

動的問題における水中浮遊式トンネルと弾性床上梁の等価性に関する検討

Modeling of Submerged Floating Tunnel as a beam on elastic foundation for dynamic analysis

佐藤太裕*, 蟹江俊仁**, 三上 隆***

Motohiro Sato, Shunji Kanie and Takashi Mikami

*修士(工), 北海道大学大学院博士後期課程, 工学研究科社会基盤工学専攻(〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目)

**博士(工), 北海道大学大学院助教授, 工学研究科社会基盤工学専攻(〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目)

***工博, 北海道大学大学院教授, 工学研究科社会基盤工学専攻(〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目)

Submerged Floating Tunnel, S.F.T., is a whole new structure for strait crossings, which is stabilized in the water by the balance between buoyancy of the tunnel and mooring force of tension legs. If the tunnel is very long compared with its diameter of the cross section, S.F.T. can be regarded as a beam on discrete elastic supports. And it is well known that in engineering, a beam supported by discrete elastic supports spaced at equal intervals can be replaced by a beam on elastic foundation. If this modeling gives satisfactory solution for global behaviors of the structure for decision-making in the structure design, it is very effective for a designer to assume structural dimensions and evaluate the basic characteristics quickly. The purpose of this study is to make the applicability of this modeling clear with showing the conditions where S.F.T. can be considered as a beam on elastic foundation in dynamic problems.

Key Words: Submerged floating tunnel, beams on elastic supports,

beams on elastic foundation, dynamic problem

キーワード: 水中浮遊式トンネル, 弾性支承上梁, 弾性床上梁, 動的問題

1. はじめに

水中浮遊式トンネルは、浮力を有するチューブ状のトンネル本体を係留索(テンションレグ)により海中に安定化させた新規渡海構造物であり、フィヨルドのような大水深域や、橋梁、橋脚などの海上・海中障害物を極力減らしたい海域での渡海手段として大いに期待されている^{1), 2)}。

本来水中トンネル外殻部や内部構造に生じる断面力を精度良く算定するには三次元解析が望ましい。しかしながら初期設計の段階においては比較的簡単でかつ等価なモデル化を用いた各構造諸元の決定が要求されることとなる。このため等価なモデル化を行うことは初期設計においては非常に重要であるといえる。

水中トンネルはトンネル長さがトンネル径に比較して大きく、さらに係留索をトンネル軸方向へ等間隔に配置した場合には弾性支承上梁とみることができる。そしてこれがさらに係留索剛性、係留索配置間隔、トンネル本体の剛性などにより弾性床上梁にモデル化可能となるならば、トンネル縦断方向における簡便な計算モデルとして初期設計において設計者が構造諸元を仮定し、基本的特性を評価する際に非常に有効であると考えられる。弾性床上梁へのモデル化は簡単ではあるが、その有用性に

ついては例えば超大型浮体の解析モデルとして弾性床上梁にモデル化した場合、局部挙動は別として、全体挙動については比較的良い精度で基本的特性が評価できるとした過去のいくつかの研究、報告^{3)~6)}からも示されている。

沈下のみ弾性支承上梁について近似的に弾性床上梁とみなすことができる条件は Ellington⁷⁾により報告されている。また著者らは係留索配置により水平・ねじり連成系となる水中トンネルにも適用するため連成を考慮した等価な弾性床上梁モデルを提案し、文献7)と同様に等価性の検討を行っている⁸⁾。しかしこれらの条件はいずれも静的たわみの一般解から導出したものであるため当然ながら等価性についても静的問題に限定されたものであるといえる。一方水中トンネルは波浪など動的荷重に対する検討も必要であり、これらの静的解より得られた条件が動的問題に対してそのまま無評価に適用可能であるとはいえない。

本研究は水中トンネルの初期設計における断面諸量決定に有効な解析モデルとして弾性床上梁が妥当であるかどうかをより厳密に検討するため、その等価性検討を動的問題に拡張させることにより行うことを目的としている。これは水中トンネルの動的挙動を差分方程式、等価な弾性床上梁を微分方程式によりそれぞれ同一の無次元

パラメータを用いて記述し、それらより得られる慣性力項を含む動的な特性解を比較することにより行う。そしてさらにそれぞれの固有振動特性、動的応答特性について解析を行い、動的問題における境界条件によらない一般解からの等価性検討の妥当性を検証すると共に、その大域的特性について考察を加える。

2. 解析に関する仮定と解析モデル

解析に関しては次の仮定に従うものとする。

- (1) 係留索の取り付け間隔 h は一定である。
- (2) 係留索は一定の軸剛性のみを有するばねである。
- (3) トンネルの運動は Bernoulli-Euler 梁理論に基づくものとする。

図-1 は解析対象とするモデルの断面図を、図-2 は側面図を示している。トンネル本体の曲げ剛性 EI 、単位長あたりの質量 m 、係留索による鉛直または水平方向ばね定数 k_d の水中トンネルが円振動数 ω で振動する場合の弾性床土梁との等価性について検討を行うこととする。

3. 動的な一般解（特性解）に関する検討

3.1 弾性支承上梁の差分方程式による動的な一般解

図-3 は隣接する弾性支承上の2点に作用する水平、または鉛直方向の力および変形の状態を示したものである。動的問題においては慣性力を考慮することとなるが、この場合動的剛性マトリックス $\mathbf{K}(\Omega)$ を用いて隣接する弾性支承上の2点 $r, r+1$ における変形と断面力との関係として次式が成り立つ。

$$\begin{Bmatrix} hS_{r,r+1} \\ hS_{r+1,r} \\ M_{r,r+1} \\ M_{r+1,r} \end{Bmatrix} = \mathbf{K}(\Omega) \begin{Bmatrix} W_r/h \\ W_{r+1}/h \\ \psi_r \\ \psi_{r+1} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} h\bar{S}_{r,r+1} \\ h\bar{S}_{r+1,r} \\ \bar{M}_{r,r+1} \\ \bar{M}_{r+1,r} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ここで W はたわみ、 ψ はたわみ角、 M は曲げモーメント、 S はせん断力を表す。また

$$\mathbf{K}(\Omega) = \frac{EI}{h} \begin{bmatrix} -12c_5 & 12c_6 & -6c_3 & -6c_4 \\ -12c_6 & 12c_5 & -6c_4 & -6c_3 \\ 6c_3 & -6c_4 & 4c_1 & 2c_2 \\ -6c_4 & 6c_3 & -2c_2 & -4c_1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

であるが、動的問題においては $c_1 \sim c_6$ は慣性力による無次元パラメータ

$$\Omega = \frac{m\omega^2 h^4}{24EI} \quad (3)$$

を用いてそれぞれ次式で表される量である。

$$c_1 = \frac{sC - cS}{4(1 - cC)} a, \quad c_2 = \frac{S - s}{2(1 - cC)} a,$$

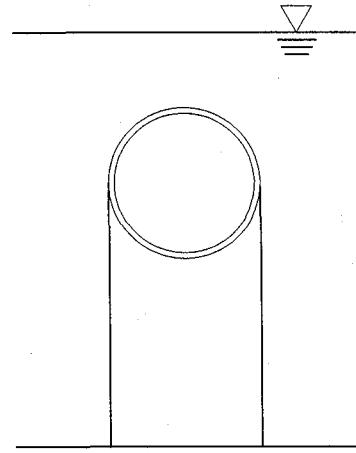


図-1 水中トンネル構造断面図

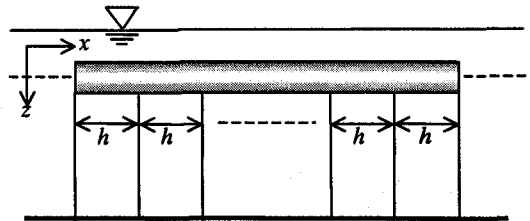


図-2 解析モデルの側面図

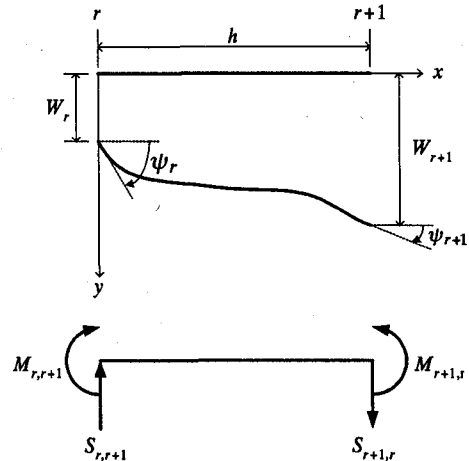


図-3 隣接する2点に作用する断面力と変形の正の向き

$$c_3 = \frac{sS}{6(1 - cC)} a^2, \quad c_4 = \frac{C - c}{6(1 - cC)} a^2,$$

$$c_5 = \frac{sC + cS}{12(1 - cC)} a^3, \quad c_6 = \frac{S + s}{12(1 - cC)} a^3$$

$$a = \sqrt[4]{\frac{m\omega^2 h^4}{EI}} \quad (= \sqrt[4]{24\Omega})$$

$$s = \sin a, \quad c = \cos a, \quad S = \sinh a, \quad C = \cosh a$$

3.2 弾性床上梁の微分方程式による動的一般解

また \bar{S}, \bar{M} はそれぞれ中間荷重によるせん断力, 曲げモーメントを表す。

次に r 点における力のつり合い式として次の2式が成り立つ。

$$S_{r,r+1} - S_{r,r-1} = k_d W_r \quad (4)$$

$$M_{r,r+1} - M_{r,r-1} = 0 \quad (5)$$

式(1)と式(4), 式(5)より次の2式が得られる。

$$c_2(\psi_{r+1} + \psi_{r-1}) + 4c_1\psi_r + 3c_4(W_{r-1} - W_{r+1}) = \frac{T_r h}{2EI} \quad (6)$$

$$c_4(\psi_{r+1} - \psi_{r-1}) + 4(c_5 + K_1)W_r - 2c_6(W_{r-1} + W_{r+1}) = \frac{P_r h^2}{6EI} \quad (7)$$

ここで

$$T_r = \bar{M}_{r,r-1} - \bar{M}_{r,r+1}, \quad P_r = \bar{S}_{r,r+1} - \bar{S}_{r,r-1} \quad (8)$$

$$K_1 = \frac{k_d h^3}{24EI} \quad (9)$$

である。

式(6), 式(7)より ψ を消去すると弾性支承上梁の差分方程式として次式が得られる。

$$\left\{ \frac{3c_4^2(\mathbf{E} - \mathbf{E}^{-1})}{c_2(\mathbf{E} + \mathbf{E}^{-1}) + 4c_1} + 4(c_5 + K_1) - 2c_6(\mathbf{E} + \mathbf{E}^{-1}) \right\} W_r \\ = \frac{h}{2EI} \left\{ \frac{c_4(\mathbf{E}^{-1} - \mathbf{E})}{c_2(\mathbf{E} + \mathbf{E}^{-1}) + 4c_1} T_r + \frac{P_r h}{3} \right\} \quad (10)$$

ここで \mathbf{E} は差分方程式における移動演算子を表す。

一般解は(右辺) = 0 の差分方程式の特性方程式より決定される。解の形として次式を仮定する。

$$W_r = D \exp(\lambda_d r) \quad (11)$$

ここで D は r によらない任意定数である。この式(11)を式(10)の(右辺) = 0 に代入することにより次式が得られる。

$$D \left\{ \frac{6c_4^2 \sinh^2 \lambda_d}{c_2 \cosh \lambda_d + 2c_1} + 4(c_5 + K_1 - c_6 \cosh \lambda_d) \right\} \exp(\lambda_d r) = 0 \quad (12)$$

これよりこの差分方程式の特性方程式は、最終的に次の $\cosh \lambda_d$ に関する2次方程式となる。

$$(3c_4^2 - 2c_2c_6) \cosh^2 \lambda_d + \{2c_2(c_5 + K_1) - 4c_1c_6\} \cosh \lambda_d \\ + 4c_1(c_5 + K_1) - 3c_4^2 = 0 \quad (13)$$

式(13)を解くことにより特性解 λ_d が決定される。静的問題と異なり Ω と K_1 により解の形状が決定されるが、この2次方程式の係数から陽な形では解を導出することができない。

次に等価な弾性床上梁の動的問題について考える。分布荷重としての慣性力を考慮した支配方程式は次式となる。

$$m \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + k_c w(x,t) = p(x,t) \quad (14)$$

ここで m は単位長あたりの質量, EI は曲げ剛性, $w(x,t)$ はたわみ, $p(x,t)$ は作用外力を表す。また k_c は地盤反力係数に相当するものを表すが、弾性支承上梁と等価な弾性床上梁を考えた場合、係留索の取り付け間隔 h を用いて次式で表すことができる。

$$k_c = \frac{k_d}{h} \quad (15)$$

これにより差分方程式で用いたものと同じパラメータによる定式化が可能となる。支配方程式に次の無次元量を導入する。

$$\xi = \frac{x}{h}, \quad K_1 = \frac{k_c h^4}{24EI}, \quad \Omega = \frac{m \omega^2 h^4}{24EI}$$

またたわみについて

$$w(x,t) = hW(\xi)(A_1 \sin \alpha \xi + A_2 \cos \alpha \xi) \quad (16)$$

と変数分離を行うと支配方程式は ξ に関する常微分方程式として次式が得られる。

$$\frac{d^4 W(\xi)}{d\xi^4} + 24(K_1 - \Omega)W(\xi) = P(\xi) \quad (17)$$

一般解は差分方程式と同様に(右辺) = 0, すなわち斉次微分方程式の特性方程式より決定される。この特性方程式は特性解を λ_c とすると次式となる。

$$\lambda_c^4 + 24(K_1 - \Omega) = 0 \quad (18)$$

式(18)の解は Ω と K_1 の大小により解の形状に関する以下の場合分けが生じる。各々の場合における特性解およびたわみ形状はそれぞれ次式で表される。

($\Omega > K_1$ のとき)

$$\lambda_c = \pm \alpha, \pm \alpha i \quad \alpha = \sqrt[4]{24(\Omega - K_1)}$$

$$W(\xi) = C_1 \cos \beta \xi + C_2 \sin \beta \xi + C_3 \cosh \beta \xi + C_4 \sinh \beta \xi \quad (19)$$

($\Omega < K_1$ のとき)

$$\lambda_c = \pm(1+i)\beta, \pm(1-i)\beta \quad \beta = \sqrt[4]{6(K_1 - \Omega)}$$

$$W(\xi) = C_5 \sin \beta \xi \sinh \beta \xi + C_6 \sin \beta \xi \cosh \beta \xi \\ + C_7 \cos \beta \xi \sinh \beta \xi + C_8 \cos \beta \xi \cosh \beta \xi \quad (20)$$

ここで $i = \sqrt{-1}$ である。

3.3 等価性の検討

次に 3.1 と 3.2 より求められた動的な特性解より，弾性床上梁と等価となる条件および計算結果から等価性について検討する．動的一般解は特性解により決定されるため，等価性は特性解の比較のみにより判定が可能であると考えられる．簡単に言えば特性解が一致すれば一般解も一致する．一般解は境界条件，荷重条件等によらず決定されることから，特性解の比較は動的問題に関して一般性のある議論であるといえる．

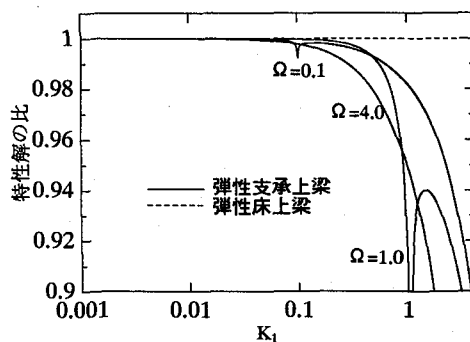
具体的にみると弾性床上梁については， $\Omega > K_1$ では実数と純虚数の虚部の絶対値が， $\Omega < K_1$ では実部と虚部の絶対値がいずれも等しい特性解が陽な形で得られる．これに対して弾性支承上梁についてももし弾性床上梁と等価であるならば式 (13) の特性方程式より得られる解も同様のことが言えなければならない．

図-4 は K_1 の変化による動的な特性解を示したものである．(a)，(b) はそれぞれ Ω が比較的小さい場合についての特性解の比，絶対値を表したものである．特性解の比とは実数解に対する純虚数の虚部の比または虚部に対する実部の比を表し，絶対値は特性解の大きさを表したものである．特に (a) においていずれの Ω においてもおよそ $K_1 \leq 0.05$ の範囲において両者の比が 1，すなわち特性解が一致していることがわかる．このことはまた静的解に関する等価性の検討結果とも一致している．剛体モードの固有振動数 $\Omega = K_1$ では弾性床上梁の特性解が 0 となり比は値を持たないが，その近傍を除けば K_1 の増加に対して両者の比の値が一致しなくなることがわかる．

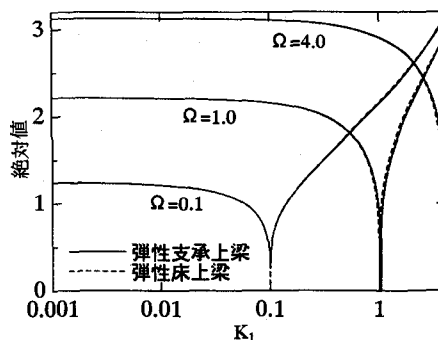
(c)，(d) は比較的大きな Ω に対するそれぞれの特性解を比較したものである．大きな Ω については弾性支承上梁の解の形状が弾性床上梁と異なる場合もありうるが，それでも $K_1 \leq 0.05$ の範囲においてはその影響もないことがわかる．ここでは $\Omega = 5.0$ および $\Omega = 10.0$ について示したが，他の数値計算例からも同様な傾向がみられた．

4. 自由振動問題について

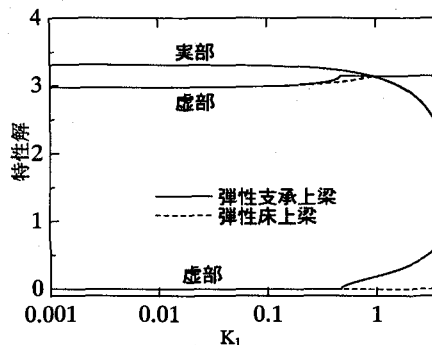
次に 3.3 の一般解における等価性検討の妥当性を確かめるため，自由振動問題について考える．自由振動問題では弾性床上梁は固有円振動数の存在範囲について，分布ばねの復元力のみによる剛体モードが最低次で，弾性変形が関与する固有円振動数は必ずこれより高くなることはいえる．これより自由振動は $\Omega > K_1$ を満たす Ω の固有値問題である．ここでは径間数 R で両端単純支持の水中トンネルと，等価な弾性床上梁に関する Ω の検討を行う．弾性支承上梁と弾性床上梁の振動モード W は両端単純支持の場合，それぞれ次式で表される．



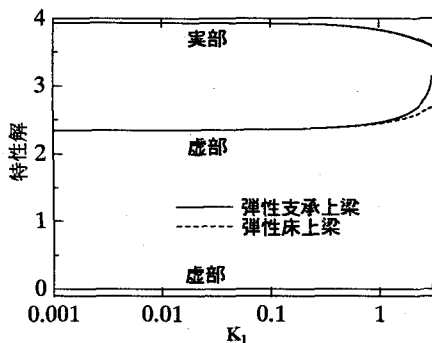
(a) 特性解の比



(b) 絶対値



(c) $\Omega = 5.0$ における特性解



(d) $\Omega = 10.0$ における特性解

図-4 K_1 の変化による特性解の比較

$$W_r = A_d \sin \frac{n\pi r}{R} \quad n=1,2,\dots \quad (21)$$

$$W(\xi) = A_c \sin \frac{n\pi \xi}{R} \quad n=1,2,\dots \quad (22)$$

式(21)を式(10), 式(22)を式(17)に代入し, 外力を0とすると, 弾性支承上梁と弾性床上梁の振動数方程式としてそれぞれ次式が得られる.

<弾性支承上梁>

$$\frac{-6c_4^2 \sin^2 \frac{n\pi}{R}}{c_2 \cos \frac{n\pi}{R} + 2c_1} + 4(c_5 + K_1 - c_6 \cos \frac{n\pi}{R}) = 0 \quad (23)$$

<弾性床上梁>

$$\Omega = \frac{1}{24} \left(\frac{n\pi}{R} \right)^4 + K_1 \quad (24)$$

式(23), 式(24)より得られる Ω をそれぞれ Ω_d, Ω_c とする. 図-5は単純支持梁における弾性支承上梁と弾性床上梁の固有振動数比を示したものである. これよりいずれの n/R についても $K_1 \leq 0.05$ においては両者が等しく, K_1 の増加に伴い比は1から離れた値となることがわかる. このことは特性解の比較による等価性の検討結果とよく一致している.

5. 動的応答特性についての検討

次に動的応答特性から等価性検討の妥当性について考える. 作用外力としてトンネル軸方向に対し波数 k , 円振動数 ω , 振幅 f の周期外力が x 軸に対し入射角 ϕ で入射する場合の弾性応答の検討を行うこととする. 入射波の波数については, 深海波における分散関係式より次式で表されるものとする.

$$k = \frac{\omega^2}{g} \quad (25)$$

ここで g は重力加速度を表す. これより無次元波数 K を次式で表すこととする.

$$K = kh \cos \phi = \frac{\omega^2 h}{g} \cos \phi = \frac{\Omega}{K_2} \quad (K_2 = \frac{mgh^3}{24EI} \cos \phi) \quad (26)$$

5.1 弾性床上梁の動的応答特性に関する定式化

この場合支配方程式(14)は次式となる.

$$m \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + k_c w(x,t) = f \cos(kx - \omega t) \quad (27)$$

たわみについて

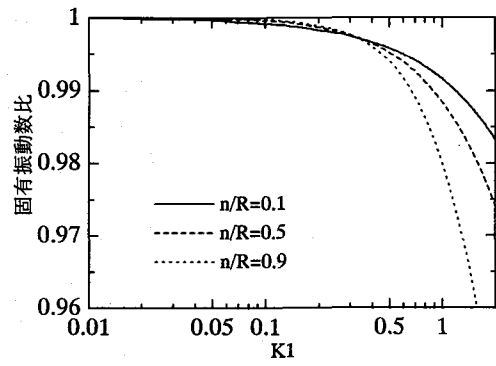


図-5 単純支持梁における固有振動数比

(縦軸: $\sqrt[4]{\Omega_d/\Omega_c}$)

n : 振動の次数 R : 径間数

$$w(x,t) = hW(\xi)(A_1 \sin \omega t + A_2 \cos \omega t) - W_S(\xi) \sin \omega t + W_C(\xi) \cos \omega t \quad (28)$$

とおくと, 変数分離により次の W_S, W_C に関する常微分方程式がえられる.

$$\frac{d^4 W_S(\xi)}{d\xi^4} + 24(K_1 - \Omega)W_S(\xi) = F \sin K\xi \quad (29)$$

$$\frac{d^4 W_C(\xi)}{d\xi^4} + 24(K_1 - \Omega)W_C(\xi) = F \cos K\xi \quad (30)$$

ここで

$$F = \frac{fh^3}{EI} \quad (31)$$

である.

式(29), (30)より結局境界条件を満足する W_S, W_C を求める問題に帰着することがわかる. この問題は3.2において述べたとおり K_1 と Ω の大小により解の形状が異なる. 上式を解くことにより変形, 断面力を求めることとなる.

5.2 弾性支承上梁の波浪応答特性に関する定式化

式(10)の左辺を有限フーリエ級数を用いて変形することにより差分方程式は次式で表されることとなる.

$$\left\{ \frac{3c_4^2(\mathbf{E} - \mathbf{E}^{-1})}{c_2(\mathbf{E} + \mathbf{E}^{-1}) + 4c_1} + 4(c_5 + K_1) - 2c_6(\mathbf{E} + \mathbf{E}^{-1}) \right\} W_r = \frac{h}{2EI} \left(\sum_{n=1}^{R-1} \bar{I}_n c_4 \sin \frac{n\pi}{R} \sin \frac{n\pi}{R} r \right) + \frac{h}{3} \sum_{n=1}^{R-1} \bar{P}_n \sin \frac{n\pi}{R} r \quad (32)$$

ここで

$$\bar{T}_n = \frac{2}{N} \sum_{r=1}^{R-1} (\bar{M}_{r,r-1} - \bar{M}_{r,r+1}) \cos \frac{n\pi r}{R} \quad (33)$$

$n = 1, 2, 3, \dots, R-1$

$$\bar{P}_n = \frac{2}{R} \sum_{r=1}^{N-1} (\bar{S}_{r,r+1} - \bar{S}_{r,r-1}) \sin \frac{n\pi r}{R} \quad (34)$$

$n = 1, 2, 3, \dots, R-1$

である。

弾性床上梁と同様に静的外力 $F \sin Kr$, $F \cos Kr$ が作用したものとして中間荷重項を評価することにより、これと境界条件により解を決定する。

5.3 計算結果と考察

無次元化されたたわみ振幅と曲げモーメント振幅は弾性床上梁、弾性支承上梁ともに次式とした。

$$|W| = \frac{\sqrt{W_S^2 + W_C^2}}{F} \quad (35)$$

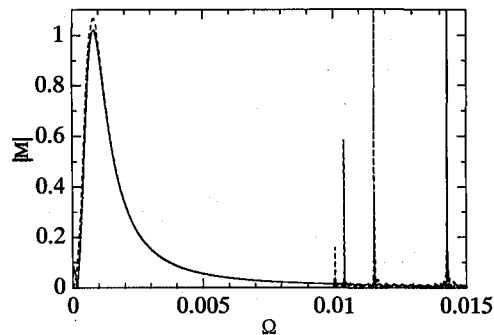
$$|M| = \frac{h}{EI} \frac{\sqrt{W_S^2 + W_C^2}}{F} \quad (36)$$

解析対象とする水中トンネルについては両端単純支持で径間数 $R=50$ とし、また $K_2 = 0.02$ とした。

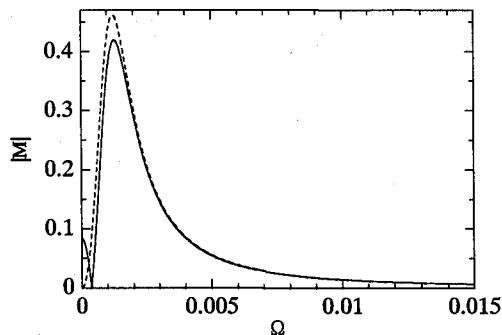
図-6 は $r(or\xi) = 25$ における曲げモーメント振幅を、図-7, 8 はそれぞれ $r(or\xi) = 25$, $r(or\xi) = 5$ におけるたわみ振幅を示したものである。図-6 においては大きな K_1 に対して特に共振ではない曲げモーメントのピーク値に対して大きな差がみられる。しかし静的、動的一般解の検討により得られた $K_1 < 0.05$ では両者の値に大きな違いがみられない。図-7 は支間中央におけるたわみ振幅である。 K_1 の増加による不一致は曲げモーメント振幅に比べほとんどみられない。また $\Omega > K_1$ において発生するピーク値は、固有振動数と外力振動数の共振による応答の増大を表している。ピーク値をとる Ω の一致から振動特性がよく一致しているといえる。

一方図-8 は境界に比較的近い位置でのたわみ振幅であるが、この場合 $K_1=0.01$ については支間中央におけるたわみ振幅について解の挙動に若干の違いがみられる。これらの現象は大きな K_1 に関する (b), (c) ではほとんどみられない。つまりこれらの K_1 においては、 $r(or\xi) = 5$ が梁端部の影響を受けない特解のみで挙動が決まる範囲にあることを示している。このことはトンネル軸方向に対して端部の影響を受ける範囲も K_1 に依存することを示唆している。すなわち K_1 が大きいほど境界が及ぼす影響が遠方まで及ぶ。この点からも K_1 が非常に重要なパラメータであるといえる。

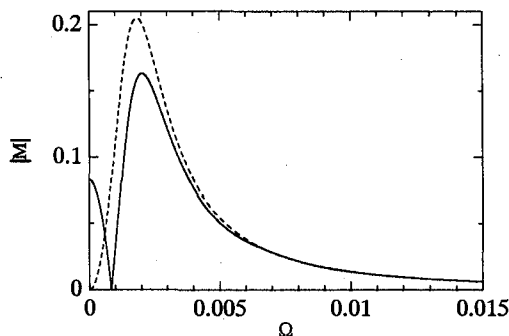
6. まとめ



(a) $K_1=0.01$



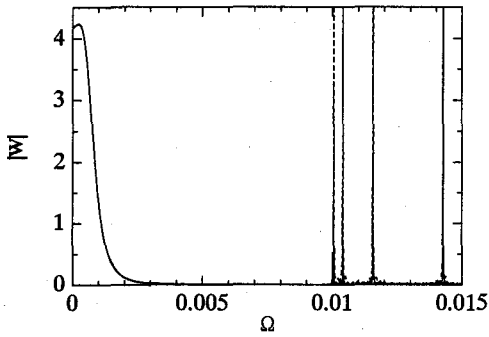
(b) $K_1=0.05$



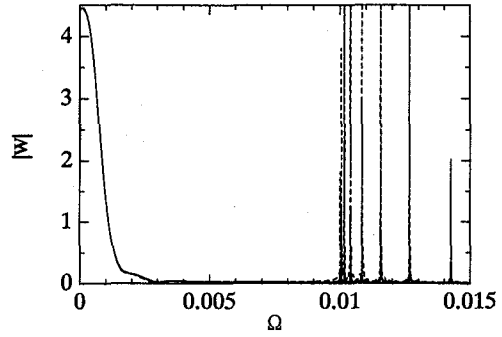
(c) $K_1=0.25$

図-6 曲げモーメント振幅 ($r(or\xi) = 25$)
(実線：弾性支承上梁、破線：弾性床上梁)

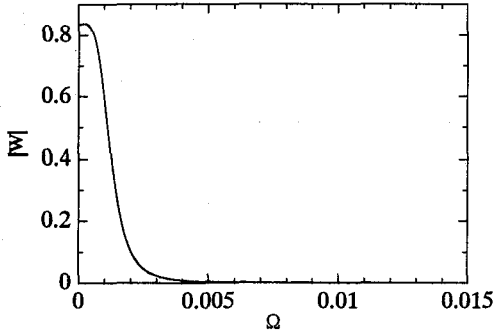
本研究では初期設計における水中浮遊式トンネルの大域的特性把握に有効な弾性床上梁との等価性の検討を動的問題に拡張させた。具体的には慣性力、周期外力を考慮した支配方程式の定式化を弾性支承上梁は差分方程式、弾性床上梁は微分方程式を用いて行い、その一般解(特性解)の解釈から両者の等価性について検討を行った。また同時に自由振動、動的応答に関する特性についても調べ、一般的な等価性検討の妥当性を検証するとともに、動的特性の把握を試みた。それらの結果をまとめると以



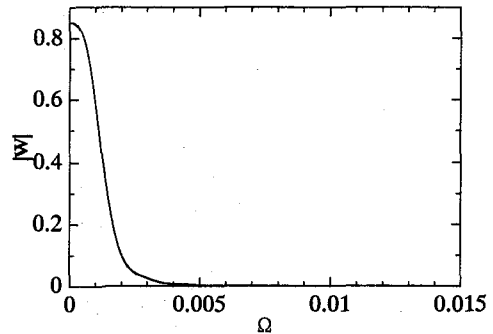
(a) $K_1=0.01$



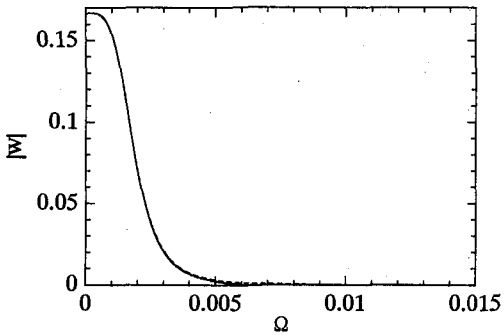
(a) $K_1=0.01$



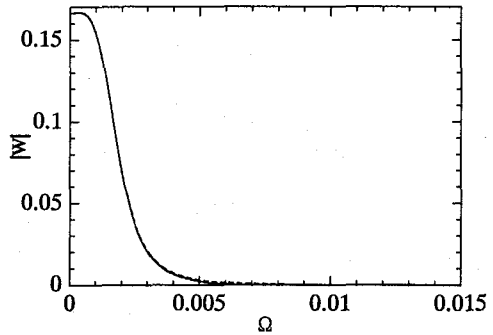
(b) $K_1=0.05$



(b) $K_1=0.05$



(c) $K_1=0.25$



(c) $K_1=0.25$

図-7 たわみ振幅 ($r(or \xi) = 25$)

図-8 たわみ振幅 ($r(or \xi) = 5$)

(実線：弾性支承上梁，破線：弾性床上梁)

下の通りである。

- (1) 動的問題においては弾性支承上梁と、等価な弾性床上梁の特性解はともに同じ無次元パラメータ K_1 と Ω を用いて表すことができる。
- (2) Ω は動的影響の大きさを表すパラメータであり特性解にも影響を及ぼすが、弾性支承上梁と弾性床上梁の動的な特性解を比較した場合、等価性という観点からみるとその影響はほとんどないことがわかった。すなわちいずれの Ω においても静的変形と同

様に弾性床上梁と等価とみなすことのできる条件はばね(係留索)と梁の相対的ばね定数 K_1 のみで決定され、かつ K_1 が次の条件を満足する場合である。

$$K_1 = \frac{k_d h^3}{24EI} \leq 0.05$$

ここで EI はトンネル本体の曲げ剛性、 k_d は係留索の水平または鉛直方向ばね定数、 h は係留索配置間隔。

(3) (2)の等価性に関する条件の妥当性を検証するため、両端単純支持梁の無次元固有円振動数の比較を行った。その結果、弾性支承上梁と等価な弾性床上梁は(2)の条件下においては固有円振動数がほぼ一致する結果を得た。

(4) 動的応答解析を行い、得られたたわみおよび曲げモーメントに関する動的応答量から(3)と同様に妥当性検討を行った。これより K_1 の増加に伴い特に曲げモーメント振幅についてピーク値の不一致がみられるなど、(2)で得られた条件の妥当性が確認された。

今後は流体-構造の動的相互作用を考慮した定式化を行い、等価性検討や波浪中動揺特性について検討していく予定である。

付録 等価な条件の適用範囲に関する検討

本研究で等価な条件として得られた K_1 の適用範囲を実際に想定する水中トンネル¹⁾に当てはめて考えてみる。例えば

トンネルのヤング率： $E = 2.74 \times 10^{10} [\text{N/m}^2]$

トンネルの断面2次モーメント： $I = 4200 [\text{m}^4]$

のトンネル函体を有し、また係留索について

ヤング率： $E_t = 2.06 \times 10^{11} [\text{N/m}^2]$

断面積： $A_t = 0.12 [\text{m}^2]$

のものを用いて図-1の形式で係留した場合を想定すると、 K_1 の適用範囲($K_1 < 0.05$ を満たす範囲)は係留索長さ L と係留索配置間隔 h が図-9の灰色部分にある場合である。また水平方向の運動については、係留索の鉛直方向ばね定数に比べ水平方向ばね定数が非常に小さいことから、より大きな h についても本研究で提案した適用範囲を満たすこととなる。

参考文献

- 1) (社)水中トンネル研究調査会：水中トンネル 第I編 計画から設計施工まで、第II編 ケーススタディー、1995。
- 2) Krokeborg(ed.)：Proceeding of the Third Symposium on Strait Crossings, 1994。
- 3) 鈴木英之、吉田宏一郎：超大型浮体の構造挙動およ

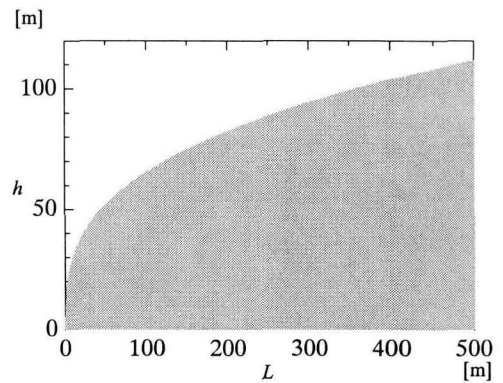


図-9 鉛直方向 K_1 の適用範囲
(灰色部分が $K_1 < 0.05$ を満たす範囲)

び構造設計に関する考察、日本造船学会論文集、第178号、pp.473-483、1995。

- 4) 鈴木英之、服部陽一、為廣正起、安澤幸隆、岡田真三、森川正夫：大規模浮体の構造設計法に関する一考察、第13回海洋工学シンポジウムテキスト、pp.31-36、1998。
- 5) 坪郷 尚、岡田博雄：弾性支床上の梁モデルによる長大浮体構造の動的撓み挙動特性に関する考察、日本造船学会論文集、第181号、pp.289-298、1997。
- 6) 岡田博雄、坪郷 尚、広瀬隆之、田中正治：緊張係留式水中トンネル構造体の波浪中弾性応答と強度に関する研究、第14回海洋工学シンポジウムテキスト、pp.95-102、1998。
- 7) Ellington, J.P.：The beam on discrete elastic supports, Bulletin of the International Railway Congress Association, Vol.34, No.12, pp.933-941, 1957。
- 8) 佐藤太裕、蟹江俊仁、三上 隆：水中浮遊式トンネル解析における等価な弾性床上梁モデルについて、構造工学論文集、Vol.46A, pp41-49, 2000。
- 9) 土木技術者のための振動便覧、土木学会、1985。
- 10) 榎木 亨：波と漂砂と構造物、技報堂出版、1991。
- 11) Thein Wah, Lee R.Calcote：Structural Analysis By Finite Difference Calculus, Van Nostrand Reinhold Company, 1970。
- 12) Chakrabarti,S.K.：Hydrodynamics of Offshore Structures, Computational Mechanics Publications, 1987。

(2000年9月14日 受付)