

孟宗竹の組織構造に観る複合構造の最適性に関する一考察

CONSIDERATION OF THE OPTIMUM COMPOSITE STRUCTURE
ON THE MODEL OF THE FIBER STRUCTURE OF MOUSOUCHIKU

有尾 一郎* ・ 関谷 安男** ・ 藤井 堅***

Ichiro ARIO, Yasuo SEKIYA and Katashi FUJII

*正会員 博士(工学) 広島大学 工学部第四類(建設系) (〒739-8527 東広島市鏡山 1-4-1)

**正会員 (〒791-8032 松山市南斎院町 910-2)

***正会員 工博 広島大学 工学部第四類(建設系) (〒739-8527 東広島市鏡山 1-4-1)

We suppose that organisms have optimum structure under an environmental adaptation, but the mechanism has the most complex and many unknown factors. In this paper, it is proposed it is useful in engineering to discover the mechanism of a bamboo structure, therefore we observe cylindrical structure of Mousouchiku, which is one kind of bamboo. We examined the fiber structure of Mousoutiku as an ideal composite structure. From fundamental research of the measurement of the shape, fiber contents, strength, and strain energy in slice of Mousouchiku, we could learn how to construct the more optimal structures under natural rule or evolution theory. This paper is applicable in engineering by biomechanical observation approach.

Key Words : biomechanical research, composite structure, bamboo structure, optimal design

1. はじめに

近年、構造物の設計において部材配置や形状を対象に、最適化設計法概念に基づく種々のアプローチが研究されてきた。しかし、これらの最適化手法で取り扱われている多くは、構造物の重量最小化や剛性最大化を設計目的とした逆解析に主眼を置いたものである(例えば、1),2)。

一方、自然界ではあらゆる生物があらゆる環境下で順応しており、生物の組織構造にみる最適化設計の試みは、いくつかの工学的成果を挙げてきている^{3),4)}。そのような生物の形態や材料組織は一般に極めて複雑で、それらの創生メカニズムのほとんどは未知であるが、長い年月を経てきていることからある意味で最適化則に準じているととらえられている⁵⁾。このような考え方のもとで、自然界の進化論、環境順応説、自然淘汰説などの自然の法則性を導入し、工学的技術をより有効的に利用しようとしている。

生体構造の力学的アプローチとして、尾田^{1),6),7)}の竹モデルにおける最適化複合則が挙げられる。これは、竹の組織構造に着目し、真かん部の肉厚に対する維管束鞘分布と材料強度分布の関係から多層梁理論を利用した繊維強化複合材の最適化則である。また、竹は、円筒構造、節部の存在、高さ方向での寸法変化による構造形態を持つ¹⁾。円筒構造は、断面が中空で同一断面積

でも中実の円筒構造の断面係数よりも大きく、これは軽量かつ不確定な方向からの曲げモーメントに対して有効な断面である。節部の存在は、断面拘束効果による曲げ座屈と全体座屈防止のための役割があるだけでなく、繊維組織の異方性による高さ方向に生じやすい亀裂の伝播を阻止する効果もある。高さ方向に対する寸法変化は、自重、曲げ応力、座屈などに対応したものと考えられている。また、有尾・中沢⁹⁾によって竹の形態と構造特性が調べられ、竹の節構造を理想のダイヤフラム間隔とした円筒橋脚の設計に適用された。

本研究は、そのような自然の法則性を認識しつつ、複合材料として工学的有用な孟宗竹の形態および組織構造に着目し、観察・材料実験を通して力学的基礎データを得た。真かん部の肉厚に対する維管束鞘の含有率および引張強度の関係を詳細に調べ、両者の間には線形関係が成り立つことを実験からつきとめた。また、稈全体の最適形状および積層毎の弾性係数分布を考慮したときの最適な剛性分布をひずみエネルギーおよび座屈耐荷力から導いた。このように、構造工学的に孟宗竹が自然環境に適応するための理に適った形態が存在することを示し、生物の構造形態および複合構造からその合理的なメカニズムの一端を明らかにしたことが、本研究の成果である。

2. 孟宗竹の形態と特性

本章では、本研究で着目している孟宗竹の生体構造について、稈全体の形状、節円筒構造、かん部断面の

¹⁾ 戦前から、竹は工学的に研究されており、その利用法の一つとして、竹筋コンクリートによる土木構造物が数多く設計された⁸⁾。

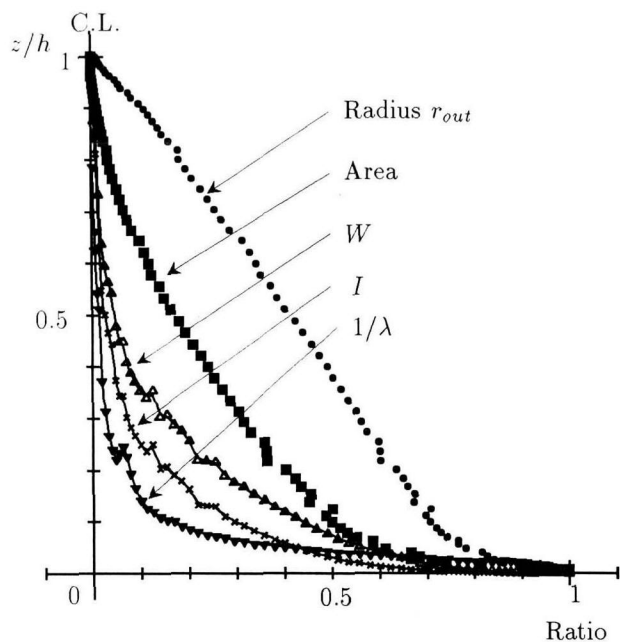


図-1 かん部の面積、断面係数、断面2次モーメントの比率および細長比の逆数の分布

組織構造を巨視的および微視的な視点の両面から工学的な観察を行った²。

2.1 稈全体の形状

孟宗竹の高さは10~25 mに成長するが、ここで観察に用いた孟宗竹は全長 $h = 17.6\text{ m}$ であった。ある孟宗竹の節部の断面形状から半径 r 、断面積 A 、断面係数 W 、断面2次モーメント $I(z)$ の分布をかん基部での値で正規化したものと細長比の逆数 $1/\lambda$ の分布を図-1に示す。半径 r は竹の高さ方向にほぼ線形に減少する。厚さ t は半径 r に比例すると近似できるので、断面係数 W が r^3 に、断面2次モーメント I が r^4 に比例しており、かん部の曲げ剛性 EI は高さに応じて非線形な関係となった。文献⁹⁾のように曲げによる真かん部の降伏縁応力は $\sigma_b = M(z)/W(z) = \text{const.}$ と考えると、降伏曲げモーメント分布は $M(z) = aW(z)$ と近似できる。このほか、節間長を節部で支持された柱モデルとしたときの $1/\lambda$ より、根元付近は座屈耐荷性能が非線形的に高い傾向にあることが確かめられた。

さらに、節間長 L_i の分布と、節間長と外径 D_i の比率分布を図-2に示す。節間長の最大値が $z/h = 0.5$ 付近であることが得られた。かん基部では節間長が短くなることでねじり剛性が高くなり、断面拘束効果のある節が多く存在し、座屈が起こりにくいような構造となっている。また、節間長と外径の比率 L_i/D_i 分布を

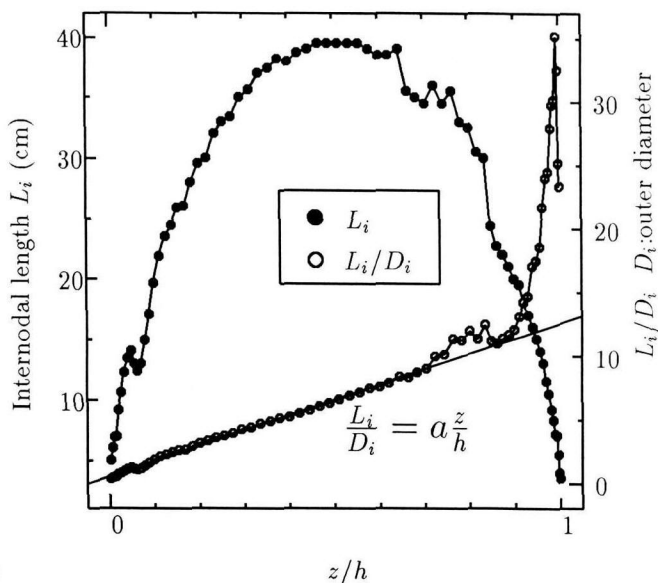


図-2 節間長、節間長と外径の比の分布

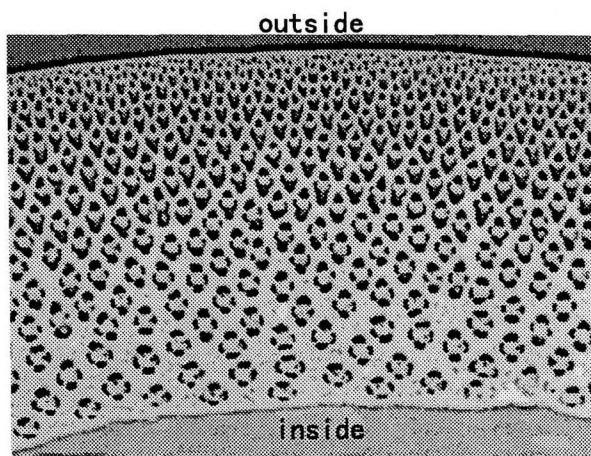


写真-1 真かん部の横断面(2値化画像処理)

プロットすると、先端部を除いて z/h に対して線形関係を得た。これは、円筒構造の径長(アスペクト)比を表し、根元付近ではずんぐりしているのに対して、先端では梁要素のような形態を示しており、稈の柔軟性を示す指標としてとらえることができる。

2.2 真かん部断面の組織構造

真かん部の横断面を写真-1に示す。最外層に1層の厚壁の表皮があり、表皮の内側には1~3層の表皮と同様に厚壁の下皮の層が存在し、さらに内側の皮層に続いている。皮層は数層のやや大型の柔細胞からなるが、内側の中心柱の基本組織への移行は緩やかなので皮層と中心柱の境界は不明瞭である。中心柱は基本組織の中に並立維管束が不規則に配列する不斉中心柱である。

² この論文では、中空円筒形のかん部を力学的役割からつぎの3つの用語に分類する。かん部は中空円筒形を、真かん部は円筒断面の肉厚部(表皮から内皮まで)を、稈(みき)は梁とみなした部材をそれぞれ意味するものとして区別した。

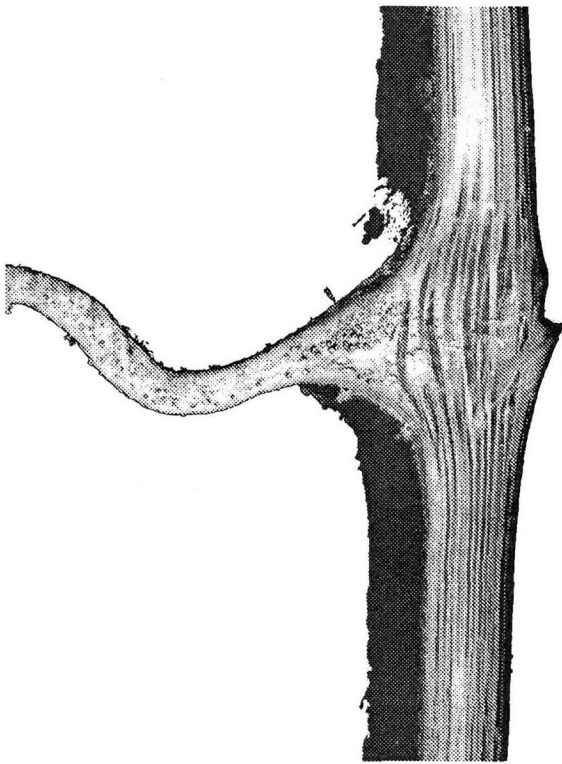


写真-2 節部の縦断面

個々の維管束はその周囲を維管束鞘と呼ばれる多量の厚壁繊維の組織で保護されている。この維管束鞘の発達の度合いと維管束の発達の度合いは反比例しており、稈の外側ほど厚壁繊維の量が多く逆に維管束の発達は悪くなり、とくに最外縁では維管束の発達が極端に悪く、ほとんど厚壁繊維だけが束状に集まっていることが知られている。

また、写真-2に示すような節部の縦断面を観察すると、節部で真かん部の厚さが増加し、それに伴って維管束が広がっている様子が確認できる。その内の何本かは隔壁内部に入り込み、断面拘束効果を担っている。また、この部分で維管束が複雑に絡み合うことにより、支持力を失うが、局部的に滑らかに断面積を増加させるとともに、局部座屈を起こしたような膨らんだ形状を有していることから、柔と剛を兼ね備えた組織構造を持っているものと考えられる。竹材の強靱さや割裂性に富む性質はこの維管束鞘を構成する厚壁繊維の量と分布、すべての要素が軸方向に平行して配列していることによるところが大きい。維管束鞘のような力を担う組織が、特に真かん部の外縁に発達し、曲げモーメントに抵抗できる合理的な構造を持っているものと考えられる。

2.3 維管束鞘の含有率

図-3は、竹の真かん部の断面において、維管束鞘の

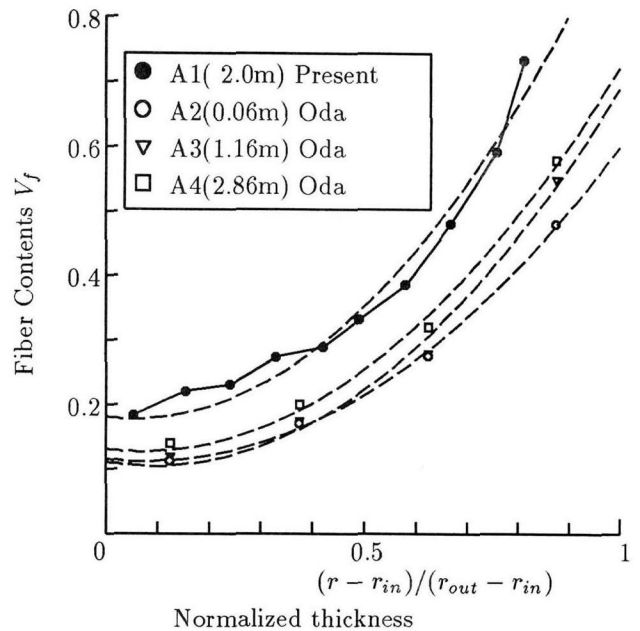


図-3 維管束鞘の含有率

含有率が肉厚に対してどのように変化しているかを調べた結果である。竹の真かん部を短冊状にして層状に10層に分けた。維管束鞘の含有率は、単位面積あたりの維管束鞘の占める面積比率を画像上の2値化濃度によって計測した。これらの供試体は引張試験に用いたものである。横軸はそれぞれの供試体の内径からの距離を外径と内径の差で割り正規化したもので、縦軸は維管束鞘の含有率である。A1が実際に調べた結果であり、A2~A4は尾田^{6),7)}が測定した結果である。括弧内の数字は、調べた竹のかん部の根元からの高さを示し、A1からA4に対する破線は測定した点を、最小2乗法で2次曲線を求めたものである。図-3のように外径の層ほど維管束鞘の含有率は非線形的に増加している結果を得た。

3. 構造形態の最適化アプローチ

本章では、孟宗竹の構造形態をモデル化し、曲げ作用時のひずみエネルギーからその形態を調べ、孟宗竹が自然環境下で最適化された構造形態であるかを検討することとする。なお、軸圧縮力による耐荷力については文献⁹⁾を参照されたい。

3.1 曲げ作用時のひずみエネルギーについて

この節では曲げが作用する場合の稈形状における構造特性について述べる。曲げは自然界で発生する風等によって起こり、これに抵抗するために、構造形態が曲げに対して最も力学的に有効な形状を持っているものと考えられる。そのため、曲げ作用時では全体構造だけでなく、節円筒構造と断面の組織構造の最適化を

考えなければならない。Standler¹¹⁾は、生体の構造形態が一般に多目的であることから、目的関数を(自重+ひずみエネルギー)が最小となるように提唱している。この論文では、エネルギー法によるひずみエネルギーと強度的要因の自重耐荷力を取り扱うこととする。

(1) 組織構造の最適性

写真-1のように強化繊維である維管束鞘は、半径方向に対して不規則に散在している。力学的な視点で観察を行ない、実験を通して維管束鞘と基地組織の弾性係数を求め、維管束鞘の含有率分布に対する弾性係数分布を得た。真かん部断面における弾性係数分布の面積全体は等価であるものとする。その弾性係数分布を半径方向に対して試行関数的に変化させ、それぞれの弾性係数分布の場合の曲げ剛性を求め、孟宗竹の場合の弾性係数分布(維管束鞘の含有率分布)が合理的な分布であることを後述する。

(2) 稈全体の形状最適性

孟宗竹の稈全体は、図-1のように断面が中空の円錐形である。いま、生育している孟宗竹の稈全体を片持ち梁モデルとして、孟宗竹の全体形状の最適性を検討する。ここで、全体の高さと根元の内径が等しい条件の下で、全体の実体積が等しくなるように厚さを変化させることで、梁剛性とその稈の形状が高さの関数で表わされるものと仮定する。

孟宗竹の根元の内径を a とし、全体高さを h とすると、円錐形の高さ z に対する実際の内径 r_0 は

$$r_0 = a(h - z)/h \quad (1)$$

と表せる。これから円錐形の厚さを t_0 とすると、円管の面積は $2\pi r_0 t_0$ となり実体積 V_0 は、 $V_0 = \int_0^h 2\pi r_0 t_0 dz$ となる。内径 $r(z)$ を高さ z に対する2次の試行関数からなるもの

$$\hat{r} = a - (h^2 c + a)z/h + cz^2 \quad (2)$$

と仮定する。ここに c は未定係数とする。このときの内径 $\hat{r}$ の厚さを t とすると、実体積は $V = \int_0^h 2\pi \hat{r} t dz$ となり、 $V_0 = V$ となるような $\hat{r}$ を設定するから、未定係数 c は $V_0 = V$ より $c = 3a(t - t_0)/(th^2)$ と定まる。そして、厚さを $0.5t_0$ から $1.5t_0$ まで $0.1t_0$ ずつ変化させることで c が定まり $\hat{r}_i$ が設定されることになる。試行関数による稈の全体形状を図-4に示し、図中の破線は孟宗竹の形状を示す。

孟宗竹全体が、終局曲げモーメントに至る時を $M_f(z)$ とすると、曲げによるひずみエネルギー U は

$$U = \frac{1}{2} \int_0^h \frac{(M_f(z))^2}{EI(z)} dz \quad (3)$$

から求められる。ここで断面が薄肉円管とした場合には $I(z) = \pi \hat{r}(z)^3$ となり、実験結果で得られる弾性係数と終局曲げモーメントを式(3)に代入することで、それぞれの全体構造のひずみエネルギーから最適性を考える。

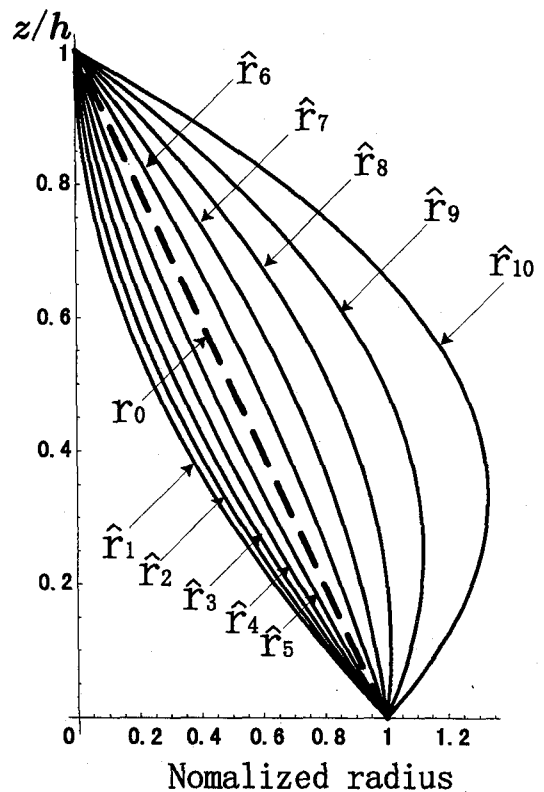


図-4 実体積一定条件下での稈形状の試行関数 $\hat{r}_i$

4. 実験方法と結果

強度実験は、実際に真かん部をスライス状に作成し、引張試験と曲げ試験を行なった。

4.1 引張試験

孟宗竹の真かん部から厚さ 1mm 程度の短冊状の層供試体を作成した上で引張試験を行った。この実験により、断面の半径方向に対する引張強度の変化を調べ、2章で調べた半径方向に対する強化繊維である維管束鞘の分布とどのような関係があるかを調べた。

根元からの高さ 2m に位置した、外径 9.5cm、肉厚 11.2mm の孟宗竹の真かん部を図-5(a)のように短冊状に取り出し、それらを層状に 10 層に分けた。チャック部での供試体のすべりを防止するために、図-5(b)のように維管束鞘が軸方向とは垂直になるように接着し固定させた。それぞれの供試体の内径からの距離を正規化した位置と寸法を表-1に示す。また、生育している孟宗竹を採取してから 2 日後に実験を行なったが、このときの供試体に含まれる含水率は 24.2%であった。

(1) 載荷方法

- (i) 真かん部から短冊状の供試体を 10 層取り出し、各供試体の寸法を測定した。
- (ii) 供試体に軸方向の荷重だけが作用するように、注意深く供試体をチャックで固定した。

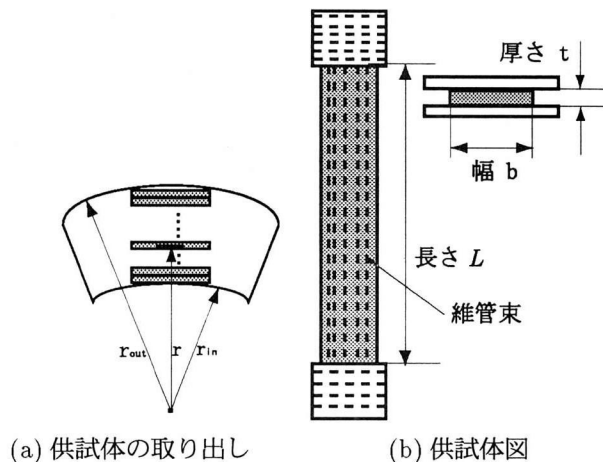


図-5 引張試験供試体

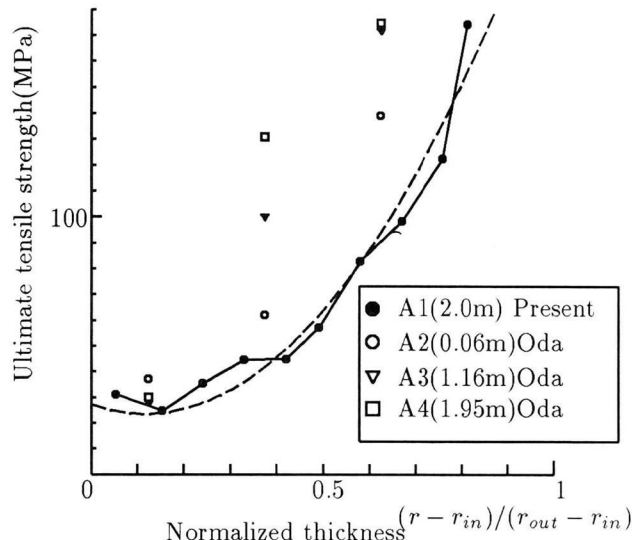


図-6 層状の供試体の最大引張強度

表-1 引張試験の供試体

No.i	r/t	L_i (cm)	b_i (mm)	t_i (mm)
No.1	0.813	17.9	18.2	1.0
No.2	0.759	17.95	21.1	1.0
No.3	0.671	17.8	17.8	0.98
No.4	0.580	17.9	23.5	0.98
No.5	0.491	17.9	18.6	0.97
No.6	0.421	17.85	18.9	1.03
No.7	0.330	17.9	18.5	1.15
No.8	0.241	17.7	22.0	1.12
No.9	0.154	17.7	19.1	1.27
No.10	0.054	17.7	12.5	1.22

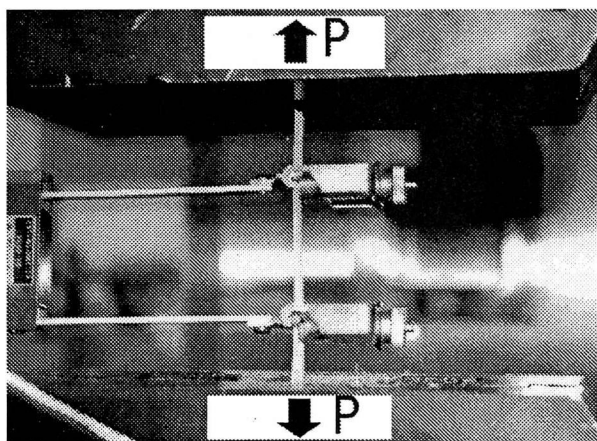


写真-3 引張強度試験

- (iii) 供試体の中央部分に伸び計を設置し、軸ひずみの測定を行なった(写真-3参照)。
- (iv) 载荷速度 0.2mm/min の変位制御で荷重を徐々に载荷し、一定荷重ごとに荷重と伸び量を測定した。
- (v) 試験は供試体が破壊するまで行った。

(2) 実験結果

層状の供試体に対する引張実験結果を図-6に示す。横軸は真かん部の厚さを無次元化したもので、縦軸は最大引張応力である。A1が今回の実験結果であり、A2～A4は尾田⁷⁾が調べた結果である。凡例中の括弧は、調べた竹のかん部の根元からの高さを示す。

径の外側に向かって最大引張応力は非線形に増加し、外側ほど最大引張応力が大きい結果が得られた。また、図中の破線は今回の実験に対して最小2乗法で2次曲線近似を描いたが、よく一致していることが確かめられた。このときの供試体の含水率は25%であり、尾田が行った引張試験の供試体は気乾状態(15%)であった。

(3) 維管束鞘の含有率と弾性係数

維管束鞘の含有率と弾性係数の関係を調べるため、それぞれの供試体の維管束鞘の含有率を横軸にとり、弾性係数を縦軸にとってプロットしたものを図-7に示す。この2変量間の相関係数は $\rho_{xy} = 0.9916$ となり、両者の間にはほぼ線形関係があった。図-7における維管束鞘の含有率と弾性係数の線形回帰式

$$\hat{E} = -1.47 + 23.09V_f, \quad \hat{E} > 0 \quad (4)$$

を得た。式(4)に $V_f = 1$ を代入したときの $\hat{E}$ が維管束鞘の弾性係数で $E_f = 21.62\text{GPa}$ となり、これは鋼の弾性係数のおよそ1割にあたる。また、 $V_f = 0$ のときは、 $\hat{E}$ が基地組織の弾性係数になるが、負の値となる。しかしながら、基地組織の弾性係数は負の値は有り得ないのでデータ最小値 $0 \leq E_m \leq 4\text{GPa}$ の間にあると思われる。

(4) 維管束鞘の含有率と引張強度

維管束鞘の含有率と最大引張強度の関係についても同様の相関関係を調べるためそれぞれの供試体の維管束鞘の含有率を横軸にとり、引張強度を縦軸にとってプ

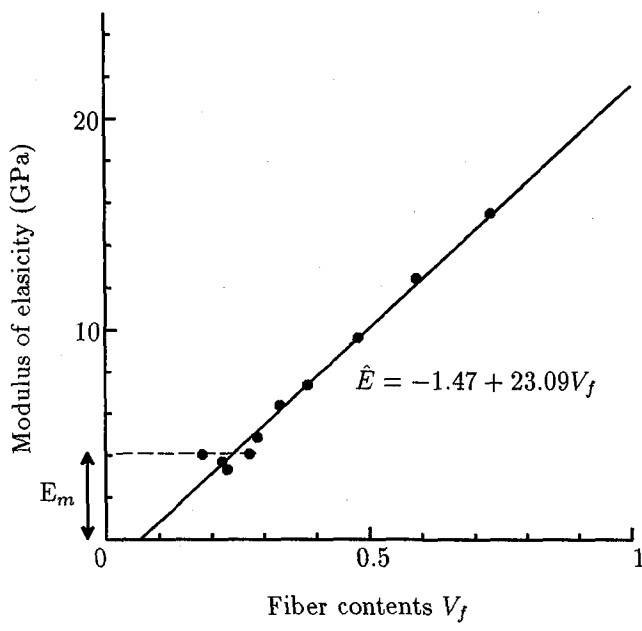


図-7 維管束鞘の含有率と弾性係数

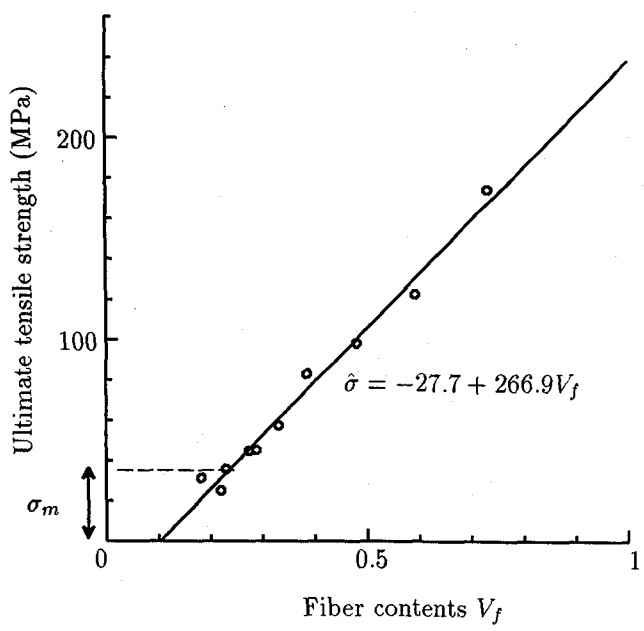


図-8 維管束鞘の含有率と引張強度

ロットしたものを図-8に示す。相関係数は $\rho_{xy} = 0.9918$ となり、両者の間にも線形関係があることが分かった。最小2乗法による線形回帰式は $\hat{\sigma} = -27.7 + 266.9V_f$ で、この式から維管束鞘の引張強度は $\sigma_f = 239.2\text{MPa}$ となり、鋼の引張強さの4割ほどであった。これも $V_f = 0$ のとき基地組織の引張強度は、上述の理由から $0 \leq \sigma_m \leq 40\text{MPa}$ の間にあると考えられる。維管束鞘については、弾性係数が鋼のおよそ1割であるのに対して、引張強さが鋼の4割ほどであることから、弾性係数が小さい割には引張強さが大きいと言える。また維管束鞘の含有率に対して、弾性係数で $\rho_{xy} = 0.9916$ 、引張強度で $\rho_{xy} = 0.9918$ と1に近い相関関係があるため、孟宗竹の真かん部の断面において外縁ほど弾性係数と引張強度が大きいことがわかった。

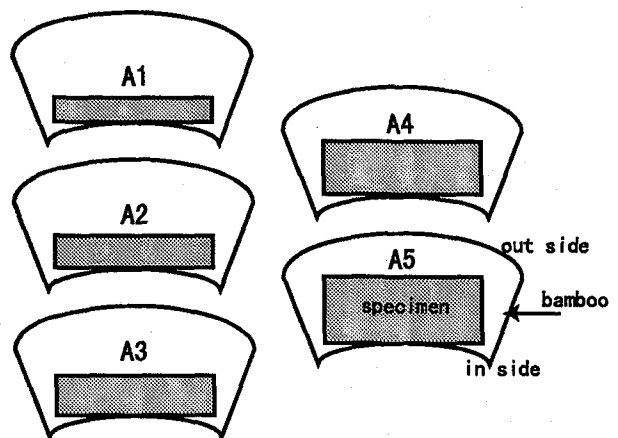


図-9 層状の供試体の取り出し

4.2 層状の供試体の曲げ試験

孟宗竹の真かん部を層状にスライスした供試体の曲げ試験について述べる。供試体の維管束鞘の含有率に対して、曲げ強度がどのように変化するかに着目した。

供試体は節無し供試体 A1~A5 と節あり供試体 B1,B2 を作成した。節無し供試体は、根元からの高さ1.9mに位置していた真かん部から図-9のように内皮側のA1から順次層を積み上げて短冊状に取り出した。A1が最も内側の維管束鞘の含有率が小さく、A5が最も維管束鞘の含有率が高い部分を含む。生育している孟宗竹を採取してから11日後に実験を行なった。このときの含水率は25.2%であった。節あり供試体は、根元からの高さ2.7mの孟宗竹の真かん部から、供試体

の中央の位置に節が存在するように短冊状に取り出し、それを層状にした。供試体を採取してから15日後に実験を行なった。このときの含水率は26.2%であり、それぞれの供試体の内径からの距離を正規化した位置、寸法及び質量を表-2に示す。

(1) 載荷方法

曲げ試験はスパン12cmの中央載荷の変位制御で行った。供試体は維管束鞘の含有率が高い部分が引張を受けるように、図-9の供試体の外側が下縁部分となるように設置した。節あり供試体については、節の部分が載荷点となるように設置した。

(i) 曲げ試験には曲げ強度試験用節無し供試体 A1~A5 と節あり供試体 B1,B2 を用い、これらの供試体の

表-2 層状の曲げ試験用供試体

供試体番号	位置 $(r - r_{in})/t$	長さ (cm)	幅 (mm)	厚さ (mm)	質量 (g)
A1	0.364	21.41	39.0	3.70	26
A2	0.381	21.15	41.17	4.18	31
A3	0.444	21.23	41.23	4.87	37
A4	0.474	21.26	40.83	5.20	40
A5	0.510	21.12	39.53	6.03	44
B1	0.638	19.9	35.97	6.03	38
B2	0.624	19.9	34.57	5.90	37

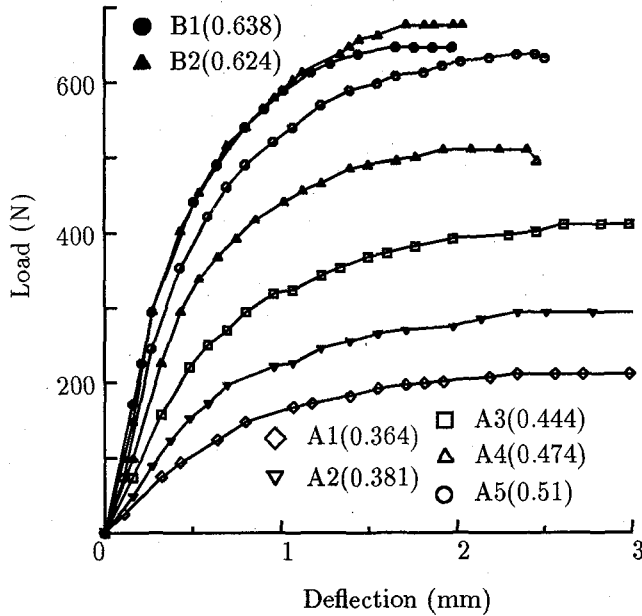


図-10 載荷点における荷重-たわみ曲線

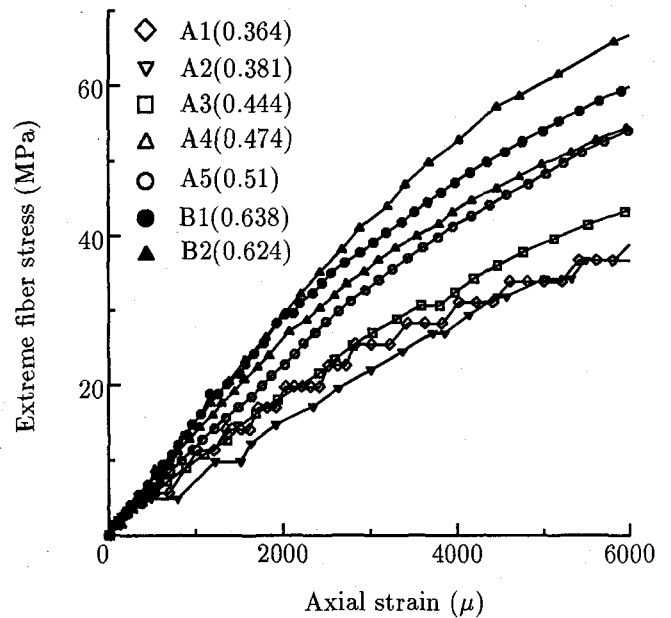


図-11 曲げ応力-軸ひずみ曲線

寸法を測定した。

- (ii) スパン中央部の下縁部分にひずみゲージを軸方向と直角方向に2つのひずみゲージを貼付した。
- (iii) 載荷は中央集中載荷のもと載荷速度 0.1mm/min の変位制御で載荷を行った。
- (iv) 荷重の載荷は供試体が破壊するまで続けた。

(2) 実験結果

図-10は層状供試体のかん部位置に対するたわみと荷重をプロットしたものである。図中のA1からA5は節がない供試体で層状の断面積が累加されている。A1が最も断面積が小さく、A2、A3…と番号が上がるにつれて断面積は大きくなり、A5は最も断面積が大きい。またB1、B2は載荷点に節がある供試体である。凡例の括弧は供試体の厚さで無次元化 $[0,1]$ したものである。

図-10において、各供試体の厚さが増加するにともなって見掛け上の弾性係数も大きくなり、このことから、この実験ではほぼ厚さに比例して荷重が増加傾向になった。

図-11は曲げを受ける各層厚さの供試体に対する軸ひずみ-曲げ応力曲線を示す。図-11の横軸は供試体の載荷点の下縁部分にひずみゲージを貼ったときの軸ひずみを、縦軸は $\sigma = My/I = PLy/(4I)$ から求めた各供試体の下縁応力を表す。

節あり供試体の弾性係数は、10.81GPa、12.83GPaであるのに対し、節無し供試体は、A2からA4の見掛けの弾性係数はA2から順番に6.98GPa、7.96GPa、9.96GPaと大きくなっており、これは引張部分の繊維の含有率が増えているため弾性係数も大きくなったものと考えられる。A1の弾性係数は7.05GPaでA2の弾性係数とほとんど変わらなかった。このことから節は曲げ剛性を高め、断面の維管束鞘の含有率が大きいほど弾性係数および曲げ応力も大きくなる傾向となった。

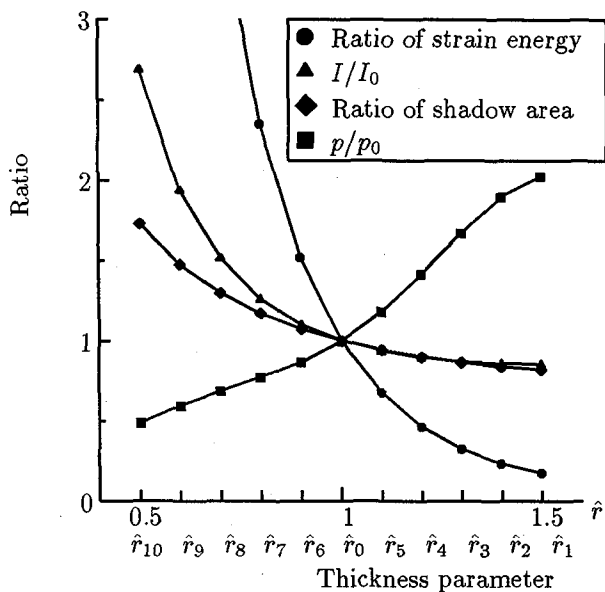


図-12 ひずみエネルギー比, 断面2次モーメント比, 投影面積比および p/p_0 比の変化

5. 考察

この章では, 孟宗竹の形態特性および真かん部の複合構造における力学的な合理性について考察する。

5.1 稈形状にみる形態特性について

実かん部の実体積を一定条件下のもとに, 稈の形状を試行関数 $\hat{r}_i$ として変化させたときの座屈耐荷力とひずみエネルギーの変化に注目する。高さ z による変断面を考慮した稈を片持ち梁モデルとし, 自重による座屈荷重をエネルギー法を用いて求めることとする。ひずみエネルギーは

$$U_{r_i} = \frac{1}{2} \int_0^h EI_{\hat{r}_i}(z) \left(\frac{d^2 v}{dz^2} \right)^2 dz \quad (5)$$

と表され, ここに, $I_{\hat{r}_i}(z)$ は形状関数によって変化する断面二次モーメントを表す。自重の高さ z 方向に対する関数は, 断面形状が円管の場合 $w(z) = \rho 2\pi \hat{r}_i(z) t_i$ (ρ は密度) であるから, それぞれ自重による外力ポテンシャルエネルギーは

$$V_{r_i} = -\frac{1}{2} \int_0^h p w(h-z) \left(\frac{dv}{dz} \right)^2 dz \quad (6)$$

となる。また, このときの座屈変形を

$$v = a_1 \left(1 - \cos \frac{\pi z}{2h} \right) + a_2 \left(1 - \cos \frac{3\pi z}{2h} \right) \quad (7)$$

と仮定する。自重による座屈荷重は Rayleigh-Ritz 法によって求められる。それらの結果を図-12に示す。図の横軸は形状関数の係数 $\hat{r}_i$ を示し, 縦軸は孟宗竹モデルを基準としたときのひずみエネルギー比, 断面2次モーメント比, 投影面積と自重による座屈荷重倍率 (p/p_0) をそれぞれ示す。

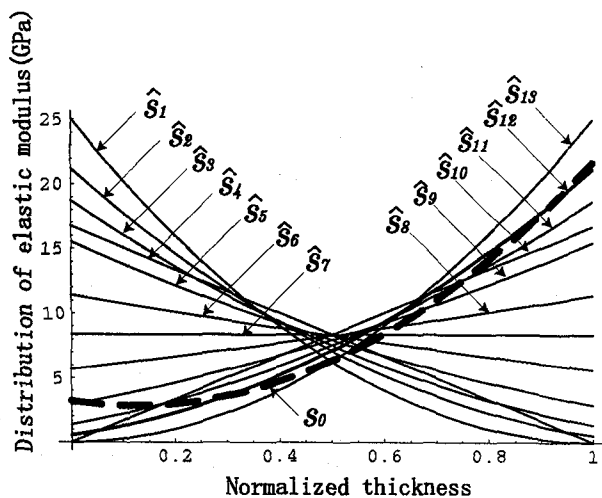


図-13 真かん部の弾性係数分布モデル

凸型の稈形状を持つ $\hat{r}_6 \sim \hat{r}_{10}$ は, 断面2次モーメント比とひずみエネルギー比に対して孟宗竹モデルよりも大きい傾向が得られた。一方, 凹形の稈形状 $\hat{r}_1 \sim \hat{r}_5$ は, ひずみエネルギー比に対しては, 実際の稈よりも小さいが, 座屈耐荷力比 p/p_0 では逆に凹形の方が孟宗竹の稈よりも大きい結果が得られた。稈形状 $\hat{r}_1 \sim \hat{r}_5$ は, 孟宗竹の稈よりも曲げに対しては有効な構造と言えるが, ひずみエネルギーが小さくなるので靱性が低くなる。これらのことから, 孟宗竹の稈形状はこれらの中で最も合理的な形状であると言える。

5.2 真かん部にみる複合構造について

この節では, 項 3.1(1) の真かん部内の組織構造における複合構造の力学特性を考察する。実験で得られた半径方向に対する維管束鞘の含有率と, 維管束鞘と基底組織の弾性係数を用いて, 孟宗竹の半径方向に対する弾性係数分布を考える。試行関数による弾性係数分布の組織構造を持つ均一断面の片持ち梁が, 等分布荷重 p を受ける場合の孟宗竹の複合材料としての力学的特性を調べた。

維管束鞘の含有率と弾性係数の関係式 (4) に, 含有率 100% ($V_f = 1$) を代入することで維管束鞘の弾性係数 $E_f = 21.62 \text{ GPa}$ が得られたが, 基底組織の弾性係数は特定することができなかった。ここでは $E_m = 2 \text{ GPa}$ と仮定する。真かん部の厚さで正規化し, その弾性係数分布モデルを図-13に示す。実際の孟宗竹の弾性係数分布を図中の破線で示した。 $S_0 \sim S_{13}$ までの弾性係数分布関数のうち, S_0 は観察で得られた孟宗竹の分布状態を, $\hat{S}_4$ は外縁で0となる線形分布を, $\hat{S}_{10}$ は $\hat{S}_4$ とは逆に内縁で0となる線形分布を, さらに $\hat{S}_7$ は一定分布とし, 残りは2次関数分布と設定した。この分布は単に軸ひずみが一定時には応力分布に対応する。

構造モデルは図心位置0をかん部中心とし、真かん部の内縁位置を0.9、外縁までの半径を1と正規化した上で、真かん部の断面を10層に分割し各弾性係数分布に応じた積層の曲げ剛性 $E_i I_i$ を算出した。この断面内に単位曲げモーメントが作用させたときの曲げによるひずみエネルギーを式(3)から求めた。また、座屈耐荷力算定には、前節と同様にそれぞれの組織構造をもつ同一断面の片持ち梁が座屈変形 v を想定した上で座屈荷重 p_0 を求めた。図-14は、実竹の弾性係数分布 S_0 の物理量を基準としたときの、それぞれの弾性係数分布に対するひずみエネルギー比、曲げ剛性比および座屈荷重倍率 p/p_0 を表したものである。この図の横軸はそれぞれの組織構造の外縁側の弾性係数の値で、その下にそれぞれの組織構造の弾性係数関数 $\hat{S}_i$ を示し、縦軸は孟宗竹に対するひずみエネルギー比、曲げ剛性比および最大等分布耐荷力比をそれぞれ表す。

図-14に示すように、孟宗竹のひずみエネルギーは小さくなるが、曲げ剛性と最大耐荷力は大きくなる傾向となった。特に、内縁側に弾性係数の値が大きい $\hat{S}_1$ 分布は、孟宗竹に比べてひずみエネルギー比で6.36、曲げ剛性比で0.16、最大耐荷力で0.4の比率となっており、曲げ作用力に対して不利な構造であることが分かる。 $\hat{S}_i$ の弾性係数に対する曲げ剛性比と最大耐荷力比の変化はほぼ線形的に増加傾向にあるが、ひずみエネルギーの変化は非線形的に減少する傾向を得た。

孟宗竹よりも外縁側の弾性係数の値が大きい $\hat{S}_{13}$ になると、ひずみエネルギー比は小さくなり、曲げ剛性比と最大耐荷力比は大きくなるが、ひずみエネルギー比は最も小さくなる。よって孟宗竹は、外縁側に維管束鞘が存在するほど曲げに対して有効な構造となるが、その外縁部分が欠損した場合には、内側の維管束鞘の含有率が小さいため、著しく耐力が低下することが予想できる。そのために、孟宗竹は、内縁および外縁側にも全く偏った弾性係数分布とはならず、安全側を見越して、孟宗竹が恣意的に維管束鞘を配置しているものと考えられる。

6. 結論

本研究では、孟宗竹の観察と強度試験を通してその構造形態の力学的な仕組みを理解し、孟宗竹の組織構造が自然環境下で合理的な構造を有しているものと考えられる。以下に、本研究から得られたことをまとめる。

- (i) 孟宗竹の観察を通して、力学的に理に適った構造形態および複合構造を有している結果が得られた。
- (ii) 真かん部の観察により強化繊維である維管束鞘の含有率が、半径方向に対して非線形的に増加しており、強度試験により維管束鞘の弾性係数および引張強度が基地組織の6~10倍であり、断面での維管束鞘の含有率が大きいほど曲げ剛性も大きくな

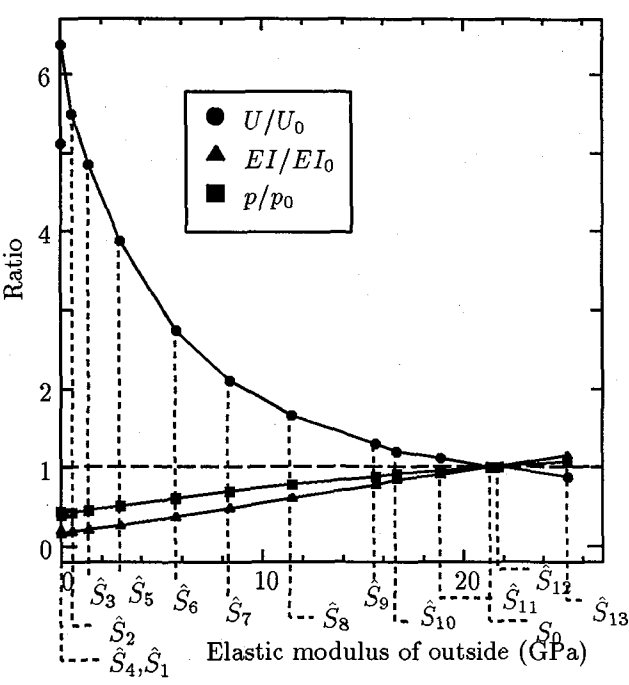


図-14 矩形断面におけるひずみエネルギー、曲げ剛性および最大等分布荷重の比率

- ることが実験から明らかになった。
- (iii) 真かん部の弾性係数分布(維管束分布)は、滑らかであることから応力集中を緩和している。例えば、鉄筋コンクリート部材の鉄筋配筋法などの利用に役立つものと思われる。
- (iv) 孟宗竹の稈全体形状である円錐形は、曲げひずみエネルギー、断面2次モーメント、投影面積および自重による座屈荷重の指標から優れた形状であることが分かった。
- (v) 複合材料の配置モデルとして真かん部の弾性係数分布モデルは、曲げひずみエネルギー比、断面剛性比および最大耐荷力比の指標から、自然の孟宗竹が曲げに対して合理的な複合構造であることが分かった。

参考文献

- 1) 日本機械学会：構造・材料の最適設計，技報堂出版，1989.
- 2) Hertel, H. : Structure-Form-Movement, Reinhold Pub. Co., 6, 1963.
- 3) Roux, W. : Gesammelte Abhandlungen einer Entwicklung-mechanick der Organismen, Iu. II, Engelman, 1895.
- 4) Wainwright, S. A. : Mechanical Design in Organisms, Edward Arnold, 268, 1976.
- 5) バイオメカニズム学会編，生物に学ぶバイオメカニズム，工業調査会，1987.
- 6) 尾田 十八：竹のバイオメカニクス，バイオメカニズム学会誌，5-1, pp.7-13, 1981.

- 7) Oda, J. : Minimum weight design problems of fiber-reinforced beam subjected to uniform bending, Trans. ASME., Ser. R., 107-1, pp.88-93, 1985.
- 8) 茂庭忠次郎:竹の研究, 土木技術社, 1943.
- 9) 有尾一郎・中沢正利:竹材の節構造から学ぶ円筒系橋脚構造, 第5回システム最適化に関するシンポジウム講演論文集, Vol.5, 1997
- 10) 島地謙・須藤彰司・原田浩:木材の組織, 森北出版, 1976.
- 11) Standler, W., Journal of Mech. appl. Math. 31(2), p.169, 1978.

謝辞

本研究は平成 10・11 年度科学研究補助金 (奨励研究 A) による研究成果の一部をまとめたものであり, ここに謝意を表す.

(1999 年 9 月 17 日受付)