

ウェーブレット変換を用いた 非線形系の動特性評価

AN EVALUATION OF DYNAMIC PROPERTIES OF NONLINEAR SYSTEM
BY USING WAVELET TRANSFORM

池本敏和^{*1}, 高島大知^{*2}, 北浦 勝^{*3}, 宮島昌克^{*4}

Toshikazu IKEMOTO, Hiroaki TAKABATAKE, Masaru KITaura and Masakatsu MIYAJIMA

^{*1} 金沢大学助手 工学部土木建設工学科 (〒920-8667 金沢市小立野 2-40-20)

^{*2} 金沢大学工学部自然科学研究科 (同 上)

^{*3} 工博 金沢大学教授 工学部土木建設工学科 (同 上)

^{*4} 工博 金沢大学助教授 工学部土木建設工学科 (同 上)

This paper deals with evaluation of dynamic properties for a nonlinear behavior by using wavelet transform. We conducted the identification to decide the most suitable dynamic properties of a system by using artificial response records. The optimum method minimized the sum of squared differences between the coefficients of wavelet transform of observed and calculated accelerations. As a result of analysis, the calculated results were compared with the observed ones in each noise level. Subsequently the application of the method to actual acceleration records was discussed.

Keywords: wavelet transform, identification, SDOF system, nonlinear

1. まえがき

構造物の応答が非線形領域に突入すると、その瞬間に動的定数が変化する。この変化は応答の加速度記録に時間的な動特性の情報を与えていると考えられる。この情報を追うことにより、非線形構造物の動特性評価が可能となる。従来の線形構造物に対する逆解析手法では、その評価法としてフーリエ変換が用いられているが、しかしこの変換法では周波数領域の情報しか得られず、時間的な周波数の変化を捉えることができないため、逆解析結果の精度に限界がある。この問題は、時間領域の情報を効率よく捉えることができるウェーブレット変換を用いることにより解決できると考えられる。これまでも、ウェーブレットを用いた逆解析手法がいくつか提唱されてきた。曾根らは劣化を考慮した多自由度系の構造パラメータの同定を行った¹⁾。その他にも、ウェーブレットの不連続点検出能力を用いて剛性変化に伴う損傷の推定などを行っている²⁾⁻⁵⁾。来田は様々な復元力特性を有する非線形構造システムの同定を行った⁶⁾。また、宮脇らは1自由度系の非パラメトリック面をウェーブレット変換により表し、履歴復元力の動特性を評価した⁷⁾。またこれらの他に、構

造パラメータ同定に関する研究としては、栗田らの模型振動実験データを用いたせん断多層モデルがある⁸⁾。佐藤らは、動特性に追従する同定手法の提案を行っている⁹⁾。Hoshiya and Saitohらは、カルマンフィルターにより状態量の変化するパラメータの同定を可能にしている¹⁰⁾。

本研究では、システムの非線形履歴曲線を考慮して、ウェーブレット変換を用いた1自由度非線形系に対する動特性評価法を確立した。まず始めに計算機上で作成した模擬波形を用いて本手法の有効性を検討し、次に実地盤への適用を試みた。

2. 動特性評価法

2.1 地震応答解析

一般的に動特性評価を行う際には、対象とする系を支配する方程式を解いて応答波形を求める地震応答解析を行う必要がある。本研究では、応答解析に直接積分法の1つであるウィルソン θ 法を用いる¹¹⁾。復元力特性を表すモデルには折れ線型や曲線型が考えられる。本研究における逆解析手法の適用に当たっては、バイリニヤ型、Hardin-Drnevich型の復元力特性を仮定して解析を行う。

2.2 ウェーブレット変換¹²⁾

本研究ではウェーブレット変換を系の非線形挙動を追うための手段として用いている。本研究では、得られた応答加速度波形と観測加速度波形のウェーブレット変換を比べるため、離散変換の可能な Daubechies のウェーブレットを用いることにする。

まず、加速度の離散データ $\{s_k^{(j)}\}$ を

$$f_j(x) = \sum_i s_i^{(j)} \phi(2^j x - k) \quad (1)$$

と仮定する。ここで、 $f_j(x)$ は周波数帯域のレベル j における信号であり、 $\phi(2^j x - k)$ はスケーリング関数である。この仮定に基づけば、周波数帯域のレベル $j-1$ における近似関数 $f_{j-1}(x)$ と近似関数の差を表す $g_{j-1}(x)$ を用いて、 $f_j(x)$ は以下のように分解できる。

$$f_j(x) = f_{j-1}(x) + g_{j-1}(x) \quad (2)$$

この式は、表現方法を変えると次のようになる。

$$f_j(x) = \sum_i s_i^{(j-1)} \phi(2^{j-1} x - k) + \sum_i d_i^{(j-1)} \psi(2^{j-1} x - k) \quad (3)$$

ここで、 ψ はマザーウェーブレットであり、 $s_k^{(j-1)}$ 、 $d_k^{(j-1)}$ は原点から k 移動した地点での ϕ 、 ψ の大きさを表す数列であり、次のように表すことができる。

$$s_k^{(j-1)} = \frac{1}{2} \sum_l h_{2k-l} s_l^{(j)} \quad (4)$$

$$d_k^{(j-1)} = \frac{1}{2} \sum_l g_{2k-l} s_l^{(j)}$$

本研究では、Daubechies ($n=2$) を用いた。上式におけるウェーブレット係数は分解数列 h_{2k-l} 、 g_{2k-l} で表され、また、ウェーブレット変換は、

$$W_\phi f(b, a) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (5)$$

である。ここで、 a はスケールパラメータ、 b はトランスレートパラメータである。

2.3 動特性評価の手順

動特性評価の手順を図-1 のフローに示す。

- ① 観測加速度波形のウェーブレット変換を求める。
- ② 観測された加速度波形を入力とし、動的定数である質量 $m(\text{tf} \cdot \text{s}^2/\text{cm})$ 、減衰係数 $c(\text{tf} \cdot \text{s}/\text{cm})$ 、初期剛性 $k(\text{tf}/\text{cm})$ 、に適当な値を設定し、ウィルソン θ 法により運動方程式を解いて、応答加速度を計算する。
- ③ ②地震応答解析により得られた応答加速度波形をウェーブレット変換する。
- ④ ①、③により得られたウェーブレット係数を比較

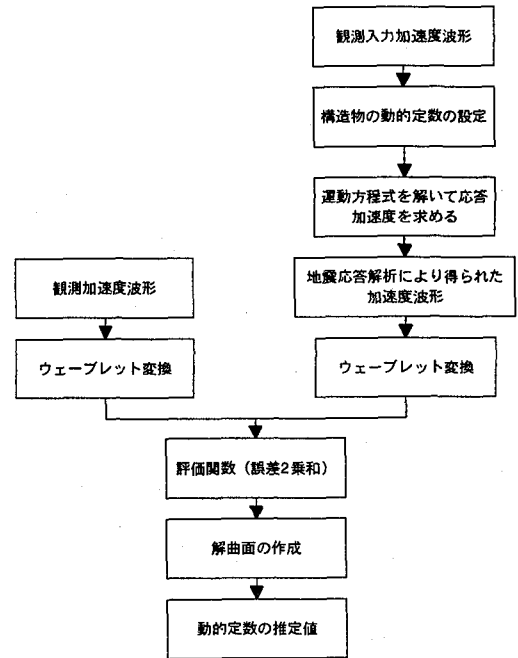


図-1 解析手順

し、その誤差 2 乗和

$$\left[\{s_1, s_2, d_l(l=1, L-2)\}_1 - \{s_1, s_2, d_l(l=1, L-2)\}_3 \right]^2 \rightarrow \min. \quad (6)$$

を評価関数とする。 L はデータ数を表す。

⑤②～④を繰り返し、解曲面を作成して動的定数の最適解を求める。

3. 模擬観測波形の適用

実観測波形を入力とした人工的に生成した模擬波形を用い、本手法の有効性を検討した。ウェーブレット変換と、フーリエ変換及び平滑化を行ったフーリエ変換を評価関数とした場合についても同様に結果を求め、それらの同定結果の違いについて考察を行った。データウィンドウの種類には様々なものがあるが、ここでは、Parzen のウィンドウを用いた。バンド幅を大きく取りすぎると本来の地震動が持つ特徴を消してしまう危険性がある。このことを考慮し、平滑化を行う際のバンド幅を 0.4Hz とした¹³⁾。

3.1 模擬観測波形

応答波形は系の特徴のみを反映しているわけではない。常に、計り知れない量のノイズが含まれている。そこで観測入力加速度波形から計算で求めた応答加速度波形にノイズを加えて模擬観測波形を作成した。以下にその生成法を示す。

まず始めに動特性、ここでは質量と減衰係数と剛性を設定し、入力加速度波形に対する計算応答加速度波形を求める。この波形にホワイトノイズを加え

たものを、模擬観測加速度波形と考え、逆解析を行う。また、ホワイトノイズは多数の三角関数を重ね合わせるにより得られる¹⁴⁾。ホワイトノイズを $h(t)$ とおくと、

$$h(t) = \sum_{j=1}^n a_j \cos(2\pi f_j t + \theta_j) \tag{7}$$

ここで、 n は重ね合わせる余弦波の数、 a_j は振動数 f_j 成分の振幅、 f_j と θ_j はそれぞれ振動数と位相のずれを表し、 f_j は解析周波数帯域において一様に、 θ は 0 から 2π の範囲に一様に分布する乱数である。

3.2 解析条件

解析条件は以下の通りである。

(1) 入力波形

入力波形としては図-2 の波形を用いる。これは東京大学生産技術研究所千葉実験所のボーリング孔の地表面付近（深さ 3.5m）で観測された地震の EW 方向成分で、最大加速度は $68 \text{ (cm/s}^2\text{)}$ である¹⁵⁾。

(2) 評価対象の動的定数

評価の対象となる動的定数は質量、減衰係数、初期剛性、第 2 剛性、塑性変位の 5 変数が考えられる。しかし、これらすべての変数を正確に同定することは難しいので、ここでは簡略化のため 4 変数に真値を与え、評価対象の動的定数は 1 変数とした。具体的にはそれぞれ減衰係数と初期剛性を未知変数とした 2 つの場合について動特性評価を行った。

(3) 骨格曲線

動特性評価の対象となる系が線形の場合と非線形の場合に分けて考える。線形の場合には $k=1.2 \times 10^3 \text{ (kN/cm)} (= 120 \text{ (tf/cm)})$ と与え、骨格曲線は傾き 120 の直線とする。非線形の場合の骨格曲線は図-3 に示すバイリニア型を用いる。初期剛性 k_1 は線形の場合と同じとし、第 2 剛性は $k_2=k_1/20$ と仮定する。

(4) 減衰係数

系の動特性を決める動的定数の一つである減衰係数の真値を $c=20 \text{ (kN)} (= 2.0 \text{ (tf} \cdot \text{s/cm)})$ と仮定した。

(5) ノイズの量

ノイズの量が同定精度にどのような影響を及ぼすかということを考える必要がある。そこで本研究では、最大加速度振幅に対して標準偏差が 0% ~ 50% の大きさを有するホワイトノイズを考え、10% 毎に計 6 ケースの波形を作成した

3.3 解析結果

解析結果を図-4~7 に示す。図-4、5 は（初期）剛性について、図-6、7 は減衰係数について同定を行

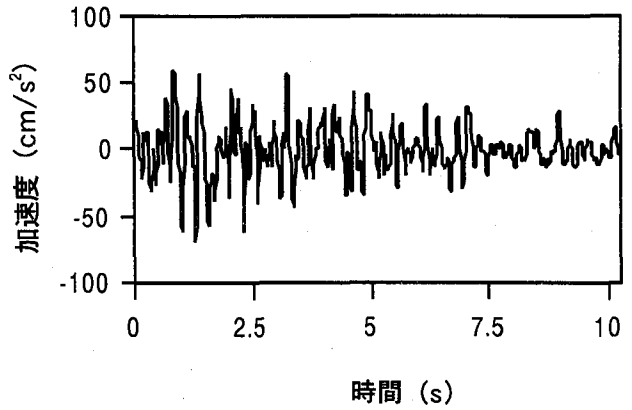


図-2 入力加速度時刻歴

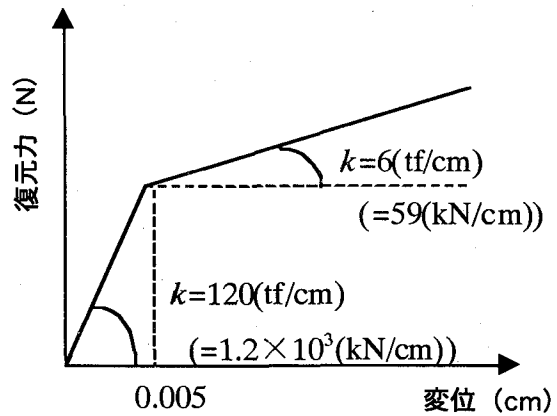


図-3 骨格曲線

った結果である。また、図-4、6 は誤差二乗和をスペクトルの全域に対して行った場合で、図-5、7 はスペクトルの高周波領域を評価関数から除いた場合である。また、図中(a)、(b)は線形、非線形の同定結果を表す。

解の推移が図-4、5 においては $k=120$ 、図-6、7 においては $c=2.0$ を通る直線に沿っていれば、推定値はノイズ量に関わりなく常に真値を与えているということになる。図-4~7 のすべての結果から、ノイズ量と同定結果の関係をみると、ノイズ量に伴って同定結果が目標値（破線）より離れる傾向にある。

図-4、6 と図-5、7 を比較すると、高周波数領域をカットした場合の同定精度の影響がわかる。本研究では遮断する高周波数を試行錯誤することによって求め、最も合致した場合を遮断周波数として採用した。従って本研究では、ほぼ 20Hz でフィルターをかけたことに相当する。結果から、ノイズ量が大きな場合でも同定精度の向上が見られる。このことから、高周波数帯域のカットにより同定精度が向上すると言える。

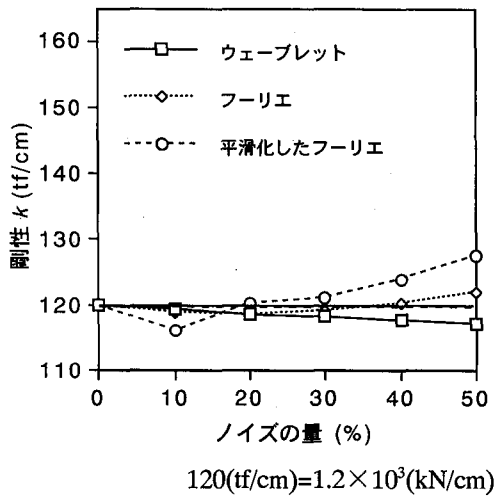


図-4(a) 剛性 k の推定値 (線形)

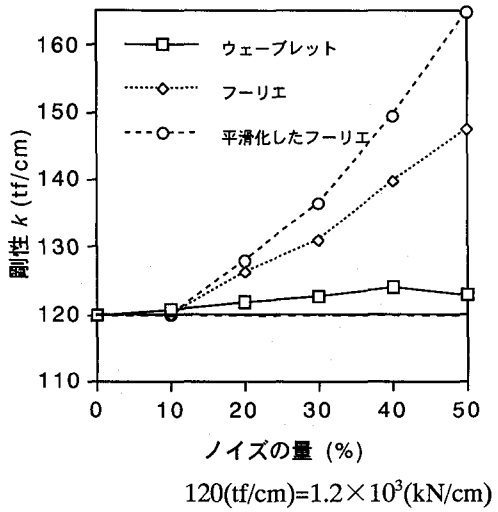


図-4(b) 剛性 k の推定値 (非線形)

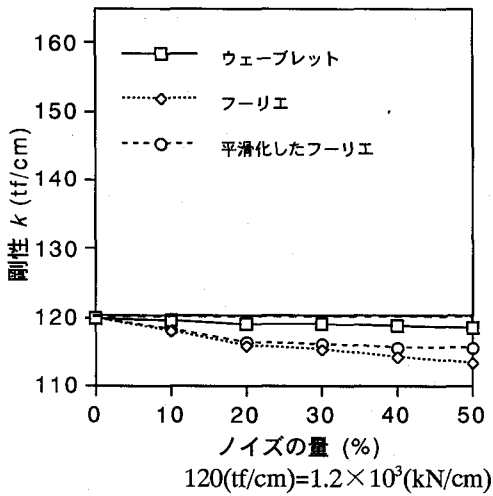


図-5(a) 剛性 k の推定値 (線形)
高振動数をカットした場合

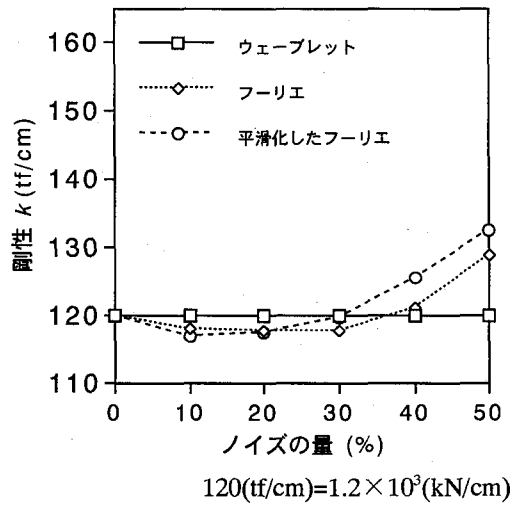


図-5(b) 剛性 k の推定値 (非線形)
高振動数をカットした場合

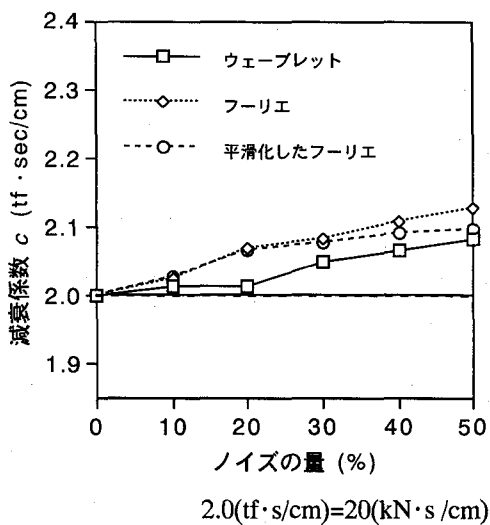


図-6(a) 減衰係数 c の推定値 (線形)

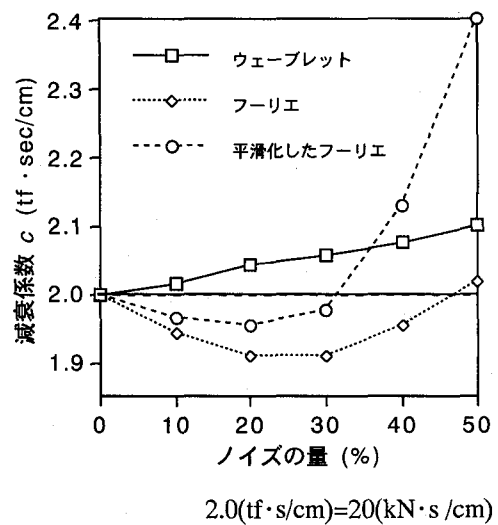


図-6(b) 減衰係数 c の推定値 (非線形)

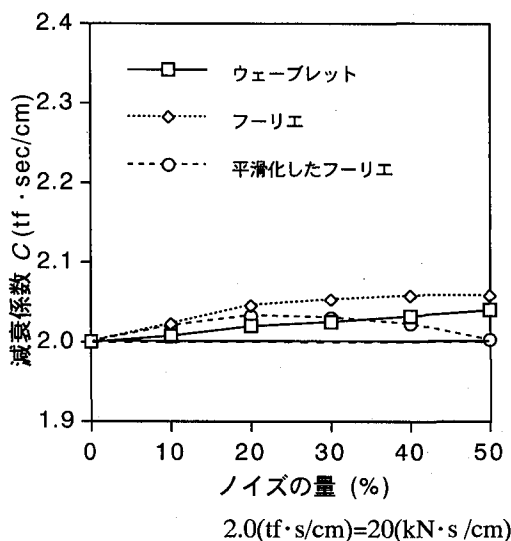


図-7(a) 減衰係数 c 推定値 (線形)
高振動数をカットした場合

線形と非線形の結果を比較すると、非線形の場合よりも線形の方が精度がよい。特にフーリエ変換と平滑化を行ったフーリエ変換を用いた同定において、その傾向が見られる。

全ての変換法を比べると、ウェーブレット変換による同定精度の高いことがわかる。特に同じ条件の下で線形と非線形の場合を比べてみると、フーリエ変換及び平滑化を行ったフーリエ変換で同定を行ったとき、明らかに非線形の同定精度が悪い。しかも、ノイズ量が増えるにつれて精度が低下している。それに比べ、ウェーブレット変換を用いた場合は線形と非線形の同定精度に大きな違いはなく、ノイズ量に比例して同定精度には若干の低下は見られるものの、低下の程度は小さいと言える。特に、非線形の場合においてフーリエ変換の同定精度が悪くなる。フーリエ変換では、全時間領域に対して平均化してスペクトルを求めているが、ウェーブレット解析では、ある範囲を決めてスペクトルを求めているため、時間領域に関して必ずしも平均化されていないスペクトルが求められている。そのため、ウェーブレット解析は非線形挙動を呈する構造物の解析に適していると言える。

3.4 Hardin-Drnevich モデルの適用

3.3 ではバイリニア型の骨格曲線を用いて、ウェーブレット変換の適用性を示した。しかし実地盤への適用を考えると、土の非線形挙動を表す別の骨格曲線を用いる必要がある。土は一般的に曲線型の復元力特性を有する。曲線型のモデルとしては Ramberg-Osgood、Hardin-Drnevich モデルなどがあ

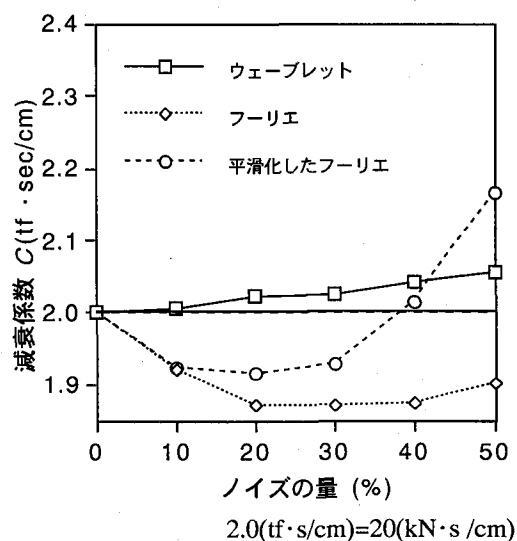


図-7(b) 減衰係数 c 推定値 (非線形)
高振動数をカットした場合

るが、本研究では Hardin-Drnevich (図-8 参照) モデルを採用する。

このモデルを用いて 3.3 と同様の解析を行った。その結果の一例を図-9 に示す。これは評価関数にウェーブレットスペクトルを用いて、ノイズ量に対する初期剛性 G_0 を同定した結果である。初期剛性が決定されれば、非線形の挙動は図-8 の曲線に従うと仮定したこの結果から、骨格曲線として Hardin-Drnevich モデルを適用しても十分な推定精度が得られることがわかる。したがって、Hardin-Drnevich モデルに対しても本手法は有効であると考えられる。

4. 実地盤への適用

本章では、実際の地盤を対象にして、動特性評価を行った。解析対象として、東京都江東区の竹中工務店技術研究所構内の高密度アレーにより観測された地下-3.5m と-44.4m の波形を用いる¹⁵⁾。同定結果を表-1 に、また波形のフーリエスペクトルを図-10 に示す。地盤の 1 次周波数に注目し、解析を行った。その結果、1 次ピーク付近では観測波の周波数が捉えられていると考えられる。しかし 2 次以降の領域では、ピークの位置は近いもののスペクトルの大きさは合っていない。対象地盤を 1 自由度系にモデル化しているため、高次領域の振動を正確に捉えられていないことが原因として考えられる。したがって実地盤への適用にあたっては、さらに高次領域を正確に把握できるような方法へ改良していく必要があると言える。

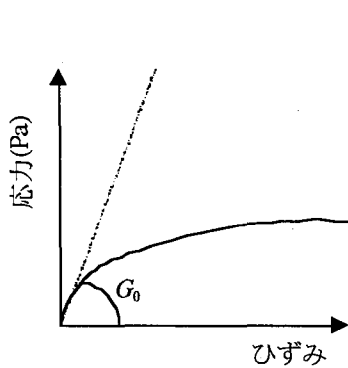


図-8 Hardin-Drnevich モデル

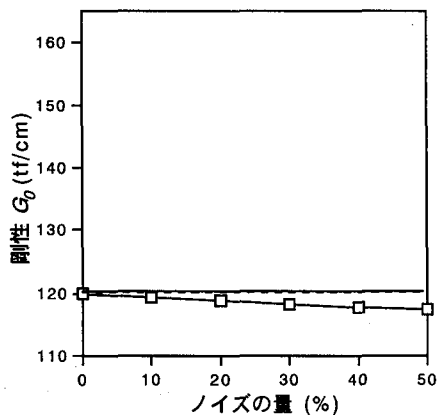


図-9 Hardin-Drnevich モデルによる
剛性 G_0 の推定値

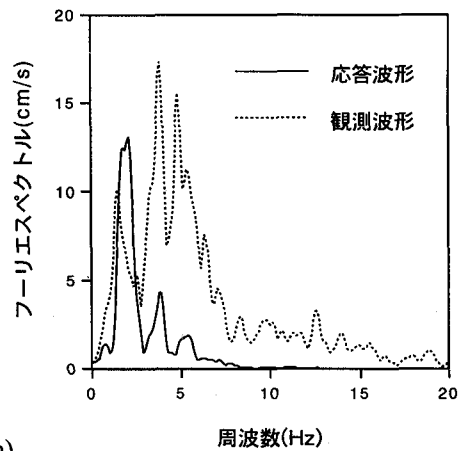


図-10 フーリエスペクトル
の比較

5. あとがき

表-1 推定値

	減衰係数 $c(\text{kN} \cdot \text{s}/\text{cm})$	初期剛性 $G_0(\text{kN}/\text{cm}^2)$
推定値	1.8	11×10^2

本研究では、ウェーブレット変換を用いた動特性評価法を提案した。系が非線形領域に入って振動している場合、ウェーブレット変換を用いた動特性評価法の同定精度を示し、フーリエ変換による結果と比較することにより、ウェーブレット変換の有効性を示した。また本手法を実地盤に適用し、推定値を得られることができた。しかし、1 自由度の振動系により地盤をモデル化しているため 2 次以上の振動モードが無視されており、動特性評価に不利な影響を及ぼしていることも同時に分かった。

謝辞

本研究を実施するに当たり、観測波形データを使用させていただいた関係各位に感謝の意を表します。なお本研究に対して第 1 著者は（財）深田地質研究所より助成を受けた。

参考文献

- 1) 曾根 彰, 山本鎮雄, 増田 新: 入出力のウェーブレット変換を用いた多自由度系のパラメトリックなシステム同定, 日本建築学会構造系論文集, 第 512 号, pp.61~66, 1988.
- 2) 曾根 彰, 山本鎮雄, 増田 新: 強震記録のウェーブレット解析による履歴復元力特性を有する建築物の累積損傷の推定, 日本建築学会構造系論文集, 第 476 号 pp.67~74, 1995 .
- 3) 曾根 彰, 山本鎮雄, 増田 新: 常時微動と強震記録のウェーブレット解析による構造物の動特性推定とその変化の推定, 日本建築学会構造系論文集, 第 490 号, pp.65~72, 1996.
- 4) 瀬川柳太郎, 山本鎮雄, 曾根 彰, 増田 新, 畑 宏明: 常時微動加速度観測波形のウェーブレット変換によるシステムパラメータの同定, 日本建築学会構造系論文集, 第 519 号, pp.41~46, 1996.
- 5) 曾根 彰, 山本鎮雄, 増田 新: ウェーブレット変換による構造

物のシステム同定, 第 10 回日本地震工学シンポジウム論文集, pp.2455~2460, 1998.

6) 来田義弘: ウェーブレットによる非線形構造システムの同定, 日本建築学会構造系論文集, 第 504 号, pp.43~48, 1998.

7) 宮脇幸治郎, 土岐憲三: ウェーブレット変換による履歴復元力系の動特性評価に関する基礎的研究, 土木学会論文集, No.577, pp..27~40, 1997.

8) 栗田哲史, 松井邦人, 新延泰生: 模型振動実験データを用いたせん断多層モデルの構造パラメータ同定, 応用力学論文集, Vol.1, pp.75~82, 1998.

9) 佐藤忠信, 竹井賢二: 構造物の非定常動特性の漸化型同定法, 土木学会論文報告集, No.577/I-41, pp.65~73, 1997.

10) Hoshiya, M. and Saitoh, E.: Structural identification by extended Kalman filter, Proceedings of American Society of Civil Engineers, 110, EM12, pp.1757~1770, 1984.

11) 大崎順彦: 建築振動理論, 彰国社, pp.2~13, 1996.

12) 榊原進: ウェーブレットビギナーズガイド, 東京電機大学出版局, 1997.

13) 辻原 治, 沢田 勉, 平尾 潔, 岡本 康: 地盤の S 波速度と Q 値に及ぼすスペクトルの平滑化の影響, 構造工学論文集, Vol.39A, pp.783~792, 1993.

14) 土岐憲三: 新体系土木工学 11 構造物の耐震解析, 技報堂出版, pp.55~58, 1981.

15) (財) 震災予防協会強震動アレー観測記録データベース推進委員会, 強震動アレー観測記録データベース, 1992.

(1999 年 9 月 17 日受付)