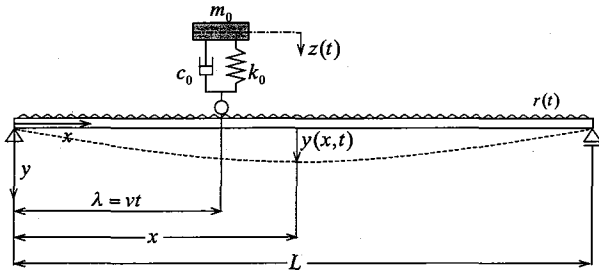


図-4 橋梁－車両系のモデル化

$y(x, t)$ は、モード解析法により m 次振動まで考慮すると、基準関数 $\phi(x)$ と基準座標 $q(t)$

$$\phi(x) = [\phi_1(x) \quad \cdots \quad \phi_m(x)]^T \quad (9)$$

$$q(t) = [q_1(t) \quad \cdots \quad q_m(t)]^T \quad (10)$$

を用いて

$$y(x, t) = \phi^T(x) q(t) \quad (11)$$

で与えられる。橋梁を単純梁でモデル化した場合、橋梁の k 次振動モードは、

$$\phi_k(x) = \sin \frac{k\pi}{L} x \quad (k = 1, \dots, m) \quad (12)$$

となる。

図-4に示した1自由度系の車両モデルを考えた場合、車両の鉛直絶対変位を $z(t)$ とすると、橋梁に作用する車両の接地力は

$$P(t) = m_0 g - m_0 \ddot{z}(t) \quad (13)$$

となる。本論文では、不規則振動の分散応答のみを考えているので、車両の接地力における自重 $m_0 g$ の項は無視して計算することにする。この接地力が作用する橋梁の k 次の基準座標の方程式は、次式で与えられる。

$$\ddot{q}_k(t) + 2h_k \omega_k \dot{q}_k(t) + \omega_k^2 q_k(t) = P(t) \phi_k(vt) / M_k \quad (k = 1, \dots, m) \quad (14)$$

ここで、 ω_k と h_k はそれぞれ橋梁の k 次の固有円振動数および減衰定数である。 M_k は、 k 次振動の橋梁の単位長さ当たりの有効質量である。

次に、車両のモデル化について述べる。図-4に示したように、車両は、鉛直振動のみを考慮した1自由度系とする。支点から距離 $x = vt$ にある路面凹凸 $r(t)$ 上を走行する、車両の運動方程式は、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \ddot{z}(t) + 2h_0 \omega_0 \{\dot{z}(t) - \dot{y}_v(t) - \dot{r}(t)\} \\ + \omega_0^2 \{z(t) - y_v(t) - r(t)\} = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

ここで、 ω_0, h_0 はそれぞれ車両の固有円振動数と減衰定数である。また、 $y_v(t)$ は車両直下の橋梁の動的たわみである。

3.2 橋梁－車両－路面系の確率微分方程式

橋梁系の状態変数を

$$Y(t) = [q^T(t) \quad \dot{q}^T(t)]^T \quad (16)$$

で定義する。路面凹凸モデルとして、 $(p-1)$ 次のローパスフィルターを付加した場合、車両－路面系の状態変数は

$$Z(t) = [z(t) \quad \dot{z}(t) \quad r(t) \quad n_1(t) \quad \cdots \quad n_{p-1}(t)]^T \quad (17)$$

で定義される。橋梁系と車両－路面系の状態変数を合成して、橋梁－車両－路面系の状態変数を

$$X(t) = [Y^T(t) \quad Z^T(t)]^T \quad (18)$$

とする。(8)、(13)、(14)、(15)式より、橋梁－車両－路面系の確率微分方程式は、

$$\dot{X}(t) = A_X(t)X(t) + B_X(t)w(t) \quad (19)$$

$$X(t_0) = X_0$$

で与えられる。ここで、 X_0 は初期条件である。これは、車両が橋梁に進入する直前の車両-路面系の変数より構成され、平均値 0、分散 R_{X_0} を有する正規確率変数ベクトルである。

確率微分方程式(19)式を、橋梁系と車両-路面系に分割して表示すると、次のように表される。

$$\begin{bmatrix} \dot{Y}(t) \\ \dot{Z}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_Y(t) & A_{YZ}(t) \\ A_{ZY}(t) & A_Z(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y(t) \\ Z(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_Y(t) \\ B_Z(t) \end{bmatrix} w(t) \quad (20)$$

ここで、

$$\begin{aligned} A_Y(t) &= \begin{bmatrix} 0_{m,m} & I_{m,m} \\ a_1 & a_2 \end{bmatrix}, \\ A_{YZ}(t) &= \begin{bmatrix} 0_m & 0_m & 0_m & 0_m & 0_{m,p-2} \\ a_3 & a_4 & a_5 & a_6 & 0_{m,p-2} \end{bmatrix}, \\ A_{ZY}(t) &= \begin{bmatrix} 0_m^T & 0_m^T \\ a_7 & a_8 \\ 0_{p,m} & 0_{p,m} \end{bmatrix}, \\ A_Z(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0_{p-2}^T \\ a_9 & a_{10} & a_{11} & a_{12} & 0_{p-2}^T \\ 0_p & 0_p & & a_{13} & \end{bmatrix} \quad (21) \\ a_1 &= -[\omega_i^2 + \omega_0^2 \mu_i \phi_i(vt) \phi_i(vt)] \\ &= -[\omega_0^2 \mu_i \phi_i^T(vt) \phi_j(vt)] \quad (i \neq j) \\ a_2 &= -[2h_i \omega_i + 2h_0 \omega_0 \mu_i \phi_i(vt) \phi_i(vt)] \\ &= -[2h_0 \omega_0 \mu_i \phi_i^T(vt) \phi_j(vt)] \quad (i \neq j) \\ a_3 &= [\omega_0^2 \mu_i \phi_i^T(vt)], \quad a_4 = [2h_0 \omega_0 \mu_i \phi_i^T(vt)] \\ a_5 &= [(2h_0 \omega_0 \beta_1 - \omega_0^2) \mu_i \phi_i^T(vt)] \\ a_6 &= [-2h_0 \omega_0 \beta_2 \mu_i \phi_i^T(vt)] \\ a_7 &= [\omega_0^2 \phi_i(vt)], \quad a_8 = [2h_0 \omega_0 \phi_i(vt)] \\ a_9 &= -\omega_0^2, \quad a_{10} = -2h_0 \omega_0 \\ a_{11} &= \omega_0^2 - 2h_0 \omega_0 \beta_1, \quad a_{12} = 2h_0 \omega_0 \beta_2 \\ a_{13} &= \begin{bmatrix} -\beta_1 & \beta_2 & & & 0 \\ & -\beta_2 & \beta_3 & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ 0 & & & -\beta_{p-1} & \beta_p \\ & & & & -\beta_p \end{bmatrix} \end{aligned}$$

である。なお、 $0_{p,q}$ はそれぞれ $(p \times q)$ の 0 行列と p 次元の 0 ベクトル、 $I_{m,m}$ は $(m \times m)$ の単位ベクトルを表している。

また、 $B_Y(t) = 0_{2m}$ であり、 $B_Z(t)$ は

$$B_Z(t) = [0 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1]^T \quad (22)$$

で表される $(2+p)$ 次元ベクトルである。

4. 不規則応答解析

4.1 橋梁-車両-路面系の共分散方程式

支点から距離 x にある着目点の橋梁の分散・共分散応答は、次式で与えられる。

$$\begin{bmatrix} E[y^2(x,t)] & E[y(x,t)\dot{y}(x,t)] \\ E[\dot{y}(x,t)y(x,t)] & E[\dot{y}^2(x,t)] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi^T(x)E[q(t)q^T(t)]\phi(x) & \phi^T(x)E[q(t)\dot{q}^T(t)]\phi(x) \\ \phi^T(x)E[\dot{q}(t)q^T(t)]\phi(x) & \phi^T(x)E[\dot{q}(t)\dot{q}^T(t)]\phi(x) \end{bmatrix} \quad (23)$$

ここに、 $E[\]$ は数学的平均のための演算子である。

従って、橋梁の分散・共分散応答は、基準座標 $q(t)$ と $\dot{q}(t)$ の分散・共分散応答解析に帰着する。これらの応答は、橋梁-車両-路面系の状態変数の共分散

$$R_X(t) = E[X(t)X^T(t)] \quad (24)$$

の要素として求めることができる。

白色雑音過程を入力とする確率微分方程式(19)式に対する共分散方程式は次式で与えられる。共分散方程式の誘導については、文献 2) 4) に示した。

$$\dot{R}_X(t) = A_X(t)R_X(t) + R_X(t)A_X^T(t) + Q_X(t) \quad (25)$$

$$R_X(t_0) = R_{X_0}$$

ここで、 $Q_X(t)$ は白色雑音の強度行列であり、

$$Q_X(t) = B_X(t)B_X^T(t)\sigma^2 \quad (26)$$

となる。なお σ^2 は、(5)式で定義した白色雑音の強度である。初期条件 R_{X_0} は、次のように考えることができる。

橋梁は、車両が橋梁に進入するまでは静止している。車両の路面系の初期条件は、車両が橋梁に進入する直前の値である。従って、

$$R_{X_0} = \begin{bmatrix} 0_{2m,2m} & 0_{2m,2+p} \\ 0_{2+p,2m} & R_{Z_0} \end{bmatrix} \quad (27)$$

となる。車両が定常状態に達して、橋梁に進入するものと考え、 R_{Z_0} は、定常共分散方程式

$$A_Z R_{Z_0} + R_{Z_0} A_Z^T + Q_Z = 0 \quad (28)$$

の解として得られる。ここで、

$$Q_Z(t) = B_Z(t)B_Z^T(t)\sigma^2 \quad (29)$$

である。

4.2 定常応答解析

車両が $x = \lambda$ で固定され、路面凹凸で加振された車両が橋梁を加振して定常に達した状態を考えることができる。このように考えると $t \rightarrow \infty$ であり、 $\dot{R}_X(t) \rightarrow 0$ となる。

すなわち、共分散応答は定常になる。この時、この連立方程式を解くことにより

$$A_X(\lambda)R_X(\lambda) + R_X(\lambda)A_X^T(\lambda) + Q_X(\lambda) = 0 \quad (30)$$

定常共分散応答が求められる。この定常応答は、(25)式の非定常方程式²⁾より求めた、最大応答の良い推定値を与えることが知られている。

4.3 橋梁の加速度の共分散応答

白色雑音が作用する 1 次遅れ系の出力でモデル化された従来の路面凹凸モデルを用いると、橋梁の変位および速度の分散応答は求められるが、加速度応答は無限大になり、求めることはできない。ここで、(25)式の共分散方程式の解に基づいて、橋梁の加速度応答を求める方法を示す。橋梁の加速度分散応答は

$$E[\ddot{y}^2(x, t)] = \phi(x)E[\ddot{q}(t)\ddot{q}^T(t)]\phi^T(x) \quad (31)$$

で与えられる。

改めて、橋梁-車両系の状態変数を

$$P(t) = [q^T(t) \quad \dot{q}^T(t) \quad z(t) \quad \dot{z}(t)]^T \quad (32)$$

で定義する。また、作用する路面凹凸を

$$r(t) = [r(t) \quad n_1(t)]^T \quad (33)$$

で定義すると、状態方程式(19)式は、改めて

$$\dot{P}(t) = A_P(t)P(t) + B_P(t)r(t) \quad (34)$$

で表すことができる。ここに、 $A_P(t)$ と $B_P(t)$ は、

$$A_P(t) = \begin{bmatrix} 0_{m,m} & I_{m,m} & 0_m & 0_m \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ 0_m^T & 0_m^T & 0 & 1 \\ a_7 & a_8 & a_9 & a_{10} \end{bmatrix} \quad (35)$$

$$B_P(t) = \begin{bmatrix} 0_m & 0_m \\ a_5 & a_6 \\ 0 & 0 \\ a_{11} & a_{12} \end{bmatrix} \quad (36)$$

である。

基準座標の加速度応答の共分散は、 $E[\dot{P}(t)\dot{P}^T(t)]$ の要素として求められる。 $\dot{P}(t)$ の共分散を(34)式より求めると、次式を得る。

$$\begin{aligned} E[\dot{P}(t)\dot{P}^T(t)] &= A_P(t)E[P(t)P^T(t)]A_P^T(t) \\ &+ A_P(t)E[P(t)r^T(t)]B_P^T(t) + B_P(t)E[r(t)P^T(t)]A_P^T(t) \\ &+ B_P(t)E[r(t)r^T(t)]B_P^T(t) \end{aligned} \quad (37)$$

基準座標の加速度応答の共分散は、共分散方程式(25)式の解を(37)式に代入することにより、求めることができる。

5. 数値計算と考察

5.1 橋梁と走行車両の諸元

本論文では、解析の対象を単純桁橋としているので、橋梁の力学モデルは 1 自由度系とする。橋梁の着目点は $L/2$ とする。さらに、車両は鉛直振動に関する 1 自由度系モデルとする。橋梁の解析事例として、橋長 $L=40m$ と $L=60m$ の単純桁橋を取扱う。橋梁と車両の諸元を表-1 と表-2 に示した。

表-1 橋梁の諸元

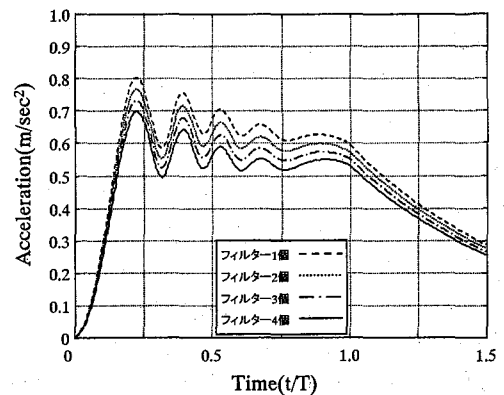
スパン長	$L(m)$	40	60
橋梁総重量	$W(\times 10^4 \text{ kgf})$	10.68	15.52
曲げ剛性	$EI(\times 10^{12} \text{ kgf} \cdot \text{cm}^2)$	24.41	65.78
橋梁固有振動数	$f(\text{Hz})$	2.94	2.11
橋梁減衰定数	h	0.02	0.02

表-2 車両の諸元

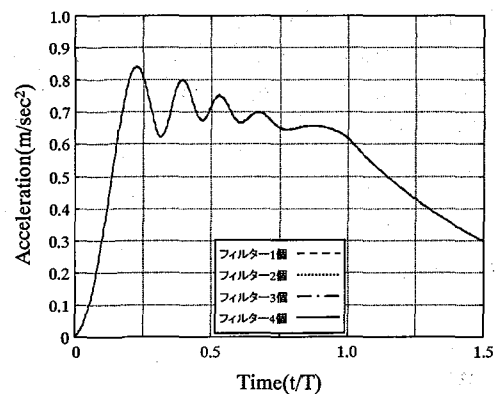
車両総重量	$m_0 g(\text{tf})$	20
車両速度	$v(\text{m/sec})$	10
車両固有振動数	$f_0(\text{Hz})$	3.0
車両減衰定数	h_0	0.02

5.2 フィルター次数の応答に及ぼす影響

従来の路面凹凸(4)式に、ローパスフィルターを付加する

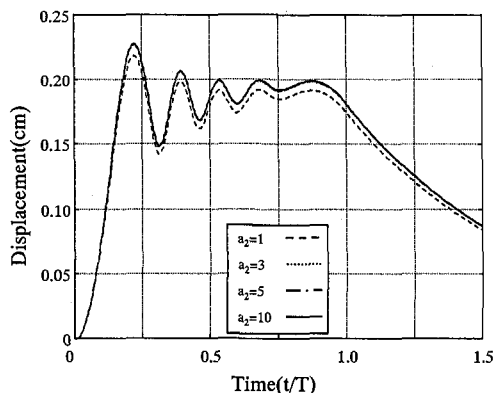


(a) $a_2 = 1$ の場合

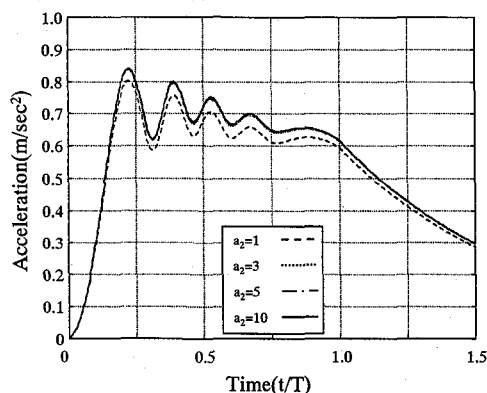


(b) $a_2 = 10$ の場合

図-5 フィルター次数による橋梁の加速度応答への影響 ($L = 40m$)

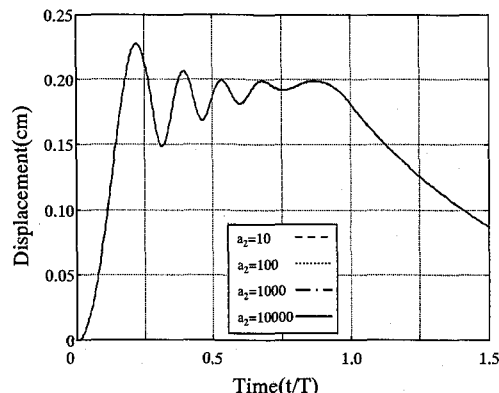


(a)変位応答

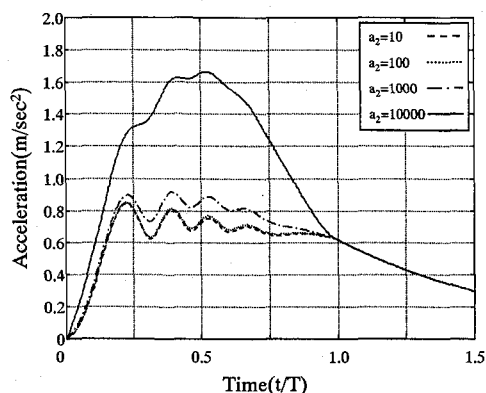


(b)加速度応答

図-6 フィルターパラメータの値による
橋梁の応答への影響 ($L = 40m$)



(a)変位応答



(b)加速度応答

図-7 フィルターパラメータの値による
橋梁の応答への影響 ($L = 40m$)

ことにより、橋梁の加速度応答を求めることが可能になる。ローパスフィルターを付加することにより、路面凹凸のパワースペクトル密度が変化する。この応答の変化を、図-3に示した。ここでは、そのパワースペクトル密度の変化が、橋梁の加速度分散応答に及ぼす影響について検討する。

図-5は、フィルター次数とフィルターパラメータの値による、橋梁支間中点の加速度標準偏差応答を示したものである。縦軸に加速度、横軸は車両の通過時間 T で基準化した t/T 時間を示している。 $t/T = 1$ において、車両は橋梁を通過し、 $t/T > 1$ の応答は、橋梁の自由振動を示している。図-5(a)は $a_2 = 1$ の場合の結果を、図-5(b)は $a_2 = 10$ の場合の結果である。破線はフィルター数が1個の場合、点線はフィルター数が2個の場合、長鎖線はフィルター数が3個の場合、実線はフィルター数が4個の場合である。 $a_2 = 1$ の場合、フィルター次数を高くすると、応答レベルが低下している。 $a_2 = 1$ では、橋梁の応答に影響する路面凹凸のパワースペクトル密度の高周波領域の路面凹凸を遮断している。さらにフィルター次数を高くすることにより急峻なカットオフ周波数となるために、フィルター次数を大きくすると応答レベルが低下する。 $a_2 = 10$ の場合では、応答はフィルター次数に影響を受けていない。従って、ローパスフィルターの次数の決定に際して、フィルターのパラメータは橋梁の応答に影響しない比較的高い遮断周波数を選ぶ必要がある。フィルター次数は、特に大きくなくてもよい。本論文では、フィルター次数を1と

した。フィルター次数を少なくすることにより、路面系の方程式を簡単にすることができる。フィルターなしの場合は、加速度応答が発散して解を求めることができない。その理由については、次節で論じた。

5.3 フィルターパラメータが応答に及ぼす影響

フィルターパラメータ a_2 の値が、変位と加速度の分散応答に及ぼす影響を調べた。図-6は、フィルターパラメータ a_2 を1, 3, 5, 10と変化させて、変位応答と加速度応答の標準偏差を示したものである。フィルター次数は1とした場合である。破線は $a_2 = 1$ の場合、点線は $a_2 = 3$ の場合、長鎖線は $a_2 = 5$ の場合、実線は $a_2 = 10$ の場合である。フィルターパラメータ $a_2 = 1$ の場合、路面凹凸の橋梁振動に影響する高周波数部分を遮断しているため、変位および加速度いずれの応答においても、応答のレベルは低下している。フィルターパラメータ $a_2 = 3$ 以上にすると、応答曲線は収束している。従って、フィルターパラメータは、橋梁振動に影響する路面凹凸より高い周波数領域になるように、選択するとよい。

しかし、数学的な視点から考えると、フィルターパラメータ a_2 を $a_2 \gg 1$ と考えると、路面凹凸は従来の1次遅れ系でモデル化された路面凹凸になる。従って、加速度応答は発散しなければならない。そこで、 a_2 の値を異常に大きくした。この結果を図-7に示した。破線は $a_2 = 10$ の場合、点線は $a_2 = 100$ の場合、長鎖線は $a_2 = 1000$ の場合、

実線は $a_2 = 10000$ の場合である。 a_2 の値に係りなく、変位応答は変化しない。それに対して、 a_2 の値を 10^2 から 10^4 と大きくすると、加速度応答レベルは次第に大きくなり、応答は発散する方向に向かうことが分かる。

このことより、従来の1次遅れ系から構成された路面凹凸では、橋梁変位の分散応答は求められるが、橋梁加速度の分散応答は発散することが実証された。逆に、1次遅れ系より高い k 次遅れ系で構成された路面凹凸モデルを用いると、橋梁加速度の分散応答を求めることができることが確認できた。

5.4 橋梁加速度応答の不規則応答解析の結果とモンテカルロシミュレーションの比較

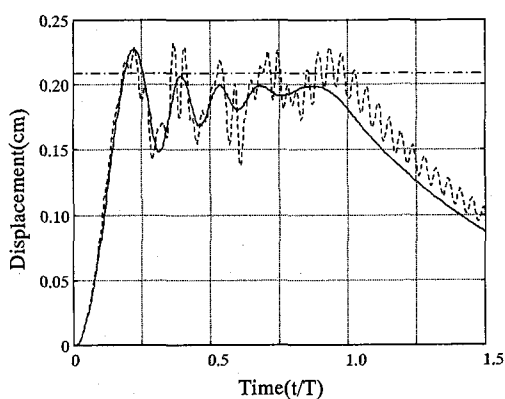
不規則振動論による、橋梁加速度応答計算における、路面凹凸のモデル化に伴う解の発散の問題は、白色雑音という無限大のパワーを有する理想的な数学的モデルにより発生する。そこで、モンテカルロシミュレーションによる橋梁加速度分散応答により、共分散方程式より求められる応答の有効性を検討した。モンテカルロシミュレーションでは、橋梁と車両の振動数を考えて、路面凹凸の0から6Hzの範囲を100分割した波形を用いた。また、50本の標本関数より分散応答を求めた。車両を5sec路面凹凸上を走行させて、その後橋梁に進入させて不規則応答解析における初期条件を整合させた。

図-8は、 $L = 40(m)$ の支間中点における変位応答と加速度応答の標準偏差を示したものである。長鎖線は定常応答、破線はシミュレーション、実線は非定常応答を示している。 $L=40m$ の橋梁は、固有振動数が2.94Hzであり、車両の固有振動数が3.0Hzであるので、この場合、車両と橋梁はほぼ共振状態になっている。モンテカルロシミュレーションと不規則振動論による結果は、若干の差はあるが、よい一致を示していると見ることができる。

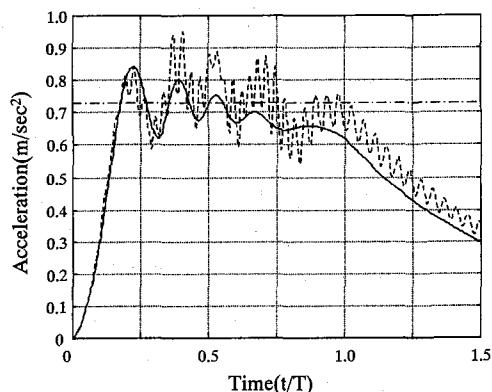
また、図-9は、 $L = 60(m)$ の場合で、橋梁の振動数が2.11Hzと、 $L = 40(m)$ の場合と比べて、少し低くなった場合である。車両と橋梁は共振状態にないので、 $L = 40(m)$ の場合と比べて変位および加速度の応答レベルは低下している。この場合でも、シミュレーションによる解と不規則応答解析の変位と加速度の結果はよい一致を示している。シミュレーションと不規則応答解析の結果より、路面凹凸のモデル化の妥当性と加速度応答解析の有効性が確認できた。

5.5 定常応答解析の有効性

不規則応答解析において、非定常応答解析では、微分方程式を数値計算しなければならないが、定常応答解析では、連立方程式を解くことにより解が求められる。定常応答解析では、非定常応答解析の過渡応答に比べて、エネルギー収支が一定となる定常な応答であるために、非定常応答の最大値より、定常応答が大きくなることが考えられる。車両と橋梁が共振状態にない場合、すなわち $L = 60(m)$ の場合では、定常応答が非定常応答の最大値のよい推定値になっている。車両と橋梁が共振状態になる $L = 40(m)$ の場合

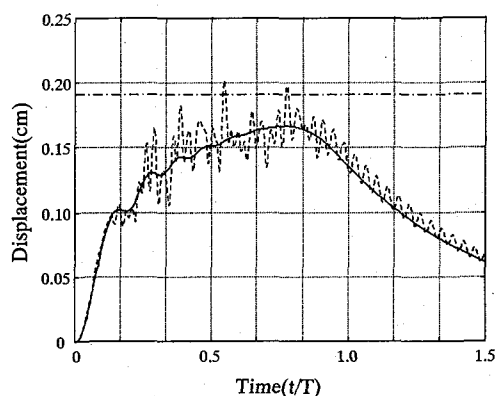


(a)変位応答

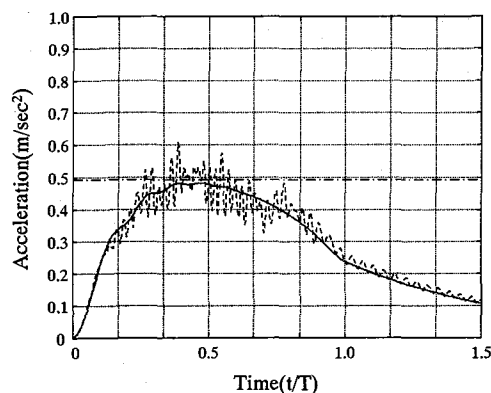


(b)加速度応答

図-8 橋梁支間中点の分散応答($L = 40m$)



(a)変位応答



(b)加速度応答

図-9 橋梁支間中点の分散応答($L = 60m$)

では、強い非定常性のために、非定常応答の最大値が定常応答のレベルを越えている。しかし、いずれにしても、誤差はあるものの、定常応答解析の応答は、非定常応答解析の応答の最大レベルを推定していることがわかる。このことにより、走行車両による橋梁の加速度応答解析においても、最大分散応答を推定する簡便な手法として、定常応答解析が適用可能であることが確認できた。

6. まとめ

不規則振動論による道路橋交通振動の解析では、路面凹凸は、白色雑音を入力とする1次遅れ系の出力としてモデル化されてきた。しかし、このような路面凹凸モデルを用いると、橋梁の加速度応答の分散が発散して求められないという問題があった。本論文では、路面凹凸を白色雑音が入力する k 次遅れ系の出力としてモデル化し、不規則応答解析による橋梁加速度応答を求める解法を提案した。さらに、不規則振動解析による加速度分散応答が解析可能であることを、モンテカルロシミュレーションにより検証した。

本研究で得られた結果を要約すると次のようになる。

- (1)新しい路面凹凸モデルとして、白色雑音を入力とする k 次遅れ系を提案した。このモデルは、従来の路面凹凸モデルに、ローパスフィルターを付加した形になっている。最適な路面凹凸モデルとして、フィルター次数を1とし、フィルターパラメータは、橋梁および車両の固有振動数より離れた $a_2 = 10$ を用いればよいことを示した。
- (2)提案した新しい路面凹凸モデルを用いることにより、走行車両による橋梁の加速度応答が求められることが確認できた。
- (3)フィルターパラメータ a_2 を $10^2 \sim 10^4$ すなわち、 $a_2 \gg 1$ とすれば、新しい路面凹凸モデルは、従来用いられてきた路面凹凸モデルに漸近する。 $a_2 \gg 1$ とした場合、加速度応答は発散して、求められなくなることを、加速度応答解析結果より実証した。
- (4)新しい路面凹凸を用いた解析解とモンテカルロシミュレーションによる解を比較して、本論文で提案した不規則振動論による道路橋の交通振動の加速度応答解析法が有効であることを確認した。
- (5)道路橋交通振動加速度応答を求める定常応答解析を提案し、定常加速度応答は、非定常加速度応答の最大応答を

推定するための有効な手法であることを示した。

本論文では、路面凹凸モデルの提案と橋梁加速度応答解析の理論の有効性を示すために、橋梁と車両のモデルを単純化して、それぞれ1自由度系とした。しかし、本手法は3次元有限要素法でモデル化される多次元構造モデルを用いた現実的な橋梁の交通振動解析に対して、有効な解析法であると考えている。

参考文献

- 1) 吉村虎蔵・彦坂 熙・内谷 保：単一走行車両による道路橋の非定常ランダム応答の解析，土木学会論文報告集，第258号，pp.35-44，1977.2.
- 2) 岡林隆敏：単一走行車両による道路橋の二乗平均応答解析，土木学会論文報告集，第286号，pp.15-27，1979.6.
- 3) 彦坂 熙・吉村虎蔵・内谷 保：連行自動車荷重による単純桁橋の非定常ランダム応答と衝撃係数，土木学会論文報告集，第290号，pp.31-41，1979.10.
- 4) 岡林隆敏・中井一彦・谷龍修道：高次振動を考慮した道路橋の単一走行車両による非定常 r.m.s. 応答，土木学会論文報告集，No.296，pp.13-24，1980.4.
- 5) Komatsu, S. and Kawatani, M. : Nonstationary random response of highway bridges under moving vehicles , Technology Reports of the Osaka University , Vol.32, No.1648, pp.151-158, March, 1982.
- 6) 岡林隆敏・山口実浩：連行車両による道路橋の二乗平均応答解析，土木学会論文報告集，第334号，pp.1-11，1983.6.
- 7) 岡林隆敏・竹下 渡・小西保則：単一車両走行によるプレートガーダー橋の不規則応答解析，構造工学論文集，Vol.37A，pp.965-972，1991.3.
- 8) 川谷充郎・西山誠治：路面凹凸を考慮した道路橋の走行荷重による動的応答解析，構造工学論文集，Vol.39A，pp.733-740，1993.3.
- 9) 川合平夫・森崎健二：自動車走行路面の性質と振動乗心地への関連性，三菱重工技報，Vol.2，No.2，pp.20-28，1965.

(2000年9月14日 受付)