

セルラオートマトンと GA の連携による多目的構造最適化の試み

Multipurpose structural optimization using cellular automaton and genetic algorithm

山本広祐*, 佐々木康彦**, 山田英樹***

Kosuke Yamamoto, Yasuhiko Sasaki and Hideki Yamada

* 工博 (財) 電力中央研究所, 構造部 (〒270-1194 千葉県我孫子市我孫子 1646)

** 工博 北海学園大学教授, 工学部土木工学科 (〒064-0926 札幌市中央区南 26 西 11)

*** (株) 電力計算センター, 我孫子解析技術部 (〒270-1165 千葉県我孫子市並木 9-19-14)

We have been investigating structural optimization by using local rules for grid structures. This method is a cellular automaton (CA) which can introduce engineering judgements into local intercell relations and search for an optimal result according to the time steps of the simulations. It is already confirmed that the proposed method is effective for single purpose structural optimization. However, it has not yet been established for multipurpose optimization, which is more essential in solving practical design problems. In order to reduce the difficulties existing in multipurpose optimization, we demonstrate a new method combining CA and genetic algorithm (GA).

Key Words: structural optimization, cellular automaton, genetic algorithm, FEM

1. まえがき

近年, 人工生命やソフトコンピューティングといった新しい計算手法が注目され, 構造工学分野においても設計や維持管理に活用されつつある(文献 1)-3)など。前者は生態系の情報処理メカニズムをモデルにしたもので, ニューラルネットワーク, 遺伝的アルゴリズム (GA), セルラオートマトンなどが該当し, 複雑システムの解析手段として重要視されている(文献 4), 5)など。一方, 後者はあいまいさを許容し, むしろそれを活かして過度な精密性を避けることによって扱いやすさや頑強性を目指す情報処理手法で, AI, ファジィ理論, カオス理論に加えて人工生命の解析ツールも幾つか含まれている。

著者らは構造最適化の一解析法として格子構造に最適化のための局所ルールを適用する方法に着目し, その有効性を検討してきた^{6,7)}。この方法は, セルラオートマトンの基本原理を活用したもので, 格子空間上の着目セルと周辺セルとの間に然るべき最適化のルールを導入し, このルールを構造全体に展開して 1 ステップの解を得るとともに, 同様の操作を時間発展させた時の収束結果を最適解として導くものである。局所ルールのとり方には設計者の知識や思想が直接反映されることになるが, 少なくとも単一の設計条件(荷重条件など)に対して効果を発揮することが既に確認されている(文献 6)-8)など。一方, 実務的な設計問題を想定した時, 複数の設計条件が存在することは容易に推測が可能であり, いわゆる多

目的の最適化が望まれることになる。

そこで, 著者らはセルラオートマトンに見られる局所ルールと GA 双方の利点を活かしつつ, それらを組み合わせ利用し, 複数の荷重条件に対する最適化問題の解決を試みた。

本論では, まず第 2 章で提案する最適化法の概要と局所ルールおよび GA 利用の位置付けを明確にする。次に, 第 3 章では 2 次元問題を対象に単一の荷重条件に対して局所ルールを適用し, 最適板厚分布を求める方法を説明する。更に, 局所ルールを用いて最適化を図った個々の結果を受けて, それらをいかに組み合わせ用いれば全ての荷重条件に対して有効になるのかということを求める過程で GA を活用する。引き続いて, 第 4 章では提案法の効果を確認するため, 複数の荷重条件を考慮した片持ち梁の構造最適化を例示する。最後に第 5 章および第 6 章で提案法の総括を行う。

2. 提案する最適化法の概要と局所ルールおよび GA 利用の位置付け

本論では, 多目的最適化の一例として複数の荷重条件に対して一つの最適な構造形態を見つけたすことを考える。そこでは, 個々の荷重条件に対して最適化が図られているとともに, 複数の荷重条件に対しても総合的な最適化が図られていることを目標にする。以下に著者らが提案する問題解決策を示す。

- ①構造形態を形成する領域を指定し、境界条件や個々の荷重条件を与える。
- ②局所ルールを用いて、単一の荷重条件に対する最適化を図り、板厚分布を算出する。
- ③複数の荷重条件に対する最適板厚は、局所ルールを適用して求めた個々の荷重条件に対する板厚分布の重み付き総和であると仮定し、その重み係数の同定に遺伝的アルゴリズムを適用する。
- ④最終的に求まった板厚分布に対して、個々の荷重条件に対する主応力分布を求め、問題解決策に誤りがなかったことを確認する（必要に応じて、問題解決策を修正の上、再解析を実施する）。
- ⑤設計者の意図する構造形態が算出されたことをもって最適解（最適値に近い満足解）と判断する。

なお、単一の荷重条件とは同時に考慮すべき荷重の分布1組を意味するのであって、単一荷重の作用を意味するものではないことに留意されたい。

基本的な処理の流れを図-1に示す。なお、局所ルールおよびGAの具体的な利用方法については第3章に記述する。

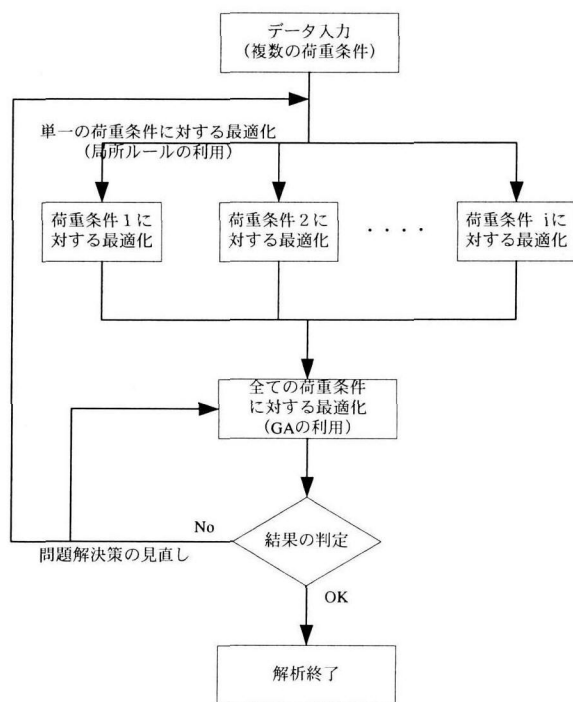


図-1 提案する多目的最適化の流れ

3. 局所ルールおよびGAの利用方法

3.1 単一の荷重条件に対する構造最適化（セルラオートマトンに見られる局所ルールの利用）

2次元問題への適用を想定しているため、これに最も馴染みやすい格子構造として図-2に示す Moore 近傍

を考える。ここでは、解析領域を正方形または長方形要素に分割する。

時刻 t における2次元格子 (i, j) のセルの状態を $a_{ij}(t)$ とすると、時刻 $t+1$ の状態 $a_{ij}(t+1)$ は次式で与えられる。



図-2 Moore 近傍

$$a_{ij}(t+1) = R[a_{i-1,j-1}(t), a_{i-1,j}(t), a_{i-1,j+1}(t), a_{i,j-1}(t), a_{i,j}(t), a_{i,j+1}(t), a_{i+1,j-1}(t), a_{i+1,j}(t), a_{i+1,j+1}(t)] \quad (1)$$

R : 次の状態を定義する関数で局所ルールに相当。

本検討での具体形は、式(2), (3)として後述する。

つまり、着目セルと周辺8セルの現在状態から次のステップ $t+1$ における着目セルの状態が決まる。構造最適化を図るための局所ルールは板厚 T_m の評価に組み込み、全てのセルで主応力の絶対値 $|\sigma|$ が許容応力 σ_a に等しくなるよう各セルの情報（板厚）を更新し、有限要素解析を繰り返していく。

$$T_m(t+1) = \alpha \{T_m'(t) + \varepsilon \Sigma T_n(t) / 8\} \quad (2)$$

$$T_m'(t) = T_m(t) \{1 + \gamma (|\sigma| - \sigma_a) / \sigma_a\} \quad (3)$$

ここで、 m は着目セル、 n は周辺8セル、 $\Sigma T_n(t) / 8$ は周辺8セルの平均板厚である。また、 α および γ は板厚の更新率（収束性に関する正定数）、 ε は着目セルに周辺セルの影響を取り込むための正定数である。

図-3に、局所ルールを用いた単一の荷重条件に対する最適化の流れを示す。局所ルールを用いて板厚分布を更新し、剛性マトリックスを計算し直しながら弾性有限要素解析を繰り返し、主応力分布（絶対値）が均一に許容応力 σ_a に等しくなるよう収束計算を行っている。

3.2 複数の荷重条件に対する構造最適化（GAの利用）

単一の荷重条件に対して最適化を図った解析結果（板厚分布）は各々異なることから、全ての荷重条件に対して全てのセルの発生主応力が σ_a に等しくなる共通の板厚分布を求めることは不可能である。そのため、多目的最適化を図る方針として以下のような指標を掲げる。

①異なる荷重条件に対して共通の最適な板厚分布を求める。この際、各荷重条件において絶対値で最大となる主応力 $|Z_i|$ （解析ケース $i=1 \sim k$ ）が、各々 σ_a に等しくなるよう試みる。

②最適な板厚分布は、各荷重条件に対して局所ルールを適用して求めた板厚分布に重み係数をかけ、足し合わせることで実現できるものとする。

すなわち、解析ケース k において求めた板厚分布を T_{Dk} とすると、全解析ケースに対する最適板厚分布 T_{Dopt} は

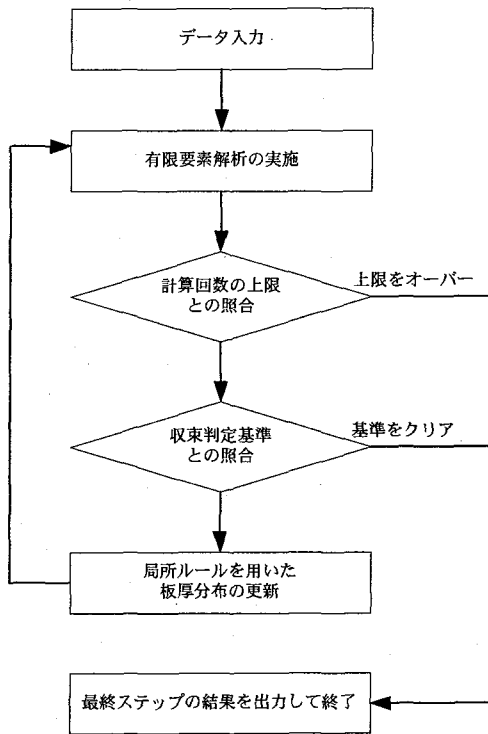


図-3 局所ルールを用いた単一の荷重条件に対する最適化の流れ

次式により得られるものと仮定する。

$$TD_{opt} = TD1 \times \eta_1 + TD2 \times \eta_2 + TD3 \times \eta_3 + \dots + TDk \times \eta_k \quad (4)$$

従って、重み係数 η_i ($i=1 \sim k$) を求める行為に GA を活用する。

図-4に、GAを用いた複数の荷重条件に対する最適化の流れを示す。局所ルールの適用で示した図-3に類似した処理の流れであるが、解析条件（複数の荷重条件）および複数の遺伝子個体（ η_i の複数の組み合わせ）を考慮する分、並列的な計算ループが増えている。

4. 解析例（片持ち梁の構造最適化）

4.1 解析条件

片持ち梁（左端固定）の上縁に 100kgf の集中荷重が様々な作用した場合を検討する。解析メッシュは水平方向 18 要素、鉛直方向 12 要素の総計 216 から構成され、要素 1 辺の長さは 10mm とした。この例題では、5つの荷重条件に対してまず局所ルールで最適化を図り、その結果として求めた 5つの板厚分布に対して最適な係数 η_i ($i=1 \sim 5$) の組み合わせを GA により求める。もし、第2章で示した問題解決策あるいは 3.2 節に掲げた多目的最適化の指標が妥当なものならば、各荷重条件に対して絶対値で最大となる主応力 $|Z_i|$ が許容応力 σ_a （ここでは、1200kgf/cm²とした）にほぼ等しくなる共通の板厚分布

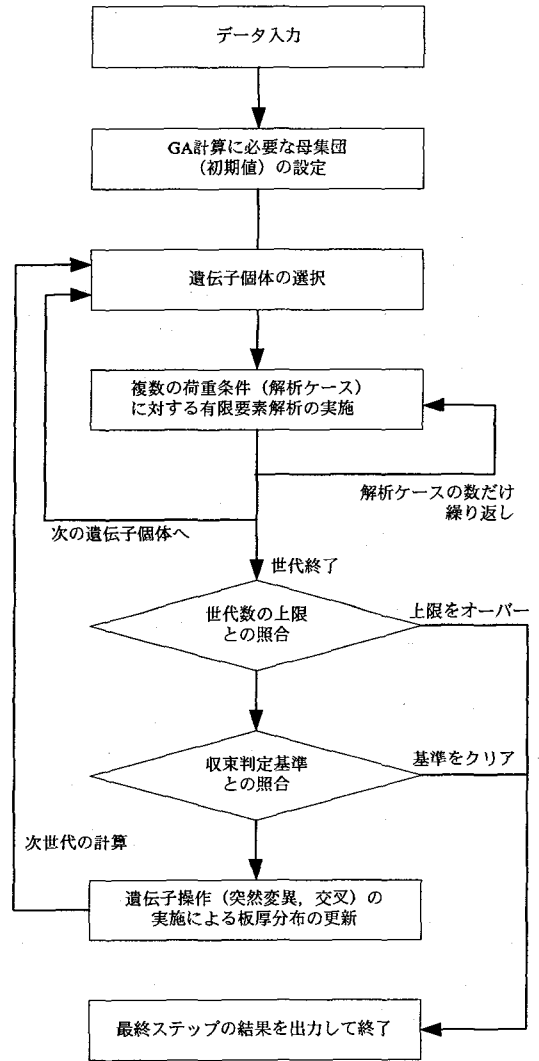


図-4 GAを用いた複数の荷重条件に対する最適化の流れ

が求まるはずである。

4.2 解析結果

荷重条件が異なる 5つの問題に対して、 $\alpha=0.98$, $\varepsilon=0.02$, $\gamma=1.00$ における局所ルールの適用結果を図-5から図-9に示す。なお、これらの図では板厚分布を 0～1に規格化し、0を白色、1を黒色で示したため、各々で板厚分布の最大値が異なっていることに留意されたい。収束条件として発生主応力（絶対値）の全解析領域におけるばらつきを 1%未満としたが、大半の解析は 100 回未満の計算でこの条件を満足している。表-1に各解析ケースにおける収束回数と最大板厚を示す。

一方、図-10は GA を用いて $\eta_1 \sim \eta_5$ を同定した時の結果であり、個体数 20、突然変異率 0.2、交叉率 0.2 の条件下で第 50 世代における最良個体が示した板厚分布である。この解析では、 η_i 各々を 9 桁のグレーコードで表現し、十進数としての値に 0.004 をかけたものを実際の係数として用いた。従って、十進数で 250 の時、 $\eta_i=1.0$

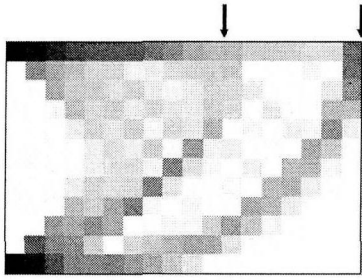


図-5 解析ケース1における最適板厚分布

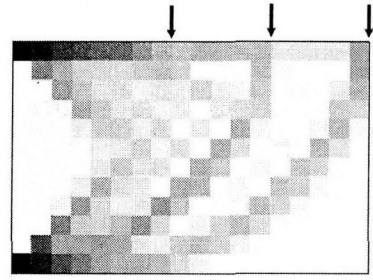


図-8 解析ケース4における最適板厚分布

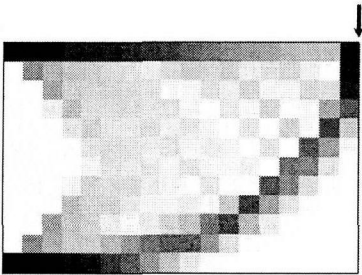


図-6 解析ケース2における最適板厚分布

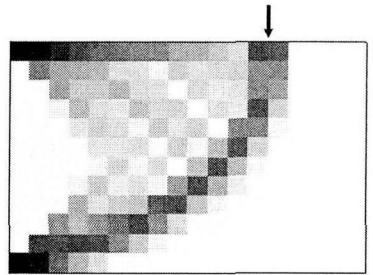


図-9 解析ケース5における最適板厚分布

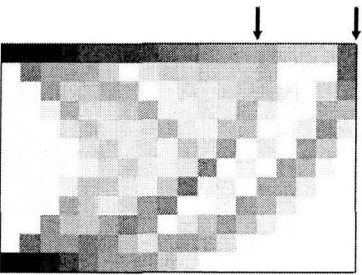


図-7 解析ケース3における最適板厚分布

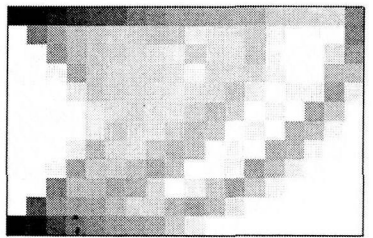


図-10 GAによる総合的な最適板厚分布
(解析ケース1～5の全ての荷重条件が考慮されている)

となる。本検討では、5つの荷重条件各々に対して絶対値で最大となる主応力 $|Z_i|$ ($i=1\sim 5$)を求め、 $|Z_i|$ と σ_a との差の最小化を図った。具体的には、以下に示す目的関数 f_{opt} を定義し、その最小化を検討した。

$$f_{opt}=(\text{MAX}|Z_i| - \text{MIN}|Z_i|) \times kk \quad (5)$$

$$kk=\sigma_a/\text{MAX}|Z_i| \quad (6)$$

ここで、関数 MAX および MIN は、 $|Z_i|$ の最大値あるいは最小値をとることを意味する。また、 kk は、各遺伝子個体において $\text{MAX}|Z_i|=\sigma_a$ とするためのスケール係数であり、この係数は η_i にも乗じられている。 f_{opt} は、 $\text{MAX}|Z_i|$ を σ_a に規格化した上で $|Z_i|$ のばらつき範囲($\text{MAX}|Z_i| - \text{MIN}|Z_i|$)を最小化するための目的関数である。

目的関数 f_{opt} の推移を図-11 に示すが、第50世代において複数個体の f_{opt} が σ_a の5%以下に到達している。この時、上位個体の η_i (平均値) は、次のとおりである。

$$\eta_1=0.500, \eta_2=0.164, \eta_3=0.124$$

$$\eta_4=0.648, \eta_5=0.024$$

表-1 各解析ケースの収束結果

	収 束 回 数	最大板厚 (mm)
解析ケース1	9 6	2. 4 2
解析ケース2	6 5	1. 4 1
解析ケース3	1 4 2	2. 5 3
解析ケース4	8 2	3. 2 7
解析ケース5	8 0	1. 1 2
GAによる 最適化	20個体 ×50世代	3. 9 0

従って、 $|Z_i|$ は全て $0.95\sim 1.0\sigma_a$ の範囲に入っており、いずれの荷重条件に対しても絶対値で最大となる主応力が σ_a にほぼ等しくなるという条件を満足した。

4.3 複数の荷重条件に対する最適化効果の確認

図-12 から図-16 は、図-10 に示した板厚分布に対

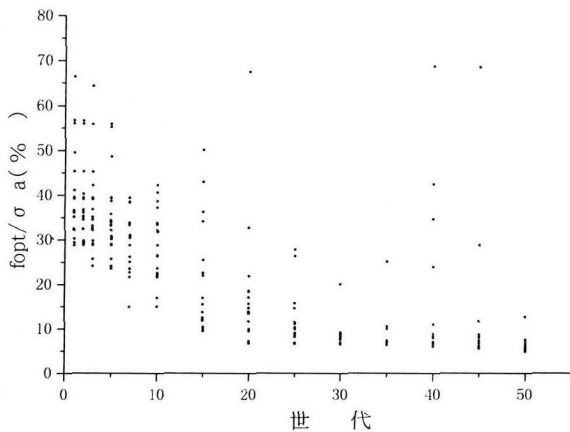


図-11 各世代毎の目的関数 f_{opt} の推移

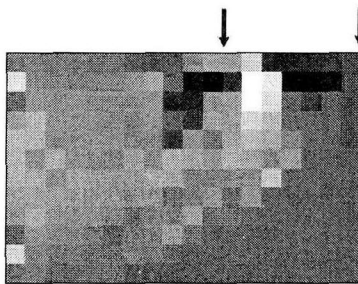


図-12 TDopt に対する解析ケース 1 の発生主応力

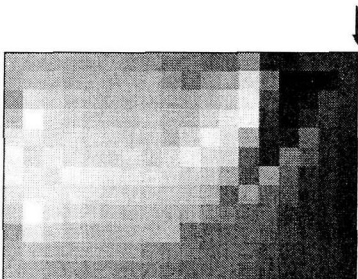


図-13 TDopt に対する解析ケース 2 の発生主応力

する 5 つの荷重条件下での主応力分布（絶対値）である。これらの図では、主応力分布を $0 \sim \sigma_a$ に規格化し、0 を白色、 σ_a を黒色で示した。これより、GA を用いた複数の荷重条件に対する最適化の結果として以下のことが確認できた。

- ①荷重の総和が最も大きい解析ケース 4 で、最も厳しい応力状態を示した。最大応力は、荷重点直下（1 箇所）および固定端近傍の板厚が薄い領域に出ているが、他の解析ケースに比べて全般に応力レベルが高いのが特徴である。
- ②解析ケース 4 以外では、荷重点近傍のみで最大応力が生じている。
- ③荷重の総和が解析ケース 4 に続いて大きいケース 1 とケース 3 では、最大応力発生位置を除いて比較的

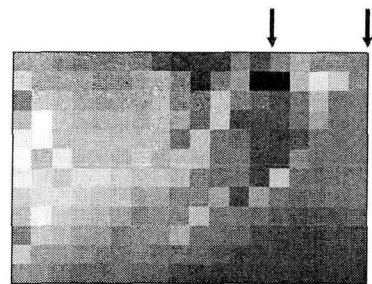


図-14 TDopt に対する解析ケース 3 の発生主応力

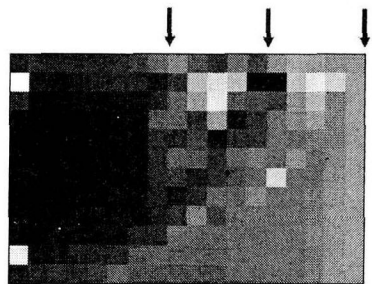


図-15 TDopt に対する解析ケース 4 の発生主応力

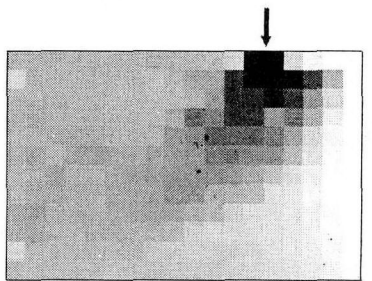


図-16 TDopt に対する解析ケース 5 の発生主応力

平坦な応力分布となっている。

- ④荷重の総和が最も小さいケース 2 とケース 5 では、最大応力発生位置を除いて応力がかなり低くなっている。特に、ケース 5 でその傾向が大きい。
- ⑤荷重点近傍に高い応力が生じるのは各解析ケースに共通しているが、荷重点の位置そのものは各々異なることから最大応力の発生位置は必ずしも同一ではない。
- ⑥板厚の極端に薄い領域が、固定端中央付近と解析領域右下に見られるが、解析ケース 4 の固定端近傍を除いて応力的に問題ないレベルにある。また、解析ケース 4 についても、僅かな板厚増加により回避できるものと考えられる。
- ⑦解析ケース 4 の荷重作用位置は、解析ケース 2, 3, 5 の全てを包含しているため、 η_2 , η_3 , η_5 の値が小さくなっている。一方、解析ケース 1 は解析ケース 4 と荷重作用位置が異なるため、 η_1 は比較的大きな値になっているが、①で既に述べたとおり荷重総

和の違いに対応して発生応力分布の数値は解析ケース1の方が解析ケース4をかなり下回っている。

以上より、解析ケース4の荷重条件で全般的な板厚分布が決まり、その他の解析ケースは板厚分布の部分的な補正に役立てられているものと推察できる。この状況は、既に表示した η_1 の相対関係からも裏付けされている。なお、解析ケース5の重み係数 $\eta_5=0.024$ からわかるとおり、ケース5単独での影響が小さく、他の解析ケースに包含されると考えて差し支えない。

最終的には、著者らが当初想定した条件、すなわち

- ・全ての荷重条件に対して、絶対値で最大となる主応力 $|Z_1|$ が各々 σ_a に等しくなる
- ・個々の荷重条件に対して、設計者が理解・判断できる応力分布にある

を満足する一つの板厚分布が得られたため、設定した問題解決策は問題ないものと判断した。

5. まとめ

本論では、セルラオートマトンに見られる局所ルールとGAの連携による多目的構造最適化を試みた。以下に検討結果を総括する。

- ①単一の荷重条件、複数の荷重条件に対していかに構造最適化を進めていくかという問題解決策を明確にした。
- ②単一の荷重条件に対する最適化では、セルラオートマトンに見られる局所ルールを導入した。ここでは、着目セルとその周辺8セルの間に局所ルールを設け、このルールを解析領域全体に展開した。
- ③複数の荷重条件に対する最適化では、個々の荷重条件に対する最適化の結果を重み付きで足し合わせる方法を提案した。この重み係数の同定にはGAを用いた。
- ④局所ルールおよびGAと有限要素解析を連携し、構造解析を繰り返しながら最適化を図る流れを示した。
- ⑤片持ち梁の設計に関わる簡単な例題を示すことにより提案法の効果を確認した。

6. あとがき

本検討で採用した構造最適化の問題解決策以外にも、例えばGAのみを用いて全要素の板厚を線列化し、各荷重条件に対する主応力の最大値 $|Z_1|$ が σ_a に等しくなるということを目標にしながら、平均板厚の最小化を図る解法もとりうることを明記したい。ここで、そのような問題解決策を採用しなかった理由は、

- ・個々の荷重条件に対する最適化の重ね合わせとした方が設計者に受け入れられやすいこと
- ・意味付けされた段階的な最適化を目指した方が計算時間の短縮が図れる可能性があること

を期待したためである。

問題解決策が工学的に理にかなったものであることは当然であるが、それに加えて設計者の意図を十分反映したものでなければならぬと著者らは確信している。

参考文献

- 1) 土木学会構造工学委員会, AL (人工生命) 技術の構造システム最適化への応用に関する研究小委員会: 新しい構造システム最適化手法—人工生命技術の応用—, 1996.9.
- 2) 日本機械学会編: 工学問題を解決する適応化・知能化・最適化法, 技報堂出版, 1996.10.
- 3) 日本建築学会編: 知的システムによる建築・都市の創造, 技報堂出版, 1998.7.
- 4) 井庭 崇, 福原義久: 複雑系入門 知のフロンティアへの冒険, NTT出版, 1998.6.
- 5) 朱牟田善治, 山本広祐, 前野陽治: 防災保全技術の新たな展開—複雑系科学の適用可能性調査, 電中研調査報告 U98014, 1998.11.
- 6) 佐々木康彦, 山本広祐: 局所ルールによる構造形態の形成手法とその視覚的評価, 土木学会, 第53回年次学術講演会概要集, I-A238, 1998.10.
- 7) 山本広祐, 佐々木康彦: セルラオートマトンとGAの組み合わせ利用による多目的構造最適化, 土木学会, 第54回年次学術講演会概要集, CS-81, 1999.9.
- 8) 北 栄輔, 豊田哲也, 野村壮史: セルラ・オートマタを用いた構造物の設計 (ローカル・ルールの導出に関する一考察), 日本機械学会論文集 (A編), Vol.64, No.662, pp.283-290, 1998.6.

(1999年9月17日受付)