

道路橋示方書における軸方向圧縮力と不等端曲げモーメント を受ける部材の座屈安定照査式に関する検討

Study on the Design Equation for Members Subjected to
Axial Compression and Unequal End Moments

当麻 庄司¹
Shouji TOMA

倉 真也²
Shinya KURA

¹フェロー Ph.D. 北海学園大学教授 工学部土木工学科 (〒064-0926 札幌市中央区南 26 条西 11 丁目)

²正会員 工修 ダイヤコンサルタント (株) (〒001-0010 札幌市北 10 条西 2 丁目 13 番地 2)

ABSTRACT: The paper discusses the problems contained in the design equation for stability of beam-column members in the Specification for Highway Bridges Vol. 2 Steel Bridges, Japan Road Association. In this equation, there are two stability issues involved: bending buckling of beam-columns and lateral torsional buckling of beams. When a member is subjected to unequal moments at ends in addition to axial compressive force, the moments are usually converted to the equivalent equal end moments to simplify the design procedure. This conversion should be made for the above two stability issues separately. However, the Specification seems to treat the two issues mixed and gives confusion to designers. To clarify this confusion, the paper describes the theoretical background of the design equation and proposes the new format of the equation.

Keywords: Beam-Columns, Buckling, Stability Check, Equivalent Moment, Lateral Torsional Buckling

1 まえがき

わが国の道路橋（鋼橋）の設計基準である道路橋示方書Ⅱ鋼橋編¹⁾（以下道示Ⅱ鋼橋編と呼ぶ）では、軸方向圧縮力と曲げモーメントを受ける梁柱部材の座屈安定照査式において等価換算曲げモーメントの概念を用いている。すなわち、曲げモーメントの分布に勾配がある場合、等価換算曲げモーメントを用いて作用曲げ応力度を計算してよいとその解説に謳われている。しかし、実務設計においては通常安全側の設計としてこの勾配を無視して最大曲げモーメントを慣用的に用いている。このいずれの方法も適用の条件をあいまいなまま使っており、この点を明確にすることは設計上重要である。

このように道示Ⅱ鋼橋編の座屈安定照査式の適用に関して解釈に相違が生じているのは、そこで示されている規定に不明確な部分があるためであると思われる。そこで、本論文はこの梁柱部材の座屈安定照査式の理論的背景を明らかにすると共に、その適用法を明確にすることを目的としている。

この座屈安定照査式における等価換算曲げモーメントの概念は、梁柱部材の軸方向座屈と梁部材の横

倒れ座屈の両方に用いられているが、両者は本質的に別のものである。本論文ではまずこの座屈安定照査式における両者の扱い方の問題点について述べる。次に、座屈安定式の理論的根拠を述べ、そこに含まれる梁部材および梁柱部材の耐力と等価換算曲げモーメントとの関係について詳しく論じる。その後、計算例として2つの構造モデルに対して座屈安定照査を行い、解釈の違いによる設計結果への影響を明らかにする。最後に、これらの検討結果からの改善策として、梁柱部材に対する等価換算曲げモーメントはモーメント増幅係数の一部として扱い、一方の梁部材に対する等価換算曲げモーメントと区別して座屈安定照査を行う方法を提案する。この提案により等価換算曲げモーメントの適用方法が明確になり、梁柱部材の座屈安定照査が理論的に整合性をもって行えることになる。

2 道示Ⅱ鋼橋編における座屈安定照査式の問題点

2.1 座屈安定照査式の現状

道示Ⅱ鋼橋編¹⁾では、梁柱部材の設計に耐力相関

条件に基づく方法を用いている。そして、この耐力
 相關条件として次式のような座屈安定照査式を示し
 ている。

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_{caz}} + \frac{\sigma_{bcy}}{\sigma_{bagy} \left(1 - \frac{\sigma_c}{\sigma_{eay}}\right)} + \frac{\sigma_{bcz}}{\sigma_{bao} \left(1 - \frac{\sigma_c}{\sigma_{eaz}}\right)} \leq 1 \quad (1)$$

ここに、 σ_c ：断面に作用する軸方向圧縮力による
 圧縮応力度

σ_{bcy} , σ_{bcz} ：それぞれ強軸および弱軸まわりに作
 用する曲げモーメントによる圧縮応
 力度

σ_{caz} ：弱軸まわりの許容軸方向圧縮応力度

σ_{bagy} ：局部座屈を考慮しない強軸まわりの
 許容曲げ圧縮応力度

σ_{bao} ：局部座屈を考慮しない許容曲げ圧縮
 応力度の上限値

σ_{eay} , σ_{eaz} ：それぞれ強軸および弱軸まわりの許
 容オイラー座屈応力度

式(1)は、部材の耐力は軸方向圧縮力と曲げモーメ
 ントの線形和で決まるという経験的な関係に基づい
 ている。この式の第1項は軸方向圧縮力による安定
 の寄与分を表し、軸方向圧縮力による座屈の影響が
 含まれている。そして、第2項および第3項は2軸
 方向の曲げモーメントによる安定の寄与分を表し、
 ここには“梁柱部材に対する軸方向圧縮力による付
 加曲げモーメント”と“梁部材に対する横倒れ座屈”
 の両方の影響が含まれているので、第1項に比べて
 より複雑である。そして、ここで問題として取り上
 げるのはこの曲げモーメントの項である。

2.2 座屈安定照査式の問題点

道示Ⅱ鋼橋編ではこの座屈安定照査式(1)の適用
 において、図-1(a)に示すように曲げモーメント
 分布に勾配がある場合、下式に示す等価換算曲げモ
 ーメントを用いて曲げ圧縮応力度(σ_{bcy} , σ_{bcz})を算
 定してよいとしている。なお、この等価換算曲げモ
 ーメントを求める式は Austin によって導かれた近
 似式²⁾である。

$$M_{eq} = 0.6M_1 + 0.4M_2 \geq 0.4M_1 \quad (2)$$

ただし、 $-1 \leq \frac{M_2}{M_1} \leq 1$

ここに、 M_{eq} ：等価換算曲げモーメント

M_1 , M_2 ：部材端曲げモーメント

($M_1 > M_2$, 単曲率の場合を正とする)

また、強軸に関する曲げ圧縮応力度は次式で算定
 される。

$$\sigma_{bcy} = \frac{M_{eq}}{I} z \quad (3)$$

ここに、 I ：断面2次モーメント

z ：中立軸から圧縮フランジ上縁までの
 距離

しかし、実務設計ではたとえば参考文献³⁾のT型
 橋脚の計算例(図-7参照)にみられるように、こ
 の等価換算曲げモーメントを用いず、慣用的に部材
 端曲げモーメントの大きい方をそのまま用いて算出
 している。(この計算例については後に5.1節で詳
 しく論じる。)

式(1)の適用において、道示Ⅱ鋼橋編に示されると
 おり等価換算曲げモーメント M_{eq} (式(2))を用いて

表-1 座屈安定照査式に関する規定の経緯

示方書	座屈安定照査式	M_{eq} による σ_{ba} の割増 し	M_{eq} による σ_{bc} の低減	付加曲げ モーメン トの影響
昭和39年	$\frac{\sigma_c}{\sigma_{cay}} + \frac{\sigma_{bc}}{(\sigma_{ba})_{\max}} \leq 1$ $\sigma_c + \sigma_{bc} \leq \sigma_{ba}$	×	×	×
昭和47年	$\frac{\sigma_c}{\sigma_{ca}} + \frac{\sigma_{bc}}{\sigma_{ba}} \leq 1.0$	○	×	×
昭和48年	$\frac{\sigma_c}{\sigma_{ca}} + \frac{\sigma_{bc}}{\sigma_{ba}} \leq 1.0$	○	×	×
昭和55年	$\frac{\sigma_c}{\sigma_{caz}} + \frac{\sigma_{bcy}}{\sigma_{bagy} \left(1 - \frac{\sigma_c}{\sigma_{eay}}\right)} + \frac{\sigma_{bcz}}{\sigma_{bao} \left(1 - \frac{\sigma_c}{\sigma_{eaz}}\right)} \leq 1$	×	○	○

○考慮 ×考慮せず

計算すると、上記の慣用的な方法に比べかなり危険側に評価してしまうこととなり、その適用法に疑問が残る。一方、実務設計で慣用的に用いられている方法にも理論的な問題を含んでおり、これについても本論文で明らかにする。

2.3 座屈安定照査式の変遷

道示Ⅱ鋼橋編に規定される座屈安定照査式(1)は、度重なる改訂を経て現在のような形になっている。この座屈安定照査式に関する規定の経緯をまとめたものを表-1に示す。

この表より、等価換算曲げモーメント M_{eq} による“梁部材”に対する許容曲げ圧縮応力度 σ_{ba} の割増しは昭和 47 年の示方書から規定され、これが昭和 55 年の示方書では“梁柱部材”の曲げ圧縮応力度 σ_{bc} を等価換算曲げモーメント M_{eq} により低減させる方向へと改訂されていることがわかる。これらの改訂に関しての理論的説明を示方書では行っていないためその根拠は明確ではないが、この段階において本来別々に扱うべき 2 つの部材（梁部材と梁柱部材）に対する等価換算曲げモーメント M_{eq} の適用の仕方が混同されたものと推察される。すなわち、式(1)において扱われている等価換算曲げモーメント M_{eq} は、梁部材の横倒れ座屈を考慮した許容曲げ圧縮応力度 σ_{bagy} と梁柱部材の最大曲げモーメントを考慮した σ_{bcy} 、 σ_{bcz} の両方に関係してくるが、両者はまったく異なるものである。この点について次に論じる。

3 梁柱部材における等価換算曲げモーメント

3.1 等端曲げモーメントを受ける場合の最大曲げモーメント

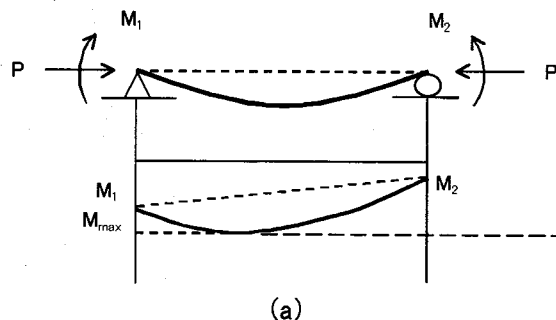
ここでは道示Ⅱ鋼橋編に規定されている座屈安定照査式(1)の理論的背景を明らかにし、等価換算曲げモーメントの厳密な意味について述べる。

座屈安定照査式(1)は、次に示す限界状態に対する線形相関方程式を基本としている^{4) 5)}。

$$\frac{P}{P_u} + \frac{M_{\max}}{M_u} \leq 1 \quad (4)$$

ここに、 P ：軸方向圧縮力

P_u ：終局軸方向圧縮力



(a)

$M_{\max}$ ：限界状態（終局時）での作用最大曲げモーメント

M_u ：終局曲げモーメント

この最大曲げモーメント $M_{\max}$ は、図-1(b)に示すような等端曲げモーメントを受ける場合は部材の中心に生じるとして、次式の近似式から求められる。

$$M_{\max} = M_0 \left\{ \frac{1}{1 - (P/P_e)} \right\} \quad (5. a)$$

$$= M_0 A_{OF} \quad (5. b)$$

ここに、 A_{OF} ：等端曲げモーメントを受ける場合の軸力による曲げモーメントの増幅を表すモーメント増幅係数

$$\left(= \frac{1}{1 - (P/P_e)} \right) \quad (6. a)$$

M_0 ：等端曲げモーメント

道示Ⅱ鋼橋編で用いられている式(1)は、このようにして求めた $M_{\max}$ を応力度表示したものである。

3.2 不等端曲げモーメントを受ける場合の最大曲げモーメント

次に、図-1(a)に示すように不等端曲げモーメントを受ける場合、最大曲げモーメント $M_{\max}$ は等価換算曲げモーメント係数 C_m を用いて次のように先の等端曲げモーメントを受ける場合（式(5)）と同様な形の近似式で表すことができる⁵⁾。

$$M_{\max} = M_1 \left\{ \frac{C_m}{1 - (P/P_e)} \right\} \quad (7. a)$$

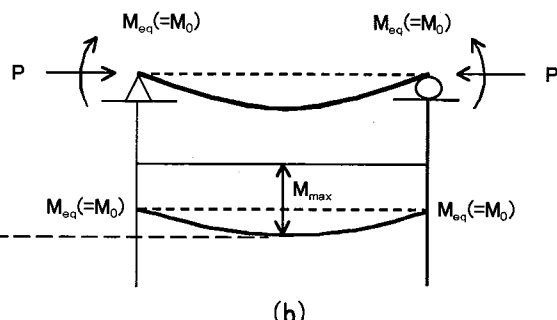
$$= M_1 A_F \quad (7. b)$$

ここに、 A_F ：不等端曲げモーメントを受ける場合の軸力による曲げモーメントの増幅を表すモーメント増幅係数（ ≥ 1.0 ）

$$\left(= \frac{C_m}{1 - (P/P_e)} \right) \quad (6. b)$$

C_m ：等価換算曲げモーメント係数

ただし、式(7.b)により最大曲げモーメント $M_{\max}$ を求めることができるのはモーメント増幅係数 A_F



(b)

図-1 不等端曲げモーメントを受ける梁柱部材の等価換算曲げモーメントの概念

算出式	適用範囲	モーメント分布
$M_{eq} = \left[\sqrt{\frac{(M_2/M_1)^2 - 2(M_2/M_1)\cos(kL) + 1}{2(1 - \cos(kL))}} \right] M_1 $	$\tan k\bar{x} = \frac{(M_1 - M_2 \cos kL)}{M_2 \sin kL}$ ただし、 $0 \leq \bar{x} \leq L$	
$M_{eq} = \frac{ M_1 }{\sqrt{\frac{2(1 - \cos kL)}{\sin^2 kL}}}$	$\tan k\bar{x} = \frac{(M_1 - M_2 \cos kL)}{M_2 \sin kL}$ ただし、 $L \leq \bar{x}$	

図-2 適用範囲判別式による算出式の使い分け (梁柱部材)

が1以上になる場合であり、 A_F が1未満の場合は部材端曲げモーメントの大きい方 M_1 が M_{max} となる。

上式(7)で用いられている等価換算曲げモーメント係数 C_m とは、図-1(a)に示すような不等端曲げモーメントを、最大曲げモーメント M_{max} が等しくなるように大きさの等しい等端曲げモーメント (図-1(b))に変換するためのものである。座屈安定式(1)の第2, 3項で式(6.b)の増幅係数が用いられているが、この内 C_m 係数は曲げ圧縮応力度 (σ_{bcy} , σ_{bcz}) を求めるときに用いられる。この C_m 係数の理論的背景について、次に詳しく述べる。

3.3 梁柱部材の等価換算曲げモーメントの適用範囲

図-1(a)のように、軸方向圧縮力 P と不等端曲げモーメント M_1 , M_2 を受ける部材の最大曲げモーメントは、弾性解析により次式のように厳密に求めることができる⁵⁾。

$$M_{max} = \left[\sqrt{\frac{(M_2/M_1)^2 - 2(M_2/M_1)\cos kL + 1}{\sin^2 kL}} \right] |M_1| \quad (8)$$

$$\text{ただし、 } k = \sqrt{\frac{P}{EI}} = \frac{\pi}{L} \sqrt{\frac{P}{P_e}}$$

ここに、 M_{max} : 最大曲げモーメント

P : 軸方向圧縮力

P_e : オイラーの座屈荷重

E : ヤング係数

I : 断面2次モーメント

L : 部材長

また、軸方向圧縮力 P と等端曲げモーメント M_0 を受ける部材の最大曲げモーメントは、式(8)の部材

端曲げモーメント比 M_2/M_1 を-1に等しくすることにより、次のように求めることができる。

$$M_{max} = M_0 \sqrt{\frac{2(1 - \cos kL)}{\sin^2 kL}} \quad (9)$$

式(9)を簡略化して近似的に表したものが式(5)である。不等端曲げモーメントを受けるとき、これを等価換算曲げモーメント M_{eq} に換算するための算出式は式(8)と式(9)を等しいと置き、このときの等端曲げモーメント M_0 を M_{eq} として解いたものであり、次のように表される。

$$M_{eq} = \left[\sqrt{\frac{(M_2/M_1)^2 - 2(M_2/M_1)\cos kL + 1}{2(1 - \cos kL)}} \right] |M_1|$$

$$= C_m |M_1| \quad (10.a)$$

ここに、

$$C_m = \left[\sqrt{\frac{(M_2/M_1)^2 - 2(M_2/M_1)\cos kL + 1}{2(1 - \cos kL)}} \right] \quad (10.b)$$

すなわち、式(10.a)の M_{eq} が設計式(5)の M_0 として用いることができる。また式(10.b)の C_m が、このときの梁柱部材の等価換算曲げモーメント係数の厳密式を表している。この厳密式は、最大曲げモーメントが部材内の中間に生じる場合に適用でき、以下の式によりその適用性が判別される。

$$\tan k\bar{x} = \frac{(M_1 - M_2 \cos kL)}{M_2 \sin kL} \quad (11)$$

ただし、 $0 \leq \bar{x} \leq L$

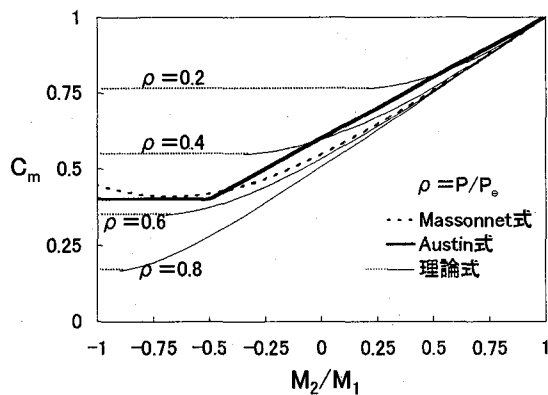


図-3 等価換算曲げモーメント算出式の比較

$\bar{x}$: 最大曲げモーメントの生じる位置

もし、最大曲げモーメントが上記のように部材内の中間の位置に生じるならば($0 \leq \bar{x} \leq L$)、式(10.b)を用いて等価換算曲げモーメントを求めることができる。しかし、 $\bar{x}$ が上記の範囲外ならば最大曲げモーメントは部材端部に生じ、式(9)で与えられる最大曲げモーメント M_{max} は M_1 と等しくなり、そのときの等価換算曲げモーメントは、次のように導かれる。(すなわち、このときには式(10)を用いることはできない。)

$$M_{eq} = \frac{|M_1|}{\sqrt{\frac{2(1 - \cos kL)}{\sin^2 kL}}} \quad (12)$$

以上に述べた適用範囲の判別式と算出式を整理して、図-2に示す。

上記の C_m 式の理論式(10.b)は、部材端曲げモーメントの比 M_2/M_1 、あるいは軸方向圧縮力 P の関数として表されていて複雑である。そこで、設計用の簡略式として、式(10.b)から軸方向圧縮力 P の影響を除いた簡略式として、次の Massonnet の算出式が提案されている⁶⁾。

$$C_m = \sqrt{0.3(M_2/M_1)^2 + 0.4(M_2/M_1) + 0.3} \quad (13)$$

そして、さらに簡略化された線形式が、Austin によって次式のように提案され²⁾、多くの設計基準で用いられている。

$$C_m = 0.6 + 0.4(M_2/M_1) \geq 0.4 \quad (14)$$

ただし、 $-1 \leq \frac{M_2}{M_1} \leq 1$

道示Ⅱ鋼橋編で用いられている式(2)は、式(14)と同等である。

図-3は梁柱部材に対する理論式(10.b)、Massonnet の近似式(13)および Austin の近似式

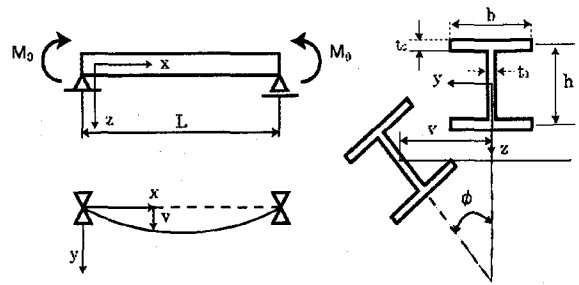


図-4 両端単純支持梁の横倒れ座屈

(14)による等価換算曲げモーメント係数 C_m の比較である。図-3の縦軸は等価換算曲げモーメント係数 C_m であり、横軸は部材端曲げモーメント比である。理論式の水平になっている点線部分は、最大曲げモーメントが部材端部に生じる場合を表している。この図より両近似式は、この水平の点線部分を近似できないことがわかる。すなわち、これらの近似式は、理論式による最大曲げモーメントが部材のスパン内に生じる場合に対してかなり大胆に近似したものであり、一方最大曲げモーメントが部材端部に生じる場合には適用できないことがわかる。

このようにして求めた等価換算曲げモーメントを用いて座屈安定照査式(1)中の作用曲げ圧縮応力度 σ_{bey} 、 σ_{bcz} を算定する。

4 梁部材における等価換算曲げモーメント

4.1 等端曲げモーメントを受ける場合の横倒れ座屈強度

これまで軸方向圧縮力と曲げモーメントを同時に受ける梁柱部材について述べてきたが、ここでは曲げモーメントのみを受ける梁部材の等価換算曲げモーメントについて考える。ここでの等価換算曲げモーメントは梁部材の横倒れ座屈強度に対して用いられるものであり、座屈安定照査式(1)の強軸に関する許容曲げ圧縮応力度 σ_{bagy} を求める際に関係するものである。

図-4に示すような両端で単純支持された2軸対称の等断面梁が、等端曲げモーメント M_0 を受ける場合の横倒れ座屈強度式は次式のようなものである⁷⁾。

$$M_{ocr} = \frac{\pi}{L} \sqrt{EI_z GJ \left(1 + \frac{\pi^2 EI_\omega}{L^2 GJ} \right)} \quad (15)$$

ここに、 M_{ocr} : 等端曲げモーメントを受ける場合の弾性座屈モーメント

L : 部材長

E : ヤング係数

G : せん断弾性係数

J : サン・ブナンのねじり定数

I_ω : そりねじり定数

I_z : z 軸まわりの断面2次モーメント

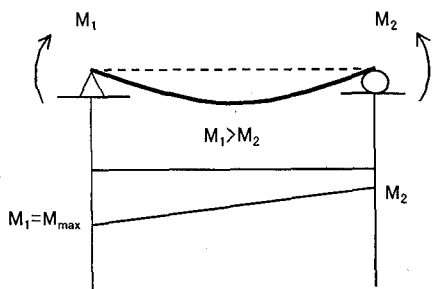


図-5 不等端曲げモーメントを受ける梁

式(15)の根号の〔〕内における第1項はそり（ねじりによる断面のゆがみ）が自由に生じるとするサン・ブナンのねじりモーメントであり，第2項はそのそりが拘束されたことにより生じるそりねじりモーメントに寄与する項である．したがって，そりが自由に生じるとした場合の横倒れ座屈強度式は，第2項を考慮しない形になる．この横倒れ座屈強度式(15)が梁部材の弾性座屈強度の基本形となる．

4.2 不等端曲げモーメントを受ける場合の横倒れ座屈強度

通常，梁部材に等端曲げモーメントが作用する場合は少なく，多くの場合が図-5に示すような不等端曲げモーメントを受ける．しかし，このような場合の座屈モーメントを厳密な関係式で求めることは非常に複雑になる．この複雑さを取り除くため，ここでも等価換算曲げモーメント係数 C_b により修正して近似的に求める方法が多く設計基準で用いられている．次式に，梁部材に対する不等端曲げモーメントを受ける場合の弾性座屈モーメント M_{cr} と，等端曲げモーメントを受ける場合の弾性座屈モーメント M_{ocr} との関係式を示す⁷⁾．

$$M_{cr} = C_b M_{ocr} \quad (16)$$

ここに，

$$C_b = 1.75 - 1.05 \left(\frac{M_2}{M_1} \right) + 0.3 \left(\frac{M_2}{M_1} \right)^2 \leq 2.3 \quad (17)$$

ただし， $-1 \leq \frac{M_2}{M_1} \leq 1$

M_1, M_2 ：部材端曲げモーメント

上式は，不等端曲げモーメントの大きい方 M_1 が弾性座屈モーメント M_{cr} になった時，梁の横倒れ座屈が生じることを意味している．上式(17)は Salvadori により提案された等価換算曲げモーメント係数 C_b の近似式⁸⁾ であり，米国の AISC⁹⁾ や AASHTO/LRFD¹⁰⁾ 等で用いられている．

式(17)による近似式と厳密解との比較を図-6に示す⁵⁾．図-6の縦軸は等端曲げモーメントを受け

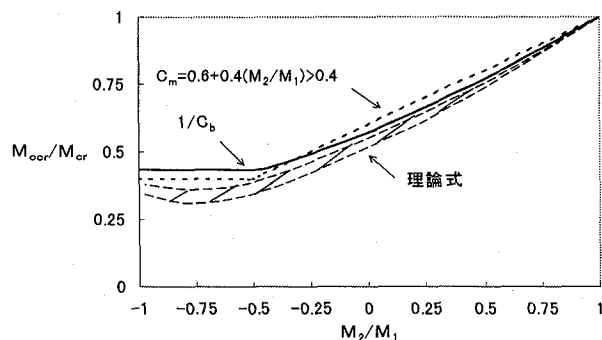


図-6 梁部材の等価換算曲げモーメント算出式の比較⁵⁾

る場合の座屈モーメントと不等端曲げモーメントを受ける場合の座屈モーメントの比であり，横軸は部材端曲げモーメントの比である．この図より，式(17)の近似式は斜線部で表されている厳密解を近似度よく表せていることがわかる．理論式のもつ幅は，H形断面の寸法による差からくるものである．

また，図-6は Salvadori による近似式の逆数と，梁柱部材の等価換算曲げモーメント係数 C_m に対する Austin の近似式²⁾ (式(14)) との比較も表している．この図より，両者はかなりよく一致し，Austin による近似式もまた梁の横倒れ座屈の換算曲げモーメントを求めるのに用いることができることがわかる．したがって，式(17)は下記のように Austin の近似式による等価換算曲げモーメント係数 C_m の逆数で近似することができ，式(17)は次のようになる．

$$M_{cr} = \frac{1}{C_m} M_{ocr} \quad (18)$$

ここに，

$$C_m = 0.6 + 0.4 \left(\frac{M_2}{M_1} \right) \geq 0.4 \quad (19)$$

ただし， $-1 \leq \frac{M_2}{M_1} \leq 1$

たまたま，式(19)は式(14)と同一の形をとっているが，前者は梁部材に対するものであり（図-6参照），後者は梁柱部材に対するものであって（図-3参照），両者の表す近似の意味はまったく異なるものである．この点では，米国のように梁部材に対しては C_b を用いて，梁柱部材の C_m と区別した方がわかりやすいと言える．

4.3 梁部材の等価換算曲げモーメントの適用範囲

図-6にみられるように，梁部材の場合 Austin による等価換算曲げモーメント係数算出式(19)は，前節で述べた梁柱部材の場合の式(14)とは異なり，最大曲げモーメントの生じる位置に関係なく適用できる．梁部材の場合は横倒れ座屈の等価換算曲げモーメントを求めるものであるから，付加曲げモーメントは関係してこない．

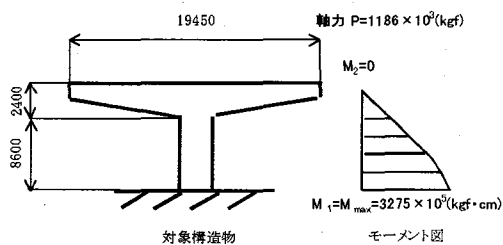


図-7 鋼製 T 形橋脚³⁾

5 計算例による問題点の検討

5.1 横倒れ座屈がない場合

—T 形橋脚—

ここでは、等価換算曲げモーメント M_{eq} の適用に関する問題点を検討するために、実際に軸方向圧縮力と不等端曲げモーメントを受ける梁柱部材の座屈安定照査を、図-7に示した T 型橋脚³⁾を対象に、①慣用的な方法（参考文献³⁾の計算例）、②道示Ⅱ鋼橋編に示される方法（ C_m 近似式を用いた方法）、③理論解による方法、の3つの方法で計算を行い比較する。

①慣用的な方法では、部材端曲げモーメントの大きい方をそのまま用いて曲げ圧縮応力度 σ_{bcy} を求める。②近似式を用いた方法は道示Ⅱ鋼橋編に規定される適用条件を満たしているとして、式(2)を用いて等価換算曲げモーメント M_{eq} を求め、これから曲げ圧縮応力度 σ_{bcy} を求める。③理論式を用いた方法では、このような片持柱の場合適用範囲判別式(11)により、用いる理論式は式(12)として等価換算曲げモーメント M_{eq} を求め、これから曲げ圧縮応力度 σ_{bcy} を求める。

なお、この計算例（図-7）は、参考文献³⁾において鋼製橋脚の震度法による耐震設計について行っているものであり、許容応力度は地震の影響を考慮して割増し係数 1.5 を乗じている。また、この計算例は箱形断面のため、横倒れ座屈は生じない。以下にこの計算内容を示すが、ここでは橋軸直角方向の荷重ケースのみ扱う。断面諸元については参考文献³⁾を参照されたい。（ここでは比較しやすくするため、参考文献³⁾と同じ単位を用いることとする。）

<荷重条件>

軸方向圧縮力： $P=1,186 \times 10^3$ (kgf) ($P/P_y=0.14$)

部材端曲げモーメント： $M_1=3,275 \times 10^5$ (kgf·cm)

$M_2=0$ (kgf·cm)

<① 慣用的な方法>

T 形橋脚は片持柱にモデル化できるので、曲げモーメント分布はその上端で 0、下端で最大値をとる。ここでは、この片持柱を 1 部材と考え、その両端に 0 と最大値のモーメント勾配をもつ部材として以下に検討する。

a) 作用応力度

軸方向圧縮応力度： $\sigma_c = 518$ (kgf/cm²)

曲げ圧縮応力度： $\sigma_{bcy} = 2,284$ (kgf/cm²)

b) 許容応力度（使用鋼材 SM490Y）

許容軸方向圧縮応力度：

$$\sigma_{caz} = 2,897 \text{ (kgf/cm}^2\text{)}$$

強軸まわりの許容オイラー座屈応力度：

$$\sigma_{eay} = 28,250 \text{ (kgf/cm}^2\text{)} \text{ (座屈長換算係数は 2)}$$

許容曲げ圧縮応力度：

$$\sigma_{bagy} = 3,150 \text{ (kgf/cm}^2\text{)}$$

c) 部材安定の照査

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_{caz}} + \frac{\sigma_{bcy}}{\sigma_{bagy} \left(1 - \frac{\sigma_c}{\sigma_{eay}} \right)} = 0.917$$

<② 道示Ⅱ鋼橋編に示される方法>

a) 作用応力度

軸方向圧縮応力度： $\sigma_c = 518$ (kgf/cm²)

等価換算曲げモーメント：

$$\begin{aligned} M_{eq} &= 0.6M_1 + 0.4M_2 \geq 0.4M_1 \\ &= 1,965 \times 10^5 \text{ (kgf·cm)} \end{aligned}$$

曲げ圧縮応力度：

$$\sigma_{bcy} = \frac{M_{eq}}{I_y} z = 1,371 \text{ (kgf/cm}^2\text{)}$$

b) 許容応力度

①慣用的な方法と同じ

表-2 T 形橋脚の計算結果

	①慣用的な方法	②道示による方法	③理論式の方法
M_{eq} (kgf·cm)	3275×10^5	1965×10^5	3321×10^5
σ_{bcy} (kgf/cm ²)	2284	1371	2316
照査式の値	0.917	0.622	0.928

(1kgf·cm=9.81N·cm, 1kgf/cm²=98.1kPa)

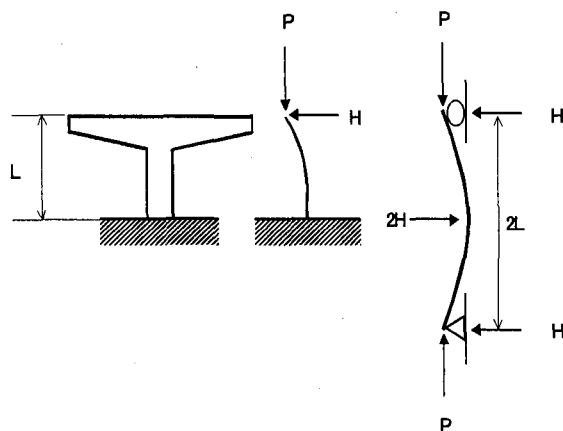


図-8 片持柱の単純支持柱への置換

c) 部材安定の照査

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_{caz}} + \frac{\sigma_{bey}}{\sigma_{bagy} \left(1 - \frac{\sigma_c}{\sigma_{eay}} \right)} = 0.622$$

<③ 理論式を用いた方法>

T 形橋脚をモデル化した片持柱は、図-8に示すように長さがその2倍の単純支持柱に置換できる。すなわち、T 形橋脚の基部で上下対称の単純支持梁柱となり、上端の荷重はその梁柱の反力とみなせる。このような梁柱の場合、その最大曲げモーメント M_{max} は次式により求められる⁵⁾。

$$M_{max} = M_{a0} \left\{ \frac{C_m}{1 - (P/P_e)} \right\} \quad (20)$$

ここに、 M_{a0} ：軸方向圧縮力が0の時の最大曲げモーメント

P ：軸方向圧縮力

P_e ：オイラー座屈荷重

C_m ：等価換算曲げモーメント係数

$$C_m = 1 - 0.2(P/P_e) \quad (21)$$

上式(21)は、このような中間集中荷重を受ける梁柱部材に対する等価換算曲げモーメント係数式である⁵⁾。

以下に、式(20)の最大曲げモーメントを用いて作用曲げ圧縮応力度 σ_{bey} を求め、T 形橋脚の座屈安定照査を行う。

a) 作用応力度

軸方向圧縮応力度： $\sigma_c = 518$ (kgf/cm²)

式(20)および(21)より、最大曲げモーメントを求める。

$$C_m = 0.996 \text{ より}$$

$$M_{max} = 3,321 \times 10^5 \text{ (kgf} \cdot \text{cm)}$$

これを用いて曲げ圧縮応力度 σ_{bey} を求めると

$$\text{曲げ圧縮応力度：} \sigma_{bey} = 2,316 \text{ (kgf/cm}^2\text{)}$$

b) 許容応力度

①慣用的な方法と同じ

c) 部材安定の照査

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_{caz}} + \frac{\sigma_{bey}}{\sigma_{bagy} \left(1 - \frac{\sigma_c}{\sigma_{eay}} \right)} = 0.928$$

以上の計算結果を表-2に比較して示すが、道示Ⅱ鋼橋編に示される方法は危険側に照査することがわかる。また慣用的な方法は、この計算例においては軸方向圧縮力による影響が小さいため、理論式を用いた方法に比べ結果的に差がないことになっている。

5. 2 横倒れ座屈がある場合

—単純支持梁柱—

前節では箱形断面のため横倒れ座屈が生じなかったが、ここでは横倒れ座屈を起こす場合について、座屈安定照査式を検討する。そのためにここでは、①慣用的な方法、②道示Ⅱ鋼橋編に示されるように曲げ圧縮応力度 σ_{bey} にのみ等価換算曲げモーメント M_{eq} を用いる方法、③モーメント増幅係数 A_F を用いた最大曲げモーメント式(7)により曲げ圧縮応力度 σ_{bey} を求め、また許容曲げ圧縮応力度 σ_{bagy} に等価換算曲げモーメント M_{eq} を考慮する方法、の3つの方法で座屈安定照査を行い、比較する。

ここでは、構造モデルとして図-9に示すような断面を有する部材に、2パターンの荷重条件を適用してそれぞれ照査を行った。なお、この計算例は等端曲げモーメントに対して参考文献¹¹⁾で行われているものである。曲げモーメントは強軸(y 軸)まわりにのみ作用するとして計算を行った。(なお比較を容易にするため、参考文献¹¹⁾と同じ単位を用いた。)

(1) 等端曲げモーメントを受ける場合

ここでは、等端曲げモーメントを受ける場合に対して、座屈安定照査を行い結果を比較する。荷重条件は、次のようである。

<荷重条件>

軸方向圧縮力： $P = 49,000$ (kgf) ($P/P_y = 0.15$)

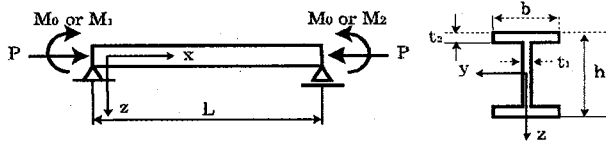
等端曲げモーメント： $M_0 = 1,500,000$ (kgf・cm)

<① 慣用的な方法>

a) 作用応力度

軸方向圧縮応力度： $\sigma_c = 371$ (kgf/cm²)

曲げ圧縮応力度： $\sigma_{bey} = 601$ (kgf/cm²)



<使用鋼材および断面寸法>

SS400, L=300 cm, h=62 cm, b=30 cm, t₁=1.2 cm, t₂=1.0 cm

<断面諸定数>

断面積 A=132 cm²

断面 2 次モーメント I_y=77,415 cm⁴, I_z=4,500 cm⁴

断面 2 次半径 r_y=24.2 cm, r_z=5.84 cm

細長比 λ_y=12.4, λ_z=51.3

図-9 I 形断面部材

b) 許容応力度 (使用鋼材 SS400)

許容軸方向圧縮応力度:

$$\sigma_{caz} = 715 \quad (\text{kgf/cm}^2)$$

強軸まわりの許容オイラー座屈応力度:

$$\sigma_{eay} = 78,043 \quad (\text{kgf/cm}^2)$$

許容曲げ圧縮応力度:

$$\sigma_{bagy} = 1,262 \quad (\text{kgf/cm}^2)$$

c) 部材安定の照査

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_{caz}} + \frac{\sigma_{bcy}}{\sigma_{bagy} \left(1 - \frac{\sigma_c}{\sigma_{eay}}\right)} = 0.997$$

<② 道示Ⅱ鋼橋編による方法>

a) 作用応力度

軸方向圧縮応力度: $\sigma_c = 371 \quad (\text{kgf/cm}^2)$

曲げ圧縮応力度: $\sigma_{bcy} = 601 \quad (\text{kgf/cm}^2)$

b) 許容応力度 (使用鋼材 SS400)

①慣用的な方法に同じ

c) 部材安定の照査

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_{caz}} + \frac{\sigma_{bcy}}{\sigma_{bagy} \left(1 - \frac{\sigma_c}{\sigma_{eay}}\right)} = 0.997$$

<③ A_{0F} を用いる方法>

a) 作用応力度

軸方向圧縮応力度: $\sigma_c = 371 \quad (\text{kgf/cm}^2)$

モーメント増幅係数 A_{0F} は

$$A_{0F} = \frac{1}{\left(1 - \frac{\sigma_c}{\sigma_{eay}}\right)} = \frac{1}{\left(1 - \frac{371}{78,043}\right)} = 1.005 \geq 1 \text{ より,}$$

$$M_{\max} = M_0 A_{0F}$$

したがって、曲げ圧縮応力度は

$$(\sigma_{bcy})_{\max} = \sigma_{bcy} A_{0F} = 604 \quad (\text{kgf/cm}^2)$$

b) 許容応力度

・ ①慣用的な方法に同じ

c) 部材安定の照査

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_{caz}} + \frac{(\sigma_{bcy})_{\max}}{\sigma_{bagy}} = 0.997$$

このように、等端曲げモーメントを受ける場合に対しては、モーメント増幅係数 A_F を用いる方法において A_F が常に 1 以上となるために、最終的に②道示Ⅱ鋼橋編による方法と同じに結果になる。

(2) 不等端曲げモーメントを受ける場合

次に、不等端曲げモーメントを受ける場合に対して、座屈安定照査を行い結果を比較する。この場合荷重条件を次のようにとる。

<荷重条件>

軸方向圧縮応力度: P=49,000 (kgf) (P/P_y=0.15)

部材端曲げモーメント: M₁=1,500,000 (kgf·cm),

$$M_2 = 150,000 \quad (\text{kgf} \cdot \text{cm}) \quad (M_2 = \frac{1}{10} M_1)$$

<① 慣用的な方法>

a) 作用応力度

軸方向圧縮応力度: $\sigma_c = 371 \quad (\text{kgf/cm}^2)$

曲げ圧縮応力度は、部材端曲げモーメントの大きい方をそのまま用いて求める。

$$(\sigma_{bcy})_{\max} = \frac{M_1}{I_y} z = 601 \quad (\text{kgf/cm}^2)$$

b) 許容応力度 (使用鋼材 SS400)

許容軸方向圧縮応力度:

$$\sigma_{caz} = 715 \quad (\text{kgf/cm}^2)$$

強軸まわりの許容オイラー座屈応力度:

$$\sigma_{eay} = 78,043 \quad (\text{kgf/cm}^2)$$

許容曲げ圧縮応力度:

$$\sigma_{bagy} = 1,262 \quad (\text{kgf/cm}^2)$$

※道示Ⅱ鋼橋編に示されるとおり、ここでの σ_{bagy} はモーメント勾配による割増しはせず、このままの値を照査に用いる。

c) 部材安定の照査

表-3 単純支持梁柱の計算結果

	①慣用的な方法	②道示Ⅱ鋼橋編による方法	③A _F を用いる方法
等端曲げモーメントを受ける場合	0.997		
不等端曲げモーメントを受ける場合	0.997	0.825	0.948

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_{caz}} + \frac{\sigma_{bcy}}{\sigma_{bagy} \left(1 - \frac{\sigma_c}{\sigma_{eay}}\right)} = 0.997$$

<② 道示Ⅱ鋼橋編による方法>

a) 作用応力度

軸方向圧縮応力度: $\sigma_c = 371$ (kgf/cm²)

等価換算曲げモーメント係数 C_mは

$$C_m = 0.6 + 0.4(M_2/M_1) = 0.64$$

これを用いて、曲げ圧縮応力度は

$$\sigma_{bcy} = \frac{M_1 C_m}{I_y} z = 384 \text{ (kgf/cm}^2\text{)}$$

b) 許容応力度 (使用鋼材 SS400)

①慣用的な方法に同じ

c) 部材安定の照査

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_{caz}} + \frac{\sigma_{bcy}}{\sigma_{bagy} \left(1 - \frac{\sigma_c}{\sigma_{eay}}\right)} = 0.825$$

<③ A_Fを用いる方法>

a) 作用応力度

軸方向圧縮応力度: $\sigma_c = 371$ (kgf/cm²)

等価換算曲げモーメント係数 C_mは

$$C_m = 0.6 + 0.4(M_2/M_1) = 0.64$$

これを用いて、モーメント増幅係数 A_Fは

$$A_F = \frac{C_m}{\left(1 - \frac{\sigma_c}{\sigma_{eay}}\right)} = 0.643 \leq 1 \quad \text{より, } M_{\max} = M_1$$

したがって、曲げ圧縮応力度は

$$(\sigma_{bcy})_{\max} = \frac{M_1}{I_y} z = 601 \text{ (kgf/cm}^2\text{)}$$

b) 許容応力度

σ_{caz} については、道示Ⅱ鋼橋編による方法と同じ値を用いる。すなわち、

$$\sigma_{caz} = 715 \text{ (kgf/cm}^2\text{)}$$

σ_{bagy} は、等端曲げモーメントを受ける場合に対して定められた許容曲げ圧縮応力度 σ_{0bagy} を準用す

るため、1/C_m倍の割増しをする。

$$\sigma_{bagy} = \frac{1}{C_m} \sigma_{0bagy} = 1,972 \text{ (kgf/cm}^2\text{)}$$

ただし、この場合は道示Ⅱ鋼橋編に規定される上限値を越えてしまうので、

$\sigma_{bagy} = 1,400$ (kgf/cm²) とする。

c) 部材安定の照査

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_{caz}} + \frac{(\sigma_{bcy})_{\max}}{\sigma_{bagy}} = 0.948$$

以上の結果をまとめると表-3のようになる。これより、等端曲げモーメントを受ける場合においては、各方法の座屈安定照査の結果は同じになり、問題はないことがわかる。

しかし、不等端曲げモーメントを受ける場合は結果に違いが生じている。①慣用的な方法では最大曲げモーメントは正しく評価されているが、横倒れ座屈強度から求められる許容曲げ圧縮応力度の算定においてモーメント勾配の影響が考慮されていないため、少し安全側に設計されることになる。

②道示鋼橋編による方法では、等価換算曲げモーメント係数 C_mをモーメント増幅係数 A_Fの一部として扱っていない。このため、等価換算曲げモーメント係数 C_mの適用範囲がわからなくなり、この計算例のように最大曲げモーメントが部材端部に生じる場合でも誤って用いてしまう。その結果、この方法ではかなり危険側に設計することになる。

これに対し、③A_Fを用いる方法ではモーメント増幅係数 A_Fの値により等価換算曲げモーメント係数 C_mの適用が制限される。この制限により、等価換算曲げモーメント係数 C_mは最大曲げモーメントが部材のスパン内に生じる場合のみ適用することになる。したがって、この計算例のような場合は、部材端曲げモーメントの大きい方(最大曲げモーメント)をそのまま用いて曲げ圧縮応力度 σ_{bcy} を求めるため、照査結果は正しく算出される。

6 座屈安定照査式の改善策

以上の検討結果を踏まえて、以下のように道示Ⅱ鋼橋編の座屈安定照査式の規定に関する改善策の提案をする。ただし、先の計算例との対比がしやすいように、1軸の曲げモーメントを受ける場合について示す。

軸方向圧縮力と曲げモーメントを受ける梁柱部材は、次の式により座屈安定照査を行うものとする。

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_{ca}} + \frac{\sigma_1 A_F}{\sigma_{bag}} \leq 1 \quad (22)$$

ここに、 σ_1 ：部材端曲げモーメントの大きい方（ M_1 による作用曲げ圧縮応力度）

モーメント増幅係数 A_F は下式による。

$$A_F = \frac{C_m}{\left(1 - \frac{\sigma_c}{\sigma_{ea}}\right)} \geq 1 \quad (23)$$

$$\text{ここに、} C_m = 0.6 + 0.4(M_2/M_1) \quad (24)$$

$$\text{ただし、} -1 \leq \frac{M_2}{M_1} \leq 1$$

C_m ：等価換算曲げモーメント係数（梁柱部材）

M_1, M_2 ：部材端曲げモーメント（ $M_1 > M_2$ ）

σ_c ：照査する断面に作用する軸方向圧縮応力度

σ_{ca} ：許容軸方向圧縮応力度

σ_{bag} ：局部座屈を考慮しない許容曲げ圧縮応力度

σ_{ea} ：許容オイラー座屈応力度

各許容応力度については従来の示方書と同様に求めるとする。

モーメント増幅係数 A_F が 1 未満になる場合は、最大曲げモーメントが部材端部に生じていることを表している。

また、許容曲げ圧縮応力度 σ_{bag} は等端曲げモーメントを受ける場合について求められた値を準用するために、次に示す式(19)により求められる等価換算曲げモーメント係数の逆数 ($1/C_m$) を乗じて割増しする。すなわち、梁部材の場合の C_m は

$$C_m = 0.6 + 0.4(M_2/M_1) \geq 0.4 \quad (19)$$

$$\text{ただし、} -1 \leq \frac{M_2}{M_1} \leq 1$$

ただし、このとき許容曲げ圧縮応力度はその上限値もしくは局部座屈に対する許容応力度を越えてはならない。

このように、座屈安定照査式(22)にモーメント増幅係数 A_F を用いて、これに 1 以上という制限値を設けることにより、曲げ圧縮応力度は常に部材中の最大曲げモーメントを用いて求められていることになる。したがって、式(22)は基となった式(4)の概念と一致し、また等価換算曲げモーメント係数 C_m も基となる理論式の適用範囲に合致し、正しく照査を行えることになる。

以上のようにすると、曲げ圧縮応力度を求めるときの等価換算曲げモーメント係数 C_m をモーメント

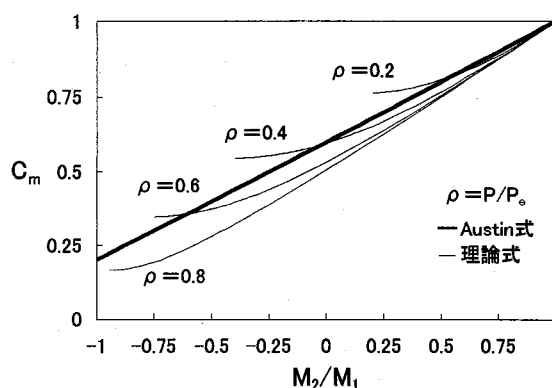


図-10 制限値を削除した Austin 式と理論式の比較

増幅係数 A_F の一部として扱うことから、許容曲げ圧縮応力度 σ_{bag} を求めるときの梁部材に対する C_m と区別して扱うことができる。すなわち、梁柱部材の等価換算曲げモーメント係数 C_m は式(23)の 1 部として、また梁部材の C_m は式(19)を用いて、これらの適用の違いを明確にすることができる。

なお道示Ⅱ鋼橋編の規定では、梁柱部材の等価換算曲げモーメント M_{eq} 係数式(14)と梁部材の係数式(19)の両方に 0.4 以上という制限値を設けている(図-3および図-6参照)。しかし、最近の米国の設計基準 (AISC⁹⁾) では、梁柱部材の等価換算曲げモーメント M_{eq} (C_m) 算出式(14)においては 0.4 以上という制限値を削除している(式(24))。この Austin の近似式の 0.4 以上という制限値を削除した場合の解と理論式による厳密解の比較を図-10に示す。

(なお、ここでの厳密解は最大曲げモーメントが部材のスパン内に生じる場合のみを表している。) この図より、0.4 以上という制限値を削除した方が厳密解をよく近似できることがわかり、道示Ⅱ鋼橋編の規定においてもこの制限値を削除するべきであると考えられる。(ただし、式(19)では図-6にみられるとおり、この制限を削除できないことに留意しなければならない。)

道示Ⅱ鋼橋編では、軸方向圧縮力によって部材の耐力が極端に低下することを防ぐということからこの制限値を規定しているとも考えられる。しかしこのことに対しては、軸力比の制限あるいは細長比の制限等によって別途行うべきであると思われる、ここでの Austin の近似式については理論的な整合性を重視するべきであると考えられる。

7 結語

道示Ⅱ鋼橋編では、軸方向圧縮力と曲げモーメントを同時に受ける梁柱部材について、その安全性を評価するための座屈安定照査式を規定しているが、本論文は不等端曲げモーメントを受ける場合は同規定の適用法にあいまいな部分があることを指摘した。

そして、そこに含まれる問題点を計算例を用いて明確にし、また問題点の理論的背景について解説をした。

そこでの問題点を整理すると、

- (1) 作用曲げ圧縮応力度算定において、本来等価換算曲げモーメントの概念は最大曲げモーメントが部材のスパン内に生じる場合のみ適用できる。しかし、道示Ⅱ鋼橋編の規定の仕方では、最大曲げモーメントが部材端部に生じる場合でも適用されることになる。
- (2) 実務設計では、電算処理や設計上の便宜性から、等価換算曲げモーメントを用いず最大曲げモーメントを用いているが、理論的には疑問がある。
- (3) 梁部材の許容曲げ圧縮応力度算定における等価換算曲げモーメントと、梁柱部材の作用曲げ圧縮応力度算定における等価換算曲げモーメントについて、それらの区別が不明確である。

以上の問題点を解決するために、T形橋脚と単純支持の梁柱を対象に座屈安定照査の計算を行った。得られた結果をまとめると次のようになる。

- (1) 道示Ⅱ鋼橋編に示される方法は、理論式を用いた方法よりかなり危険側に評価してしまう場合がある。
- (2) 慣用的な方法は、本計算例の場合軸方向圧縮力による付加曲げモーメントの影響あるいは横倒れ座屈の影響が小さいので、結果的に理論式による方法と大きな違いが見られない。
- (3) 理論解に基づいた方法が推奨される。

以上の結果を踏まえて、道示Ⅱ鋼橋編の座屈安定照査式の規定に関する改善策の提案を行った。この改善策をまとめると次のようになる。

- (1) 最大曲げモーメントを求めるときにモーメント増幅係数 A_F (式(23))を用いることとし、作用曲げ圧縮応力度に対する等価換算曲げモーメント係数 C_m (式(24))はこのモーメント増幅係数の一部として扱う。
- (2) 不等端曲げモーメントを受ける場合、許容曲げ圧縮応力度は等価換算曲げモーメント係数 C_m (式(19))の逆数を乗じて割増しする。ただし、その上限値を越えることはできない。

このように作用曲げ圧縮応力度に対する等価換算曲げモーメント係数をモーメント増幅係数の一部として扱うことにより、その適用範囲が明確になり理論的に正しく算出できる。また、作用曲げ圧縮応力度と許容曲げ圧縮応力度のそれぞれに対する等価換算曲げモーメント係数を区別して扱うことができ、その適用に関する不明確さが解消されることになる。

参考文献

- (1) 日本道路協会：道路橋示方書・Ⅱ鋼橋編，丸善，平成8年12月。
- (2) Austin, W.J.: Strength and design of metal beam-columns, Journal of the Structural Division, ASCE, 1959.
- (3) 日本道路協会：道路橋の耐震設計に関する資料，4. 鋼製橋脚を用いた場合の設計計算例，丸善，平成9年3月。
- (4) 福本嘯士，西野文雄：鋼構造部材と骨組・強度と設計，丸善，昭和45年10月。
- (5) W.F. Chen, E.M. Lui: STRUCTURAL STABILITY, PTR Prentice Hall, 1987.
- (6) Massonnet, C.: Stability considerations in the design of steel columns, Journal of the Structural Division, ASCE, 1959.
- (7) 土木学会：座屈設計ガイドライン，技報堂，昭和62年10月。
- (8) Salvadori, M.G.: Lateral buckling of I-beams, ASCE Transaction, Vol. 120, 1955.
- (9) American Institute of Steel Construction (AISC): Manual of Steel Construction, Allowable Stress Design (ASD), Chicago, IL, 1989 あるいは，Manual of Steel Construction, Load and Resistance Factor Design (LRFD), Chicago, IL, 1994.
- (10) American Association of State Highway and Transportation Officials (AASHTO): LRFD Bridge Design Specifications, Second Edition, Washington D.C., 1998.
- (11) 中井 博，北田俊行：鋼構造設計演習，共立出版，1990。

(2000年9月14日受付)