

斜張橋の支持ケーブルの局部振動の解析

Analysis on Local Vibrations of Stay Cables in Cable Stayed Bridges

高橋和雄*, 吳庆雄**, 中村聖三***, 久保田展隆****, 伊田義隆*****

Kazuo Takahashi, Wu Qingxiong, Shozo Nakamura, Nobutaka Kubota, Yoshitaka Ida

*工博 長崎大学 教授 工学部社会開発工学科 (〒852-8521 長崎市文教町1番14号)

**長崎大学 研究生 大学院海洋生産科学研究科 (〒852-8521 長崎市文教町1番14号)

***工博 長崎大学 助教授 工学部社会開発工学科 (〒852-8521 長崎市文教町1番14号)

****中央コンサルタンツ 福岡支店 (〒810-0062 福岡市中央区荒戸1丁目1番6号)

*****長崎大学大学院 学生 工学研究科 (〒852-8521 長崎市文教町1番14号)

Dynamic stability of the inclined cable with a fixed support at one end and time-varying support at the other end is studied to obtain local vibration of stay cables in cable stayed bridges in this paper. Relations between natural frequencies of local vibrations of stay cables and natural frequencies of global vertical and torsional vibrations of the cable-stayed bridge in Japan are shown at first. Then, unstable regions and amplitudes of stay cables under girder vibration are discussed. The nonlinear equation of motion that governs transverse vibrations of cable is solved by the harmonic balance method.

Key Words: vibration, cable stayed bridge, parametric vibration, local vibration

キーワード: 振動, 斜張橋, パラメーター振動, 局部振動

1. まえがき

風荷重や車の走行荷重による斜張橋全体系の振動によって、支持ケーブルに振幅の大きな局部振動が発生することが指摘されており、樫石島大橋¹⁾や用倉大橋²⁾の振動実験で確認されている。この原因は係数励振振動(パラメーター振動)によるものであり、斜張橋全体系の固有振動数がケーブルの局部振動の固有振動数(副不安定領域)もしくはその2倍(主不安定領域)と一致するとき、ケーブルに振幅の大きな振動が発生しうる。斜張橋の長大化に伴って、マルチステイクケーブルが採用されているため、斜張橋全体系の固有振動数とケーブルの局部固有振動数が接近しやすくなっている。

ケーブルの係数励振振動に関して、Kovács³⁾が最初にその可能性を指摘し、その後、各方面で解析が行われている。藤野ら⁴⁾は斜張橋ケーブルの内部共振を取り扱い、長井ら⁵⁾は斜張橋の桁とケーブルの固有振動数の関係を検討している。高橋らはケーブルの支点が動かない場合⁶⁾と動く場合⁷⁾の水平ケーブルの係数励振振動に関して、解析を行っている。また、傾斜したケーブルについてはJ. L. Lilien⁸⁾が解析している。その後、支点移動を受ける斜張橋の偏平ケーブルを対象とし、A. Pinto da Costa⁹⁾らは解析している。しかし、斜張橋の支持ケーブルの支点変

位による係数励振振動に関して、実橋を対象にした調査及び解析を行った研究はきわめて少ない。

そこで、本研究では、我が国において建設された斜張橋全体系の固有振動数とケーブルの局部振動の固有振動数の関係を調査し、全体振動数とケーブルの局部振動数の関係を明らかにする。さらに、これらの関係に及ぼす斜張橋のスパン長、使用材料、主桁の構造形式、主塔形状及び径間数の影響を調べる。次に、係数励振振動が発生する可能性のあるケーブルを選択し、周期的支点変位による非線形応答解析を行う。これより、係数励振振動の発生振動数領域及び振幅を求め、これらに及ぼすケーブル長、スパン長の影響を考察する。解析にあたっては、斜張橋の支持ケーブルを一端を固定、他端に周期的支点変位を受ける傾斜した偏平ケーブルにモデル化し、ケーブルの非線形運動方程式に調和バランス法を適用して、連立非線形代数方程式に変換し、Newton-Raphson法により解を求める。また、Runge-Kutta-Gill法による時間応答解析により、解析解の精度の検証を行う。さらに応答に及ぼす過渡振動や減衰力の影響を明らかにする。

2. 斜張橋全体系の固有振動数とケーブルの局部振動の固有振動数の関係

表-1 分析対象の斜張橋一覧

番号	橋 名	橋 種	スパン (m)	幅員 (m)	主塔形式	ケーブルの張り方
1	多々羅大橋	3径間鋼斜張橋	890	30.6	A型	ファン型 (2面21段)
2	名港中央大橋	3径間鋼斜張橋	590	37.5	A型	ファン型 (2面17段)
3	鶴見つばさ橋	3径間鋼斜張橋	510	38.0	逆Y字	ファン型 (1面17段)
4	生口大橋	3径間鋼斜張橋	490	24.1	A型	ファン型 (2面14段)
5	東神戸大橋	3径間鋼斜張橋	485	17.06	H型	ハープ型 (2面12段)
6	女神大橋	3径間鋼斜張橋	480	31.1	H型	ファン型 (2面13段)
7	横浜ベイブリッジ	3径間鋼斜張橋	460	40.2	H型	ファン型 (2面11段)
8	櫃島橋	3径間鋼斜張橋	420	27.5	H型	ファン型 (2面11段)
9	名港西大橋	3径間鋼斜張橋	405	19.4	A型	ファン型 (2面12段)
10	大島大橋	3径間鋼斜張橋	350	16.8	A型	ファン型 (2面10段)
11	天保山大橋	3径間鋼斜張橋	350	27.25	A型	ファン型 (2面9段)
12	伊達大橋	3径間PC斜張橋	260	11.0	準H型	準ハープ型 (2面16段)
13	呼子大橋	3径間PC斜張橋	250	10.9	H型	ハープ型 (2面17段)
14	十勝中央大橋	3径間鋼斜張橋	250	12.3	A型	ファン型 (2面7段)
15	青森ベイブリッジ	3径間PC斜張橋	240	25.0	逆Y字	ファン型 (1面10段)
16	新尾道大橋	3径間鋼斜張橋	215	25.0	独立1本柱	ハープ型 (1面7段)
17	弓削大橋	3径間鋼斜張橋	175	10.75	A型	ファン型 (2面6段)
18	唄げんか大橋	3径間PC斜張橋	170	14.9	逆Y字	ファン型 (2面12段)
19	常吉連絡橋	2径間鋼斜張橋	250	13.75	逆Y字	ファン型 (2面6段)
20	サンブリッジ	2径間鋼斜張橋	240	16.3	逆V型	ファン型 (2面10段)
21	浜田マリン大橋	2径間鋼斜張橋	200	14.59	逆V型	ファン型 (2面9段)
22	新猪名川大橋	2径間PC斜張橋	198.7	20.7	逆Y字	ファン型 (2面14段)
23	秩父公園橋	2径間PC斜張橋	195	19.0	H型	ファン型 (2面30段)
24	田尻スカイブリッジ	2径間PC斜張橋	168.2	26.3	H型	ハープ型 (2面15段)
25	南本牧大橋	2径間鋼斜張橋	159	26.3	独立1本柱	ファン型 (1面12段)
26	志摩丸山橋	2径間PC斜張橋	114	11.5	準A型	準ハープ型 (2面10段)
27	新綾部大橋	2径間PC斜張橋	110	10.75	準A型	準ハープ型 (2面5段)
28	新渡橋	2径間PC斜張橋	93.75	12.55	H型	準ハープ型 (2面14段)

(1) 調査方法

斜張橋全体系の固有振動数とケーブルの局部振動の固有振動数の関係を調べるため、関連機関へのアンケート調査や斜張橋の固有振動数に関する文献、計算書、工事報告書や土木技術センターの刊行物など^{10)~16)}により28橋の資料を収集できた。収集した斜張橋の一覧を表-1に示す。斜張橋の固有振動数は収集した資料の数値を使用し、ケーブルの局部振動の固有振動数に関しては、資料に記載されているケーブルの諸元を用いてサグの影響を考慮した式により計算を行う。

(2) 斜張橋全体系の固有振動数とケーブルの局部振動の固有振動数の関係

本研究では、図-1に示すように斜張橋の下段ケーブルから上段ケーブルに向かって順番に番号を付ける。斜張橋全体系の固有振動数がケーブルの局部振動の固有振動数と一致する(副不安定領域)かその2倍と一致する(主不安定領域)かであるときに、ケーブルに局部振動が発生する。したがって、まずケーブルの1次と2次固有振動数について全体系の固有振動数との関係を調べる。

図-2は、多々羅大橋の全体系の固有振動数とケーブルの局部振動の固有振動数の関係を示す。図より、鉛直対

称2次振動がC-14及びC-15のケーブルの1次固有振動数に、鉛直対称3次振動がC-8のケーブルの1次固有振動数に接近している。したがって、多々羅大橋においては、C-8、C-14及びC-15のケーブルに係数励振振動が発生する可能性がある。このように係数励振振動が発生する可能性のあるケーブルを選択し、解析を行う。

図-3は、女神大橋の全体系の固有振動数とケーブルの局部振動の固有振動数の関係を示す。図より、鉛直対称2次振動が12番のケーブルの1次固有振動数に、ねじれ対称1次振動が8番のケーブルの1次固有振動数に接近している。女神大橋においては、係数励振振動が発生する可能性のある8番及び12番のケーブルの解析を行う。

3. 全体系の固有振動数とケーブルの局部振動の固有振動数に及ぼすパラメーターの影響

(1) スパン長の影響

図-4,5は斜張橋全体系の固有振動数とケーブルの1次振動の固有振動数の関係(副不安定領域)を示している。横軸はスパン長を示し、縦軸に固有振動数を示す。なお、ケーブルの固有振動数については、マルチステイクーブ

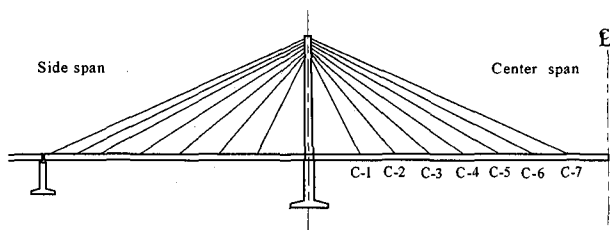


図-1 ケーブル番号

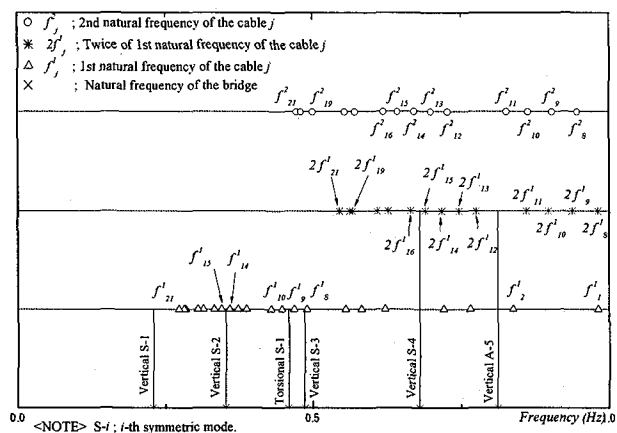


図-2 多々羅大橋の全体系固有振動数とケーブルの固有振動数との関係

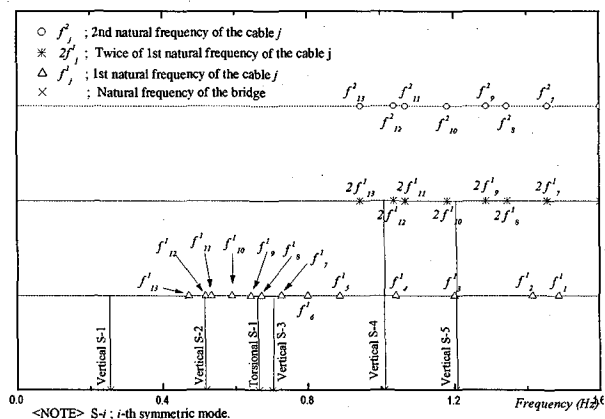


図-3 女神大橋の全体系固有振動数とケーブルの固有振動数との関係

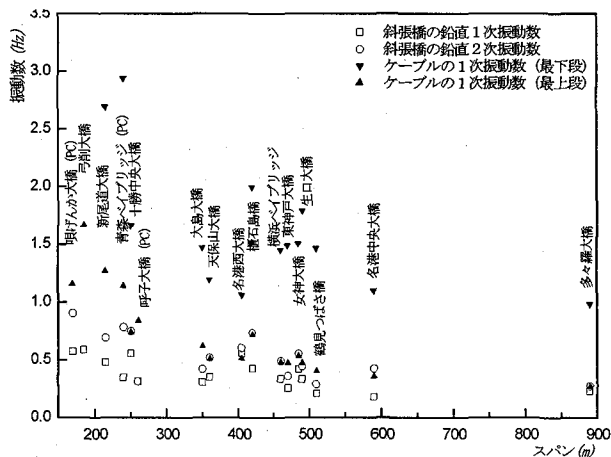


図-4 斜張橋の鉛直 1, 2 次固有振動数, ケーブルの 1 次固有振動数とスパン長との関係 (副不安定領域)

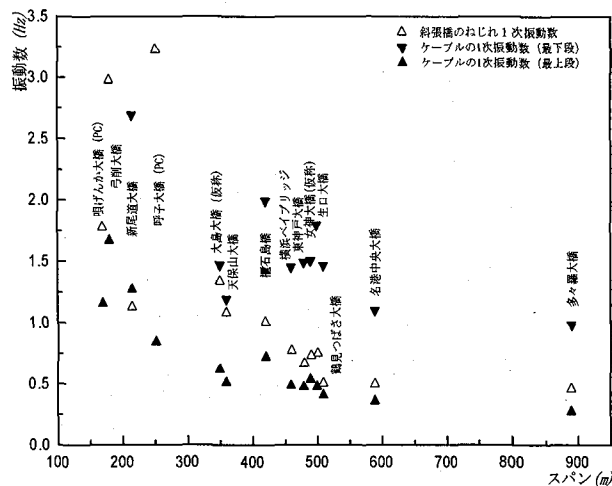


図-5 斜張橋のねじれ 1 次固有振動数, ケーブルの 1 次固有振動数の 2 倍とスパン長との関係 (副不安定領域)

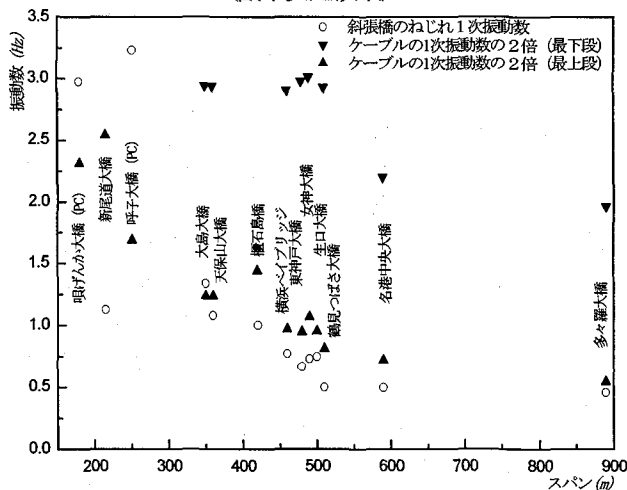


図-6 斜張橋のねじれ 1 次固有振動数, ケーブルの 1 次固有振動数の 2 倍とスパン長との関係 (主不安定領域)

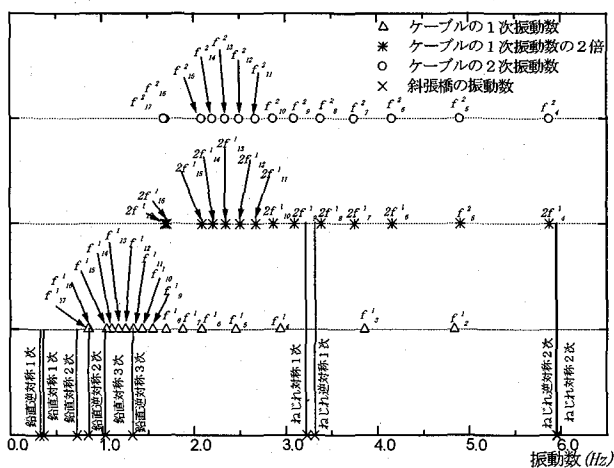


図-7 呼子大橋 (PC 斜張橋) の全体系固有振動数とケーブルの固有振動数の関係

るのため, 固有振動数が最も低い最上段ケーブル(▲)と固有振動数が最も高い最下段ケーブル(▼)のみを表示して

いる。斜張橋全体の固有振動数は主桁にたわみ振動が発生する鉛直1次固有振動数を□、鉛直2次固有振動数を○、及びねじれ1次固有振動数を△の記号で示す。鉛直1次振動は900mクラスの斜張橋を除けば、ケーブルの固有振動数とは一致しない。したがって、ケーブルの係数励振振動は、鉛直1次振動では超長大斜張橋を除いて発生しない。しかし、鉛直2次振動とねじれ1次振動の固有振動数はケーブルの1次振動の固有振動数と一致する。鉛直2次振動及びねじれ1次振動に振動によってケーブルに副不安定領域の振動が発生する可能性がある。

図-6は、斜張橋全体のねじれ1次固有振動数とケーブルの1次固有振動数の2倍（主不安定領域）の関係を示している。図のように、ケーブルの固有振動数の2倍と斜張橋のねじれ1次固有振動数は200mクラスのPC斜張橋と大島大橋を除けば一致しない。したがって、主不安定領域はこれら斜張橋に発生する可能性がある。なお、鉛直1、2固有振動数とケーブルの1次固有振動数の2倍は一致しないため、これらの固有振動によって主不安定領域は発生しない。

（2）PC斜張橋と鋼斜張橋の違い

図-7,8は呼子大橋（PC斜張橋・スパン長250m）と十勝中央大橋（鋼斜張橋・スパン長250m）の斜張橋全体の固有振動数とケーブルの局部振動の固有振動数の1倍（副不安定領域）及び2倍（主不安定領域）の分布を示す。呼子大橋では、ケーブルの固有振動数が高いため、斜張橋の3次までの固有振動数とケーブルの固有振動数は接近しない。しかし、全体振動のねじれ固有振動数は高いため、ねじれ振動でケーブルの主不安定領域の振動が発生する可能性がある。この結果は呼子大橋だけでなくPC斜張橋全般にいえ、PC斜張橋は低次鉛直振動ではケーブルに係数励振振動を発生しにくい橋種と考えられる。これはPC斜張橋ではケーブルの死荷重張力が大きいためである。一方、鋼斜張橋である十勝中央大橋は、斜張橋全体の低次固有振動数とケーブルの局部振動の固有振動数が接近するため係数励振振動が発生する可能性がある。

（3）桁の構造及びタワー形状の影響

図-9は、斜張橋のスパン長／幅員とねじれ1次固有振動数の関係をタワー形状別に図示している。この図より桁の断面形状についてトラスと箱型の比較を行うと、それぞれ顕著な特性は見られず、ねじれ固有振動数には影響しないと考えられる。さらに、タワーの形状については、一般的にH型のタワーはねじれ剛性が小さいため斜張橋全体のねじれ固有振動数は低いとされている¹⁰⁾が、この図より、実橋では、H型のタワーの斜張橋のねじれ固有振動数は必ずしもA型タワーの値よりも低くならないことがわかる。

（4）径間数の影響

図-10は、2径間斜張橋（常吉連絡橋（仮称）、サンブリッジ）と3径間斜張橋（呼子大橋、十勝中央大橋、青

森ベイブリッジ）の全体系の固有振動数とケーブルの局部振動の固有振動数の関係である。斜張橋全体の固有振動数は、鉛直1、2次固有振動数及びねじれ1次固有振動数を示している。ケーブルの固有振動数については副不安定領域の発生領域に相当する固有振動数の1倍を示している。2径間斜張橋は3径間斜張橋に比べケーブルの固有振動数が低い傾向にあり、そのため斜張橋の低次鉛直振動によりケーブルに係数励振振動が発生する可能性がある。特にスパン長が250mの常吉連絡橋（仮称）は、鉛直1次固有振動によって上段ケーブルが振動する可能性がある。

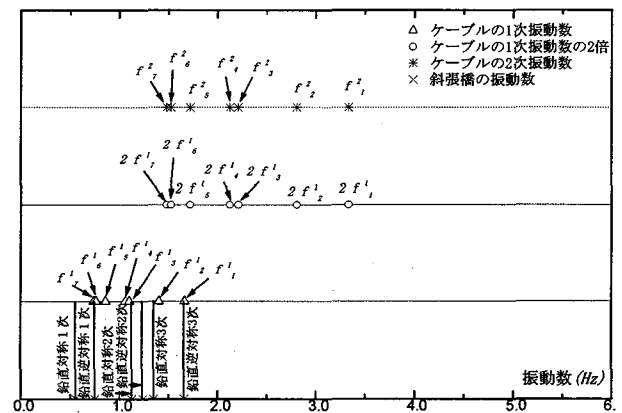


図-8 十勝中央大橋（鋼斜張橋）の全体系固有振動数とケーブルの固有振動数との関係

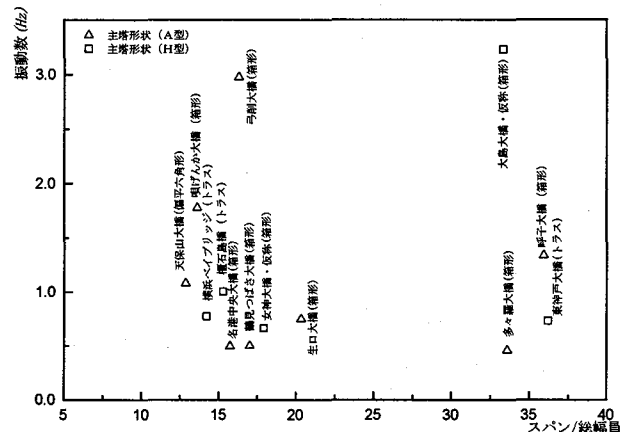


図-9 スパン長と幅員との比とねじれ1次固有振動数との関係

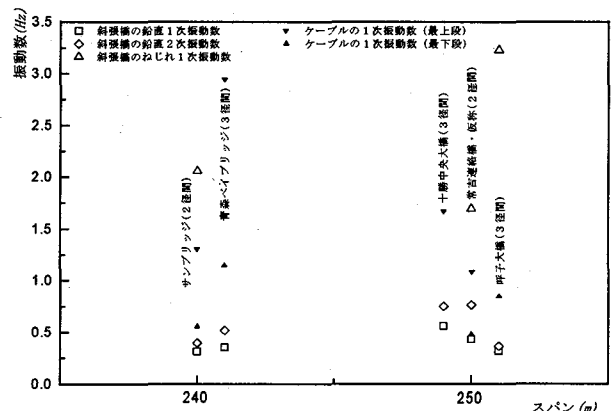


図-10 2径間斜張橋と3径間斜張橋との比較

4. ケーブルの支点加振を受ける非線形運動方程式

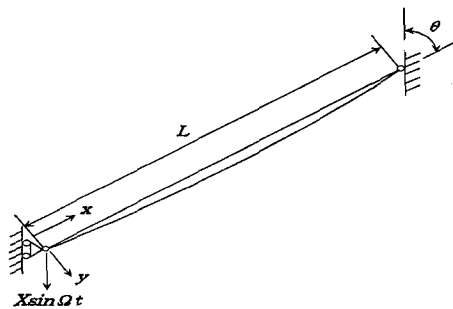


図-11 ケーブルの一般図

支持ケーブルを、図-11 に示すようにモデル化する。一端固定、他端が周期的な支点変位 $X \sin \Omega t$ を受ける傾斜した偏平ケーブルの応答 y を 1 次振動のみに注目すると次のように仮定される⁹⁾。

$$y(x, t) = (X \sin \theta) \cdot \left(1 - \frac{x}{L}\right) \sin \Omega t + p_1(t) \sin \frac{\pi x}{L} \quad (1)$$

ここに、 L ：ケーブルのスパン長、 X ：周期的な支点変位の振幅、 x ：スパン方向の座標、 Ω ：支点変位の円振動数、 θ ：ケーブルの傾斜角、 p_1 ：1 次振動の時間関数である。

ケーブルのひずみエネルギー、運動エネルギー及び重力のなす仕事を用いて、Hamilton の原理を適用し、さらに粘性減衰力を考慮すると、次のような非線形常微分方程式が得られる⁹⁾。

$$\ddot{p}_1 + 2h_1\omega_1\dot{p}_1 + \left\{\omega_1^2 + C_1 \sin \omega\tau + C_2 (\sin \omega\tau)^2\right\} p_1 + C_3 p_1^2 + \frac{4}{3} p_1^3 = C_4 \sin \omega\tau + C_5 (\sin \omega\tau)^2 \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \text{ここに、} C_1 &= \left(\psi \cos \theta - \frac{\lambda \eta}{2\sqrt{3}} \sin \theta\right), \quad C_2 = \frac{1}{6}(\eta \sin \theta)^2, \\ C_3 &= -\frac{4\sqrt{3}}{\pi^2} \lambda, \quad C_4 = \frac{1}{2} \eta \left[\omega^2 - \left(\frac{\lambda}{\pi}\right)^2\right] \sin \theta + \frac{2}{\kappa} \left(\frac{\lambda}{\pi}\right)^2 \cos \theta, \\ C_5 &= \frac{\sqrt{3}}{6\pi^2} \lambda (\eta \sin \theta)^2, \quad \omega_1 = \sqrt{1 + \frac{1}{2} \left(\frac{2}{\pi}\right)^4 \lambda^2} : 1 \text{ 次振動} \end{aligned}$$

の無次元固有円振動数、 $p_1 = p_1/K$ ：1 次振動の無次元時間関数、 $\psi = X/X_0$ 、 X_0 ：緊張したときの伸び、 $\eta = X/(X_0 L/3)^{1/2}$ 、 $\kappa = \chi L$ 、 $\chi = mg \sin \theta / F_0$ 、 mg ：ケーブルの単位長さあたりの重量、 F_0 ：静的軸力、 $\lambda = \kappa / (F_0 / ES)^{1/2}$ 、 E ：ヤング率、 S ：断面積、 $K = 4/\pi (X_0 L/3)^{1/2}$ 、 $\tau = \omega_0 t$ ：無次元時間、 ω_0 ：弦の 1 次の固有円振動数、 $\omega = \Omega/\omega_0$ ：支点変位の無次元円振動数、 h_1 ：1 次振動の減衰定数である。

式(2)は、非同次の非線形 Hill 型の方程式である。支点の鉛直変動変位によってケーブルには変動軸力の項 (C_1, C_2) と変動荷重の項 (C_4, C_5) が作用する。したがって、ケーブルには変動軸力の項による主および副不安定領域の応答と変動荷重による強制振動が発生することに

なる。このため、副不安定領域では係数励振振動と強制振動が連成して発生することになる¹⁷⁾。本論文では係数励振振動の議論することを目的とするので、副不安定領域を呼ぶ。

5. ケーブルの運動方程式の解法

(1) 調和バランス法による解法⁶⁾

式(2)には外力のもとに発生する付随解の他に分岐解には、固有円振動数付近に生じる周期 T をもつ副不安定領域及び 2 倍の固有円振動数付近に生じる周期 $2T$ をもつ主不安定領域が重要であるから、式(2)の解を次のように仮定することができる。

$$P_1 = c_{10} + A_{1P} \cos\left(\frac{\omega\tau}{2} - \phi_1\right) + A_{1S} \cos(\omega\tau - \phi_2) \quad (3)$$

ここに、 c_{10}, A_{1P}, A_{1S} ：振動の振幅成分、 ϕ_1, ϕ_2 ：振動の位相差、 P ：主不安定領域、 S ：副不安定領域である。

式(3)を式(2)に代入して、調和バランス法を適用すれば、未定定数を求めるための 5 個の連立非線形代数方程式が得られる。これに Newton-Raphson 法を用いて、仮定した初期値のもとに解けば、振幅成分が得られる。

(2) Runge-Kutta-Gill 法による数値解法

式(2)において、 $P_1 = T_1$ 、 $\dot{P}_1 = T_2$ とおくと、次式に示す 2 元連立の 1 階常微分方程式に変換することができる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{T}_1 &= T_2 \\ \dot{T}_2 &= -2h_1\omega_1 T_2 - \left\{\omega_1^2 + C_1 \sin \omega\tau + C_2 (\sin \omega\tau)^2\right\} T_1 \\ &\quad - C_3 T_1^2 - \frac{4}{3} T_1^3 + C_4 \sin \omega\tau + C_5 (\sin \omega\tau)^2 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式(4)に Runge-Kutta-Gill 法を適用して直接数値積分すれば、時間応答が得られる。なお初期条件として初期変位 T_1 及び初期速度 T_2 を 0 とする。

6. ケーブルの非線形応答の特性

(1) 解析条件

本研究では、表-1 に示した斜張橋のケーブルを対象として取り扱う。また、ケーブルの支点変位の振幅を変化させた Case 1, 2, 3 (それぞれスパンの 1/20,000, 1/10,000, 1/5,000) の解析を行う。道路橋耐風設計便覧¹⁸⁾によれば、スパン長 500m クラスの斜張橋ではたわみの渦励振の最大振幅は 20 数 cm になるので、スパンの 1/5000 程度の振幅の設定は妥当と判断される。また、後述のシミュレーションによる応答波形から判るように、係数励振振動の発振には正弦波が長期間持続する必要はないことが、著者らのこれまでの数値計算の経験から判明している。Case 3 に対するケーブルのパラメーターの 1 例を表-2 に示す。

表-2 Case3 (1/5000) に対するパラメーター

橋 名	ケーブル 番号	X_0	X	ψ	η	κ	K	λ
		(m)	(m)			$\times 10^{-5}$	(m)	
名港中央大橋	C-1	0.174	0.1180	0.6780	0.05208	1295	2.88	0.292
	C-10	0.463	0.1180	0.2548	0.02072	4069	4.25	0.868
	C-16	0.570	0.1180	0.2072	0.01588	6030	9.46	1.360
東神戸大橋	C-7	0.179	0.0970	0.5412	0.03280	2863	6.69	0.818
女神大橋	C-3	0.173	0.0960	0.5560	0.04120	1360	2.96	0.297
	C-12	0.508	0.0960	0.1888	0.01560	3690	7.86	0.776
生口大橋	C-7	0.293	0.0980	0.3343	0.02596	2728	4.80	0.608
名港西大橋	C-8	0.332	0.0810	0.2440	0.01892	4430	5.45	0.772
	C-11	0.419	0.0810	0.1932	0.01560	4350	6.62	0.946
大島大橋	C-2	0.950	0.0700	0.7368	0.04540	1712	1.96	0.480
	C-10	0.390	0.0700	0.1796	0.01444	3210	6.17	0.691
十勝中央大橋	C-1	0.066	0.0500	0.7560	0.05000	871	4.00	0.228
	C-7	0.210	0.0500	0.2380	0.01708	3370	3.72	0.813
南本牧大橋	C-23	0.285	0.0320	0.1116	0.00852	1420	4.76	0.322

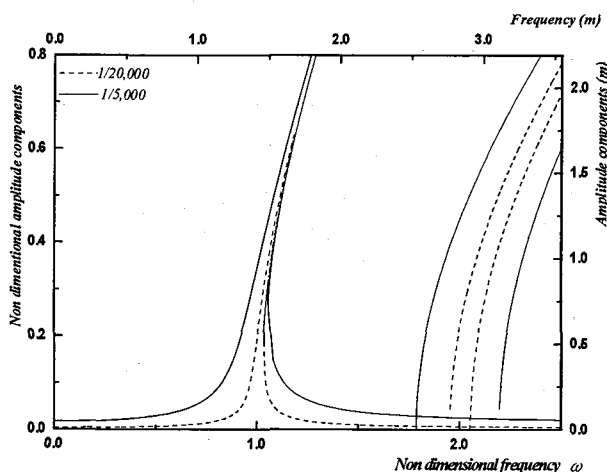


図-12 女神大橋 C-8 の応答曲線
(Case 1 and Case 3, $h=0.00$)

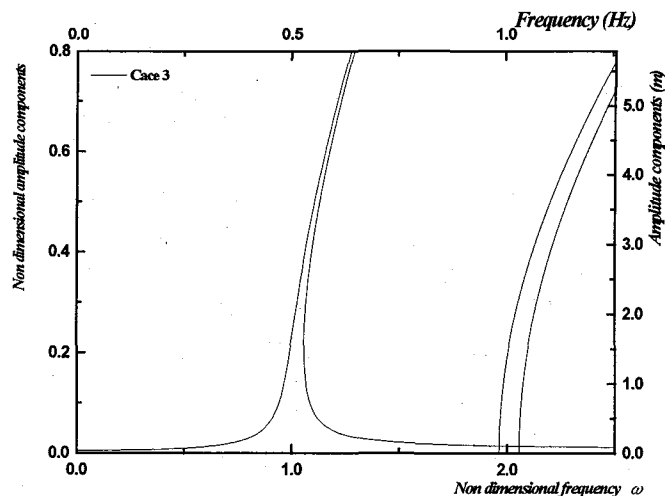


図-14 応答曲線

($L=210.15\text{m}$, $F_0=409.5\text{tf}$, $S=0.00974\text{m}^2$, $\theta=70^\circ$, Case 3)

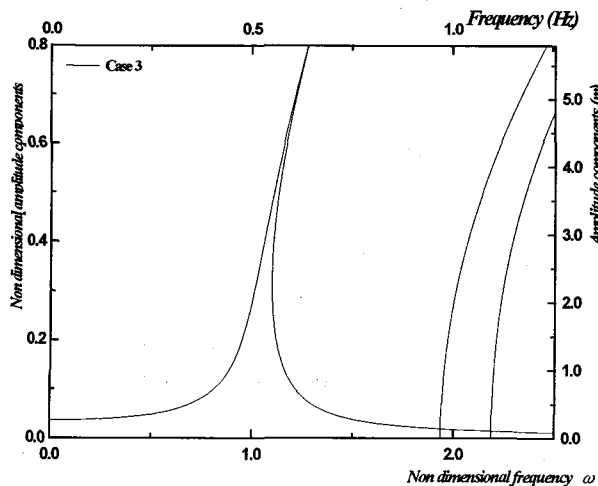


図-13 応答曲線

($L=210.15\text{m}$, $F_0=409.5\text{tf}$, $S=0.00974\text{m}^2$, $\theta=20^\circ$, Case 3)

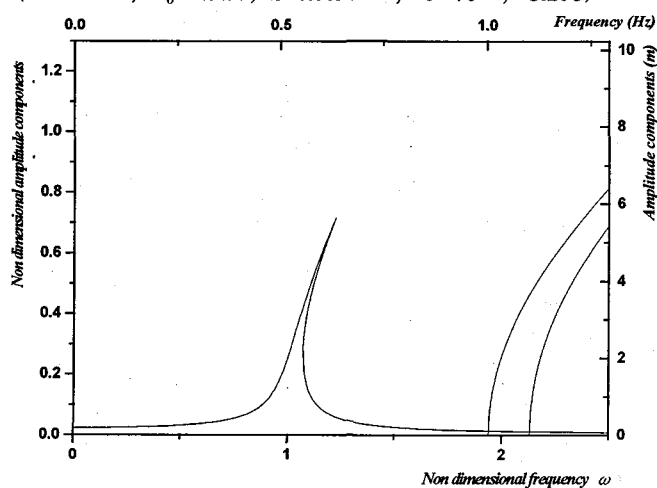


図-15 女神大橋 C-12 の応答曲線
(Case 3, $h=0.01$)

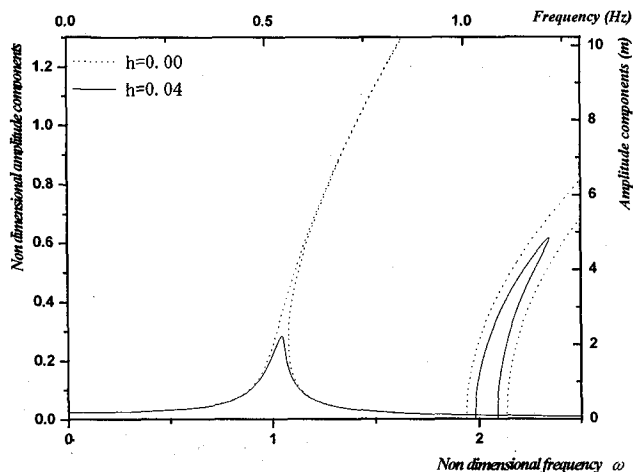


図-16 女神大橋 C-12 の応答曲線
(Case 3, $h=0.00$ and 0.04)

(2) 励振振幅の影響

係数励振振動が発生する可能性があるケーブルにおいて、励振振幅が不安定領域及び応答振幅にどのような影響を与えるかを評価する。図-12 は、女神大橋のケーブル C-8 の応答曲線である。図中の実線破線は支点変位の振幅がスパン長の $1/5,000$ 及び $1/20,000$ の応答曲線を示している。図の左の縦軸が K で無次元化した無次元応答振幅、右縦軸が実振幅を表し、下横軸が、弦の 1 次固有円振動数で無次元化した無次元振動数、上横軸が実固有振動数を表している。無次元振動数 1.0 付近で発生する副不安定領域及び無次元振動数 2.0 付近で発生する主不安定領域の幅を比較すると、励振振幅が大きい方が副不安定領域及び主不安定領域の幅が広いことがわかる。当然のことながら、励振振幅が大きい方が応答振幅についても大きいことがわかる。

なお、図-12 に示した $\omega=2.0$ 付近の主安定領域とは $\omega=2.0$ を挟んだ 2 本の曲線に囲まれた部分を指す。この 2 本の曲線は、式 (3) の右辺第 2 項の励振円振動数の半分の円振動数をもつ周期解に対応している。この 2 本の曲線に囲まれた振動数の範囲では係数励振によりケーブルに発散振動が発生し、外側では減衰振動が発生することを意味する。この発散振動と減衰振動の境界が周期解に対応している。もちろん、本研究ではケーブルの非線形項が含まれているため、ケーブルの振幅は有限な解となっている。したがって、この不安定領域が広い場合には、この範囲に斜張橋の全体系の振動数が含まれる可能性が高くなり、係数励振振動が発生しやすくなる。

(3) 傾斜角の影響

名港中央大橋の C-10 のケーブルで Case 3 の場合の傾斜角を変化させて求めた非減衰 ($h=0.0$) の場合の応答曲線を図-13, 14 に示す。図の左の縦軸は無次元振幅、右の縦軸は実振幅、下横軸は無次元円振動数 ω である。図-13 は斜張橋の最下段ケーブルの傾斜角にあたる $\theta=20^\circ$ のときの応答曲線であり、図-14 は斜張橋の最上段ケーブル

の傾斜角にあたる $\theta=70^\circ$ のときの応答曲線である。傾斜角 θ が小さいケーブルでは、変動軸力の項が支配的となるから、 $\omega=2.0$ 付近の主安定領域が広い。また、傾斜角が大きくなると水平ケーブルに近づくために、変動軸力の項が小さくなる。この場合 $\omega=2.0$ 付近の主安定領域が狭くなり、 $\omega=1.0$ 付近の強制振動の項が支配的になる。

(4) 減衰力の影響

ここでは、減衰力を変化させた場合のケーブルの非線形分岐応答に及ぼす影響を評価する。図-15, 16 は、女神大橋の上段ケーブル C-12 について非線形分岐応答解析したときの応答曲線である。図-15 は減衰定数 $h=0.01$ の場合、図-16 は減衰定数 $h=0.04$ の場合と減衰を無視した場合 $h=0.0$ を示している。下側の横軸は、弦の 1 次固有円振動数で無次元化した無次元励振振動数を、上側の横軸は、実励振振動数を示す。また、左側の縦軸は、ケーブル長で無次元化した振幅を、右側の縦軸は、実振幅を示す。図-15 のように、斜張橋の支持ケーブルの通常の減衰定数 $h=0.01$ 以下では、無次元振動数 2.0 付近に現れる主不安定領域の応答振幅は小さくならず、主不安定領域の幅は狭くならない。減衰定数を通常よりも大きい $h=0.04$ とした場合に、図-16 のように主不安定領域の幅と応答振幅が小さくなる。このようなことから、係数励振振動の主不安定領域を押えるためには、減衰定数が 0.04 程度の大きさが必要なが指摘できる。

(5) 過渡振動の影響

斜張橋が急に振動を始める場合には、ケーブルには過渡振動が発生する。この節では、主桁が急に振動し始めた場合の過渡振動の影響を評価する。ゼロ初期条件のもとに Runge-Kutta-Gill 法による数値シミュレーションを行う。図-17~20 に時間応答波形の一例を示す。減衰力が作用しない場合 ($h=0.0$) ではケーブルには係数励振振動特有な振動が生ずる。一方、減衰力がある場合 ($h=0.01$) には、うなりはすぐに消え、定常振動が発生する。

図-21 は、女神大橋のケーブル C-12 について減衰定数 $h=0.01$ とした場合の非線形分岐解析解と、数値シミュレーションによる定常応答及び斜張橋が急に振動し始めた場合の過渡振動の応答振幅を示したものである。下側の横軸は弦の 1 次固有円振動数で無次元化した無次元励振振動数を、上側の横軸は励振振動数を示す。また、左側の縦軸は、 K で無次元化した無次元振幅を、右側の縦軸は、実振幅を示す。定常解である解析解と数値シミュレーションの定常解は、良く一致しており、解の精度は十分である。また、過渡振動の応答振幅及び不安定領域の幅は、定常振動の場合よりも大きい。数値シミュレーションでは、主及び副不安定領域の右側の応答が得られていない部分がある。これらの部分は、不安定な解で、実際には現れない解である。シミュレーションで得られた部分は安定な解であり、実際に現れる解である。

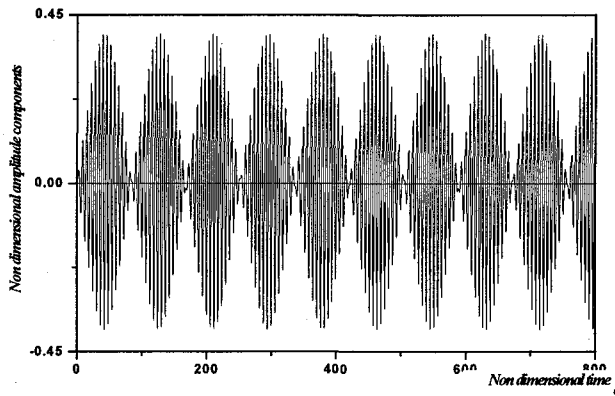


図-17 女神大橋 C-12 の応答波形
(Case 3, $h=0.00$, $\omega=1.0$, 副不安定領域)

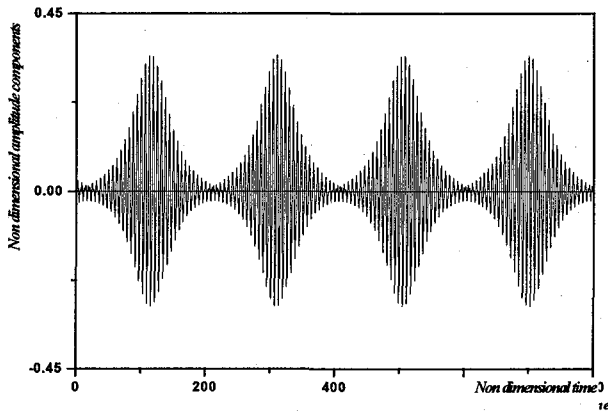


図-18 女神大橋 C-12 の応答波形
(Case 3, $h=0.00$, $\omega=2.0$, 主不安定領域)

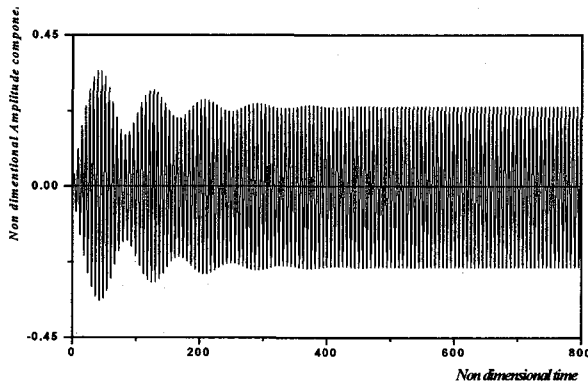


図-19 女神大橋 C-12 の応答波形
(Case 3, $h=0.01$, $\omega=1.0$, 副不安定領域)

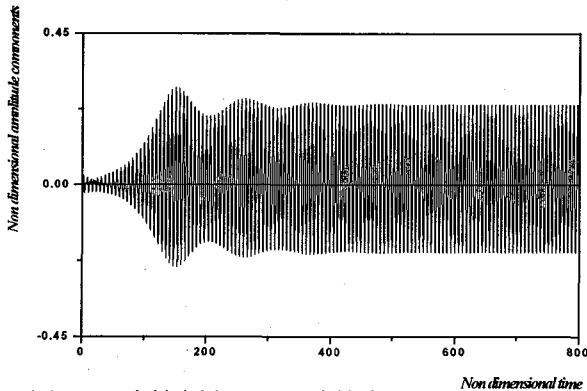


図-20 女神大橋 C-12 の応答波形
(Case 3, $h=0.01$, $\omega=2.0$, 主不安定領域)

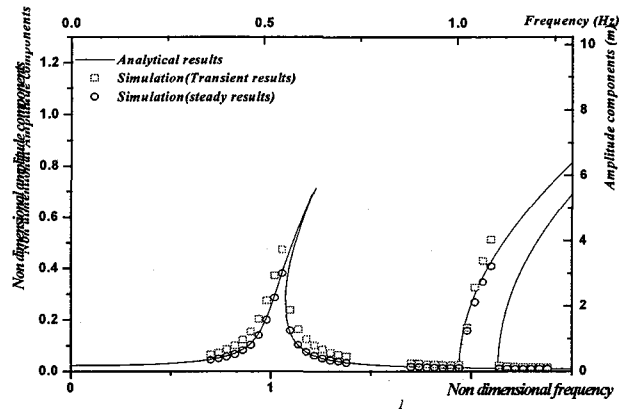


図-21 女神大橋 C-12 の応答曲線(Case 3, $h=0.01$)

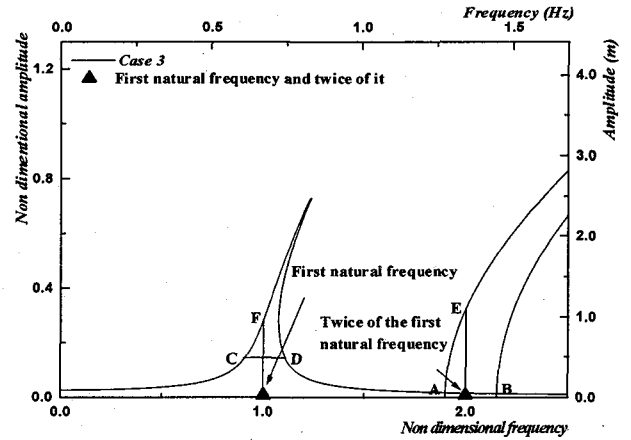


図-22 女神大橋 C-8 の応答曲線(Case 3, $h=0.01$)

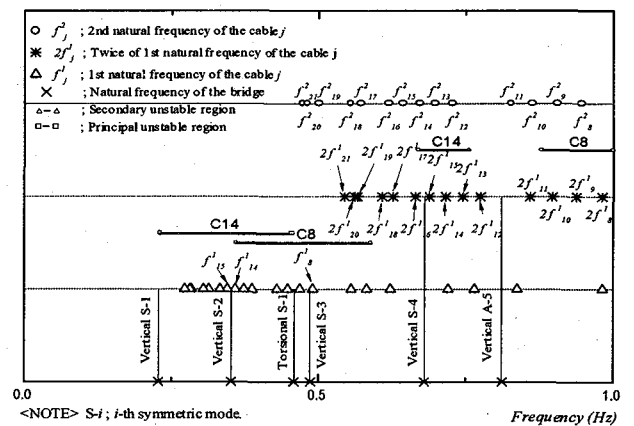


図-23 多々羅大橋 C-8 と C-14 の不安定領域

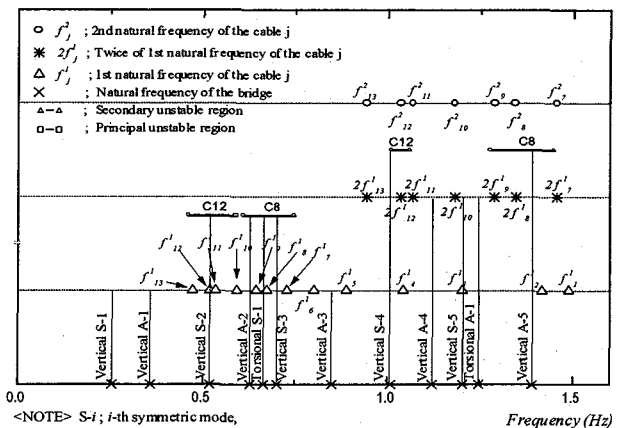


図-24 女神大橋 C-8 と C-12 の不安定領域

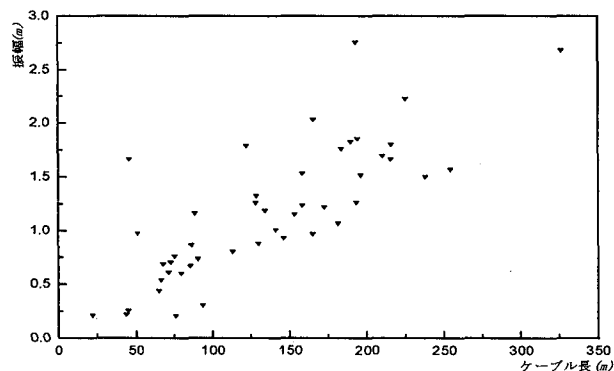


図-25 応答振幅とケーブル長との関係 (副不安定領域)

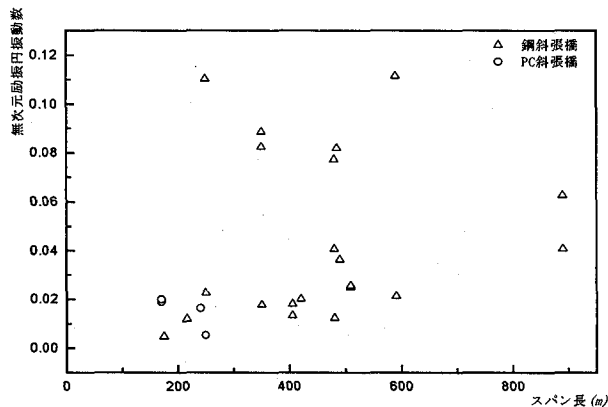


図-26 主不安定領域の幅とスパン長の関係

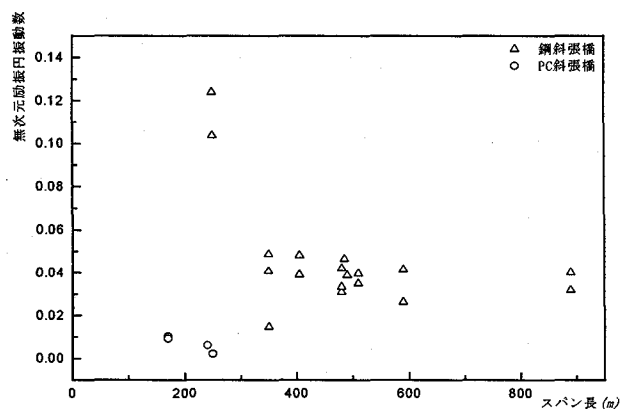


図-27 副不安定領域の幅とスパン長の関係

(6) 斜張橋支持ケーブルの応答特性の評価

図-22は、女神大橋のケーブルC-8の応答曲線を示す。図の横軸が振動数を、縦軸が振幅を表している。図中の実線は $h=0.01$ 、Case3のときの応答曲線を、▲はケーブルの固有振動数を示す。図に示すように不安定領域の幅及び振幅を算出する。副不安定領域においては支点変位の振幅の5倍のときの振動数範囲CD間、主不安定領域においては無次元振幅が微小な場合の発生領域AB間、副不安定領域の振幅は1次固有振動数のときの振幅F及び主不安定領域の振幅は1次固有振動数の2倍のときの振幅Eを読み取る。それらに基づいて不安定領域の範囲及び振幅を検証する。

図-23は、多々羅大橋のケーブルC-8、C-14の不安定領域の範囲、図-24は、女神大橋のケーブルC-8、C-12の不

安定領域の範囲を示している。これらの図より、不安定領域がかなり広い振動数領域を ことから、斜張橋全体系の複数の固有振動数によってあるケーブルに係数励振振動が発生する可能性がある。また、特定の斜張橋全体系の一つの固有振動数によって複数のケーブルに係数励振振動が発生する可能性がある

7. 応答振幅及び不安定領域に及ぼすパラメーターの影響

(1) 解析条件

斜張橋全体系の固有振動数がケーブルの局部振動の固有振動数もしくはその2倍と一致するケーブルを選びだし、非線形応答解析を行い応答振幅及び不安定領域の範囲を求める。応答解析にあたって、減衰定数 $h=0.00$ とし、支点変位はスパン長の1/5,000 (Case3)として解析する。

(2) 応答振幅に及ぼすケーブル長の影響

図-25は、副不安定領域における応答振幅とケーブル長の関係を示す。図の縦軸が応答振幅、横軸がケーブル長を示す。この図よりケーブル長が長くなると副不安定領域の応答振幅は大きくなることが分かる。

(3) 不安定領域の幅に及ぼすスパン長の影響

図-26,27は、主及び副不安定領域の幅とスパン長の関係を示している。図の縦軸が無次元振動数の幅、横軸がスパン長を示す。図より、主及び副不安定領域の幅においては、スパン長の影響は見られない。

8. まとめ

本研究は斜張橋の支持ケーブルに係数励振振動が発生する可能性と、発生する場合の発生領域と、振幅を明らかにしたものである。得られた結果を以下にまとめる

(1)斜張橋鉛直対称1次固有振動数は900mクラスの超長大橋のみケーブルの1次固有振動数に一致する。また、鉛直対称2次振動は、主として上段ケーブルの1次固有振動数に一致する可能性がある。ねじれ1次固有振動数は下段側のケーブルの1次固有振動数に一致する。これより、斜張橋の振動によってケーブルの1次振動の副不安定領域が存在する。ケーブルの主不安定領域は200mクラスPC斜張橋において発生することが予想される。

(2)PC斜張橋は鋼斜張橋に比べ、ケーブルの固有振動数が高いため低次の鉛直振動では係数励振振動しにくい橋種である。また、桁の構造及び塔の形状は斜張橋のねじれ振動に影響を及ぼさないことが確認された。

(3)2径間斜張橋では、3径間斜張橋よりもケーブルの局部固有振動数が低く、低次の鉛直振動で係数励振振動する可能性がある。

(4)ケーブルの不安定領域及び応答振幅に及ぼす支点変位の振幅の影響を調べたところ、支点変位の振幅が大きいほど不安定領域の幅が広く、応答振幅が大きい。

- (5) 傾斜角が小さいケーブルは係数励振力が支配的であるため、不安定領域の幅が傾斜角が大きいケーブルより広い。傾斜角が大きくなると不安定領域の幅が狭くなる。
- (6) ケーブルの振動実験結果から得られる程度の減衰定数の大きさでは、係数励振振動の不安定領域の幅及び主不安定領域の応答振幅に及ぼす減衰の効果は小さい。
- (7) 斜張橋が急に振動し始めた場合の過渡振動の応答振幅及び不安定領域の幅は定常振動の場合より大きい。
- (8) 不安定領域がかなり幅をもつことから、斜張橋全体系の複数の固有振動数によって斜張橋の一本の支持ケーブルが係数励振振動を受ける可能性があり、さらに、一つの固有振動数によって複数のケーブルが係数励振振動を受ける可能性がある。
- (9) 主及び副不安定領域の幅には、スパン長の影響は見られない。また、応答振幅にはケーブル長に代表されるケーブル自体の特性が効いてくる。

本研究によって、実斜張橋の全体系固有振動数とケーブルの局部振動の固有振動数との関係は明らかにされた。しかし、ケーブルの振幅については、斜張橋の支持ケーブルを周期的支点加振を受ける単一ケーブルにモデル化した解析による評価に留まっている。したがって、振幅の評価については、実橋に既した結果が十分に得られているとはいいがたい。今後、斜張橋全体系の振動モデルを用いて風荷重や車の走行荷重による応答解析を実施し、得られた支点変動を入力したケーブルの局部振動解析を実施する予定でいる。また、係数励振振動の発達時間と加振力の大きさや継続時間についても検討を行う予定でいる。

謝辞

本研究を行うにあたって、三菱重工(株)長崎造船所 今金真一氏、阪神高速道路公団工務部設計課北沢正彦氏、日本構造橋梁研究所(株)設計第2部設計第6課石本賢幸氏、大日本コンサルタント(株)新井伸博氏、本州四国連絡橋公団企画課佐藤直樹氏、東京大学生産技術研究所館石和雄氏、建設省九州地方建設局佐伯工事事務所工務第二課坂口栄男氏、島根県浜田水産事務所漁港課橋梁係福田公男氏、和歌山県下津港湾事務所藤山真希氏、三重県県土整備部道路整備課立花充氏、阪神高速道路公団金治英貞氏、鹿島技術研究所新原雄二氏、駒井鉄工(株)大阪工場篠田氏より斜張橋の資料を提供頂いたことに感謝します。また、斜張橋に関するアンケート調査に協力頂いた関係機関の方々に感謝します。

なお、数値計算には長崎大学の総合情報処理センターの計算機 AP3000 を使用したことを付記します。

参考文献

- 1) 岡内, 宮田, 辰巳, 佐々木: 大振幅加振による長大斜張橋の実橋振動実験, 土木学会論文集, 第455号, pp.75~84,

1992.10.

- 2) 藤野, 岩本, 加藤, 岡林, 本田, 平本, 志水, 飯村: 木製斜張橋(用倉大橋)の振動実験, 土木学会第48回年次学術講演会講演概要集, 第I部, pp.752~753, 1993.9.
- 3) Kovacs, I.: Zur frage der seil-schwingungen und der seildämpfung, Die Bautechnik, 10, pp.325~332, 1982.
- 4) 藤野, Warnitchai, P., Pacheco, B.M.: ケーブルはりモデルを用いた斜張橋の内部共振に関する実験と解析, 土木学会論文集, No.432/I-16, pp.109-118, 1991.7.
- 5) 長井, 川畑, 有村: 斜張橋の桁曲げ, ねじれ及びケーブルの基本固有振動数の相対的關係の検討, 構造工学論文集, Vol.38A, pp.1143~1152, 1992.3.
- 6) Takahashi, K.: Dynamic Stability of Cables Subjected to an Axial Periodic Load, Journal of Sound and Vibration, Vol.144, No.2, pp.323~330, 1991.
- 7) 高橋, 鎌田, 町田, 松野: 支点が動きうるサグ比の小さいケーブルの動的安定性, 土木学会論文集, 第495号, pp.127~130, 1994.
- 8) Lilien, J. L. and Pinto da Costa, A.: Vibration Amplitudes Caused by Parametric Excitation of Cable Stayed Bridges, Journal of Sound and Vibration, Vol.174, No.1, pp.69~90, 1994.
- 9) Pinto da Costa, A. and Martins, J. A. C.: The Nonlinear Oscillations of Inclined Excited Periodic Motions of Their Supports, International Symposium on Cable Dynamics, pp.205~212, 1995.
- 10) 建設省土木研究所: 斜張橋並列ケーブルのウェークギャロッピング制振対策マニュアル(案), 共同研究報告書, 第134号, 1995.9.
- 11) 大塚, 山口, 高野, 小笠原, 下里: 鶴見つばさ橋の振動特性, 橋梁と基礎, 第31巻, 第11号, pp.21~27, 1997.11.
- 12) (財)土木研究センター: 斜張橋ケーブルの耐風性検討報告書, pp.207~217, 1993.3.
- 13) 平田, 福岡, 串田, 寺西, 村田: 十勝中央大橋の管理について, 栗本技報, No.24, pp.16~26, 1991.1.
- 14) 文献12)の, pp.185~199, 1993.3.
- 15) 和田, 高野, 林, 小山, 津村: 横浜ベイブリッジの振動実験, 橋梁と基礎, Vol.26, No.2, pp.15~18, 1992.2.
- 16) 長井, 井澤, 中村: 斜張橋の基本計画設計法, 森北出版(株), pp.168~174, 1997.
- 17) 高橋, 鎌田, 花田: 係数励振力と周期的変動荷重を受ける扁平ケーブルの非線形振動, 土木学会論文集, No.549/I-37, pp.115~124, 1996.10.
- 18) 日本道路協会: 道路橋耐風設計便覧, pp.101~104, 1991.7.

(1999年9月17日受付)