

衝撃的突き上げを受けるコンクリート柱の過渡振動に関する基礎的考察

A FUNDAMENTAL STUDY ON THE TRANSIENT RESPONSE OF CONCRETE COLUMN SUBJECTED TO IMPULSIVE PUSH-UP LOAD

別府万寿博*・香月智**・石川信隆***・宮本文穂****

Masuhiko BEPPU, Satoshi KATSUKI, Nobutaka ISHIKAWA, Ayaho MIYAMOTO

*工修 防衛大学校研究員 土木工学科 (〒239-8686 横須賀市走水 1-10-20)

**工博 防衛大学校助教授 土木工学科 (〒239-8686 横須賀市走水 1-10-20)

***工博 防衛大学校教授 土木工学科 (〒239-8686 横須賀市走水 1-10-20)

****工博 山口大学教授 工学部知能情報システム工学科 (〒755-8611 宇部市常盤台 2557)

This paper presents a fundamental study on the transient response of concrete column subjected to impulsive push-up load. First, the equality between the wave propagation analysis and the vibration analysis is discussed. Second, the multi degree of freedom system (MDOF) method is applied for the wave propagation analysis, and it is found that MDOF method shows good agreement to the theoretical results. Third, the feature of transient response of concrete column subjected to impulsive push-up load is investigated by using MDOF. Finally, a new model which discriminate between the stress wave and vibration systems is proposed and the mechanism of transient response of concrete column is examined.

Key Words : transient response, wave propagation analysis, concrete column, impulsive push-up load, multi degree of freedom system

1. 緒言

1995年に発生した兵庫県南部地震においてRC橋脚の水平輪切り状ひび割れがみられた。このような損傷は地震時に発生したと思われる衝撃的上下動でも説明できるという考えも多く^{1)~9)}、著者らもコンクリート柱供試体に対する衝撃的突き上げ実験^{10), 11)}を行い、RC橋脚と同様の水平輪切り状ひび割れの再現に成功した。また、衝撃的突き上げ実験のシミュレーション解析を行った結果、この輪切り状ひび割れの発生メカニズムは、1質点系モデルで説明できることがわかった。すなわち、コンクリート柱供試体上に載した重錘に発生する引張慣性力が、コンクリート柱部に発生した輪切り状ひび割れの原因であることが明らかとなった¹¹⁾。一方、その他の実験的研究として、大野ら⁵⁾は、水平衝突実験装置を用いてRC橋脚模型の引張、圧縮および引張・圧縮複合破壊の再現に成功している。また園田ら⁶⁾は、水中線爆装置によりRC橋脚模型に衝撃荷重を与え、供試体の引張および圧縮破壊を再現するとともに上載質量の影響などについても検討している。さらに原田ら¹²⁾は、実橋脚の1/10模型供試体に対して下方向から飛翔体を衝突させる衝撃的突き上げ実験を行い、応力波の伝播から供試体の振動へと移行する現象を実験的に明らかにするとともにコンクリート柱の引張破壊の再現に成功している。このように、衝撃的突き上げによるRC橋脚模型の衝撃的破壊に関する再現は、それぞれの立場から成功しているが、それぞれの実験において供試体に与える衝撃荷重が異なっていることからわかるように、RC橋脚模型の衝撃的

破壊に関する考察は、大きく波動論的観点と振動論的観点に別れている¹³⁾。これらの実験研究を概観して整理すると、衝撃的上下動を受けるRC橋脚の挙動は、地盤から伝わる応力波の伝播から始まり構造系の振動へと移行する過渡振動と考えられるが、橋脚下端に入力された応力波の伝播から構造系の振動へと移行するメカニズムについては未だよくわかっていない現状にある。

そこで本研究は、衝撃的突き上げを受けるRC橋脚の挙動を基本的に軸方向の応答として捉え、RC橋脚の過渡振動についてばね-質点系モデル法により検討したものである。まず、ばね-質点系モデル法を波動伝播解析へ適用する際の離散化の精度について要素分割数と時間刻みの観点から考察する。次に、衝撃的突き上げを受けるトップヘヴィーなコンクリート柱の過渡振動の特徴が、応力波系成分と上部工を模擬した1質点系モデルの振動系成分とに分離できることを見出し、この分離モデルを用いてRC橋脚の応答が波動場から振動場へと移行するメカニズムについて解明した。

2. ばね-質点系モデル法を波動伝播解析へ適用する際の離散化の精度に関する検討

衝撃的突き上げを受けるRC橋脚の挙動は、輪切り状ひび割れなどの破壊状況より軸方向の応答と考えられる。著者らは、これまでにばね-質点系モデル法を用いて衝撃的突き上げ実験のシミュレーション解析^{14), 15)}を行ってきたが、ばね-質点系モ

デル法でも実験結果をおおよそシミュレートできることがわかった。すなわち、ばね-質点系モデル法は、連続体力学を基礎としている有限要素法や境界要素法に比べポアソン効果などを考慮できない問題点がある反面、モデル自体が単純であるため応答のメカニズムを説明するには有効な解析モデルである。そこで本章では、RC橋脚の過渡振動を精度良く解析するための基礎的段階として、まず衝撃突き上げを受ける棒部材の解析解を波動解析により誘導する。次に、モード解析により応力波の伝播を追跡するのに必要な最大モード次数を検討したうえで、最後に、ばね-質点系モデル法を離散化する際の精度について要素分割数と時間刻みの観点より検討するものである。

2.1 波動解析の基本式

図-1 に示す棒の縦波動問題を考える。ここで、棒はポアソン比の影響により断面方向にも変形するが、この変形は、軸方向の変形に比べ微小で無視できるものとする。いま、任意の位置 x と $x+dx$ の両断面で切取られた長さ dx の微小要素に作用する力の釣合いを考える。任意の時刻 t における位置 x の軸方向変位を u 、材料のヤング係数を E とすると、微小要素に作用する x 方向の力の動的釣合いは、慣性力を考慮して次式のように得られる。

$$-N + \left(N + \frac{\partial N}{\partial x} dx \right) - m dx \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

ここで、 $N (= \sigma A)$: 軸力、 A : x 点の断面積、 $\sigma (= E \varepsilon)$: x 点の垂直応力、 $\varepsilon (= \frac{\partial u}{\partial x})$: x 点のひずみ、 m : x 点における棒の単位長さ当りの質量で、棒材料の密度を ρ とすれば、 $m = \rho A$ となる。

よって、式(1)はよく知られた次式のような波動方程式となる。

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (2)$$

ここで、 c は波動伝播速度で次式で与えられる。

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (3)$$

ここに、 E : 棒材料の弾性係数、 ρ : 棒材料の密度。

式(2)の波動方程式の解 u は、一般に、d'Alembert の解により次式のように表わされる。

$$u(x, t) = f_1(x - ct) + f_2(x + ct) \quad (4)$$

ここで、関数 f_1 は x 軸の正の方向へ速度 c で伝わり、関数 f_2 は負の方向に伝わる波を表わしている。例えば、時刻 $t = t_1$ 、位置 $x = x_1$ において、関数 f_1 は $f_1(x_1 - ct_1)$ の値をもつ。この関数は速度 c で x 軸の正の方向へ伝播しているので、 τ だけ遅れた時間 $t_2 = t_1 + \tau$ には $x_2 = x_1 + c\tau$ の位置に同じ量が移動している。実際に試算してみると、

$$f_1(x_2 - ct_2) = f_1(x_1 + c\tau - c(t_1 + \tau)) = f_1(x_1 - ct_1) \quad (5)$$

となり、両者は等しいことがわかる。また、軸力 $N(x, t)$ も次のように速度 c で伝わる波動であることがわかる。

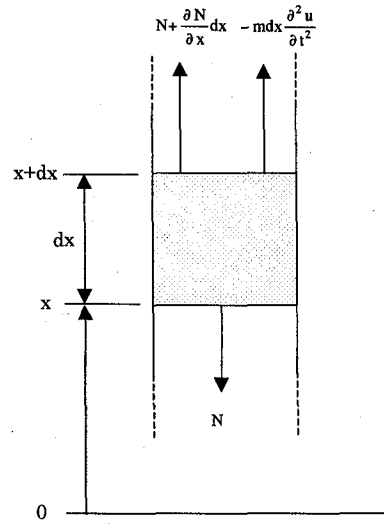


図-1 棒要素の縦方向の動的力の釣合い

$$\begin{aligned} N(x, t) &= \sigma A = EA \frac{\partial u}{\partial x} \\ &= EA \frac{\partial}{\partial x} f_1(x - ct) + EA \frac{\partial}{\partial x} f_2(x + ct) \\ &= g_1(x - ct) + g_2(x + ct) \end{aligned} \quad (6)$$

2.2 振動解析の基本式 (モード解析)

棒の縦振動問題における運動方程式も、波動方程式の誘導と全く同じ手順で求められ式(1)のようになる。また、棒の軸方向に単位長さ当り $p(x, t)$ の分布荷重が作用する強制振動の場合の運動方程式は次式のようになる。

$$m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left(EA \frac{\partial u}{\partial x} \right) = p(x, t) \quad (7)$$

ここで、 x 点における変位 u は、 x の関数 $\phi(x)$ と時間 t の関数 $q(t)$ の積からなる変数分離型と仮定できる。

$$u(x, t) = \phi(x)q(t) \quad (8)$$

したがって、式(7)の右辺=0は次式に示すように、関数 $\phi(x)$ と関数 $q(t)$ に関する2つの微分方程式に分離できる。すなわち、

$$m \frac{q''(t)}{q(t)} = EA \frac{\phi''(x)}{\phi(x)} = -C \quad (9)$$

$$q''(t) + \omega^2 q(t) = 0 \quad (10a)$$

$$\phi''(x) + b^2 \phi(x) = 0 \quad (10b)$$

ここで、 C : 定数、 $q''(t)$: 時間に関する2階微分、 $\phi''(x)$: 位置に関する2階微分を示し、 ω^2 、 b^2 は次式で表わされる。

$$\omega^2 = \frac{C}{m} \quad (11a)$$

$$b^2 = \frac{C}{EA} = \frac{\omega^2 m}{EA} \quad (11b)$$

表-1 下端固定棒の材料定数

棒の高さ L	$5.0 \times 10^3 \text{cm}$
断面積 A	$1.96 \times 10^5 \text{cm}^2$
橋脚の弾性係数 E	$3.0 \times 10^4 \text{N/mm}^2$
密度 ρ	$2.55 \times 10^{-9} \text{N} \cdot \text{s}^2/\text{mm}^4$

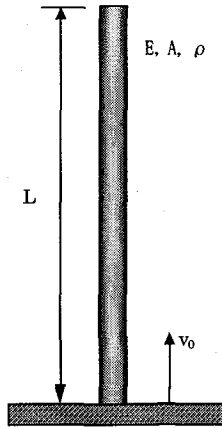


図-2 下端固定棒の突き上げ衝撃問題

式(10a), (10b)の一般解はそれぞれ次式で与えられる。

$$q(t) = A_1 \sin \omega t + A_2 \cos \omega t \quad (12a)$$

$$\phi(x) = B_1 \sin bx + B_2 \cos bx \quad (12b)$$

ここで, $q(t)$ は基準座標, $\phi(x)$ は振動モード形といわれ, 連続体では無限の次数が存在する。また, x 点における変位 u は, 各次の振動モードを重ね合わせることで次式で求められる。

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(x) q_n(t) \quad (13)$$

振動モードの直交性を利用すると, 強制振動の運動方程式である式 (7) は非連成化されて次式で与えられる。

$$M_n \ddot{q}_n + \omega_n^2 M_n q_n = P_n \quad (14)$$

ここで, M_n は一般化質量, P_n は一般化外力で次式で表わされる。

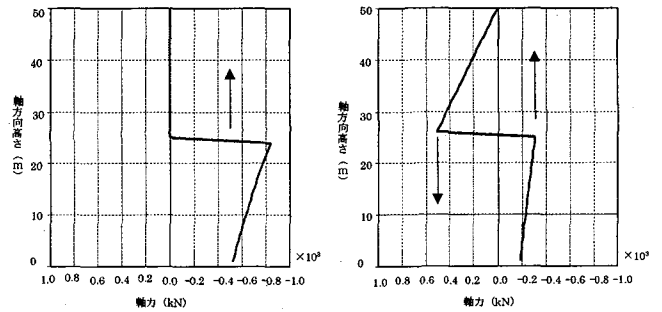
$$M_n = \int_0^L m(x) \phi_n^2(x) dx \quad (15a)$$

$$P_n = \int_0^L \phi_n(x) p(x, t) dx \quad (15b)$$

以上より, 式(10b)をある境界条件のもとで解くと振動モード $\phi(x)$ が求まり, 式(14), (15)を用いて n 次モードの基準座標 $q(t)$ が求められる。したがって, x 点における変位 u が式(13)により決定される。

2.3 波動論と振動論による解析結果の比較

ここでは, 誘導した波動解析と振動解析の基本式を用いて実際に縦衝撃解析を行い, 両者の解析結果を比較してその特性を考察する。解析例として, 図-2 に示す等断面のコンクリート棒部材の下端に時間 $t=0$ で衝撃速度 $v_0 = 50 \text{cm/s}$ が作用する衝撃突き上げ問題を考える。ここで, 棒の高さ, 材料定数は表-1 に



(a) $t=7.3 \text{ms}$

(b) $t=21.9 \text{ms}$

図-3 波動論による軸力分布

示すものとした。したがって, 衝撃力は波動伝播速度 $c = 3430 \text{m/s}$ で上方向に伝播し, 時間 14.6ms で自由端反射する問題である。

(1) 棒部材の下端に作用する変位速度の変化

棒部材の下端に時間 $t=0$ で衝撃速度 v_0 が作用した場合, 時間の経過とともに柱下端の変位速度 (粒子速度) は小さくなると考えられる。そこで, 解析に先立ち柱下端の変位速度の変化を考察する。いま, 柱下端に次式のような圧縮応力波 σ が作用するものとする。

$$\sigma = -\rho cv \quad (16)$$

ただし, $v (= \frac{\partial u}{\partial t})$: 柱下端の変位速度。

したがって, 上式を式(1)に代入すると次式が得られる。

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d}{dx} (-cv) \quad (17)$$

上式を柱の長さ L にわたり積分すると,

$$L \frac{dv}{dt} = -cv \quad (18)$$

式(18)を初期条件 $t=0$ のとき $v=v_0$ で解くと, 柱下端における変位速度が次のように得られる。

$$v = v_0 \exp\left(-\frac{ct}{L}\right) \quad (19)$$

(2) 波動論による解析結果

式(6), (16), (19)より棒の下端における圧縮軸力は次式で表される。

$$N(0, t) = g_1(0-ct) = \sigma A = -\rho cvA = -\rho cv_0 A \exp\left(-\frac{ct}{L}\right) \quad (20)$$

棒の下端における軸力が式(20)で与えられるので, 上方向に伝播する x 点の圧縮軸力 g_1 は次式で表わされる。

$$N(x, t) = g_1(x-ct) = -\rho cv_0 A \exp\left(-\frac{x-ct}{L}\right) \quad (21)$$

一方, 圧縮軸力が柱上端に達した時間 $t_0 (= \frac{L}{c})$ 以降は, 自由端反射した引張力が柱上端から下端に向かって伝播する。この引張軸力 g_2 は次式で表わされる。

$t \geq t_0$ のとき :

$$N(x, t) = g_2(x+ct) = \rho cv_0 A \exp\left[\frac{1}{L}(L-x-c(t-t_0))\right] \quad (22)$$

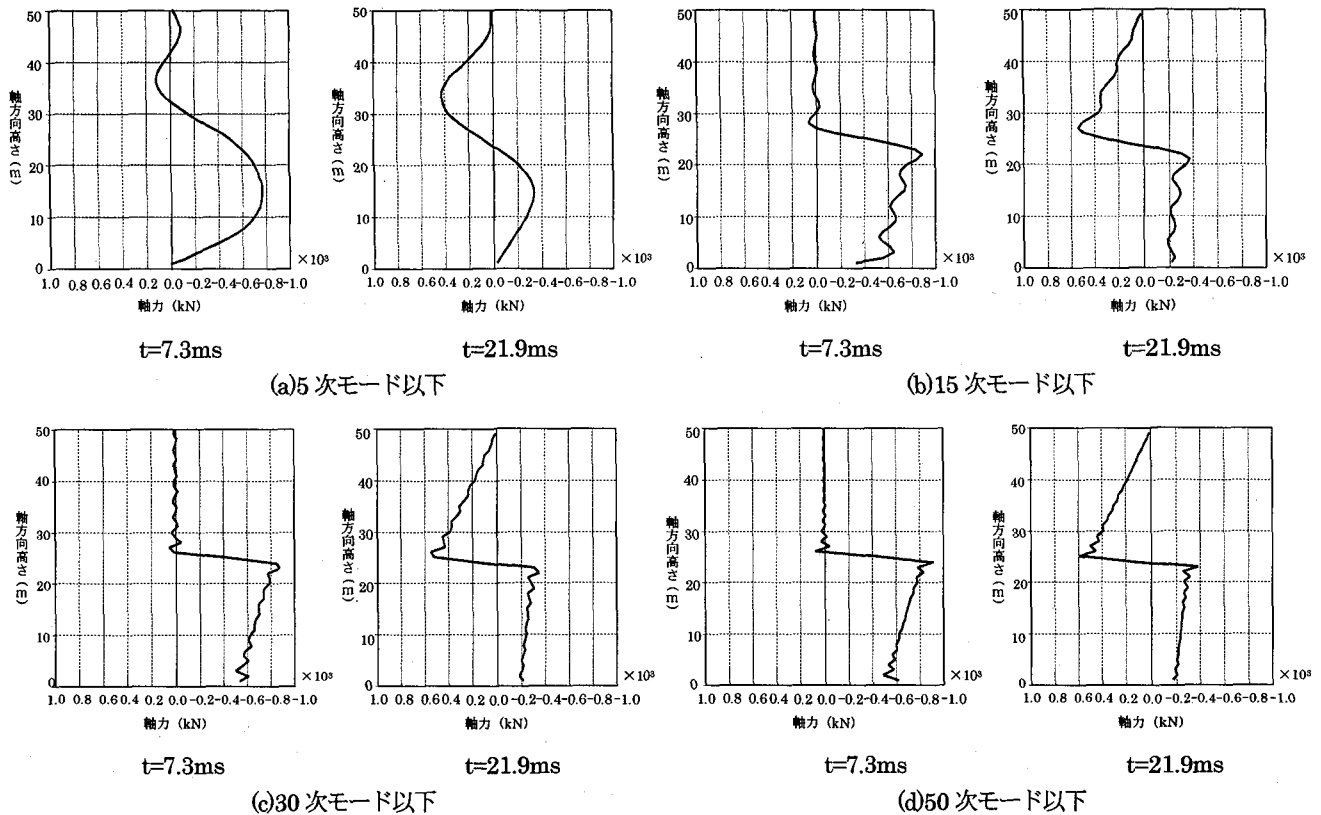


図-4 振動解析による軸力分布の比較

よって、任意の位置 x における軸力は次式で与えられる。

$t < t_0$ のとき :

$$N(x, t) = g_1(x - ct) = -\rho c v_0 A \exp\left[\frac{1}{L}(x - ct)\right] \quad (23a)$$

$t \geq t_0$ のとき :

$$N(x, t) = g_1(x - ct) + g_2(x + ct)$$

$$= -\rho c v_0 A \left\{ \exp\left[\frac{1}{L}(x - ct)\right] - \exp\left[\frac{1}{L}(L - x - c(t - t_0))\right] \right\} \quad (23b)$$

式(23)より求まる軸力分布を図-3に示す。図-3(a)は、柱が突き上げられた後 $t=7.3\text{ms}$ の軸力分布を示しており、棒下端から棒半分の高さまで圧縮軸力が伝播している。図-3(b)は、 $t=21.9\text{ms}$ 時の軸力分布を示しており、時間 $t=14.6\text{ms}$ で自由端反射した引張軸力が柱半分以上まで伝播している様子がわかる。つまり、引張軸力がコンクリートの限界引張軸力 $0.588 \times 10^3 \text{kN}$ を越えており、引張破断した可能性があることを示唆している。

(3) 振動論による解析結果

本問題の自由振動モードは両端自由の柱の問題となり、 $x=0$ および $x=L$ で常に応力がゼロであることを考慮すると、境界条件が次のように与えられる。

$$x=0 \text{ で } : \phi(0) = 0 \quad (24a)$$

$$x=L \text{ で } : \phi(L) = 0 \quad (24b)$$

この境界条件を式(12b)に代入すると次値が得られる。

$$B_1 = 0, \sin bL = 0 \quad (25a)$$

$$bL = n\pi \quad (25b)$$

よって、この棒の固有円振動数と振動モード形は次式で与え

られる。

$$\omega_n = \frac{n\pi}{L} \sqrt{\frac{EA}{m}} \quad (26a)$$

$$\phi_n(x) = B_2 \cos \frac{n\pi x}{L} \quad (26b)$$

次に $B_2=1$ として、一般化質量 M_n と一般化外力 P_n は、式(15)と式(26)より次のようになる。

$$M_n = m \int_0^L \cos^2 \frac{n\pi x}{L} dx = \frac{mL}{2} \quad (27a)$$

$$P_n = -\rho c v_0 A \exp\left(-\frac{ct}{L}\right) \quad (27b)$$

したがって、式(14)より基準座標に関する微分方程式は次のようになる。

$$\ddot{q}_n + \omega_n^2 q_n = -\frac{2cv_0}{L} \exp\left(-\frac{ct}{L}\right) \quad (28)$$

これを解くと、 n 次モードの振幅 q_n が次のように求められる。

$$q_n(t) = -\frac{2cv_0}{L} \frac{1}{\omega_n^2 + \left(\frac{c}{L}\right)^2} \left[\frac{c}{\omega_n L} \sin \omega_n t - \cos \omega_n t + \exp\left(-\frac{ct}{L}\right) \right] \quad (29)$$

また軸力分布は、次式で求められる。

$$N(x, t) = EA \frac{\partial u}{\partial x} = EA \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(x) q_n(t) \quad (30)$$

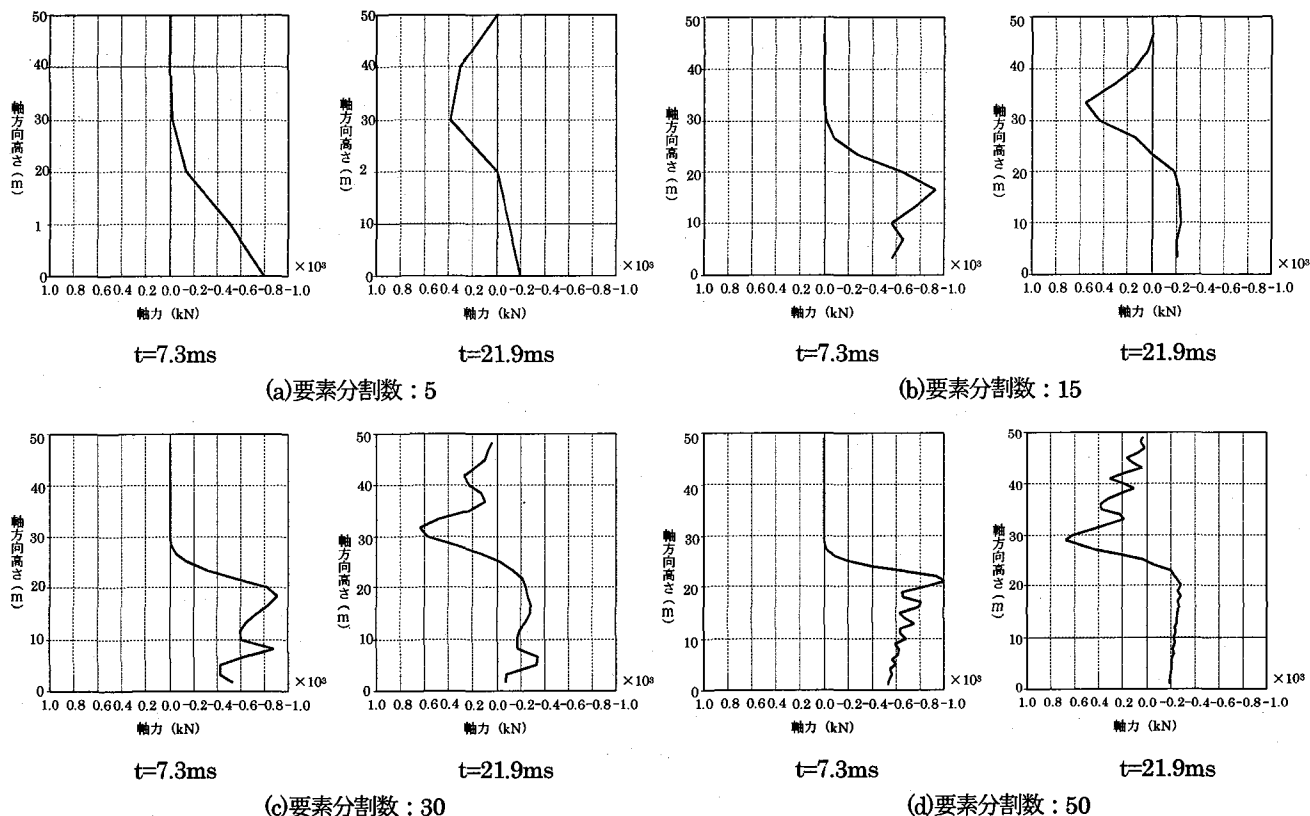


図-5 ばね-質点系モデル法による軸力分布の比較

式(30)より求められる軸力分布を数値的に解析した結果を図-4に示す。図-4(a)～(d)は、それぞれ式(30)における総和の最大振動モード次数 n の値を $n=5, 15, 30, 50$ と変化させたものである。これより、図-4(a)の5次以下の振動モードの場合は、軸力分布はかなり滑らかとなっており、波動論とあまり一致していない。一方、図-4(b)～(d)に示すように最大振動モード次数を大きくするにしたがい、切り立つような軸力分布を表現しており、図-4(d)の50次モードまで考慮した場合は、急変部にやや高周波成分がみられるが、ほぼ波動解と一致することがわかる。以上より、モード解析で波動の伝播を追跡する場合は、50次程度の振動モードまで考慮すればよいことがわかる。

2.4 ばね-質点系モデル法による解析結果

モード解析による波動伝播解析結果を参考にして、先と同じ例題をばね-質点系モデル法により数値解析を行い、モデルを離散化する際の精度について検討する。

(1) 解析基本式

解析は、通常のマトリックス法とウィルソンの θ 法により行った。ここで、ばね-質点系モデル法における運動方程式は、一般に次式で表わされる。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{F}(t) \quad (31)$$

ここで、 $\mathbf{M}$: 質量マトリックス、 $\mathbf{D}$: 減衰マトリックス、 $\mathbf{K}$: 構造剛性マトリックス、 $\mathbf{F}(t)$: 外力ベクトル、 $\ddot{\mathbf{u}}$ 、 $\dot{\mathbf{u}}$ 、 $\mathbf{u}$: それぞれ、質点の加速度、速度、変位ベクトル。

これらの中味については文献 16)およびウィルソン θ 法については文献 17)を参照せられたい。

なお、一般に波動伝播を解析する場合の時間刻み Δt の必要条件として、次の Courant 条件を満足しなければならない。

$$\Delta t_c \leq \frac{\ell_i}{c} \quad (32)$$

ここで、 Δt_c : Courant 条件による時間刻み、 ℓ_i : 要素長、 c : 波動伝播速度。

(2) 解析結果および考察

図-5 にばね-質点系モデル法による軸力分布を示す。ここで、計算の時間刻みは解析モデルの要素長に応じて Courant 条件による時間刻みとし、また、減衰項については無視した。図-5(a)～(d)は、それぞれ要素分割数を5, 15, 30, 50としたときの解析結果である。まず、図-5(a), (b)の要素分割数が5, 15と少ない場合は、理論値に近い傾向は認められるものの、特に軸力が急に変動する部分の軸力分布が表現できていないことがわかる。しかし、図-5(c), (d)のように要素分割数を次第に増加させていくと、数値誤差と思われる振動がみられるが解析解に近づいていくことがわかる。特に要素分割数が50の場合は、振動中心は波動解となっており、軸力急変部でも波動解にほぼ一致することがわかる。なお、これ以上分割数を増やしても誤差は低減しないことを確認した。以上の解析結果より、ばね-質点系モデル法を波動伝播解析へ適用する際は、Courant 条件を満足したうえで、要素分割数を50程度にすると精度良く解析できることがわかった。

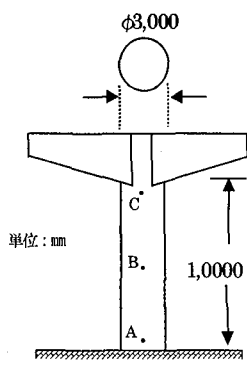


図-6 RC橋脚の概要

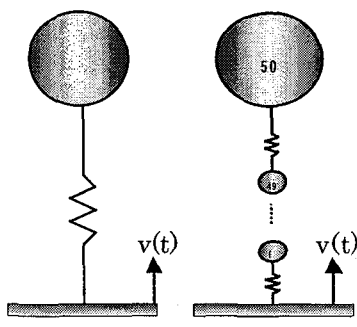


図-7 橋脚のモデル化

表-2 RC橋脚の解析定数

橋脚の弾性係数 E	$3.0 \times 10^4 \text{ N/mm}^2$
断面積 A	$7.069 \times 10^4 \text{ cm}^2$
密度 ρ	$2.5 \times 10^{-9} \text{ N} \cdot \text{s}^2/\text{mm}^4$

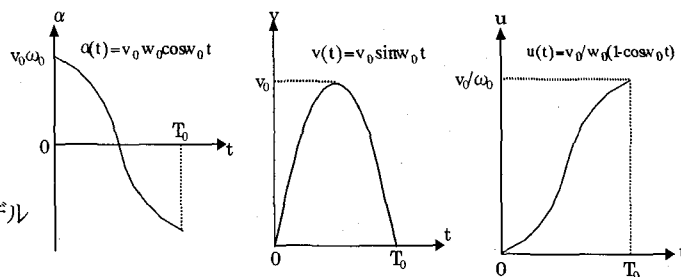


図-8 解析に用いた入力特性

3. トップヘヴィーなコンクリート柱の過渡振動の特徴

ここでは、単柱型で比較的重い上部工を持つようなRC橋脚が衝撃的な突き上げを受ける場合の基本的な挙動特性を把握するため、ばね-質点系モデル法により衝撃的な突き上げを受けるトップヘヴィーなコンクリート柱の過渡振動特性について検討する。まず、橋脚部分を多質点系モデルで離散化したうえで、モデル最上部の質点（以下、上部質点という）に上部工の質量分を加えたトップヘヴィーなコンクリート柱モデルを作成し、このモデル下端に衝撃的な上下動を作用させて衝撃応答解析を行い、その過渡振動の特徴について考察する。

3.1 解析対象としたRC橋脚と入力の条件

解析の対象としたRC橋脚は、図-6に示すような衝撃的な突き上げ実験¹⁰⁾で想定した高さ10m、直径3mの円形断面を有する橋脚とした。解析モデルは図-7のようにばね-質点系でモデル化し、モデルの要素分割数については、振動応答の基本となる1自由度系とより複雑な挙動を示す多自由度系を比較するため、1質点系と50質点系モデルにより解析を行った。ここで、上部工は橋脚と剛接状態にあるものと仮定し、上部工重量については $1.5 \times 10^4 \text{ kN}$ とした。なお、計算の時間刻みについては、1質点系、50質点系モデルのいずれについてもCourant条件を満足するように $\Delta t = 1.0 \times 10^{-7} \text{ s}$ とした。表-2に解析定数を示す。入力波形は、衝撃的な上下動を連続した定常波ではなく孤立した一波と想定し、物理的な意味がわかりやすいsin半波の速度を解析モデルの下端に与えた。すなわち、モデル下端には速度 $v(t)$ に相当する応力 $(\sigma = \rho c v(t))$ が時々刻々入射されることになる。この速度関数は次式で表される。

$$v(t) = v_{\max} \sin \omega_0 t \quad (0 \leq t \leq \pi / \omega_0) \quad (33)$$

ここで、 $v_{\max}$ ：最大入力速度、 $\omega_0 (= \pi / T_0)$ ：入力の固有円振動数、 T_0 ：入力時間。

したがって、入力加速度 $\alpha(t)$ および入力変位 $u(t)$ は次式で表される。

$$\begin{aligned} \alpha(t) &= \alpha_{\max} \cos \omega_0 t \\ &= v_{\max} \omega_0 \cos \omega_0 t \end{aligned} \quad (34a)$$

$$\begin{aligned} u(t) &= u_{\max} (1 - \cos \omega_0 t) \\ &= v_{\max} / \omega_0 (1 - \cos \omega_0 t) \end{aligned} \quad (34b)$$

図-8に入力に用いた加速度、速度、変位波形の概要を示す。また、入力の固有円振動数と最大速度は次のようになる。

$$\omega_0 = \pi / T_0 \quad (35a)$$

$$v_{\max} = \alpha_{\max} / \omega_0 \quad (35b)$$

ここでは、最大加速度を $2G$ ($\alpha_{\max} = 1960 \text{ cm/s}^2$)として、トップヘヴィーなコンクリート柱の過渡振動について検討する。

3.2 応力の時刻歴波形に及ぼす入力時間の影響

一般に、調和関数の外力を受ける1質点系モデルでは、外力の周期がモデルの固有周期と等しい場合に、質点の応答変位、要素の発生応力は最大になる。一方、波動論的観点に立つと、先に解析した等密度、等断面の棒などの場合は、固定端で応力波の反射、干渉がある場合に最大応力を示すが、ここで対象としているトップヘヴィーなモデルの場合の応答は不明である。

いま、本解析モデルの時間的特性に着目すると、1次固有周期 T は $T = 2\pi \sqrt{M/K} = 0.053 \text{ s}$ で、波動伝播速度 c は $c = \sqrt{E/\rho} = 3436 \text{ m/s}$ となり、モデル下端から入力された応力波が上部質点に伝わる時間は約 0.00288 s (2.88 ms)となる。そこで、トップヘヴィーな構造の振動論的特徴と波動論的特徴が現出しやすいように、入力時間が短い場合と長い場合の過渡振動特性について考察する。すなわち、入力時間を $T_0 = 0.1 T$ ($T_0 = 0.0053 \text{ s}$)、 $T_0 = T$ ($T_0 = 0.053 \text{ s}$)の場合について解析を行った。したがって、式(35b)より入力時間が短い場合の最大速度 $v_{\max}$ は 3.3 cm/s 、入力時間が長い場合の最大速度は 33.2 cm/s となる。

図-9、10に入力時間が短い場合 ($T_0 = 0.1 T$) および長い場合 ($T_0 = T$) のA (高さ0.5m)、B (高さ5.0m) およびC (高さ9.5m) 点 (図-6参照) における応力～時間関係をそれぞれ示す。まず図-9より、入力時間が短い場合の50質点系モデルの応力は、1質点系モデルの応力値を中心に等振幅の高周波振動が確認できる。この最大応力はA、C点で約 0.6 MPa と小さく、また高周波成分の振幅は約 0.3 MPa で、ピークの間隔は応力波が柱を伝播する時間の約2倍 (0.0058 s)であることがわかる。

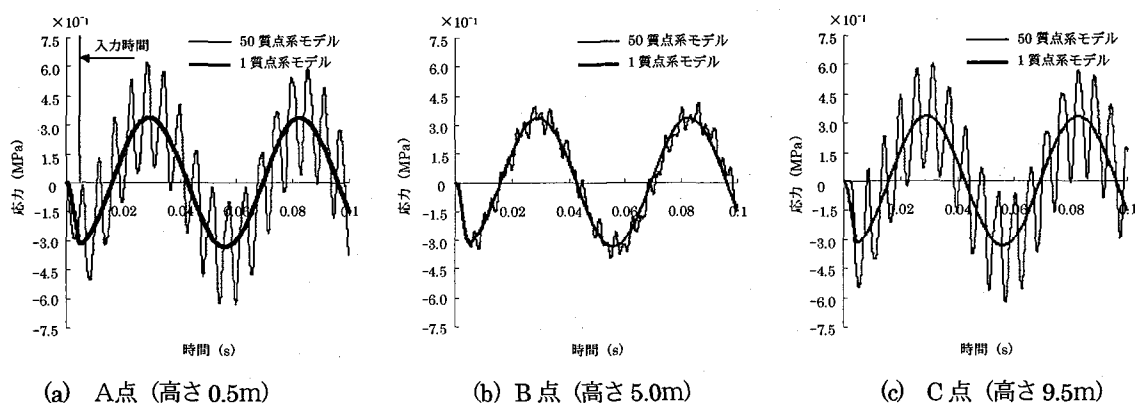


図-9 入力時間が短い場合の応力～時間関係

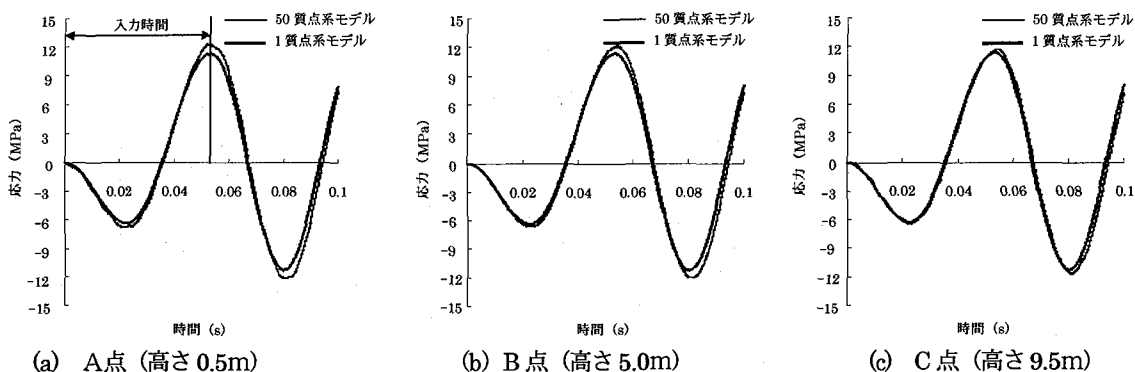


図-10 入力時間が長い場合の応力～時間関係

ここで、最大入力速度 $v=3.32\text{cm/s}$ に対応する最大応力を求めると、応力波の算定式 $\sigma=\rho cv$ より 0.282MPa となる。すなわち、A、C 点における高周波成分の応力振幅は、入力された最大応力とほぼ等しいことがわかる。また、A、B、C 点の波形を比較すると、モデル下部の A 点、上部の C 点に比べて中央部の B 点の波形は高周波成分の振幅が小さいことがわかる。この理由については、4. で詳細に検討する。一方、図-10 の入力時間が長い場合は、要素分割数に関わらず解析結果に大きな差異は認められず、また A、B、C 各点の応力波形はほぼ等しいことがわかる。これは、入力の周期が構造の 1 次固有周期と等しいので 1 次の振動モードが卓越してくるためと思われ、最大応力も約 12MPa と入力時間が短い場合に比べ非常に大きな値となっている。

以上の入力時間の長短による応力波形の違いは、応力波の波長を考えると次のように説明できる。まず、入力時間が短い場合は、入力が完了するまで ($T_0=0.0053\text{s}$) に波長 $\lambda=c\cdot T_0=18.55\text{m}$ の応力波が柱内に入射される。この長さは柱高さの約 2 倍であり、突き上げ直後の柱には図-11 に示すような軸方向の応力分布が生じる。まず図-11(a)、(b)より、モデル下端から入射された応力波が柱上方へと伝達している様子がわかる。図-11(c)では、応力波が柱上端に到達した直後の様子を示しており、柱内にはこの時間までに入力した速度波形と同様の応力分布が確認できる。また図-11(d)、(e)では、柱上端部において応力が増幅しており、特に図-11(e)は入力がほぼ完了した時間であるが、応力分布の形状は固定端反射に近い形で増幅していることから、突き上げ直後の柱上端では固定端反射に近い現象が生じ

ていると思われる。また、図-11(e)における A、B、C 各点の応力値と図-9 の応力の時刻歴を比較すると、時刻歴波形にみられる高周波成分は応力波に起因していると考えられる。

一方、入力時間が長い図-12 の場合は、入力が完了するまでに波長 $\lambda=c\cdot T_0=185.5\text{m}$ もの非常に長い応力波が入射されることになるが、橋脚内の波動伝播速度は非常に速いために早期に応力波は橋脚内で重複、蓄積され、ひずみ分布は橋脚内で一様に近づくものと思われる。すなわち、図-12(c)のように瞬時に 1 質点系モデルに近い状態となり、構造系の 1 次振動モードへと移行すると考えられる。つまり、図-12(a)、(b)より、応力波が柱上端に到達するまでの応力分布は、入力時間が短い場合と同様の傾向を示すが、応力波が柱を 1 往復する時刻 0.005s 以降ではほぼ一様となっている。

また、上部質点の速度時刻歴を入力速度と比較して図-13 に示す。これより、いずれの入力においても応力波が柱上端に到達する時間 0.003s までは、上部質点は速度をもたず、応力波が柱上端に到達した直後に上部質点は速度をもって動きだしている。また、入力時間が短い場合の上部質点の速度応答 (図-13(a)) より、応力波が柱を往復する時間間隔ごとに小さな山なりが観察できる。これより、応力波が上部質点に到達する時間に上部質点がいくらかの速度を得ていることがわかる。そこで、この上部質点のみに運動量保存則 $M\Delta v=F\Delta t$ を当てはめて考えると、柱上端に到達した応力波による軸力 $N(=F)$ が上部質点 M へ力積を与えることで、上部質点に力積 $I=N\Delta t$ に対応した速度 $\Delta v=N\Delta t/M$ が生じたことを示している。

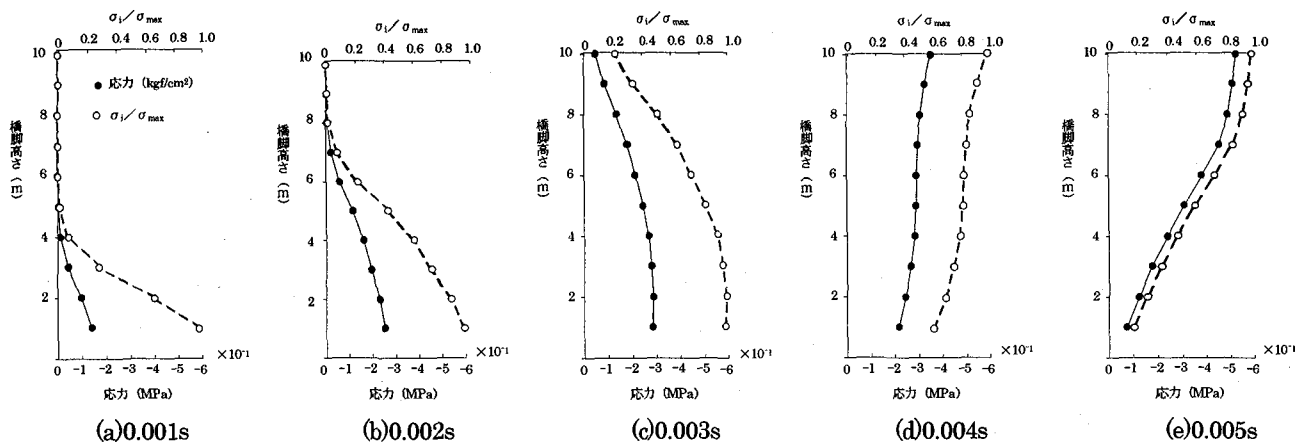


図-11 入力時間が短い場合の応力分布の推移

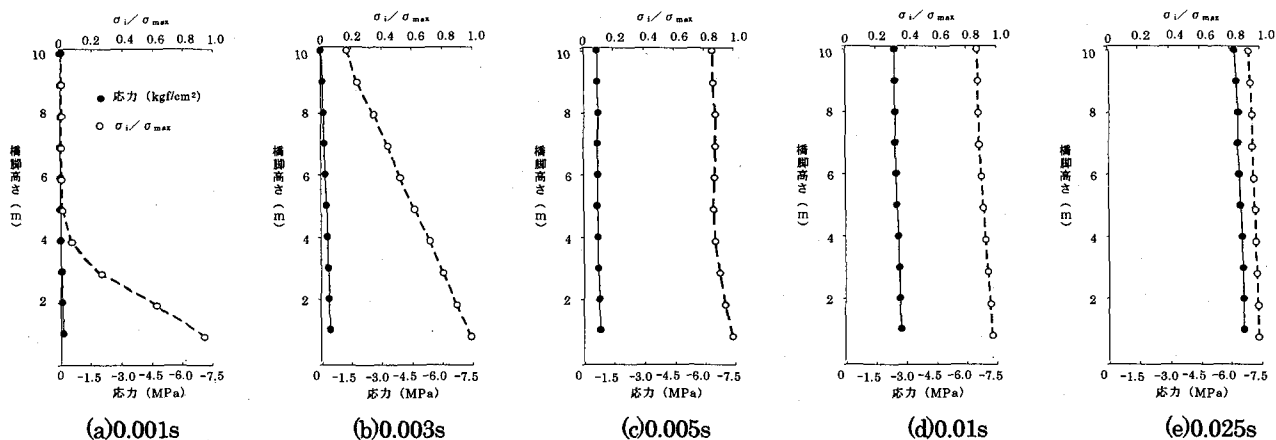


図-12 入力時間が長い場合の応力分布の推移

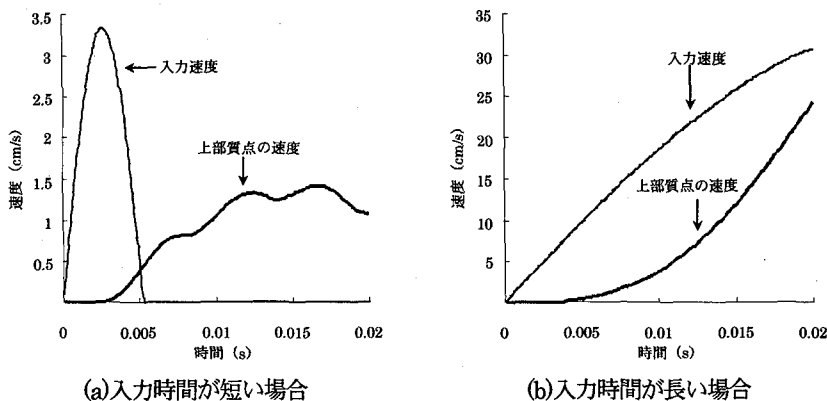
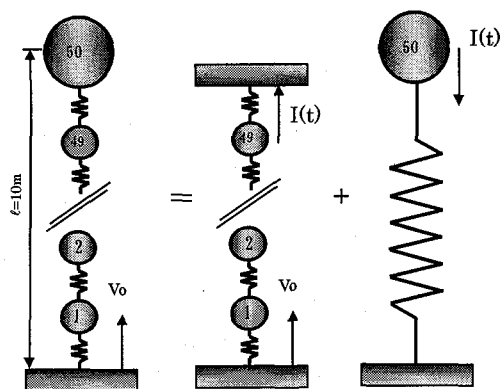


図-13 入力速度と上部質点の速度～時間関係の比較

4. 応力波系と振動系の分離モデルの提案

以上のトップヘヴィーなコンクリート柱の過渡振動の特徴より、応力波が柱上端に到達すると、固定端反射に近い現象を示すこと、また応力波による軸力と上部質点の間に運動量保存則が成り立つ可能性が推察された。そこで、図-14(a)の多質点系モデルを図-14(b)のように柱部分をばね一質点系で離散化した固定端モデル（応力波系）と図-14(c)のような上部質点のみをもつ上部質点モデル（1質点系モデルによる振動系）に分離するモデルを考える。ここで入力速度は、簡単のためパルス波とし、その大きさは単位の圧縮応力波 $\sigma = -1.0 \text{ MPa}$ が入射されるよう

に $v_0 = -\sigma / \rho c$ より、 $v_0 = 1.164 \text{ cm/s}$ とした。固定端モデルと上部質点モデルの入力については、まず固定端モデルは多質点系モデルと同様の速度パルスをモデル下端に入力する。一方、上部質点モデルには、固定端モデルにおいて応力波が固定端に与える力積 I を与えた。したがって、固定端モデルは応力波の伝播過程を、上部質点モデルは応力波に起因する上部質点の振動状態を表わすことになる。



(a)多質点系モデル (b)固定端モデル(c)上部質点モデル

図-14 応力波系と振動系の分離モデル

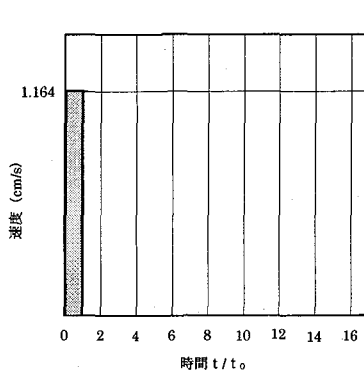


図-15 固定端モデルに入力した速度～時間関係

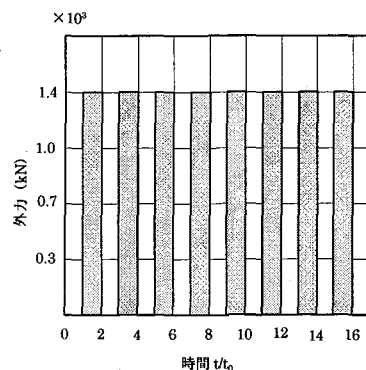
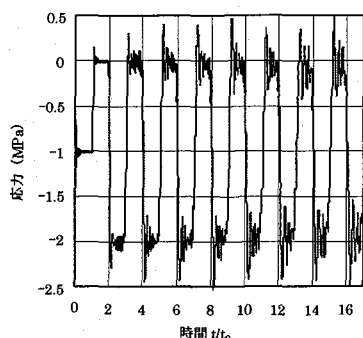
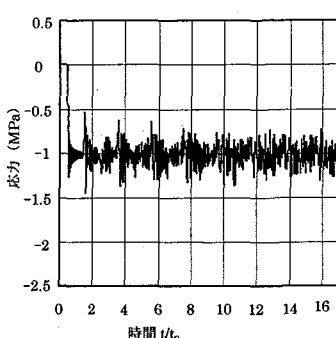


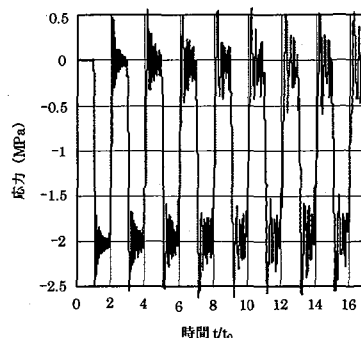
図-16 上部質点モデルに入力した力積



(a) 入力端



(b) 中央点



(c) 固定端

図-17 固定端モデルの応力～時間関係

4.1 入力時間が短い場合

まず、本モデルの妥当性を検証するための基本的な例として、図-15 に示す速度パルスで、入力時間 T_0 については応力波が柱高さ l を伝播する時間 $t_0 = l/c$ と短い時間の場合を考える。この速度パルスを固定端モデル下端に入力すると、固定端に反力として生じる力積は式(36)および図-16 のようになり、これを上部質点モデルに与えた。

$$\frac{2n-1}{2}t_0 \leq t \leq 2nt_0 \quad (n=1,2,\dots)$$

$$I = Pt, \quad P = 2\sigma A \quad (36)$$

ただし、 I : 柱上端の固定端反射で生じる力積、 σ : 柱に入力される応力、 A : 柱の断面積、 $t_0 = l/c$: 応力波が柱高さ l を伝播する時間、 l : 柱の高さ。

図-17 に固定端モデルの下端、中央点および固定端に生じた応力～時間関係を示す。まず図-17(a)より、モデル下端に時間 $t_0 = l/c$ の間入射された応力 $\sigma = -1.0 \text{ MPa}$ は、 $2t_0$ では固定端反射して 2σ となり、 $2t_0$ 以降は、同様の反射、干渉が繰り返され、数値誤差による高周波成分が大きくなる傾向はあるが、理論とよく一致している。また、図-17(c)の固定端では、時間 t_0 で固定端に到達した応力波は固定端反射して 2 倍となり、その後は $2t_0$ を周期とした応答を示しており、これも理論解とよく一致している。図-17(b)の中央点では、時間 $t_0/2$ で伝達した応力波は最後まで $\sigma = -1.0 \text{ MPa}$ を維持している。これは、柱に入力される応力波の波長が柱高さと等しいため、固定端反射した波

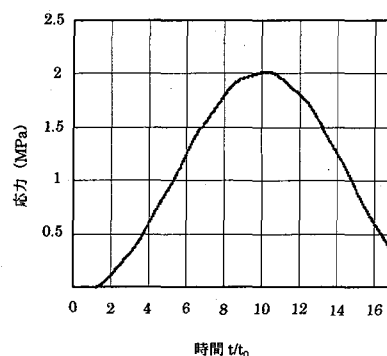


図-18 上部質点モデルの応力～時間関係

頭と反射前にある波の最後尾は柱の中央点において重ならないためである。

次に上部質点モデルによる応力～時間関係を図-18 に示す。これより、力積が作用した直後に応力が発生し、固有周期 ($T = 0.0534 \text{ s}$, $T/t_0 = 18.54$) で振動していることがわかる。また、固定端モデルでは圧縮応力のみが生じるのに対して、上部質点モデルでは引張応力が生じていることは興味深い。これは、式(36)、図-14、図-16 および図-17(c)より、固定端モデルで得られる負の圧縮外力 P ($P = 2\sigma A = -2\rho cvA$) を図-14(c)の上部質点モデルの負の方向に作用させるので、上部質点に与える外力は図-16 のように正の値となるためである。以上より、図

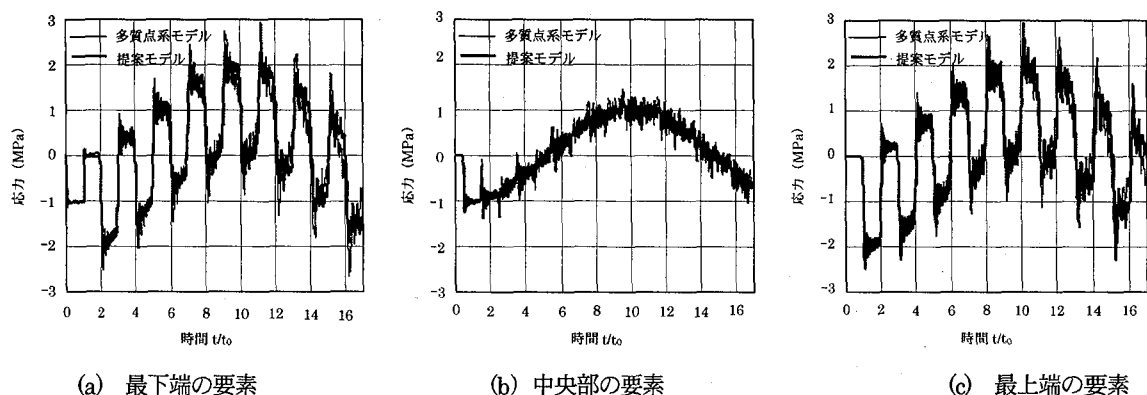


図-19 多質点系モデルと提案モデルの比較 (応力～時間関係)

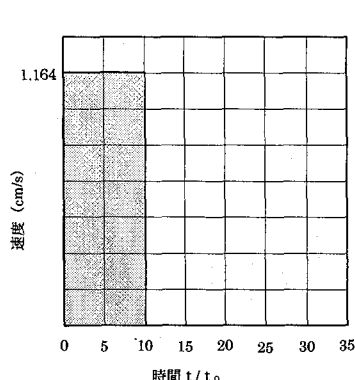


図-20 固定端モデルに入力した速度～時間関係

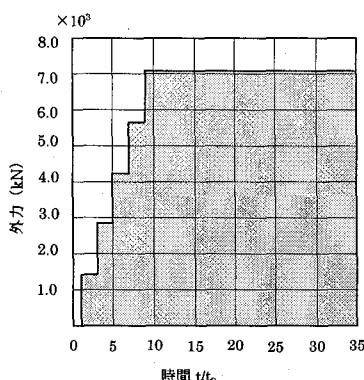


図-21 上部質点モデルに入力した力積

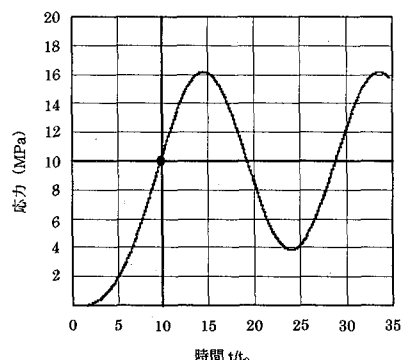


図-23 上部質点モデルの応力～時間関係

-17 と図-18 を重ね合わせると図-19 が得られる。ここで、図-19 には多質点系モデルによる応力～時間関係も比較して示している。これより、提案モデルは多質点系モデルとよく一致しており、提案したモデルは妥当であると考えられる。また中央点の応力波形は、先に述べたように単位の応力波のみ存在しているため応力波の振幅がモデル下端、上端に比べて小さくなっており、図-9(b)と同じ傾向を示していることがわかる。すなわち柱中央点では、応力波の重複の影響が小さいためと思われる。

以上の解析結果より、衝撃的突き上げを受けるトップヘヴィーなコンクリート柱が波動場から振動場へと移行するメカニズムは、応力波が上部質点に与える力積により上部質点に速度が生じて 1 次の振動モードが励起され、波動場と振動場が混在することがわかる。

4.2 入力時間が長い場合

次に、単位の応力 $\sigma = -1.0 \text{ MPa}$ が $10t_0$ と長い間入射される問題を考える。入力速度は、図-20 のようになり、固定端モデルの固定端に生じる力積は、式(37)および図-21 となる。

$$\frac{2n-1}{2}t_0 \leq t \leq \frac{2n+1}{2}t_0 \quad (n=1,2,3,4) \text{ において,}$$

$$I = Pt, \quad P = \sum_{n=1}^n 2N\sigma A \quad (37a)$$

$t \geq 9t_0$ において,

$$I = Pt, \quad P = 10\sigma A \quad (37b)$$

図-22 に固定端モデルの下端、中央点および固定端に生じた応力～時間関係を示す。まず図-22(a)より、モデル下端に入射された応力 $\sigma = -1.0 \text{ MPa}$ は時間 $2t_0$ でも応力波が入射されているので、固定端反射した 2σ に継続して入射される応力 σ が加わり 3σ となる。また、時間 $10t_0$ までは同様の反射、干渉が繰り返され、時間 $2t_0$ ごとに $5\sigma, 7\sigma$ と増幅していき時間 $10t_0$ で 10σ になる。その後は、 10σ を維持しており、理論とよく一致している。次に図-22(c)の固定端では、時間 t_0 で固定端に到達した応力波は固定端反射して 2σ となり、時間 $9t_0$ まで同様の反射、干渉をしていることがわかる。図-22(b)の中央点では、時間 $t_0/2$ で伝達した応力波は、時間 $10t_0$ まで下端から入力される応力と固定端反射された応力の影響により時間 t_0 ごとに σ ずつ増加しており、いずれも理論とよく一致している。

次に、上部質点モデルの応力～時間関係を図-23 に示す。これより、力積が作用した直後に引張応力が発生し、時間 $10t_0$ まで応力は徐々に上昇し、 $10t_0$ 以降は入力される力積が一定値となるため、応力 10 MPa を中心に振動しており、最大値も約 16 MPa と大きな値になっている。図-24 には多質点系モデルと提案モデルの応力～時間関係を比較して示す。これより、提案モデルは多質点系モデルとほぼ完全に一致している。また、時間 $10t_0$ までは、応力波の反射、干渉の影響が波形上にみられるが、 $10t_0$ 以降は応力波の影響がなくなっていることがわかる。これは図-10 と同じ傾向であり、入力時間が長い場合の応答のメカニズムは、

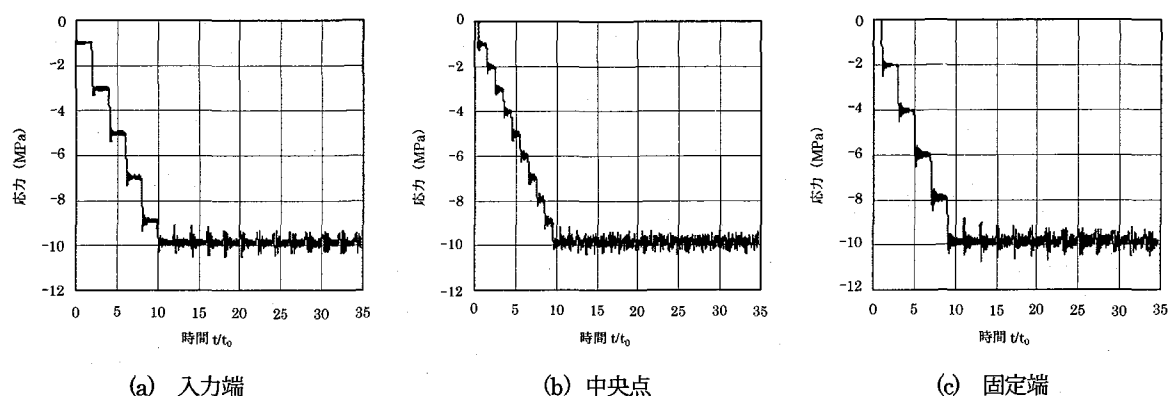


図-22 固定端モデルの応力～時間関係

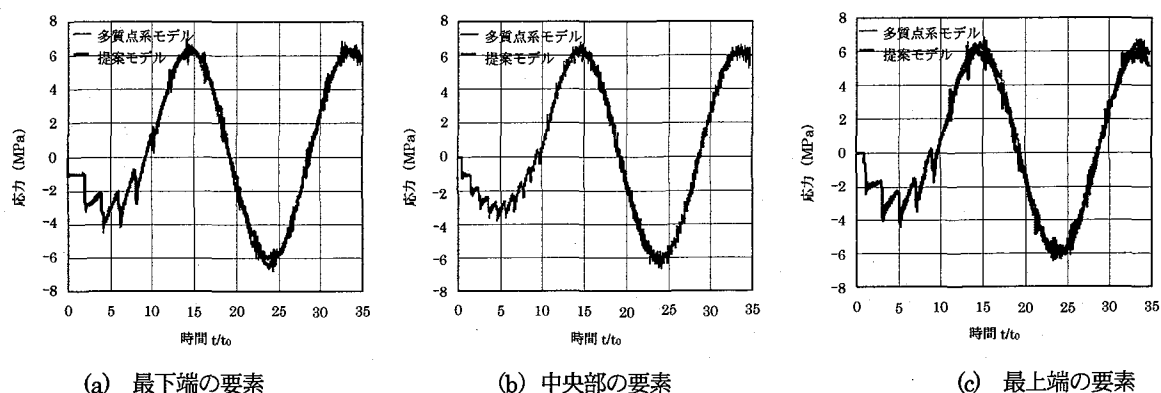


図-24 多質点系モデルと提案モデルの比較（応力～時間関係）

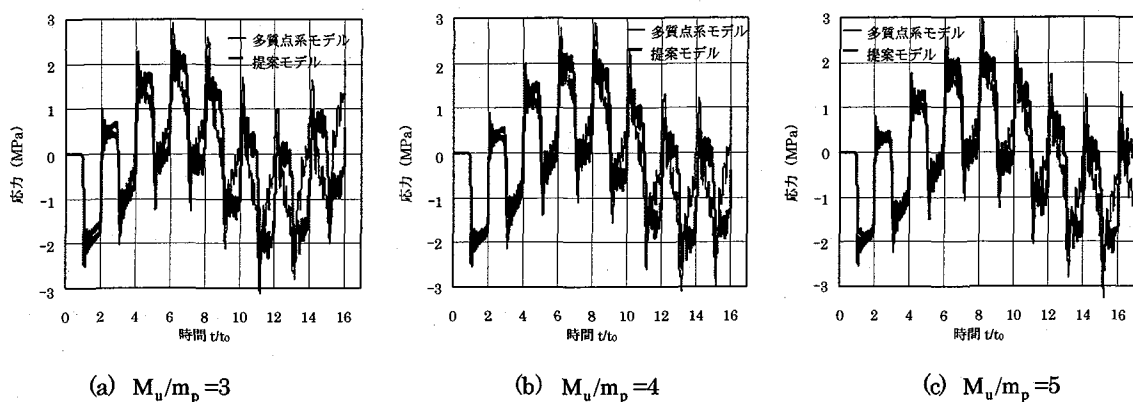


図-25 M_u/m_p を変化させたときの多質点系モデルと提案モデルの応力～時間関係の比較（最上端の要素）

まず入力完了する時間 $10t_0$ までに固定端モデル内には応力が蓄積され、これに応じて上部質点に徐々に大きな力積が入力されて上部質点モデルの応答も徐々に大きくなる。したがって、入力初期の段階では応力波の影響が大きくなるが、上部質点モデルの応答が大きくなるにつれて応力波の影響は相対的に小さくなる。次に時間 $10t_0$ では、固定端モデルと上部質点モデルは異符号の同値応力のため、この時点で提案モデルの応力はゼロの値を示している。入力が完了する $10t_0$ 以降は、図-22の固定端モデルより柱内は任意の時間、任意の点で応力 $\sigma = -10\text{MPa}$ と均等になり、一方の上部質点モデルの応答は、図-23より一定の入力力積に応じて応力 $\sigma = 10\text{MPa}$ を中心に大きく振動している。最終的に、図-24のように両者が相殺して応力ゼロを中心とした振動となっていることがわかる。

4.3 適用範囲

これまでに検討した解析モデルは、 $1.5 \times 10^4 \text{kN}$ の上部工重量をもつ実規模のRC橋脚を想定したもので、この解析モデルに対し、提案したモデルは有効であることがわかった。しかし、上部工重量が変化した場合にこのモデルが適用できるかは不明である。そこで、入力時間が短い場合を例にとり、柱部分の質量 m_p を基準として、上部質点の質量 M_u を柱部分の質量 m_p の1～10倍まで変化させて提案モデルの適用範囲を調べた。一例として、図-25に $M_u/m_p = 3, 4, 5$ のときの多質点系モデルと提案モデルの最上端の要素における応力～時間関係の比較を示す。図-25(a)より、 $M_u/m_p = 3$ 程度の場合は、入力直後はほぼよくシミュレートしているが、時間 $4t_0$ 以降になると位相がずれていくことがわかる。しかし、図-25(b), (c)に示すように

M_u/m_p を 4, 5 と大きくするにしたがいその位相差は小さくなり、 $M_u/m_p=5$ では両者はほぼ一致している。これより、上部質点の重量が柱部の重量の 5 倍以上になると提案したモデルは有効と考えられる。

5. 結言

本研究は、衝撃的突き上げを受けるコンクリート柱の過渡振動について検討したものである。まず、ばね-質点系モデル法を波動伝播解析へ適用する際の離散化の精度について検討した。次に、衝撃的突き上げを受けるトップヘヴィーなコンクリート柱の過渡振動特性を考察し、最後に、応力波系と振動系とに分離できるモデルを提案して、RC橋脚の挙動が波動場から振動場へと移行するメカニズムを明らかにした。本研究の成果をまとめると以下ようになる。

- (1) ばね-質点系モデルを用いて波動伝播解析を行う場合、Courant 条件を満足したうえで、要素分割数を 50 程度にすると精度良く解析できることがわかった。
- (2) トップヘヴィーなコンクリート柱に $\sin$ 半波の速度を入力し、柱の過渡振動特性を調べた。その結果、入力時間が短い場合は、50 質点系モデルの応力の時刻歴波形に高周波成分が現れ、また柱下端から入力される応力波が上部質点に到達すると固定端反射に近い現象を示すことがわかった。一方、入力時間が長い場合は、応力の時刻歴波形は要素分割数に関係ないこと、また、入力後直ちに柱内の応力分布はほぼ一定となることがわかった。
- (3) トップヘヴィーなコンクリート柱の過渡振動特性から、固定端モデル（応力波系）と上部質点モデル（振動系）とに分離する分離モデルを提案し、そのモデルの妥当性を検証した。
- (4) 提案した分離モデルにより、RC橋脚の応答が波動場から振動場へと移行するメカニズムを検討した結果、応力波が上部質点へ与える力積により上部質点に速度が生じて 1 次振動が励起され、波動場と振動場が混在することがわかった。なお、提案モデルの適用範囲は、上部質点の質量が柱質量の 5 倍以上のとき有効であることがわかった。

なお本研究は、実際の 3 次元な RC 橋脚の挙動を 1 次元問題として考察しており、応力波の分散効果や入力波形の影響などについて今後詳細に検討する必要があると思われる。

謝辞

本研究を行うにあたり、比嘉隼人氏（当時防衛大学校本科学生）のご援助をいただきました。ここに記して謝意を表します。

参考文献

- 1) 園田恵一郎, 小林治俊, 永野圭: 兵庫県南部地震一初期上下動の証言について, 大阪市立大学工学部紀要・震災特別号, pp. 187-270, 1997.1.
- 2) 高田直俊: 「突き上げるような上下動」はどこへいった, 土と基礎, 地盤工学会, Vol.44, No.3, pp.13-15, 1996.3.
- 3) 当麻庄司, 河村廣: 兵庫県南部地震の衝撃に対する被災者の意識調査, 第4回構造物の衝撃問題に関するシンポジウム論文集, pp.189-194, 1996.6.
- 4) 竹宮宏和, 堀内深: 衝撃的地震動によるRC構造物の引張破壊現象の可能性, 第3回落石等による衝撃問題に関するシンポジウム論文集, pp.133-138, 1996.6.
- 5) 大野友則, 喜多龍一郎, 藤掛一典: 軸方向に衝撃力を受けるRC円柱試験体の圧縮破壊メカニズムに関する実験的研究, 土木学会論文集, No. 584/I-42, pp.229-242, 1998.1.
- 6) 園田恵一郎, 高田直俊, 石丸和宏, 林道廣, 奥田洋一: 水中線爆装置による高架橋RC橋脚モデルの衝撃破壊実験, 第4回構造物の衝撃問題に関するシンポジウム論文集, pp.251-256, 1998.6.
- 7) 渡辺健, 大津政康, 坂本健俊: 鉄筋コンクリート柱の高周波振動数と破壊挙動の考察, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.19, No.2, pp.363-368, 1997.7.
- 8) 谷村眞治: 衝撃的破壊（その対策は十分か）, 科学, Vol.67, pp.420-423, 1997.6.
- 9) 宮本文穂, 小野紘一, 北村八朗, 井上正一: RC橋脚の損傷に及ぼす衝撃的上下動の影響に関する一考察, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.18, No2, pp.269-274, 1996.8.
- 10) 別府万寿博, 香月智, 石川信隆, 宮本文穂: 衝撃的突き上げ装置によるRC橋脚模型の輪切り状ひび割れに関する実験的研究, 土木学会論文集, No.577/I-41, pp.165-180, 1997.10.
- 11) 別府万寿博, 香月智, 石川信隆, 宮本文穂: 衝撃的上下動を受けるコンクリート柱供試体の鋼板巻立て補強効果について, 土木学会論文集, No.620/V-43, pp.215-231, 1999.5.
- 12) 原田耕司, 石川信隆, 香月智, 太田俊昭: 衝撃的上下動による大型RC橋脚モデルの水平輪切り状ひび割れに関する実験的研究, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.21, No.3, pp.1237-1242, 1999.7.
- 13) 大津政康: 「衝撃的突き上げ装置によるRC橋脚模型の輪切り状ひび割れに関する実験的研究」への討議, 土木学会論文集, No.605/I-45, 295-300, 1998.10.
- 14) 別府万寿博, 香月智, 石川信隆, 宮本文穂: 衝撃的突き上げを受けるRC橋脚模型の衝撃応答解析と輪切り状ひび割れ破壊の原因究明について, 土木学会第52回年次学術講演会概要集, pp.508-509, 平成9年9月.
- 15) 別府万寿博, 原田耕司, 香月智, 石川信隆: RC橋脚模型に対する大型衝撃的突き上げ実験のシミュレーション解析, 土木学会第54回年次学術講演会概要集, pp.586-587, 平成11年9月.
- 16) 鷲津久一郎他: 有限要素法ハンドブック I 基礎編, 培風館, 1996.11.
- 17) 戸川隼人: 有限要素法による振動解析, サイエンス社, 1997.1.

(1999年9月17日受付)