

道路橋橋脚の動的解析における基礎の減衰定数に関する考察

Study on the Damping Factor of Foundation in the Dynamic Analysis of the Highway Bridge Pier

大塚 久哲*, 高野 道直**, 小山 保郎**, 川野 亮***

Hisanori Otsuka, Michinao Takano, Yasuo Oyama, Ryo Kawano

* 工博 九州大学大学院教授 工学研究科建設システム工学専攻 (〒812-8581 福岡市東区箱崎 6-10-1)

** 第一復建株式会社 構造部 (〒812-0016 福岡市博多区博多駅南 3-5-28)

*** 九州大学大学院工学研究科建設システム工学専攻 修士課程 (〒812-8581 福岡市東区箱崎 6-10-1)

In the dynamic analysis of the highway bridge piers, the foundations are usually treated as the sway-rocking models. It seems that the damping factors of foundations in sway-rocking models are determined without relating to the soil and the foundation types. However, it is clear that the actual damping factors vary according to the soil and the foundation types.

In this study, for pile foundations, the values of the damping factors are investigated by comparing the results of nonlinear time history analysis using the two-dimensional FEM model.

Key Words: Damping Factor, Pile Foundation, SR Model, FEM Model

1. はじめに

道路橋橋脚の動的解析において、基礎は水平、回転、鉛直の3つのバネに簡略化して置き換えられる場合が多く、そのときの基礎の減衰定数は明確な決定根拠がないため、地盤条件および基礎の形式に関わらず一律の値が用いられているようである。すなわち、道路橋の設計実務においては安全側の設計を考え、道路橋示方書の耐震設計編に提示されている減衰定数の参考値の下限值を用いているのが実状のようである。

設計上の基礎の減衰定数は地盤固有の減衰と基礎本体の減衰とを重ね合わせて1つの等価な値としている。基礎の減衰定数を地盤固有の減衰と基礎本体の減衰とに分けて分析した場合、前者は土質別に後者は基礎の形状別に異なることが実証されており²⁾³⁾、実際の基礎の減衰定数は地盤条件や基礎の種別によって異なり、一律に評価できないのは明らかである。

本研究では、杭基礎構造物を対象に上述のように基礎をバネに置き換えて簡略化したモデル(以下SRモデルと称する)と2次元FEMによる下部構造-地盤系の一体型モデル(以下FEMモデルと称する)の2種類のモデルを設定し、地震応答解析結果の比較を行い、SRモデルの減衰定数の設定について考察したものである。

2. 解析モデルおよび解析方法

本研究では杭基礎(場所打ち杭)に支持された張り出し式RC橋脚について検討を行った。

2.1 解析条件及び検討ケース

表-1 地盤物性値

N値	----	2	15	50
土質区分	----	粘性土	砂質土	砂質土
単位体積重量 γ (kN/m ³)		14.7	17.7	19.6
せん断抵抗角 ϕ (°)		10	25	30
粘着力 c (kN/m ²)		14.7	0	0
せん断弾性係数 G (kN/m ²)		23827	70115	173841

表-2 検討ケース一覧

杭長	杭周面 地盤条件	橋脚の固有周期 T_p (sec)		
		$T_p < 0.65$	$0.95 < T_p < 1.05$	$1.35 < T_p$
L=12.0m (L/D=10.0)	粘性土(N=2)	Case 1	Case 2	Case 3
	砂質土(N=15)	Case 4	Case 5	Case 6
L=21.0m (L/D=17.5)	粘性土(N=2)	Case 7	Case 8	Case 9
	砂質土(N=15)	Case10	Case11	Case12
L=30.0m (L/D=25.0)	粘性土(N=2)	Case13	Case14	Case15
	砂質土(N=15)	Case16	Case17	Case18

※先端支持地盤はN値50

地盤は杭周面地盤と杭先端支持地盤の2層からなる水平成層地盤とした。杭周面地盤はN値が2の粘性土またはN値が15の砂質土の2種類とし、杭先端支持地盤はN値が50の砂質土とした。解析に用いた地盤の物性値を表-1に示す。

表-1に示した地盤条件に対し、橋脚の固有周期 T_p および杭長 L をパラメトリックに変化させて、表-2に示す計18ケースの検討モデルを作成した。まず橋脚の固有周期 T_p に関して、短周期 ($T_p < 0.65$)、中間周期 ($0.95 < T_p < 1.05$)、長周期 ($1.35 < T_p$) の3種類の周期帯にある橋脚を考えた。この橋脚に対し杭長 L が12m、21m、30mの3種類の杭基礎を有する地盤を設定した。各ケースの構造諸元を表-3に示す。なお同表には、道路橋示方書V耐震設計編に従って算定した地盤の特性値 T_g を併記している。

表-3 各ケースの構造諸元

case	土質	杭長 (m)	杭本数 (本)	上部工重量 (kN)	橋脚径 (m)	支承条件	橋脚高 (m)	Tp (sec)	Tg (sec)	Tp/Tg
case 1	粘性土	12	3	7698	2.0	固定	5	0.425	0.422	1.007
case 2	粘性土	12	3	7698	2.2	ゴム	6	1.034	0.422	2.449
case 3	粘性土	12	6	9807	4.0	ゴム	30	1.380	0.470	2.937
case 4	砂質土	12	3	7698	2.0	固定	5	0.625	0.270	2.318
case 5	砂質土	12	3	7698	2.2	ゴム	6	1.041	0.270	3.861
case 6	砂質土	12	5	9807	4.0	ゴム	30	1.427	0.300	4.756
case 7	粘性土	21	3	7698	2.0	固定	5	0.343	0.708	0.484
case 8	粘性土	21	4	7698	2.2	ゴム	6	1.002	0.708	1.415
case 9	粘性土	21	9	9807	4.0	ゴム	30	1.327	0.756	1.757
case10	砂質土	21	3	7698	2.0	固定	5	0.337	0.452	0.746
case11	砂質土	21	3	7698	2.2	ゴム	6	1.030	0.452	2.277
case12	砂質土	21	7	9807	4.0	ゴム	30	1.356	0.483	2.810
case13	粘性土	30	3	7698	2.0	固定	5	0.405	0.994	0.408
case14	粘性土	30	4	7698	2.2	ゴム	6	0.995	0.994	1.001
case15	粘性土	30	6	9807	4.0	ゴム	30	1.361	1.041	1.307
case16	砂質土	30	3	7698	2.0	固定	5	0.567	0.635	0.894
case17	砂質土	30	3	7698	2.2	ゴム	6	1.026	0.635	1.617
case18	砂質土	30	4	9807	4.0	ゴム	30	1.491	0.665	2.242

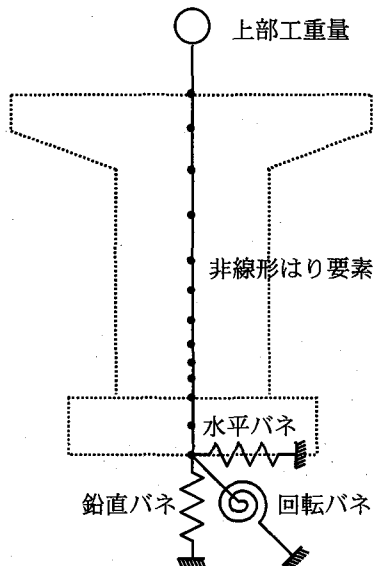
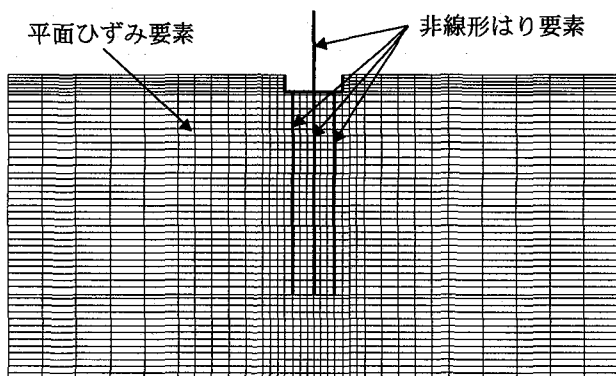


図-1 SRモデル図

(ただし水平バネと回転バネの連成は考慮した)



フーチング部は剛な梁にモデル化している

図-2 FEMモデル図

2.2 解析モデル

解析に用いたSRモデルとFEMモデルの概要を以下に示す。

(1) SRモデル

図-1にSRモデル図を示す。SRモデルでは橋脚を非線形はり要素でモデル化し、基礎は線形の集約バネ(水平バネ、

表-4 橋脚のM-φ関係

	Mc (kN・m)	φc (1/m)	My (kN・m)	φy (1/m)	Mu (kN・m)	φu (1/m)
case 1	9273	1.11E-04	18494	1.10E-03	19796	3.08E-02
case 2	10980	9.98E-05	20516	9.78E-04	22264	2.85E-02
case 3	83153	5.56E-05	264482	5.72E-04	313651	2.19E-02
case 4	9273	1.11E-04	18494	1.10E-03	19796	3.08E-02
case 5	10980	9.98E-05	20516	9.78E-04	22264	2.85E-02
case 6	83153	5.56E-05	265003	5.69E-04	313438	1.85E-02
case 7	9259	1.11E-04	18254	1.10E-03	19543	3.08E-02
case 8	10980	9.98E-05	20516	9.78E-04	22264	2.85E-02
case 9	88252	5.51E-05	341509	5.83E-04	393352	1.96E-02
case10	9259	1.11E-04	18254	1.10E-03	19543	3.08E-02
case11	10980	9.98E-05	20516	9.78E-04	22264	2.85E-02
case12	88252	5.51E-05	341509	5.83E-04	393352	1.96E-02
case13	9273	1.11E-04	18494	1.10E-03	19796	3.08E-02
case14	10980	9.98E-05	20516	9.78E-04	22264	2.85E-02
case15	88723	5.48E-05	358970	5.91E-04	429468	1.54E-02
case16	9273	1.11E-04	18494	1.10E-03	19796	3.08E-02
case17	10980	9.98E-05	20516	9.78E-04	22264	2.85E-02
case18	88070	5.52E-05	334585	5.80E-04	378755	2.23E-02

表-5 杭体のM-φ関係

	Mc (kN・m)	φc (1/m)	My (kN・m)	φy (1/m)	Mu (kN・m)	φu (1/m)
case 1	621	2.12E-04	2256	2.43E-03	3316	2.09E-02
case 2	550	1.90E-04	1994	2.39E-03	3080	4.53E-02
case 3	641	2.28E-04	1951	2.41E-03	2819	2.23E-02
case 4	720	2.43E-04	2532	2.56E-03	3755	2.75E-02
case 5	571	2.06E-04	1641	2.36E-03	2484	4.97E-02
case 6	655	2.43E-04	1570	2.36E-03	2197	2.46E-02
case 7	541	1.89E-04	1902	2.37E-03	2944	4.63E-02
case 8	508	1.82E-04	1576	2.29E-03	2427	5.15E-02
case 9	560	1.89E-04	2374	2.50E-03	4000	3.69E-02
case10	570	2.02E-04	1790	2.38E-03	2732	4.74E-02
case11	578	2.05E-04	1806	2.39E-03	2751	4.72E-02
case12	596	2.01E-04	2291	2.47E-03	3537	4.20E-02
case13	605	2.11E-04	2014	2.38E-03	2948	2.22E-02
case14	485	1.77E-04	1390	2.23E-03	2138	5.48E-02
case15	662	2.24E-04	2437	2.48E-03	3565	2.01E-02
case16	715	2.45E-04	2437	2.52E-03	3517	1.98E-02
case17	568	2.07E-04	1567	2.34E-03	2366	5.07E-02
case18	799	2.62E-04	2965	2.66E-03	4375	2.51E-02

鉛直バネ、回転バネ)でモデル化した。橋脚の非線形はり要素のM-φ関係は表-4を用いた。バネ定数は検討対象とした表-1に示す地盤条件に基づき道路橋示方書V耐震設計編に従い算出した値を用いた。減衰定数は橋脚およびフーチングでは0.02とし、地盤バネでは道路橋示方書に提示してある参考値の下限値の0.10、上限値の0.30とした。また参考として地盤バネの減衰定数を0.50とした解析も行った。

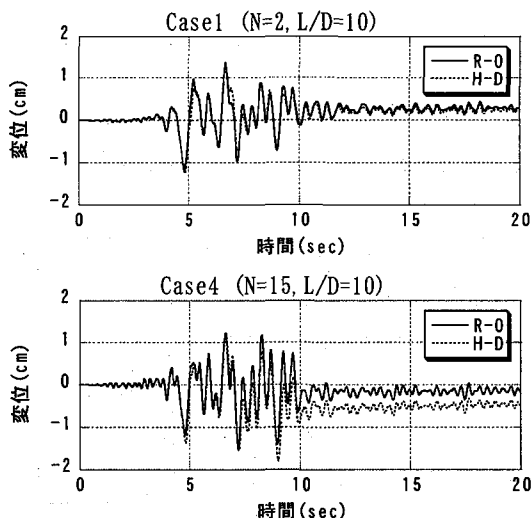


図-3 橋脚天端の変位

SRモデルにおける地盤バネのバネ定数の値が応答に及ぼす影響については別途計算を行い、地盤の初期剛性を1/10にして算定した地盤バネのバネ定数を用いても橋脚天端の変位は10%程度しか変化がないことを確認している。したがってここでは、地盤バネのバネ定数をパラメータにとることはしない。

(2) FEM モデル

図-2にFEMモデル図を示す。FEMモデルでは橋脚はSRモデルと同じく非線形はり要素でモデル化した(表-4)。地盤を平面ひずみ要素、杭を非線形はり要素でモデル化した。杭体のM- ϕ 関係は表-5を用いた。2次元でのモデル化であるため、地盤の解析対象奥行きはフーチングと同じとし、杭は奥行き方向の杭本数分の物性値を1本のはり要素に与え集約した。地盤の非線形性はせん断応力-せん断ひずみの関係に修正R-0モデルを適用することにより考慮した。修正R-0モデルに必要なパラメータは参考文献4)より求めた動的特性($G-\gamma$, $h-\gamma$ 関係)より決定した。また境界条件として側方に粘性境界を、底面には入力動が露頭波(2E)の場合には粘性境界を、層内波(E+F)の場合には固定境界を用いた。減衰定数は、橋脚およびフーチングではSRモデルと同じく0.02とし、杭体で0.02、地盤で0.02とした。

ここでFEM解析において利用されるもう1つの地盤の非線形モデルであるH-Dモデルと修正R-0モデルの差について見ておく。図-3はCase1とCase4における両モデルの橋脚天端の変位の違いを示したものである(入力地震動は神戸大学波)。この結果から地盤が硬い場合に両者の差が大きいようである。いずれのモデルを使うかについては明確な判断材料がないので以後のパラメトリックスタディにおいては修正R-0モデルを使用した。

2.3 入力地震動

本研究では大規模地震動を想定するという意味で兵庫県南部地震の際に観測された地震波の内、基盤と考えられる地点で観測された、神戸大学GL0.0mEW成分(2E)(以下、神戸大学波と称する)、および神戸ポートアイランドGL-

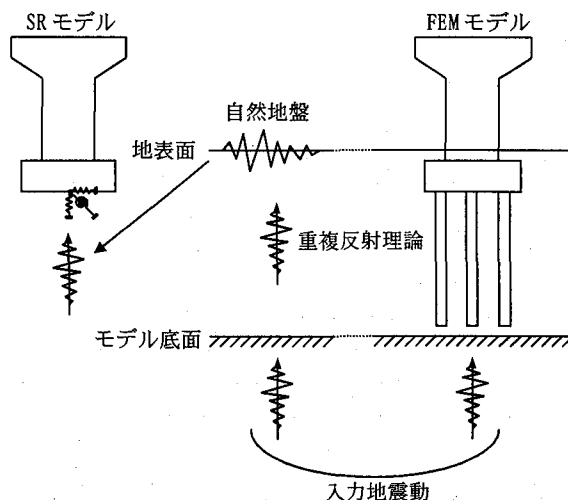


図-4 入力地震動の考え方

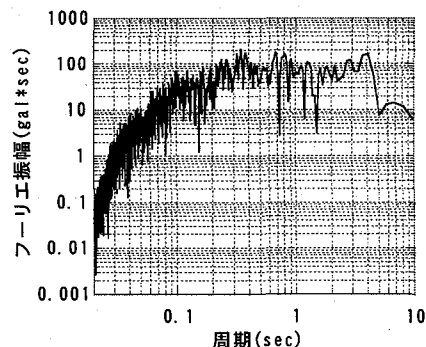
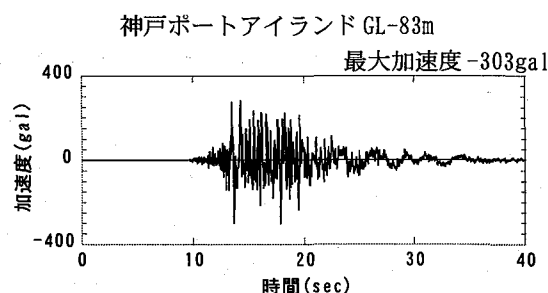
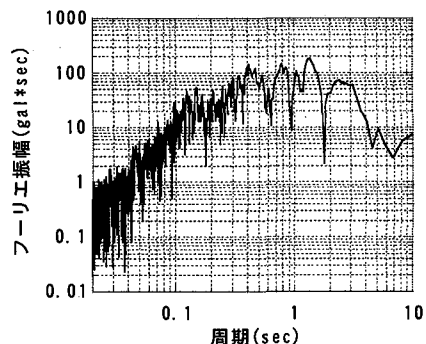
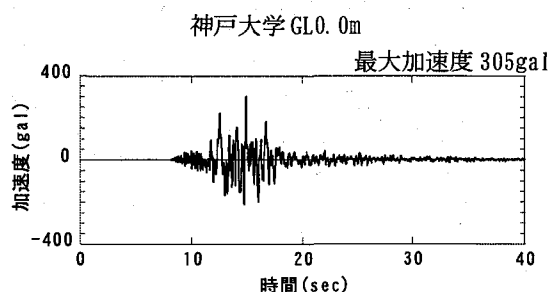


図-5 入力地震動

表-6 橋脚天端の最大応答変位

	神戸大学波				神戸PI波			
	FEM	SR			FEM	SR		
		h=0.10	h=0.30	h=0.50		h=0.10	h=0.30	h=0.50
case 1	1.382	3.731	2.047	1.596	3.087	5.636	3.298	2.293
case 2	3.106	3.810	2.255	-	5.406	7.987	4.504	-
case 3	8.356	9.932	6.224	5.112	8.110	14.220	10.020	8.500
case 4	1.534	3.989	2.623	1.953	3.726	8.388	4.969	3.469
case 5	1.623	1.829	1.437	1.260	3.257	3.436	2.201	1.772
case 6	6.875	6.732	4.863	3.858	7.728	9.753	7.745	6.704
case 7	1.083	1.253	0.831	0.691	1.207	1.787	1.027	0.852
case 8	4.404	4.793	2.884	-	6.799	7.904	4.943	-
case 9	8.942	12.610	11.690	10.960	7.920	7.862	7.437	7.112
case10	0.552	0.791	0.515	0.452	1.069	1.351	0.969	0.855
case11	2.501	2.651	1.775	1.478	6.938	7.746	4.450	3.215
case12	6.805	9.174	8.368	7.838	5.980	6.260	5.775	5.661
case13	0.905	3.136	1.691	1.244	0.927	2.861	1.740	1.254
case14	2.447	2.922	1.918	-	2.777	4.267	2.697	-
case15	11.119	9.054	6.644	5.161	9.932	10.240	5.282	4.150
case16	1.044	3.153	2.189	1.845	1.739	5.153	3.855	2.997
case17	2.294	2.706	1.785	1.482	5.856	7.591	4.275	3.099
case18	7.868	11.310	9.198	7.447	8.313	10.650	7.582	6.278

(単位: cm)

83mEW 成分(E+F) (以下、神戸PI波と称する) の2つの地震波を用いた。

FEMモデルとSRモデルの両モデルに同じ地震波を入れることは適当でない。そこで両モデルでの整合性をとるためにFEMモデルではこの観測波形をモデル底面から入力することとし、SRモデルでは重複反射理論により地表面位置に引き上げた波形を入力することとした(図-4参照)。ここで重複反射理論を用いた理由は、基盤波が与えられたとした場合、実務設計では重複反射理論によって作成した地表面波を用いて以後の計算を行うことが一般的と考えられるためである。図-5に観測波形の加速度時刻歴、フーリエスペクトルを示す。

3. SRモデルの地盤バネの減衰定数の違いが応答に及ぼす影響

ここではSRモデルの基礎の減衰定数の違いが応答に与える影響について考察する。表-6はSRモデルで地盤バネの減衰定数を $h=0.10$, 0.30 , 0.50 と変えた場合及びFEMモデルにおける橋脚天端の最大応答変位を示したものであり、表-7は橋脚基部の応答塑性率を示したものである。表-6で地盤バネの減衰定数を道路橋示方書に提示してある参考値の下限值である 0.10 とした場合と上限値である 0.30 とした場合を比較すると、case9, case12のように応答値が1割程度しか低減されていないケースもあるが、平均するとおよそ7割程度に低減されており、地盤バネの減衰定数が応答結果に及ぼす影響は大きいことがわかる。また橋脚の固有周期が長い場合に減衰定数の変動による応答値への影響が大きい傾向にある。

表-7の応答塑性率の比較をみると、地盤バネの減衰定数を $h=0.10$ とした場合には降伏にいたっているケースでも、

表-7 橋脚基部の応答塑性率

	神戸大学波				神戸PI波			
	FEM	SR			FEM	SR		
		h=0.10	h=0.30	h=0.50		h=0.10	h=0.30	h=0.50
case 1	0.677	4.235	0.776	0.453	5.947	8.431	2.059	1.192
case 2	4.122	5.407	2.290	-	8.602	10.414	5.008	-
case 3	0.529	0.631	0.398	0.308	0.611	0.960	0.669	0.554
case 4	0.601	0.983	0.436	0.137	4.001	10.133	1.872	0.714
case 5	1.450	1.792	1.025	0.836	5.155	4.805	2.153	1.382
case 6	0.386	0.428	0.303	0.220	0.590	0.638	0.518	0.439
case 7	0.602	1.341	0.715	0.522	1.252	2.646	0.913	0.692
case 8	6.595	7.467	3.965	-	10.464	11.308	6.472	-
case 9	0.565	0.793	0.736	0.691	0.527	0.501	0.483	0.471
case10	0.362	0.719	0.382	0.276	0.936	1.614	0.890	0.748
case11	3.064	3.680	1.717	1.186	10.587	11.190	5.482	3.526
case12	0.446	0.583	0.540	0.509	0.459	0.406	0.369	0.352
case13	0.378	3.290	0.680	0.360	0.698	2.738	0.728	0.362
case14	3.180	4.723	2.625	-	4.272	6.808	3.753	-
case15	0.569	0.485	0.369	0.285	0.629	0.555	0.283	0.217
case16	0.464	0.766	0.314	0.153	0.864	3.728	0.994	0.622
case17	2.597	3.866	1.801	1.248	8.852	11.211	5.347	3.457
case18	0.332	0.427	0.322	0.231	0.403	0.396	0.248	0.178

$h=0.30$ とすると降伏まで達していないケースもみられる。また、 $h=0.10$ および $h=0.30$ のいずれでも降伏にいたっているケースでも両者を比較すると応答塑性率は大幅に低減されていることから、地盤バネの減衰定数が応答結果に及ぼす影響は大きいことがわかる。

4. SRモデルとFEMモデルの比較による考察

この章では前章でのSRモデルにおける地盤バネの減衰定数が応答結果に与える影響が大きいということをもふまえて、SRモデルとFEMモデルの解析結果を比較することにより、適切な基礎の減衰定数について考察する。ここで入力地震動は図-5に示す波形を用いた。

4.1 橋脚の固有周期 T_p の違いによる比較

ここでは、地盤条件(土質・杭長)が同じ場合について、橋脚の固有周期 T_p の違いが応答に及ぼす影響についてみていく。図-6、図-7はSRモデルとFEMモデルの橋脚天端の最大応答変位を地盤条件別に比較したものであり、横軸に橋脚の固有周期を、縦軸にFEMモデルの解析結果に対するSRモデルの解析結果の比をとったものである。全体的な傾向として T_p が小さいときは地盤バネの減衰定数を大きくとったほうがFEMモデルとSRモデルの結果があっており、 $h=0.50$ としてもよい場合があるが、例外的に $T_g=0.71$ のやや軟弱な地盤においては $h=0.10$ としたほうがよい。逆に T_p が大きい場合には $h=0.10$ 程度しかとれない場合が多い。また T_p の大小に関わらず $T_g=0.71 \sim 0.76$ 程度のやや軟弱な地盤においては、 $h=0.10$ 程度とすべきことがわかる。これらの傾向は図-6、図-7を比較することにより、地震波によらず同様であることがわかる。

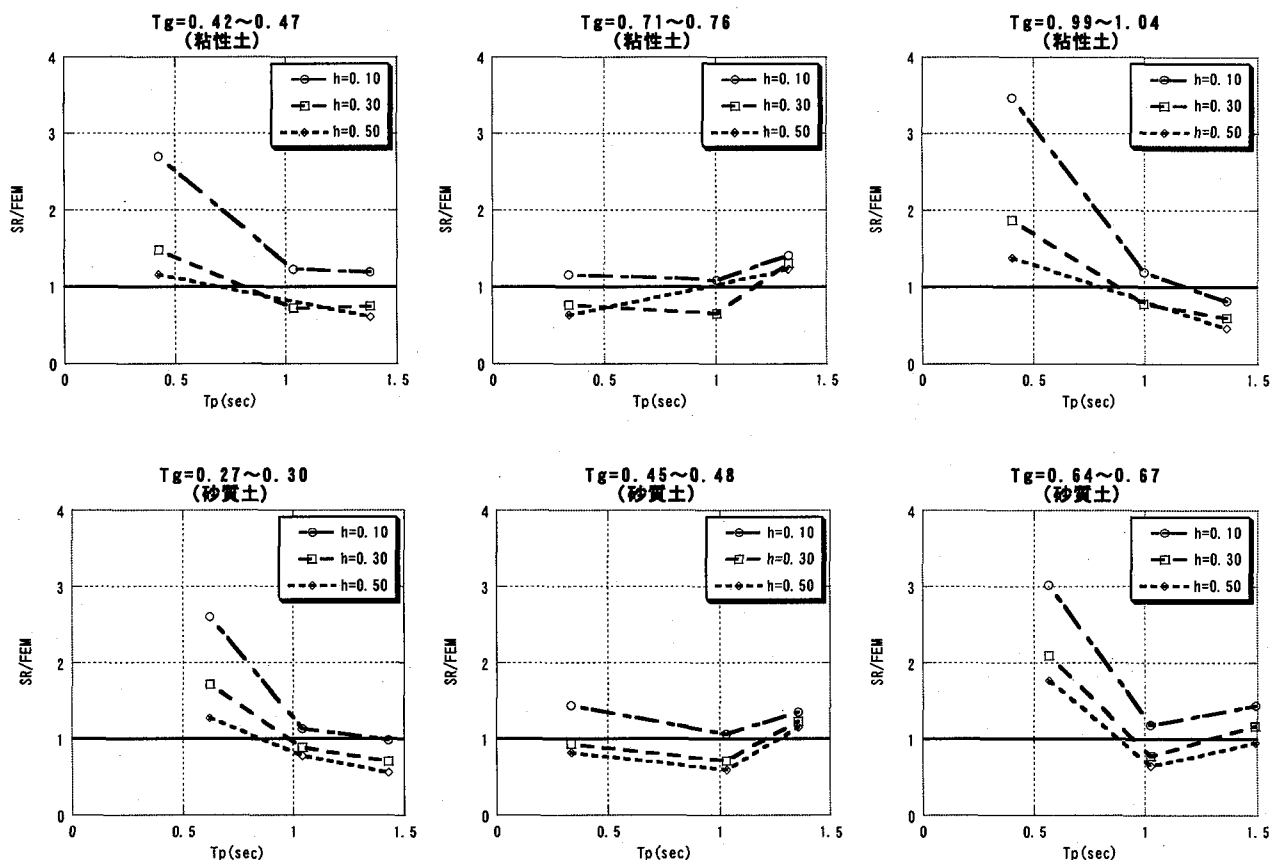


図-6 橋脚天端の最大変位の比較(神戸大学波)

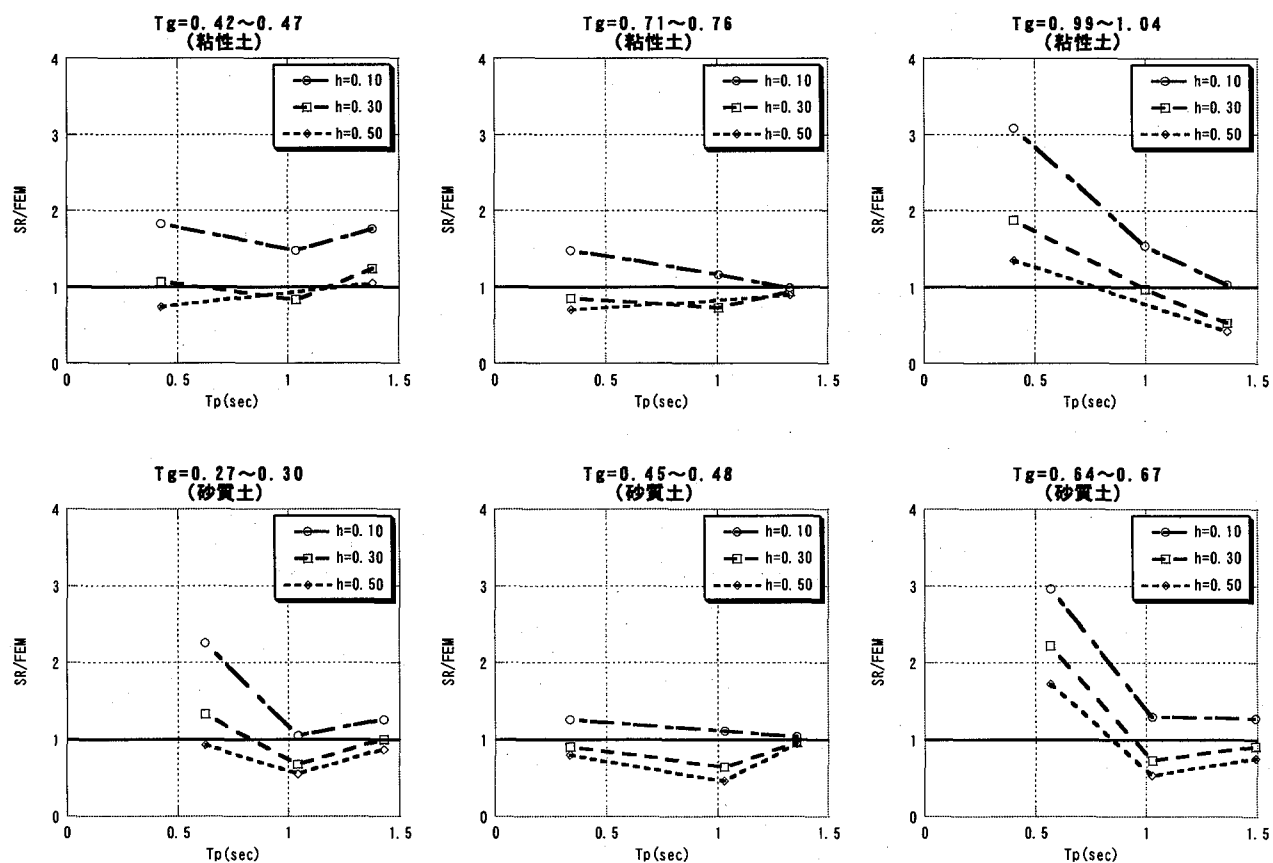


図-7 橋脚天端の最大変位の比較(神戸PI波)

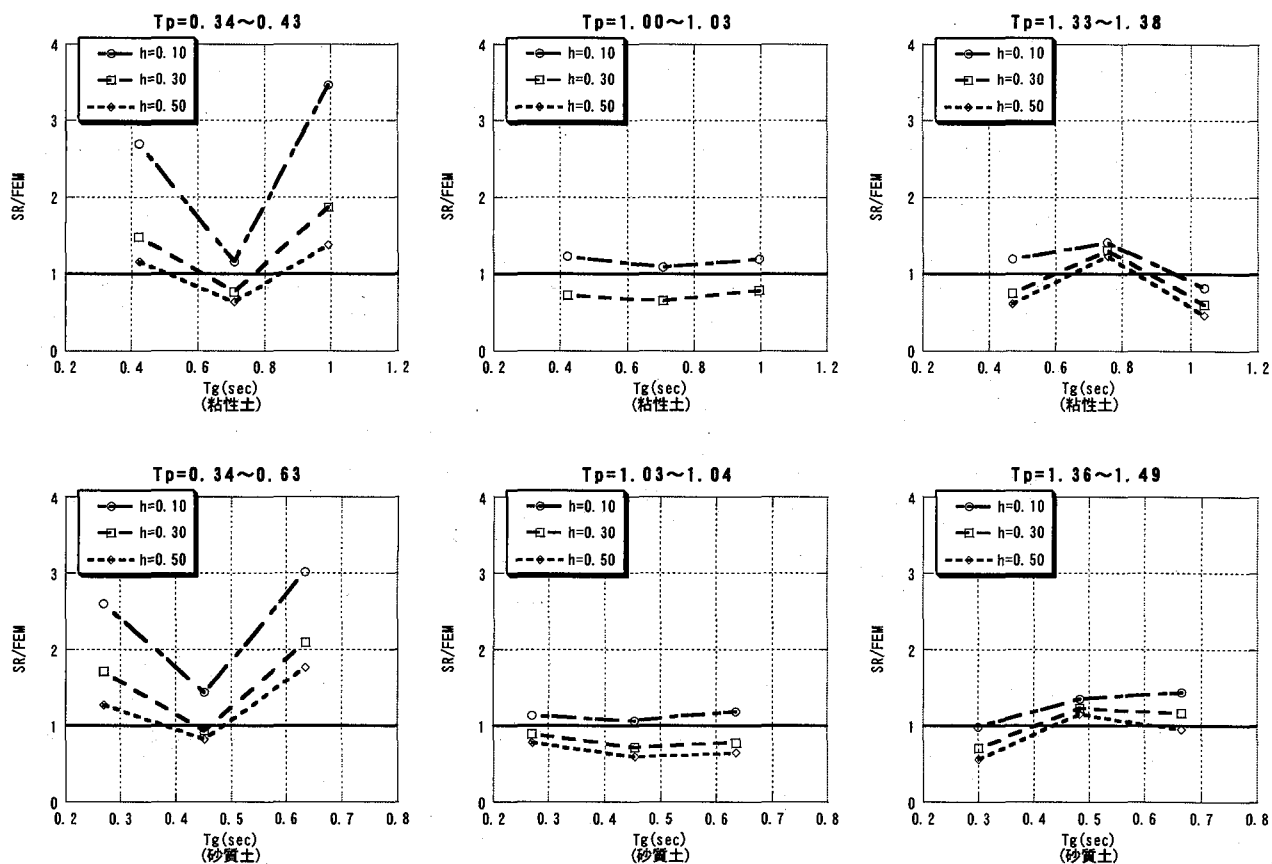


図-8 橋脚天端の最大変位の比較(神戸大学波)

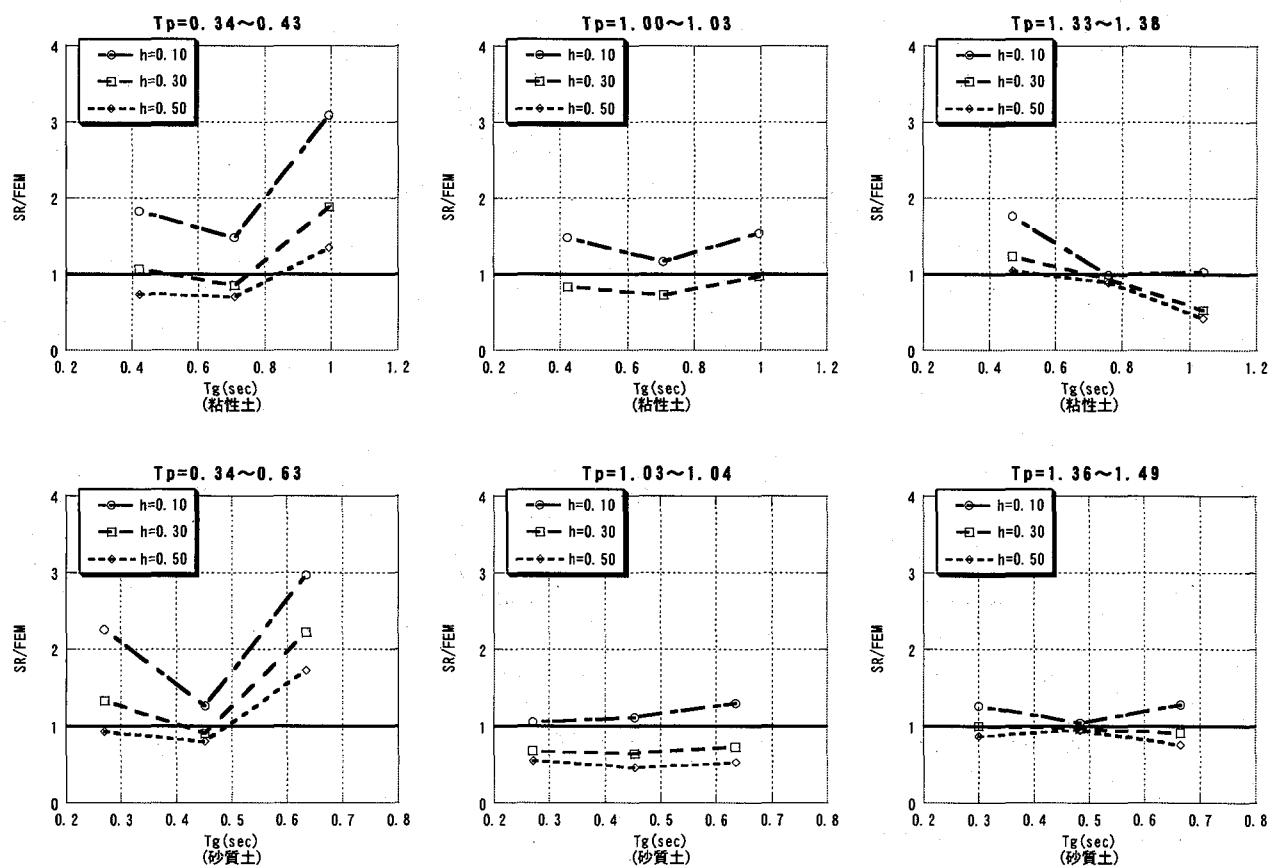


図-9 橋脚天端の最大変位の比較(神戸PI波)

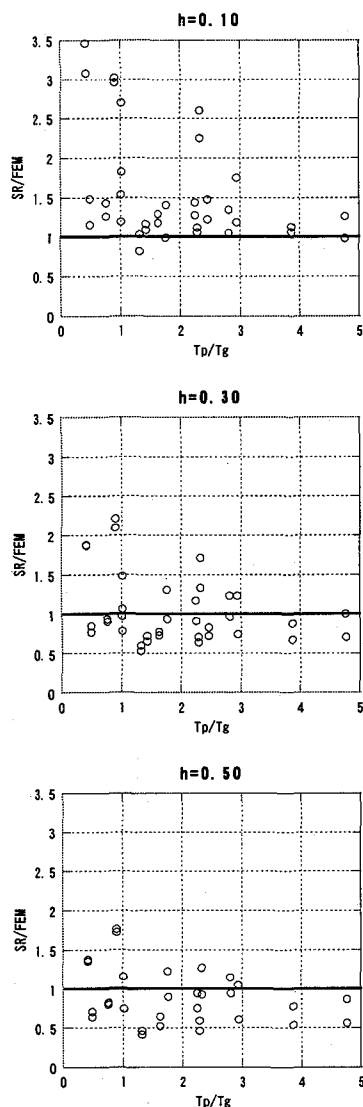


図-10 T_p/T_g による比較

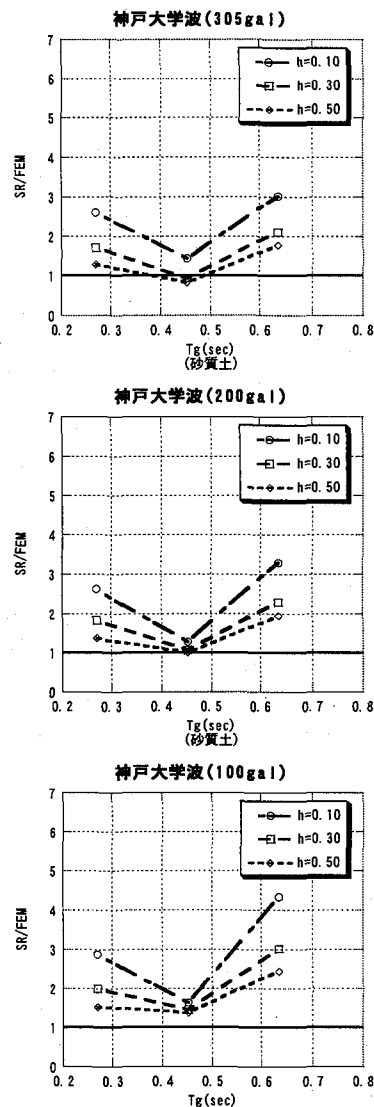
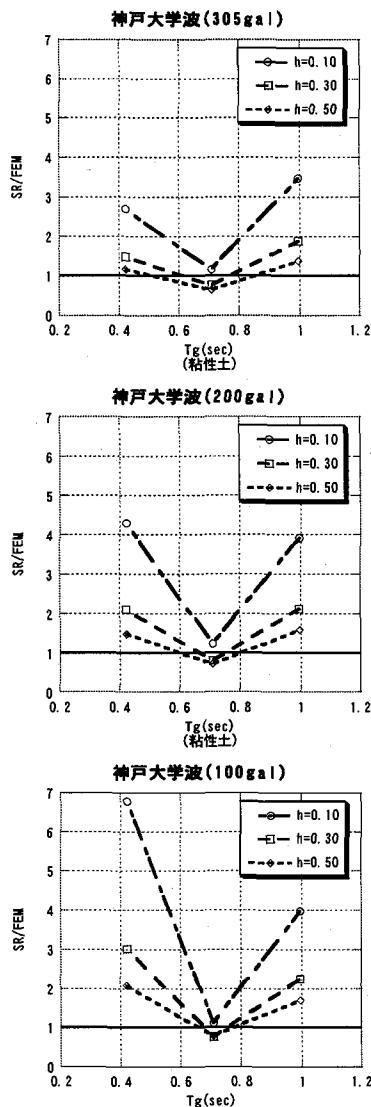


図-11 入力地震動の大きさの相違による比較

(粘性土のとき $T_p=0.34 \sim 0.43$, 砂質土のとき $T_p=0.34 \sim 0.63$)

4.2 杭長の違いによる比較

ここでは橋脚の固有周期 T_p が同程度で杭長が違う場合の影響についてみる。図-8, 図-9は横軸に地盤の特性値 T_g を、縦軸にFEMモデルに対するSRモデルの橋脚天端の最大応答変位の比をとったものである。 T_p が $0.34 \sim 0.63$ 秒程度であると短杭 ($L/D=10$) であれば粘性土, 砂質土に関わらず, $h=0.30$ となる。中間杭 ($L/D=17.5$) であれば, 土質に関わらず $h=0.10$ 程度となり, 長杭 ($L/D=25$) であれば, 同様に土質に関わらず, $h=0.50$ となる。 $T_p=1.0$ 秒以上になると杭長, 土質に関わらず, $h=0.10$ とすべきことがわかる。最近では水平力分散沓や免震沓を使うことが多くなっており, その場合の橋脚の固有周期は1秒程度であることから, ここに示されたように $h=0.10$ という道路橋示方書の示す下限値が妥当な値であるといえる。 $T_p=1.3$ 秒程度の場合では地震波の影響が顕著にあらわれており, 同じ T_g である場合でもとるべき減衰定数が異なる。

4.3 T_p/T_g の違いによる比較

図-10は横軸を T_p/T_g とし, 縦軸にFEMモデルに対する

SRモデルの橋脚天端の最大応答変位の比をプロットしたものである。この図から, $T_p/T_g \geq 3$ の範囲では, $h=0.10$ とすべきであることがわかる。これは短杭 ($L/D=10$, 砂質土) で橋脚の固有周期 T_p が1秒以上のケースである。一方, $T_p/T_g < 3$ の範囲では $h=0.30$ あるいは $h=0.50$ をとれる場合もあり, それは前述したとおりである。

5. 入力地震動の大きさの相違に関する考察

前章までは最大加速度が300gal程度の地震波を入力地震動としてFEMモデルとSRモデルの解析結果の比較をしてきた。この章では入力地震動の大きさの相違が応答に及ぼす影響を見るために, 神戸大学波(305gal)を100gal および200gal に振幅調整した波形を用いてFEMモデルとSRモデルの比較を行う。検討対象としたのは, 橋脚の固有周期 T_p が短周期 ($0.34 \sim 0.63$ 秒) のケースについてである。図-11は横軸に地盤の特性値 T_g を, 縦軸にFEMモデルに対するSRモデルの橋脚天端の最大応答変位の比をとったものである。この図をみると, 入力地震動が小さくなるとグラフが上方

向にシフトするような傾向が見られるが、値の変動は小さく、前章までの考察が一般的な傾向として言えることがわかる。

6. まとめ

本研究では、SRモデルの基礎(地盤バネ)の減衰定数の変動が応答に及ぼす影響について考察し、SRモデルとFEMモデルの解析結果の比較によりSRモデルにおける基礎の減衰定数に関する考察を行った。本研究により得られた知見を以下に示す。

- 1) SRモデルの動的解析により、地盤バネの減衰定数を $h=0.10$ から $h=0.30$ へ変化させると橋脚天端の最大応答変位で平均すると約7割に低減しており、減衰定数が応答に与える影響は大きいものがある。
- 2) 橋脚の固有周期が小さい場合には、地盤バネの減衰定数を大きくとってよく、 $h=0.50$ としてよい場合もある。
- 3) 橋脚の固有周期が大きい場合には、地盤バネの減衰定数は $h=0.10$ 程度しかとれない場合が多い。 $T_p/T_g \geq 3$ の範囲では、減衰定数は $h=0.10$ とすべきである。
- 4) $T_g=0.71 \sim 0.76$ 程度のやや軟弱な地盤では橋脚の固有周

期の大小に関わらず、地盤バネの減衰定数は $h=0.10$ 程度となる。

本論文では杭基礎形式に限定したが、他の基礎形式における減衰定数については今後の課題としたい。

謝辞

本解析にあたって使用した神戸大学および神戸ポートアイランドの地震波形は関西地震観測研究協議会提供によるものである。ここに記して謝意を表する。

参考文献

- 1) (社)日本道路協会：道路橋示方書・同解説V 耐震設計編，1996.12
- 2) 土質工学会編：土質工学ハンドブック，pp358-361，1982.11
- 3) 土木学会編：動的解析と耐震設計[第4巻]ライフライン施設，技法堂出版，pp56-58，1989.7
- 4) 建設省土木研究所：地盤の地震時応答特性の数値解析法—SHAKE：DESRA—，土木研究所資料第1778号，昭和55年2月

(1999年9月17日受付)