

軸圧を受ける円筒サンドイッチシェルのRS座屈強度

RS Buckling Strength of Cylindrical Sandwich Shells under Axial Pressures

大賀水田生*, 馬越正純**

Mitao Ohga, Masazumi Umakoshi

*正会員 工博 愛媛大学助教授 工学部環境建設工学科 (〒790-8577 松山市文京町3)

**学生会員 愛媛大学理工学研究科前期課程 土木海洋工学専攻 (〒790-8577 松山市文京町3)

An analytical procedure to determine the buckling strength of the cylindrical sandwich shell subjected to the axial pressures is derived based on the variational method. The method is compared with other analytical method to demonstrate the accuracy of the proposed method. The effect of the shear stiffness of the cylindrical sandwich shell to the buckling load of the members is examined. Furthermore, the lower bound of the elastic buckling strength of the members in considering the scatter of the initial imperfection is proposed based on the reduced stiffness method.

Key Words: cylindrical shell, sandwich shell, reduced stiffness method, buckling strength

キーワード: 円筒シェル, サンドイッチシェル, 低減剛性法, 座屈強度

1. はじめに

構造物の規模が大型化する程, さらには使用環境が厳しくなる程, 構造部材自身の重量が設計断面を支配するようになり, 従って軽量でしかも強度的に優れた構造部材の開発が重要となってくる. ところで, サンドイッチ構造は構造部材の軽量化の観点において優れた構造形式であり, このサンドイッチ断面を有するシェル構造は, 通常の断面を有するシェル構造に比較して, より優れた構造形式になり得ることが期待される.

著者らは, このサンドイッチ断面を有する円筒シェル構造(円筒サンドイッチシェル)が外圧を受ける場合について, 初期不整によるばらつきを考慮した座屈強度すなわち座屈下限値を理論的に推察する方法を Reduced Stiffness 法(RS 法)^{1), 2), 3)}に基づき導くとともに, 本法を用いて得られた座屈強度を FEM 幾何学的非線形解析による結果との比較を行い, 通常断面を有するシェル構造に対して提案されている RS 法がサンドイッチシェル構造の力学的理解および初期不整によるばらつきを考慮した効率的な設計に対して貢献できることを明らかにしている^{4), 5)}.

そこで, 本研究では円筒サンドイッチシェルが軸圧を受ける場合について, まずその線形座屈強度を変分法に基づき求める解析式について述べ, 既往の解と比較する

ことにより本解析式の妥当性を検討するとともに, 円筒サンドイッチシェルの初期不整によるばらつきを考慮した座屈強度すなわち座屈下限値を理論的に推察する方法を RS 法に基づき開発するとともに, 軸圧を受ける円筒サンドイッチシェルの RS 座屈強度について基本的な考察を行う.

2. 軸圧を受ける円筒サンドイッチシェルの線形座屈強度解析式

2.1 軸圧を受ける円筒サンドイッチシェルの座屈時トータルポテンシャルエネルギー

円筒サンドイッチシェルが軸圧 p を受ける場合のトータルポテンシャルエネルギーは, 座屈時の x, s, ζ 軸方向の変位を u, v, w, s, x 軸廻りの回転変位を β_x, β_s とすると次のように表すことができる(図-1)^{2), 6)}.

$$\Pi = \Pi_0 + \Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_3 + \Pi_4 \quad (1)$$

ここに, 添字 $0, 1, \dots$ は座屈時の変位 $(u, v, w, \beta_x, \beta_s)$ に関する次数を表している.

2.2 円筒サンドイッチシェルの変位-ひずみ関係式

本研究で用いている変位-ひずみ関係式を以下に示す^{7), 8), 9)}. なお, サンドイッチシェル断面の厚さは半径

に比較して小さく、変位 w はシェル断面方向 (ζ 方向) に一定としている。

$$\varepsilon_x = u_{,x} + \zeta \beta_{x,x} + \frac{1}{2} w_{,x}^2 \quad (2a)$$

$$\varepsilon_s = v_{,s} + \frac{w}{a} + \zeta \beta_{s,s} + \frac{1}{2} w_{,s}^2 \quad (2b)$$

$$\gamma_{xs} = v_{,x} + u_{,s} + \zeta \{ \beta_{s,x} + \beta_{x,s} \} \quad (2c)$$

$$\gamma_{x\zeta} = w_{,x} + \beta_x \quad (2d)$$

$$\gamma_{s\zeta} = w_{,s} - \frac{v}{a} + \beta_s \quad (2e)$$

ただし, $_{,x} \equiv \frac{\partial}{\partial x}$, $_{,s} \equiv \frac{\partial}{\partial s}$ である。

2.3 円筒サンドイッチシェルの応力-ひずみ関係式

円筒サンドイッチシェルの表面材および心材での応力とひずみとの関係は次式で与えられる^{7),8),9)}。なお、本研究では表面材には薄肉鋼板のような剛性の大きな材料を、心材にはハニカムコアのような曲げ剛性の小さな材料を想定しており、表面材は面内力および曲げモーメントのみに、心材は面外せん断力のみに抵抗するものとしている。

$$\sigma_x = D_f'(\varepsilon_x + \nu_f \varepsilon_s), \quad \sigma_s = D_f'(\varepsilon_s + \nu_f \varepsilon_x) \quad (3a,b)$$

$$\tau_{xs} = G_f \gamma_{xs}, \quad \tau_{x\zeta} = G_{cx}' \gamma_{x\zeta}, \quad \tau_{s\zeta} = G_{cs}' \gamma_{s\zeta} \quad (3c,d,e)$$

ここに、 $D_f' \equiv E_f / (1 - \nu_f^2)$, E_f : 表面材の弾性係数, ν_f : 表面材のポアソン比, G_f : 表面材のせん断弾性係数, G_{cx}' , G_{cs}' : 心材の x, s 軸方向のせん断弾性係数。

2.4 軸圧を受ける円筒サンドイッチシェルの釣合方程式

円筒サンドイッチシェルが軸圧 p を受ける場合の座屈前膜応力状態は次式で与えられる (図-1)^{8),10)}。

$$N_x^F = -2\sigma h_f \quad (4a)$$

$$N_s^F = N_{xs}^F = M_x^F = M_s^F = M_{xs}^F = 0 \quad (4b)$$

$$\varepsilon_x^F = -\sigma / E_f, \quad \varepsilon_s^F = \nu_f \sigma / E_f, \quad \varepsilon_{xs}^F = 0 \quad (4c,d,e)$$

ここに、 N, M : 面内力および曲げモーメント, ε^F : 安定状態でのひずみ成分, E_f : 表面材の弾性係数, ν_f : 表面材のポアソン比, $\sigma = p / 2h_f$, h_f : 表面材厚。

座屈開始時では変位 ($u, v, w, \beta_x, \beta_s$) は十分に小さいと仮定すると、トータルポテンシャルエネルギー式 (1) の 2 次の項 Π_2 のみが座屈荷重に関係する^{2),6)}。この 2 次のエネルギー成分は次のように表すことができる。

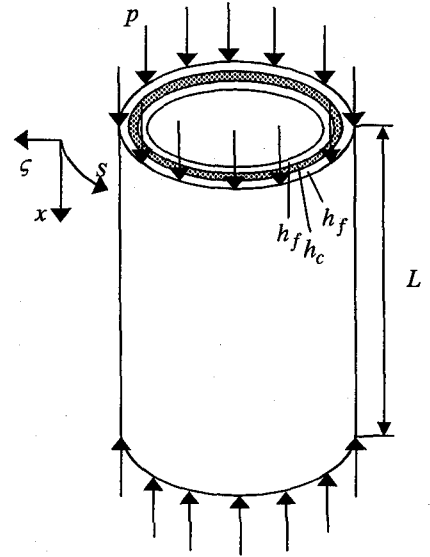


図-1 円筒サンドイッチシェル構造

$$\Pi_2 = U_M + U_B + U_S + V_X + V_S \quad (5)$$

ここに、 U_M : 面内ひずみエネルギー, U_B : 曲げひずみエネルギー, U_S : せん断ひずみエネルギー, V_X, V_S : 変位の 2 次の項に関する部材軸および円周方向の変位の 2 次の項に関する非線形ひずみエネルギー。

式 (5) で示されるトータルポテンシャルエネルギーの 2 次の項 Π_2 の停留条件を考慮し、さらにひずみ-変位関係式 (2)、応力-ひずみ関係式 (3) を適用することにより次のような連立方程式が得られる。

$$-D_{M1} \{ u_{,xx} + \nu_f (v_{,xs} + \frac{1}{a} w_{,x}) \}$$

$$-D_{M2} (v_{,xs} + u_{,ss}) = 0 \quad (6a)$$

$$-D_{M1} (v_{,ss} + \frac{1}{a} w_{,s} + \nu_f u_{,xs}) - D_{M2} (v_{,xx} + u_{,xs})$$

$$-D_{M1} (-D_{CS} (\frac{1}{a} w_{,s} - \frac{v}{a^2} + \frac{\beta_s}{a})) = 0 \quad (6b)$$

$$D_{M1} (\frac{v_{,s}}{a} + \frac{w}{a^2} + \frac{\nu_f}{a} u_{,x}) - S_{CX} (w_{,xx} + \beta_{x,x})$$

$$-S_{CS} (w_{,ss} - \frac{1}{a} v_{,s} + \beta_{s,s})$$

$$+ \sigma \{ h_f w_{,xx} + D_{M1} (\frac{1}{2E} w_{,xx} - \frac{\nu_f^2}{2E} w_{,xx}) \} = 0 \quad (6c)$$

$$-D_{B1} (\beta_{x,xx} + \nu_f \beta_{s,xs}) - D_{B2} (\beta_{s,xx} + \beta_{x,ss})$$

$$+ D_{CX} (w_{,x} + \beta_x) = 0 \quad (6d)$$

$$-D_{B1} (\beta_{s,ss} + \nu_f \beta_{x,ss}) - D_{B2} (\beta_{s,xx} + \beta_{x,ss})$$

$$+S_{CS}(w_{,s}-\frac{v}{a}+\beta_s)=0 \quad (6e)$$

ここに,

$$D_{M1}=\frac{2E_f}{1-\nu_f^2}h_f; \quad D_{M2}=\frac{(1-\nu_f)}{2}D_{M1}$$

$$D_{B1}=\frac{E_f}{12(1-\nu_f^2)}\{(h_c+2h_f)^3-h_c^3\}$$

$$D_{B2}=\frac{(1-\nu_f)}{2}D_{B1}; \quad D_{CX}=G_{CX}h_c$$

$D_{CS}=G_{CS}h_c$; h_c :心材厚, a :円筒サンドイッチシエルの半径.

2.5 軸圧を受ける円筒サンドイッチシエルの線形座屈強度

本研究では, 変位 u, v, w および回転変位 β_x, β_s に対して次のような変位関数を導入している.

$$u=A_1 \cos \alpha s \cos \rho x; \quad v=A_2 \sin \alpha s \sin \rho x \quad (7a, b)$$

$$w=A_3 \cos \alpha s \sin \rho x; \quad \beta_x=A_4 \cos \alpha s \cos \rho x \quad (7c, d)$$

$$\beta_s=A_5 \sin \alpha s \sin \rho x \quad (7e)$$

ここに, $\alpha=n/a$, $\rho=m\pi/l$, m, n :軸方向および円周方向の半波数, A_i :変位関数の振幅

式(7)より明らかなように, 両端の境界条件は単純支持状態となっている.

変位関数式(7)を式(6)に代入することにより, 次のような座屈条件式が得られる.

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33}-\lambda & C_{34} & C_{35} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \end{bmatrix} = 0 \quad (8)$$

ここに,

$$C_{11}=\rho^2 D_{M1}+\alpha^2 D_{M2}$$

$$C_{12}=-(\nu_f \alpha \rho D_{M1}+\alpha \rho D_{M2})$$

$$C_{13}=-\frac{\nu_f}{a} \rho D_{M1}; \quad C_{14}=C_{15}=0$$

$$C_{22}=\alpha^2 D_{M1}+\rho^2 D_{M2}+\frac{D_{CS}}{a^2}$$

$$C_{23}=\frac{\alpha}{a} D_{M1}+\frac{\alpha}{a} D_{CS}; \quad C_{24}=0; \quad C_{25}=-\frac{D_{CS}}{a}$$

$$C_{33}=\frac{1}{a^2} D_{M1}+\rho^2 D_{CX}+\alpha^2 D_{CS}$$

$$C_{34}=\alpha D_{CX}; \quad C_{35}=-\alpha D_{CS}$$

$$C_{44}=\rho^2 D_{B1}+\alpha^2 D_{B2}+D_{CX}$$

$$C_{45}=-(\nu_f \alpha \rho D_{B1}+\alpha \rho D_{B2})$$

$$C_{55}=\alpha^2 D_{B1}+\rho^2 D_{B2}+D_{CS}$$

$$C_{ij}=C_{ji}; \quad \lambda=\rho^2\{h_f+\frac{D_{M1}}{2E_f}(1-\nu_f^2)\}$$

式(8)を満足する λ および A_i が軸圧を受ける円筒サンドイッチシエルの線形座屈荷重および座屈モードを与える.

3. 軸圧を受ける円筒サンドイッチシエルの RS 座屈強度算定式

p_C を線形座屈荷重とするとトータルポテンシャルエネルギーの2次の項, 式(5)より次式を得る.

$$U_M+U_B+U_S+p_C(\bar{V}_X+\bar{V}_S)=0 \quad (9)$$

式(9)の各項は, ひずみ-変位関係式(2), 応力-ひずみ関係式(3)を式(5)に代入することにより, 次のように与えられる.

$$U_M=U_{M1}+U_{M2}+U_{M3} \quad (10a)$$

$$U_B=U_{B1}+U_{B2}+U_{B3} \quad (10b)$$

$$U_S=U_{S1}+U_{S2}+U_{S3} \quad (10c)$$

$$U_{M1}=\frac{1}{2} \iint \{D_{M1}(\epsilon_{x0}+\nu_f \epsilon_{s0})\epsilon_{x0}\} ds dx \quad (11a)$$

$$U_{M2}=\frac{1}{2} \iint \{D_{M1}(\epsilon_{s0}+\nu_f \epsilon_{x0})\epsilon_{s0}\} ds dx \quad (11b)$$

$$U_{M3}=\frac{1}{2} \iint \{D_{M1}\gamma_{xs0}\gamma_{xs0}\} ds dx \quad (11c)$$

$$U_{B1}=\frac{1}{2} \iint \{D_{B1}(\kappa_x+\nu_f \kappa_s)\kappa_x\} ds dx \quad (11d)$$

$$U_{B2}=\frac{1}{2} \iint \{D_{B1}(\kappa_s+\nu_f \kappa_x)\kappa_s\} ds dx \quad (11e)$$

$$U_{B3}=\frac{1}{2} \iint \{D_{B2}\kappa_{xs0}\kappa_{xs0}\} ds dx \quad (11f)$$

$$U_{S1}=\frac{1}{2} \iint \{S_x \gamma_{xc} \gamma_{xc}\} ds dx \quad (11g)$$

$$U_{S2}=\frac{1}{2} \iint \{S_s \gamma_{sc} \gamma_{sc}\} ds dx \quad (11h)$$

$$\bar{V}_X=-\frac{1}{2} \iint \left\{ \frac{1}{2} w_x^2 + \frac{1}{4h_f E_f} D_{M1}(w_x^2 + \nu_f w_{,s}^2) \right\} ds dx \quad (11i)$$

$$\bar{V}_S = \frac{1}{2} \iint \frac{v_f}{4h_f E_f} D_{M1} (w_{,s}^2 + v_f w_{,x}^2) ds dx \quad (11j)$$

ここに、添字 1,2 および 3 はそれぞれ x , s および x - s 軸に関する成分であることを示している。

ところで、通常の断面を有する円筒シェルが軸圧を受ける場合、初期不整の存在により面内ひずみ成分によるひずみエネルギー U_{M1} と円周方向非線形増分ひずみエネルギー V_S が消失することが明らかにされている^{1),2),11)}。そこで、本研究においても、 U_{M1} , V_S の両者を削除することにより、軸圧を受ける円筒サンドイッチシェルの RS 座屈強度を算定する。

式(9)において、 U_{M1} , V_S を削除すると次式が成立する。

$$U_{M2} + U_{M3} + U_B + U_S + p_C^* \bar{V}_X = 0 \quad (12)$$

ここに、 p_C^* : RS 座屈強度。

式(9), (12)より、RS 座屈強度 p_C^* が線形座屈強度 p_C により次のように与えられる。

$$p_C^* = \left(\frac{U_{M2} + U_{M3} + U_B + U_S}{U_M + U_B + U_S} \right) \left(\frac{\bar{V}_X + \bar{V}_S}{\bar{V}_X} \right) p_C \quad (13)$$

通常のシェル構造での RS 座屈強度は、心材に生じるせん断ひずみエネルギーが $U_S=0$ となることを考慮して、式(13)より次式で与えられる。

$$p_C^* = p_C \left(\frac{U_{M2} + U_{M3} + U_B}{U_M + U_B} \right) \left(\frac{\bar{V}_X + \bar{V}_S}{\bar{V}_X} \right) \quad (14)$$

4. 軸圧を受ける円筒サンドイッチ構造の線形座屈強度

本研究で誘導した線形座屈強度解析式の妥当性を検討するため、図-1 に示す円筒サンドイッチシェル ($E_f=2.06 \times 10^5 \text{ MPa}$, $\nu_f=0.3$, $a/h_f=500$, 部材長-半径比 $0.1 < L/a < 100$, せん断剛性比 $V(=E_f h_f / 4a G_s (1-\nu_f^2)) = 0.0001, 0.05, 0.1$, $h_o/h_f=6, 8$) が軸圧を受ける場合の線形座屈解析を行った。なお $V=0.0001$ は心材のせん断変形が無視できる通常の断面を有する円筒シェルを想定している。図-2,4 に得られた線形座屈係数 $k(=p_C/2E_f h_d)$ と他の解析法による結果 (Plantema)¹²⁾ との比較、および $V=0.0001$ については通常の断面を有する円筒シェル構造に対するシェル理論により得られた結果 (Normal) との比較を示している。図-2,4 には部材軸および円周方向のモード (m, n) も同時に示しているが、右肩添字 V, P, N はそれぞれ本解析法 (Variational), Plantema および通常のシェル理論 (Normal) による結果であることを示

している。

図-2 に示す $h_o/h_f=6$ の場合、 $V=0.0001$ に対する線形座屈係数 k は通常の断面を有する円筒シェル構造に対するシェル理論により得られた結果と非常によく一致しており、座屈モードも完全に一致している。この場合の線形座屈係数は部材長の増大とともに低下する傾向を示している。また部材軸方向座屈モードは部材長に関係なくほとんどの場合 $m=1$ となっているのに対し、円周方向座屈モードは部材長の増大とともに低下する傾向を示しており、 $L/a > 20$ では $(m, n) = (1, 1)$ となっている。この $V=0.0001$ に対する結果は通常のシェルに対して得られている既往の結果¹³⁾ とよく一致している。

一方、Plantema による線形座屈係数は部材長に関係なくほぼ一定値 ($k=1.477 \times 10^{-2}$) を示しており、部材長が増大するとともに他の解法による結果との誤差が大きくなる傾向を示している。これは、Plantema による解では部材長が大きな範囲で発生する全体座屈を考慮していないためであると考えられる。座屈モードについては、円周方向座屈モード n が、本法および通常のシェル理論の場合と同様、部材長の増加にともない小さくなる傾向を示しているのに対し、部材軸方向座屈モード m は逆に部材長の増加とともに大きくなる傾向を示している。

$V=0.05, 0.1$ の場合、線形座屈係数が $V=0.0001$ に対する値より小さくなる範囲においては、本解析法および Plantema による結果はお互いよく一致しているが、座屈係数が $V=0.0001$ に対する値より大きくなる範囲においては、Plantema による解が L/a の値に関係なく一定値を保っているのに対し、本法では $V=0.0001$ に対する線形座屈係数より少し小さな値を示している。

図-3 に本法で得られた $L/a=2$ での変形モードの比較を示している。図-3 より明かなように、 $V=0.0001$ に対する変形モードは円周方向の変形が支配的であるのに対し、 $V=0.05, 0.1$ とせん断剛性比 V が大きくなるにしたがい部材軸方向の変形が支配的になっている。

図-4,5 に $h_o/h_f=8$ に対する線形座屈強度および変形モードの比較を示しているが、この場合も $h_o/h_f=6$ に対する場合と同様な結果が得られている。

5. 軸圧を受ける円筒サンドイッチシェルのひずみエネルギーと RS 座屈強度の算定

図-6 に、軸圧を受ける円筒サンドイッチシェルの 10 個のひずみエネルギー成分 (式(12)) のスペクトルを円周方向座屈モード n を横軸にとり示している。なお、この場合の部材軸方向のモードは $m=1$ としている。図-6(a) に示す $V=0.1$ の場合、部材軸方向の面内ひずみエネルギー U_{M1} は $n=2.0$ 付近で極値をとっているが、面内ひずみエネルギー成分 $U_{M1,2,3}$ はいずれも n の増大とともに減

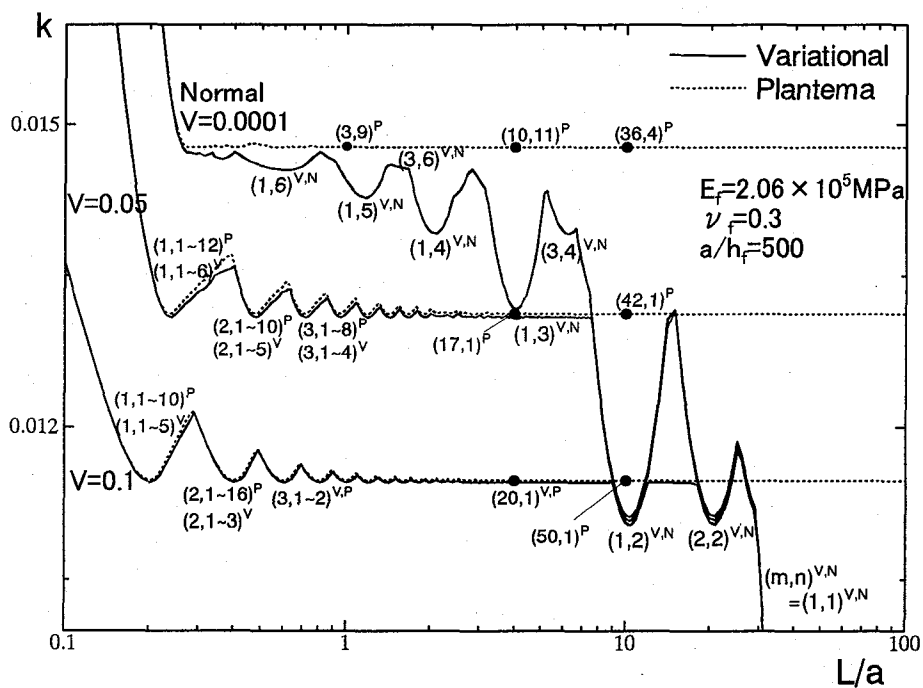


図-2 線形座屈強度の比較 ($h/h_f=6$)

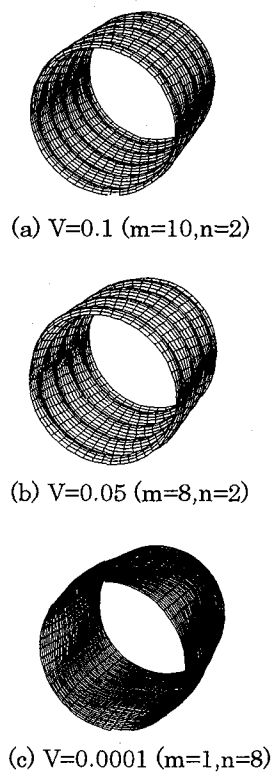


図-3 変形モード ($L/a=2, h/h_f=6$)

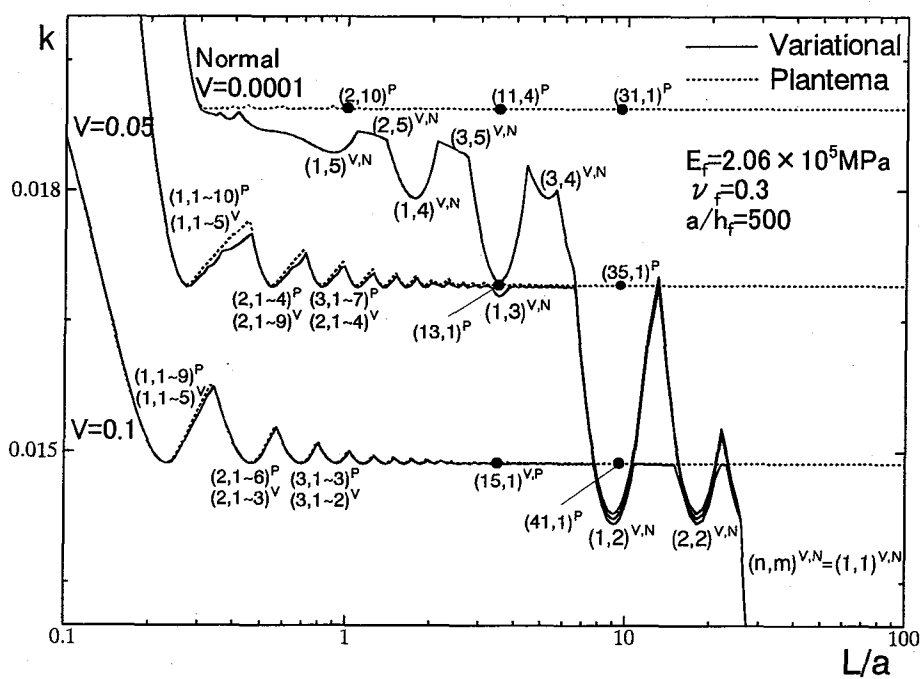


図-4 線形座屈強度の比較 ($h/h_f=8$)

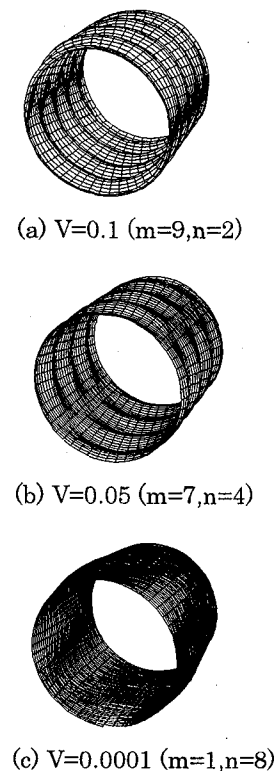


図-5 変形モード ($L/a=2, h/h_f=8$)

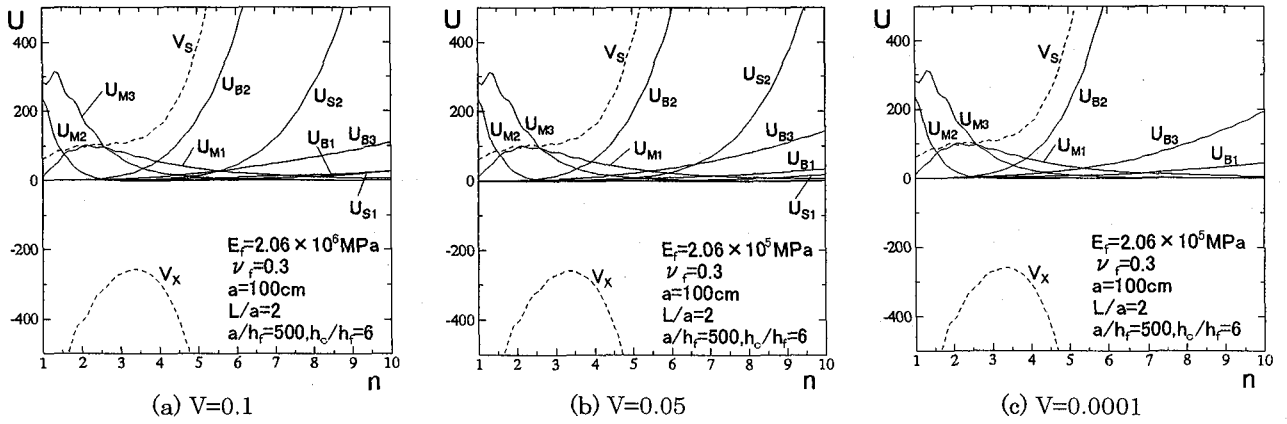


図-6 ひずみエネルギー成分と座屈モード ($m=1$)

少する傾向を示しており、特に円周方向成分 U_{M2} は $n=2.5$ 付近ではほぼ消失している。一方、曲げひずみエネルギー成分 U_{B1} , U_{B2} , U_{B3} はいずれも n の増加とともに大きくなる傾向を示しており、特に円周方向の曲げひずみエネルギー成分 U_{B2} は $n>4$ では最大の線形ひずみエネルギー成分となっている。せん断ひずみエネルギー成分も曲げひずみエネルギー成分の場合と同様、 n の増加とともに大きくなっているが、特に円周方向成分 U_{S2} の増加率が大きく、 $n>6$ においては U_{B2} に次ぐ線形ひずみエネルギー成分となっている。

一方、非線形ひずみエネルギー成分については、部材軸方向成分 V_x は負の値を示しており、円周方向座屈モード $n=3.3$ 付近でピーク値を示しているのに対し、円周方向非線形ひずみエネルギー成分 V_s は正の値を示しており、曲げおよびせん断ひずみエネルギー成分の場合と同様、円周方向座屈モード n の増加とともに大きくなる傾向を示している。

図-6(b)に示す $V=0.05$ の場合、いずれのエネルギー成分も $V=0.1$ の場合とよく似た傾向を示しており、特に面内ひずみエネルギー成分 $U_{M1,2,3}$ および非線形ひずみエネルギー成分 $V_{x,s}$ にはほとんど変化はみられない。しかし、曲げひずみエネルギー成分が $V=0.1$ の場合に比較して若干大きくなっている。

図-6(c)に示す $V=0.0001$ の場合、当然ながらせん断ひずみエネルギー成分は非常に小さく、図中に現れていない。面内エネルギー成分および非線形ひずみエネルギー成分には $V=0.1, 0.05$ の場合との差異はほとんど認められない。

図-7に、図-6に示している10個のひずみエネルギー成分をRS座屈強度の算定式(13)の4項(第1項: $U_M+U_B+U_S$, 第2項: $U_{M2}+U_{M3}+U_B+U_S$, 第3項: V_x , 第4項: V_x+V_s)ごとにまとめたものを示している。図-7(a)に示す $V=0.1$ の場合、例えば円周方向座屈モード $n=4$ での第1~4項の絶対値はそれぞれ151.72, 98.01, 297.31および140.35、線形座屈係数は $k=1.354 \times 10^{-2}$ となっており、

したがってRS座屈強度は式(13)を用いて次のように求められる。

$$k^* = \left(\frac{U_{M2}+U_{M3}+U_B+U_S}{U_M+U_B+U_S} \right) \left(\frac{\bar{V}_X+\bar{V}_S}{\bar{V}_X} \right) k$$

$$= 0.646 \times 0.472k = 0.305k = 4.13 \times 10^{-3} \quad (15)$$

式(15)より明らかなように、この場合のRS座屈強度は線形座屈強度に比較して30.5%に低下している。なお、図-7(a)にはそれぞれの円周方向モード n に対して求められた線形座屈係数(一点鎖線)およびRS座屈係数(二点鎖線)も同時に示しているが、いずれも $n=4$ でピーク値をとっており、この値を線形およびRS座屈強度として採用する。

図-7(b)に示す $V=0.05$ の場合、 $n=4$ での第1~4項の絶対値はそれぞれ154.33, 100.62, 301.39および142.28となっており、第3および4項の非線形ひずみエネルギーの成分は $V=0.1$ の場合とほぼ同じ値となっている。この場合の線形座屈強度は $k=1.373 \times 10^{-2}$ となっており、したがってRS座屈強度は $k^*=0.308k=4.23 \times 10^{-3}$ となり、RS座屈強度の線形座屈強度に対する低下率は $V=0.1$ の場合に比較して小さくなっている。

図-7(c)に示す $V=0.0001$ の場合、 $n=4$ での第1~4項の絶対値はそれぞれ157.12, 103.41, 305.71および144.32、線形座屈強度は $k=1.393 \times 10^{-2}$ となりRS座屈強度は $k^*=0.311k=4.33 \times 10^{-3}$ となる。

図-8にRS座屈強度に対する座屈モードを示している。図-8より明らかなように、線形座屈強度に対する座屈モード(図-3)と異なり、いずれのせん断剛性比においても同一のモード($m=1, n=8$)となっており、円周方向モードが支配的となっている。

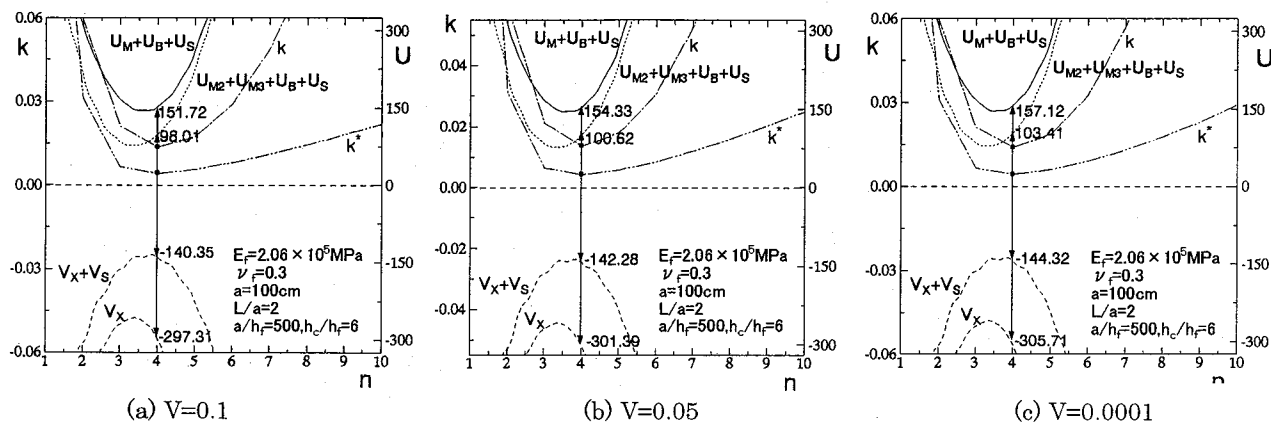


図-7 RS 座屈係数 ($L/a=2, h_o/h_f=6$)

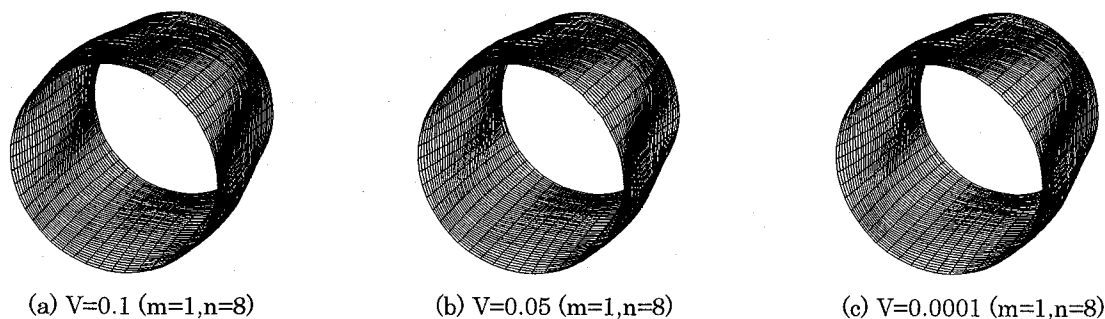


図-8 RS 座屈モード ($L/a=2, h_o/h_f=6$)

6. 軸圧を受ける円筒サンドイッチシェルのRS座屈強度

図-9 に円筒サンドイッチシェル ($E_f=2.06 \times 10^5 \text{ MPa}$, $\nu=0.3$, $a/h_f=500$, $V=0.0001, 0.05, 0.1$, $h_o/h_f=6, 12, 20$) が軸圧を受ける場合のRS座屈係数と部材長比 L/a の関係を示しており、表-1 には線形およびRS座屈係数とともにRS座屈係数の線形座屈係数に対する比を示している。表-1 のカッコ内の数字はせん断剛性比 $V=0.1$ での座屈係数に対する $V=0.1, 0.05, 0.0001$ での値の比を示している。図-9 より明らかなように、いずれの板厚比 h_o/h_f においてもRS座屈係数は L/a の増大とともに減少している。座屈モードについては、 $V=0.05, 0.1$ に対する線形座屈モードの部材軸方向モード m が L/a の増大とともに大きくなる傾向を示し、この部材軸方向モードが支配的となっていたのに対し(図-3), RS座屈モードでは部材軸方向モードは $m=1$ を保持しており、円周方向モード n が線形座屈モードに比較して大きくなっている。この円周方向モード n は L/a の増大にともない逆に減少する傾向を示している。なお、通常のシェルに対して得られている既往のRS座屈強度¹³⁾との比較においては、部材長が大きい範囲で円周方向モード n に若干の相違が生じているが、両者の特性はよく一致している。

表-1 より明らかなように、RS座屈係数は線形座屈係

数に比較して85~25%小さくなっているが、その減少の程度は h_o/h_f が小さくなるほど、 L/a が大きくなるほど増大する傾向を示している。また、せん断弾性係数比 V が円筒サンドイッチシェルのRS座屈強度に及ぼす影響は線形座屈強度の場合に比較して小さくなるとともに、 L/a の増大とともに小さくなる傾向を示している。

7. おわりに

本研究では、円筒サンドイッチシェル構造が軸圧を受ける場合の線形座屈強度を求める解析式を示し、開発した解析式の妥当性を検討した。さらに、円筒サンドイッチシェルの初期不整によるばらつきを考慮した座屈強度、すなわち座屈下限値を理論的に推察する方法についてRS法に基づき述べるとともに、軸圧を受ける円筒サンドイッチシェルのRS座屈強度について基本的な考察を行った。

今後、種々の初期不整を用いて円筒サンドイッチシェルが軸圧を受ける場合の幾何学的非線形解析を行い、本研究で提案したRS座屈強度と初期不整の大きさの関係について検討する必要がある。

参考文献

- 1) Croll, J.G.A.: Towards simple estimates of shell

表-1 線形およびRS 座屈係数

L/a	V	hc/hf=6			hc/hf=12			hc/hf=20		
		k($\times 10^{-2}$)	k*($\times 10^{-2}$)	k*/k	k($\times 10^{-2}$)	k*($\times 10^{-2}$)	k*/k	k($\times 10^{-2}$)	k*($\times 10^{-2}$)	k*/k
1	0.1	1.145 (1.00)	0.695 (1.00)	0.607	2.194 (1.00)	1.545 (1.00)	0.704	3.557 (1.00)	2.659 (1.00)	0.748
	0.05	1.313 (1.15)	0.717 (1.03)	0.546	2.449 (1.12)	1.603 (1.04)	0.655	4.019 (1.13)	2.853 (1.07)	0.710
	0.0001	1.443 (1.26)	0.741 (1.07)	0.514	2.648 (1.21)	1.664 (1.08)	0.628	4.376 (1.23)	3.090 (1.16)	0.706
3	0.1	1.145 (1.00)	0.286 (1.00)	0.250	2.171 (1.00)	0.688 (1.00)	0.317	3.534 (1.00)	1.540 (1.00)	0.436
	0.05	1.311 (1.15)	0.289 (1.01)	0.221	2.436 (1.12)	0.705 (1.02)	0.289	3.968 (1.12)	1.567 (1.02)	0.395
	0.0001	1.443 (1.26)	0.293 (1.02)	0.203	2.475 (1.14)	0.722 (1.05)	0.292	4.156 (1.18)	1.580 (1.03)	0.380
5	0.1	1.145 (1.00)	0.213 (1.00)	0.186	2.169 (1.00)	0.365 (1.00)	0.168	3.398 (1.00)	0.689 (1.00)	0.203
	0.05	1.309 (1.14)	0.213 (1.00)	0.163	2.449 (1.13)	0.367 (1.01)	0.150	3.423 (1.01)	0.699 (1.02)	0.204
	0.0001	1.413 (1.23)	0.214 (1.00)	0.151	2.489 (1.15)	0.370 (1.02)	0.149	3.450 (1.02)	0.711 (1.03)	0.206

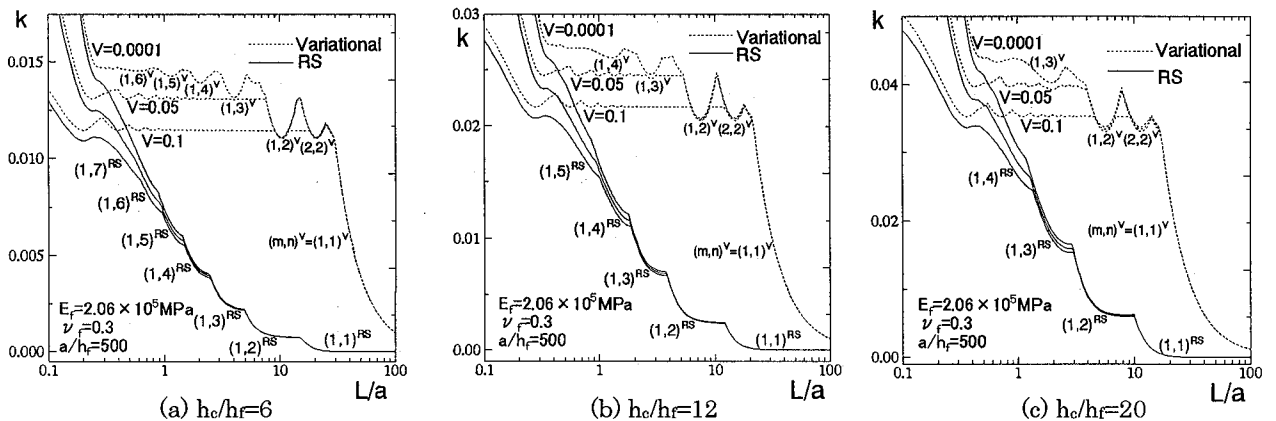


図-9 RS 座屈係数曲線

- buckling loads, Der Stahlbau, pp.243-248, 1975.
- 2) Croll, J.G.A. and Batista, R.C. : Explicit lower bounds for the buckling of axially loaded cylinders, Int. J. Mech. Science, 23, pp.331-343, 1981.
 - 3) 山田聖志 : シェル座屈解析における Reduced Stiffness 法, 第 1 回シェル空間構造セミナー資料, pp.25-32, 1992.
 - 4) 大賀水田生, Croll, J.G.A., 中村大輔, 山田勝己 : 外圧を受ける円筒サンドイッチシェル構造の初期不整を考慮した弾性座屈強度, 土木学会論文集, No.633/I-49, pp.33-40, 1999.
 - 5) 大賀水田生, Croll, J.G.A., 中村大輔 : 外圧を受ける直交異方性円筒サンドイッチシェル構造の弾性座屈強度, 構造工学論文集, 第 46A, pp.207-215, 2000.
 - 6) 山田聖志 : 初期不整の影響と座屈下限理論(シェル・空間構造における不安定現象の現状と課題), 日本建築学会, 1996.
 - 7) Donnell, L.H. and Wan, C.C. : Effect of imperfections on buckling of thin cylinders and columns, J. of Applied Mech., ASME, Vol.17, pp.73-83, 1950.
 - 8) Clive, L.DYM : Introduction to the Theory of Shells (Revised Printing), Hemisphere Publishing Corporation, New York, 1990.
 - 9) Raamachandran, J. : Thin Shells : Theory & Problems, Sangam Books, London, 1993.
 - 10) Timoshenko, S.P. and Gere, M. : Theory of Elastic Stability, McGRAW-Hill, 1961.
 - 11) 山田聖志 : 軸圧円筒殻の座屈問題への RS 法適用に関する非線形解析的検証, 日本機械学会論文集(A 編), 64 巻, 619 号, pp.221-228, 1998.
 - 12) Plantema, F.F. : Sandwich Constraction, John, Wiley & Sons, New York, 1966.
 - 13) 山田聖志, 矢野和昭 : 軸圧直交異方性円筒シェルの RS 座屈臨界耐力, 日本計算工学会論文集, Vol.2, pp.101-106, 2000.

(2000 年 9 月 14 日受付)