

# 引張軟化特性を考慮したき裂進展解析に関する研究

A Study on Crack Propagation Analysis of Tensile Softening Material

伊藤恭平\*・久保博司\*\*・大杉敏之\*\*\*・廣瀬壯一\*\*\*\*・谷口健男†  
Kyohei ITO, Hiroshi KUBO, Toshiyuki OHSUGI, Sohichi HIROSE and Takeo TANIGUCHI

\*正会員 工修 (株)建設技術研究所 大阪支社技術第2部 (〒540-0008 大阪市中央区大手前1-2-15)

\*\*正会員 工修 三井造船(株) 鉄構建設事業本部技術部 (〒870-0395 大分市大字日吉原3)

\*\*\*学生会員 岡山大学大学院工学研究科 (〒700-8530 岡山市津島中2-1-1)

\*\*\*\*正会員 工博 東京工業大学助教授 工学部土木工学科 (〒152-8552 東京都目黒区大岡山2-12-1)

†正会員 工博 岡山大学教授 環境理工学部環境デザイン工学科 (〒700-8530 岡山市津島中2-1-1)

This investigation aims to propose a numerical simulation method based on the finite element method in order to clarify the crack propagation behavior occurring in homogeneous material with tensile softening property. The displacement-type finite element method is used, and the finite element model is modified according to the crack propagation. So-called process zone is introduced in the crack-tip area, where micro cracks exist, for expressing non-linear behavior of the crack-tip. Also, a new method is proposed for the determination of the direction of crack growth. Four test problems are numerically simulated and the results suggest the proposed method shows good coincidence with other experimental and numerical ones.

**Key Words:** Displacement-type FEM, Numerical Simulation, Crack Propagation Analysis, Tensile Softening, Non-linear Behavior, Homogeneous Material, Fracture Process Zone

## 1. はじめに

構造設計においては、構造物の最終的な耐力の算定が必要不可欠であり、そのためには構造物を破壊に至らしめる要因であるき裂進展プロセスの解明が必要である。ここではその基礎的研究として、き裂進展解析による構造物の破壊挙動を明らかにする事を目的とする。

今までに行われている線形破壊力学を用いた破壊挙動の解析では、耐荷力に関して未だ不十分な結果しか得られていない。よって、高精度の解析を行うため、また、様々な規模の構造物を統一的に説明するためにも非線形理論の導入が求められている。また、材料としては、コンクリートを詳細に見ればモルタル、骨材、空隙などが混在した不均質材料であるが、コンクリートの破壊を考える際には不連続面を持つ均質材料としてモデル化する場合が多い。そこでこのような背景の下、均質系材料の中でコンクリート構造をとりあげると、六郷、内田ら<sup>1)</sup>や彦坂ら<sup>2)</sup>をはじめ多くの研究者によって非線形解析が行われている。しかし、それらのほとんどはき裂のモデル化として分布ひびわれモデルを用いており、き裂幅の評価などについて問題が残る。また、林ら<sup>3)</sup>は、き裂進展経路に沿った要素分割を用いて解析を行っているが、き裂進展経路の算定は

行えていない。

そこで本研究では離散ひびわれモデルを採用し、有限要素法を用いて2次元混合モード下でき裂進展解析を行っている。特に、き裂先端部での非線形性の取り扱いと、非線形理論を用いたうえでのき裂進展角度の決定法について考察する。非線形性を考慮するにあたっては、き裂における開口方向の引張軟化特性を結合力モデルを用いて表した。せん断方向の引張軟化則は実験的にほとんど明らかにされていないため導入していない。また、き裂先端での応力の特異性をなくすため、開口型応力拡大係数  $K_I=0$  という条件を採用している。き裂進展角度の決定方については、せん断型応力拡大係数  $K_{II}=0$  となる方向にき裂が進展するとして角度を決定している。数値解析の検討では、き裂進展経路や荷重-変位関係について実験結果等との比較を行い、また、き裂先端での応力の特異性の有無を調べるために、き裂先端部での応力状態確認も行っている。

## 2. 非線形理論の定式化

### 2.1 離散ひび割れモデルの構成則

均質系材料のなかで、コンクリートのき裂進展による破壊の特徴は、巨視的に完全に開口しているき裂の

先端にマイクロクラックが累積した破壊進行領域が存在することである。この現象はき裂面の応力と変位によって与えられ、2次元的に混合モード破壊についてこれらの関係を記述すると、次のように表される。

$$\begin{Bmatrix} \sigma \\ \tau \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} C_{nn} & C_{nt} \\ C_{tn} & C_{tt} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ここで、 $\sigma$ 、 $\tau$  は垂直応力とせん断応力、 $u$ 、 $v$  はき裂開口変位とすべり変位である。 $C_{nn}$ 、 $C_{nt}$ 、 $C_{tn}$ 、 $C_{tt}$  は定数ではなく、き裂開口変位、すべり変位の増加に伴い伝達応力が減少するという引張軟化現象を表す非線形な値である。破壊力学におけるコンクリート構造物のき裂のモデル化は、 $C_{nn}$ 、 $C_{nt}$ 、 $C_{tn}$  及び  $C_{tt}$  をどう仮定するかであるといえる。しかし、現状では引張軟化特性を表す  $C_{nn}$  のモデル化が研究の中心であり、その他については実験的にはほとんど明らかにされていない。本研究においてもせん断方向の軟化特性は考慮していない。そこで、き裂開口方向、つまりモード I のみを考慮した以下の式を用いる事とする。

$$\sigma = C_{nn} u \quad (2)$$

2.2において引張軟化特性の代表的なモデル化について、また、3において有限要素法への導入について検討する。

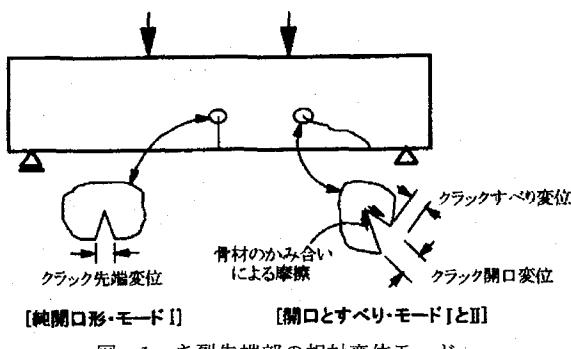


図-1 き裂先端部の相対変位モード

## 2.2 結合力モデル

コンクリートのき裂先端の非線形挙動を数値的にシミュレーションするには、マイクロクラック生成以降の引張軟化特性の有効なモデル化が重要であることは明白である。そのなかで、式(2)で示される結合力モデルは Hillerborg 等によって提案された<sup>4)</sup>。これは図-2 に示すように、き裂先端部に発生する破壊進行領域にき裂は開口しているが、開口面上には開口変位の関数とし与えられる結合力が作用していると考えるもので、開口変位-結合応力関係を図-2 の右図のような引張軟化曲線として与え、その曲線下の面積が破壊エネルギー  $G_F$  であるというものである。

結合力の計算の根拠となる引張軟化曲線は実験によって得られるが、数値解析には実験で得られた曲線を簡便にした、直線、2直線、多直線および曲線などのモデルが用いられている(図-3)<sup>5)</sup>。き裂開口変位

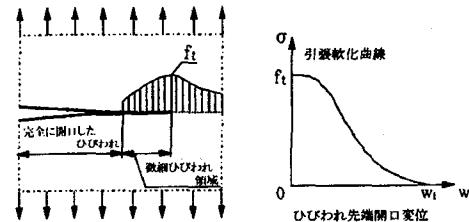


図-2 結合力モデルと引張軟化曲線

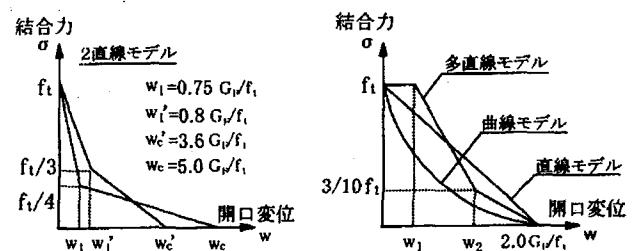


図-3 引張軟化曲線(近似モデル)

が小さい領域の引張伝達力(結合力)のみが耐荷力に重要な役割を果たすことから、コンクリート部材の最大荷重の検討には、一般に直線モデルで十分であるとされる。しかし、破壊エネルギー値  $G_F$ (引張軟化曲線下の面積)を同一にしても全く異なる最大荷重や荷重-変位曲線を示すこともあり、引張軟化挙動のモデル化が今後も重要な課題となると考えられる。本研究では、収束計算により結合力を求めながら離散ひびわれモデルの非線形解析を行う。この手法については3で詳しく述べる。き裂面上の開口変位と結合応力の関係が引張軟化曲線を満足する状態にすることがクライテリオンといえる。ここでは、その状態を常に満足するように、つまり、常に破壊進展状態にある時の荷重を求めている。

## 2.3 応力特異性の除去

線形破壊力学を用いた場合、き裂先端近傍での応力は  $\gamma^{-\frac{1}{2}}$  の特異性を示し、変位は  $\gamma^{\frac{1}{2}}$  に比例定数  $K_I$  で比例することが知られている<sup>6)</sup>。

モード I(開口型変形)においては以下のように近似的に表される。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \begin{Bmatrix} 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \\ 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \\ \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{Bmatrix} \cos \frac{\theta}{2} \left( k - 1 + 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \\ \sin \frac{\theta}{2} \left( k + 1 - 2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right) \end{Bmatrix} \quad (4)$$

よって、この時のき裂開口形状と応力分布は図-5 左図のような形状を示す。ところが実際のコンクリート中のき裂先端には微少なき裂が発生したり骨材のかみ合わせ等により力が働いている状態にあり、き裂開口形状は図-4 右図のような形状を示す。そこで本研究では、き裂先端近傍部分での開口型特異項  $K_I$  値を 0 と仮定する。これにより、き裂先端近傍の変位を示す式(4)からも解るように、き裂先端近傍での開口変位において  $\sqrt{r}$  の項は消え、 $\{\boldsymbol{u}\} = O(r^{3/2})$  となる。

これによりき裂開口形状は図-4 右図のようになり、実際のき裂先端付近の開口形状をうまく表現できると同時にき裂先端部での応力の特異性も除去できると考えるものである。また、本解析において用いたプログラムでは、メッシュデータ及び、境界条件を入力データとし、ここで述べた仮定  $K_I = 0$  を制約条件として用いることによって荷重値を逆算している。この手法については 3. で詳しく述べる。

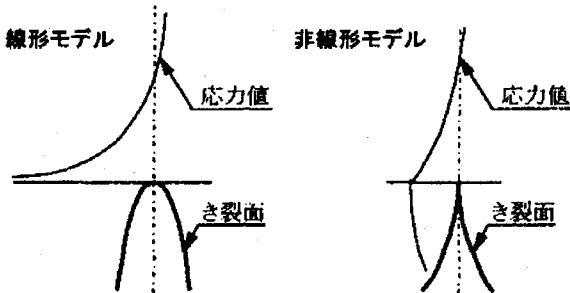


図-4 線形と非線形のき裂開口形状と応力分布

## 2. 4 き裂進展角度の算定

き裂先端部では応力拡大係数に関して  $K_I = 0$  を満足させるように反復計算（非線形解析）を行う。そのため、従来の線形解析<sup>7)</sup>のように  $K_I$  値を用いるき裂進展角度の算定法は使用できない。そこで、次の 2 つの方法により進展角度の算出を試みた。

① 引張り主応力最大方向に直交する方向

② 応力拡大係数  $K_{II} = 0$  の方向

① の方法は図-5 左図に示すように、き裂先端付近での主応力を求め、最大引張主応力に直交する方向にき裂を進展させるものである。き裂進展方向の算定も 1 回の解析で行え、力学的にも非常に理解しやすい方法であると言える。しかし、本解析でこの方法を用いたところき裂先端近傍での応力値が非常に敏感になっているためか、き裂進展方向が安定しなかった。そこで、き裂進展方向の決定には② の方法を採用する。

き裂先端で  $K_{II}$  の値が正になるようにせん断力が働いているとすると、図-6 左図のように応力が働くことになる。 $K_{II}$  の値が負になる時は逆向きにせん断力が働くことになる。 $K_{II} = 0$  の時にはせん断力は働

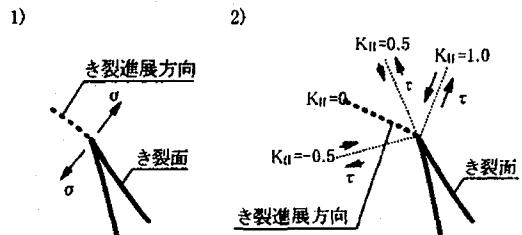


図-5 き裂進展角度の算定法

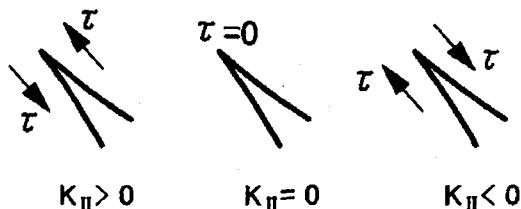


図-6  $K_{II}$  値とせん断力

かない。き裂はき裂部分に働くせん断力で曲がっていくと考えるなら、 $K_{II}$  の絶対値が大きいほどき裂を曲げようとするせん断力が強く働いているものと考えられる。ある角度にき裂を進展させて解析させた時、 $K_{II}$  の値が存在するなら、き裂が進展していくのはその角度ではなく、実際は  $K_{II} = 0$  となる角度まで曲がって進展していくはずである。

そこで②の方法では、図-5 右図のように、実際に幾つかの角度にき裂を進展させて解析し、 $K_{II} = 0$  となる角度を探し、その角度をき裂進展角度とするものである（進展方向が決定できるまで何回か行う。普通は 3～5 回程度）。なお、き裂進展長については、き裂が滑らかに進展していくように適切に進展長さを設定するものとする。

この方法を用いる場合、1 回き裂を進展させるのに複数回の解析が必要であり、場合によっては非常に時間をするものとなっている。さらに離散ひびわれモデルを用いているため、要素分割の手間を考えると解析に必要とされる時間はさらに長くなる。本研究でも離散ひびわれモデルを用いており、それぞれのき裂進展ステップにおいて複数回の解析を行い、その度ごとに要素分割を行っている。しかし、研究室自主開発による自動要素分割プログラム<sup>8)</sup>を用いて、要素分割ができるだけ簡略化することによって、この解析システムを成立させている。

## 3. 有限要素法

通常、力学問題を有限要素法で解析する場合には荷重制御や変位制御などの手法が用いられるが、本研究では最終的に耐荷力を算定するという意図からこれらの手法は用いていない。ここでの手法は力と変位が 1

対 1 の関係の時にき裂長に対する荷重値を算定するもので、これはある長さのき裂を有する構造物の耐荷力を求めるものといえる。そのため、初期状態で荷重点での変位、荷重の大きさは共に未知となっており、特別な計算方法が必要となる。以下、その方法について述べる。

有限要素法による剛性マトリックスを  $[K]$  とするとき、節点変位  $\{u\}$  と節点力  $\{f\}$  の間には、

$$[K] \{u\} = \{f\} \quad (5)$$

の関係を得ることができる。さらに、本解析モデルに作用する節点力は荷重、き裂表面の結合力、支点反力であり、それらをそれぞれ  $P, F, R$  と表し、それぞれの節点力に対応する節点変位を  $u^P, u^F, u^R$  とするとき、式 (5) は次式のように書ける。

$$[K] \begin{Bmatrix} u^P \\ u^F \\ u^R \\ u \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P \\ F \\ R \\ O \end{Bmatrix} \quad (6)$$

あるいは

$$\overline{[K]} \begin{Bmatrix} u^P \\ u^F \\ R \\ u \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P \\ F \\ O \\ O \end{Bmatrix} \quad (7)$$

式 (7) は、支点での変位境界条件 ( $u^R=0$ ) を考慮して、式 (6) を書き換えたものである。式 (7) の両辺に逆行列  $\overline{[K]}^{-1}$  を掛けると、

$$\begin{Bmatrix} u^P \\ u^F \\ R \\ u \end{Bmatrix} = \overline{[K]}^{-1} \begin{Bmatrix} P \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \overline{[K]}^{-1} \begin{Bmatrix} 0 \\ F \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (8)$$

を得る。上式より、荷重  $P$  と結合力  $F$  を求めれば各節点変位ならびに反力を得ることができる。荷重  $P$  と結合力  $F$  は以下のようにして求めた。

結合力  $F$  は引張軟化曲線によって開口変位の非線形な関数として与えられる。よって、結合力  $F$  を求めるには繰り返し計算を必要とする。ここでは、第一ステップにおいて適当な結合力  $F$  を初期条件として与え、得られた開口変位よりの引張軟化曲線を用いて結合力を求め、それを次のステップの既知の結合力とした。

荷重  $P$  はき裂先端での応力拡大係数  $K_I$  がゼロという条件から求めた。コンクリート材料のき裂先端は骨材によるブリッジングや微小き裂の発生によって応力の特異性は無く、 $K_I=0$  の状態にあると考えられる。き裂先端に、特異アイソパラメトリック要素を用いた時、応力拡大係数  $K_I$  とき裂先端近傍のき裂法線方向節点変位には式 (9) の関係がある<sup>9)</sup>。

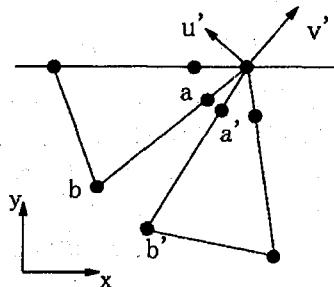


図-7 アイソパラメトリック特異要素

$$K_I = \sqrt{\frac{2\pi}{L}} \frac{G}{k+1} [4(u^F(a) - u^F(a')) + u^F(b') - u^F(b)] \quad (9)$$

$$k = \begin{cases} 3-4\nu & (\text{平面ひずみ}) \\ (3-\nu)/(1+\nu) & (\text{平面応力}) \end{cases}$$

ここで、 $\nu$  : ポアソン比、 $G$  : せん断弾性係数、 $L$  : 特異要素長 (き裂先端から  $b$  および  $b'$  までの長さ)、 $u^F(a)$  : 節点  $a$  でのき裂法線方向変位である。

式 (8) より  $u^F$  は  $P$  の関数として表されるので、それを式 (9) = 0 に代入することにより、 $P$  を求められる。得られた  $P, F$  を式 (8) に代入すれば節点変位が得られる。以上のステップを、荷重  $P$  の値が収束するまで繰り返す。なお、実際の計算では、 $\overline{[K]}^{-1}$  を、直接計算することなくコレスキー分解を用いて計算量の節約を図る。 $K_{II}=0$  の条件でき裂進展方向を決め、 $K_I=0$  の収束条件で荷重  $P$  算定するところに本解析の定式化に関する特徴がある。

#### 4. 数値解析

##### 4.1 き裂先端近傍の応力状態の確認

ここでは、六郷らが行った 4 点曲げの解析<sup>10)</sup>を取りあげ、き裂先端近傍での応力の特異性が除去されているかどうか検証する。

##### 要素分割

き裂先端において発生する応力分布を十分に考慮して解析を行うためには、き裂先端近傍に配置する要素の寸法は十分に小さくし、形状にも注意を払う必要がある。そのためここでは図-8 のような要素配列をき裂先端に配置する。

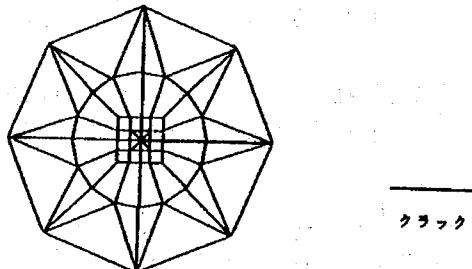


図-8 き裂先端要素配列

き裂先端点に接する 8 要素にはき裂先端での応力拡大係数を算定するためアイソパラメトリック特異要素を、その他の要素にはアイソパラメトリック要素を使用している。以下のすべての解析についても、き裂先端に同様の要素配列を配置するものとする。

解析モデルは図-9 のような平面応力状態にある 4 点曲げ問題である。材料定数については、破壊エネルギー  $G_f = 96 \text{ (Nm/m}^2\text{)}$ 、引張強度  $f_t = 2.96 \text{ (MPa)}$ 、弾性定数  $E_c = 29.4 \text{ (GPa)}$ 、ポアソン比  $\nu = 0.2$  とする。

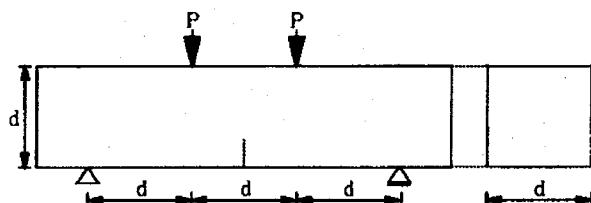


図-9 4点曲げ解析モデル

この解析では解析モデル図-9 に示す寸法のパラメータ  $d$  を  $100mm$ 、 $200mm$ 、 $400mm$  とした寸法の異なるコンクリート梁について曲げ荷重が最大になった時の梁中央部断面における応力の分布を算定している。き裂は中央下端から進展するものとし、進展方向については垂直に直進するものとしている。解析モデルの要素分割例を図-10 に示す。

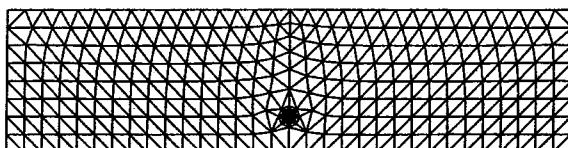


図-10 要素分割例

また、それぞれの寸法のモデルに対して図-11 に示す 2 種類の引張軟化曲線で解析を行っている。本解析結果の応力分布を図-12 に示す。最大曲げ荷重時におけるき裂長は、引張軟化曲線として直線モデルを用いた場合、 $d = 100mm$ 、 $200mm$ 、 $400mm$  の順に下端から  $49mm$ 、 $75mm$ 、 $104mm$  となった。 $1/4$  点 2 直線モデルを用いた場合は、順に下端から  $37mm$ 、 $52mm$ 、 $64mm$  の長さとなっており、どの場合にお

いてもき裂先端部で応力値が高くなっている。応力分布形状を見たとき、本解析では線形理論を用いた時のような応力の特異性は上手く除去されており、き裂先端においても連続的な応力分布になっているのがわかる。

なお、今後の解析では簡単のため、引張軟化曲線としては直線モデルを採用し解析を行うこととする。

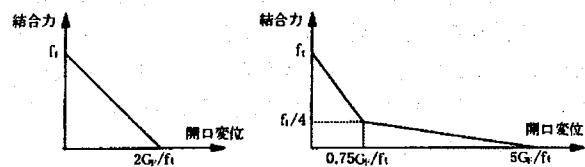
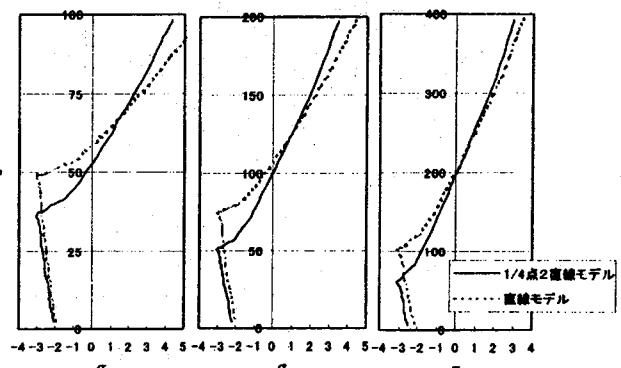


図-11 解析に用いた引張軟化曲線



$d = 100mm$     $d = 200mm$     $d = 400mm$

図-12 本解析による最大曲げ荷重時における  
梁断面内の応力分布

#### 4. 2 混合モード下でのき裂進展解析

##### (1) アンカーボルト引き抜き破壊問題

ここでは社団法人日本コンクリート工学協会による共通解析問題 2 「アンカーボルトの引き抜き破壊の実験および解析問題」<sup>5)</sup> を対象に非線形き裂進展解析を行う。まず解析モデルを図-13 に、モデル寸法については表 1 に示す。#1 の問題では側面の拘束がなく、#2 の問題では側面の拘束があり、上部押え部がアンカーボルト部に接近している。材料定数については破壊エネルギー  $G_f = 100 \text{ (Nm/m}^2\text{)}$ 、引張強度  $f_t = 3.0 \text{ (MPa)}$ 、弾性定数  $E_c = 30.0 \text{ (GPa)}$ 、ポアソン比  $\nu = 0.2$  とする。

この解析モデルは左右対称な形状と境界条件を持つことから左側半分のみを対象とし、平面応力状態として解析を行う。対称軸上の境界条件は水平方向固定の条件を用いた。クラック進展方向の決定には 2. で述べた  $K_{II}=0$  となる方向を進展方向とする手法を用いる。それぞれのき裂進展ステップにおけるき裂長の設定については、き裂が滑らかに湾曲していくようにできるだけ小さく設定した。

まず、#1の問題について解析を行った。得られた荷重-変位曲線を図-14に示す。変位は図-13に示すA点での変位を用いている。また、図-14には文献<sup>5)</sup>にある実験値もあわせて示している。実験値では最大荷重値で30kN後半から60kN程度までの幅が見られる。本解析においては、変位0.1mmで最大荷重値44.5kNを示した。最大荷重値は実験結果の範囲内にあり、最大荷重時における変位値も実験結果と類似した値が出ている。図-15に文献<sup>5)</sup>での実験によるき裂進展経路を、図-16に本解析によるき裂進展経路を示す。また、図-17に本解析による変形図を示す(変形の倍率1000倍)。

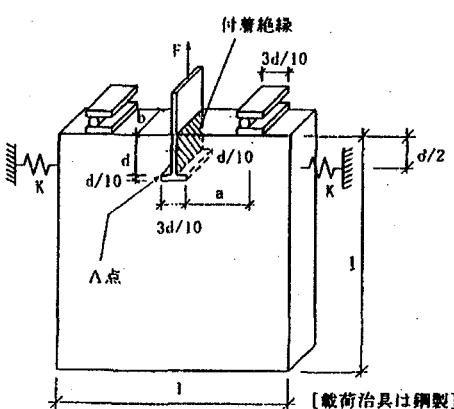


図-13 アンカーボルト引き抜き破壊解析モデル

表-1 モデル寸法

試験体名	d (mm)	a (mm)	b (mm)	l (mm)	K
#1	150	300	100	900	0
#2	60	60	80	350	$\infty$

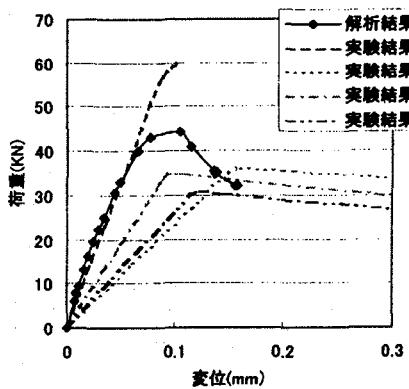


図-14 アンカーボルト引き抜き破壊問題#1の荷重-変位曲線

き裂進展経路においても実験結果のパターンと類似した経路をたどっており、破壊に至るまでの挙動を上手く再現できているといえる。破壊後は荷重値が実験結果よりも低くなる傾向が見られる。これについて

は使用した引張軟化曲線モデルによるものと考えられる。

なお、き裂進展経路については、筆者らが以前線形破壊解析を用いて解析した結果<sup>7)</sup>とも良好な一致をしている。

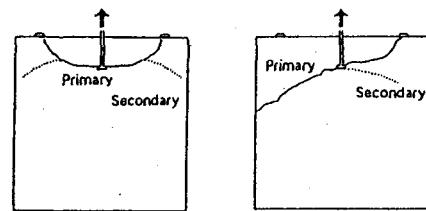


図-15 アンカーボルト引き抜き破壊問題#1  
き裂進展経路(実験結果)

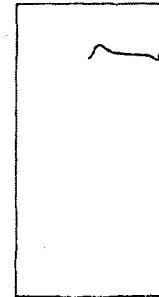
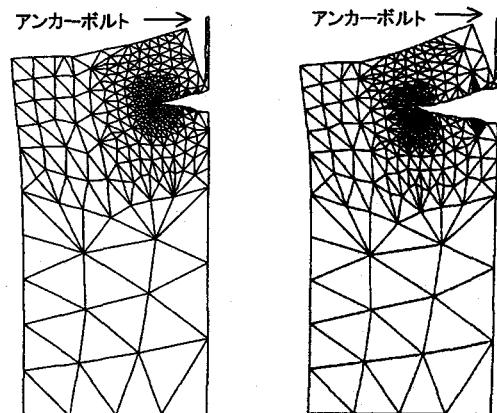


図-16 アンカーボルト引き抜き破壊問題#1  
き裂進展経路(解析結果)



ステップ 17(最大荷重時)                   ステップ 48  
図-17 アンカーボルト引き抜き破壊問題#1変形図

次に、アンカーボルト引き抜き破壊問題#2について検証する。まず、文献<sup>5)</sup>で示された実験でのき裂進展経路を図-18に示す。実験によるき裂進展経路を見ると、上部押え下方までは比較的安定しているものの、その後は数パターン存在するようである。問題#1に比べて応力状態が複雑であり、特に上部押え下方にさしかかった辺りからき裂進展方向が安定していないものと考えられる。

同問題#2を解析したところ、26回目の進展解析において $K_{II}=0$ を示すき裂角度が存在しなくなり、き裂進展方向を決定することができなくなった。26回目の進展解析ではどの方向にき裂角度を設定しても $K_{II}<0$ となっている。前述したように実験結果においても進展経路が安定せず、様々なパターンのき裂進展経路が見られている。本解析において26ステップでき裂進展方向を算定できなくなったのは、この現象が数値解析的に表現されたものと考えられる。このように応力状態が複雑になった原因としては次の2点が考えられる。

- ・水平方向の押え ( $K=\infty$ ) の影響
- ・上部押えとアンカーボルト部の距離の接近

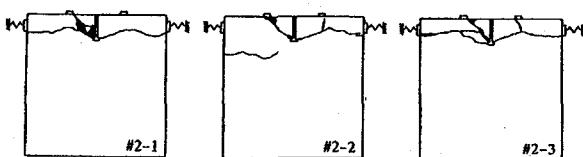


図-18 アンカーボルト引き抜き破壊問題#2き裂進展経路（実験結果）

図-19に25ステップまでの荷重-変位曲線を、図-20に変形図を示す。25ステップまでは最大荷重値は示されていない。き裂進展経路においては上部押え下方にさしかかったところまであるが、そこまでは実験結果での進展経路を再現できていると思われる。

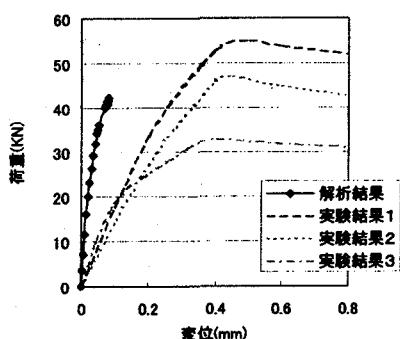


図-19 アンカーボルト引き抜き破壊問題#2  
荷重-変位曲線

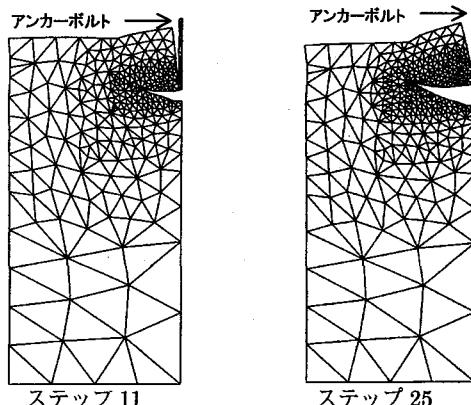


図-20 アンカーボルト引き抜き破壊問題#2荷重図

なお、筆者らが以前、線形破壊理論を用いて解析した場合<sup>7)</sup>のき裂進展経路については、最大荷重値が得られた後も実験での進展経路と類似した結果が得られている。今回得られた25ステップまでのき裂進展経路と線形解析を行った時のき裂進展経路を比較した場合も、類似したき裂進展経路となっている。

## (2) 非対称4点曲げ問題

ここではMing Xieらの論文<sup>11)</sup>に示された非対称4点曲げ問題を用いて非線形き裂進展解析を行った。このモデルも平面応力状態とし、き裂はInitial Notch先端から進展していくものとする。き裂進展方向は前述した通り $K_{II}=0$ となる方向に決定し、き裂長の決定については前問題と同様、き裂が滑らかに湾曲していくように設定する。図-21に解析モデルを示す。材料定数については、破壊エネルギー $C_F=150$  ( $Nm/m^2$ )、引張強度 $f_t=4.0$  ( $MPa$ )、弾性定数 $E_c=24.8$  ( $GPa$ )、ポアソン比 $\nu=0.18$ とする。

このモデルにおける荷重-変位曲線を図-22に示す。

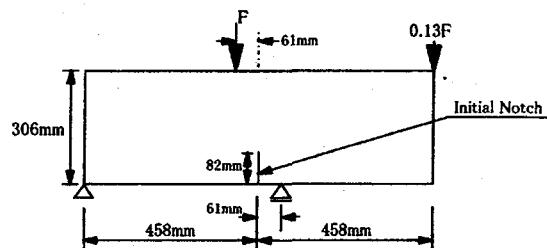


図-21 解析モデル

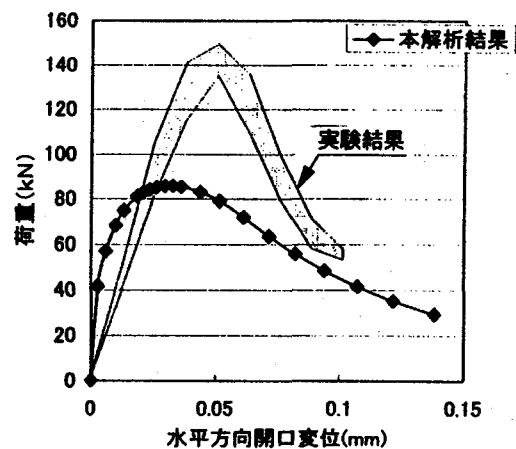


図-22 荷重-変位曲線

変位はInitial Notch先端での水平方向き裂開口変位の値を用いている。本解析結果を実験結果と比較してみると、最大荷重値が65%程度しかないことが分かる。Ming Xieらの論文に示された解析結果との違いについては、①使用している要素の違い、②き裂進展方向を決定する方法の違いによると考えられる。特に②については、Ming Xieらの方法は、き裂先端付近の要素の持つエネルギーを考慮したものと考えられる。

Ming Xie らの論文に示されていた変形図を図-23 に示す。これは論文中に、実験でのき裂進展経路と非常に類似しているとして表されていたものである。本解析での変形図を図-24 に示す。これを見ると、き裂進展経路においては極めて良好な結果が得られているといえる。

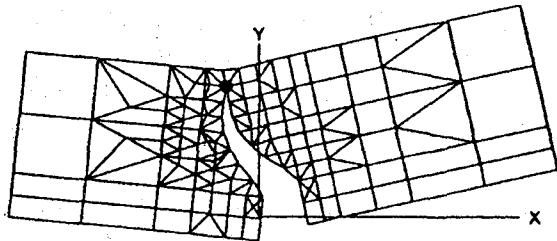


図-23 Ming Xie らの解析による変形図

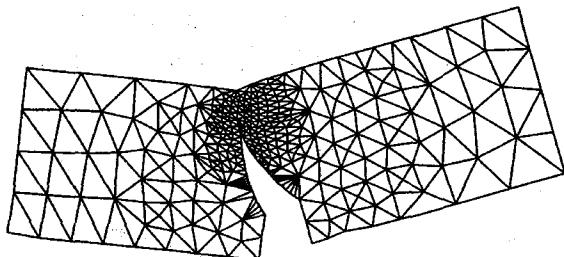


図-24 本解析による変形図

## 5. 結論

本研究では、非線形き裂進展解析を行うにあたって、き裂先端での非線形性の取り扱いとき裂進展角度の決定法について提案し、コンクリート構造を対象にして解析を行った。

結果を考察すると、き裂先端部での応力の特異性はうまく除去され、き裂進展方向についても実験でのき裂進展経路をある程度再現できていると考える。しかしながら、荷重-変位曲線については、最大荷重後の破壊挙動で荷重値が実験値より小さくなる傾向及び変位が小さくなる傾向が見られる。この問題については引張軟化曲線の設定手法に関して種々の手法で再検査する必要があると考えられる。また、き裂先端付近以外の場所（き裂進展経路）における剛性低下の影響についても考慮する必要があると考えられる。

解析手法については、今後改良を加えるべき問題点として、き裂進展角度の決定法があげられる。ここで紹介した手法を用いてもき裂進展方向を算定するのは可能であるが、2.でも述べたように、大変な手間と時間を費やす。そこで、効果的な解析で次の進展角度が決定される、ポテンシャル・エネルギー開放速度を用いての決定法などの手法を導入する事が考えられる。また、4.でも述べたが線形理論を用いての解析結果<sup>8)</sup>をみると、き裂進展経路については良好な結果が得ら

れている。そこで、き裂進展経路の算定は線形理論を用いて行い、その後、求めたき裂経路に沿って非線形解析を行って荷重値を算定する方法も考えられる。

本研究では、荷重-変位関係の解析精度の向上と、計算効率の改良の2点が今後の課題であるが、解析法の基本的な基盤ができたと考えている。

## 参考文献

- 内田裕市、六郷恵哲、小柳治、日本コンクリート工学協会：破壊力学の応用研究委員会報告、1993, pp.526-529.
- 劉玉擎、海老原俊広、John Bolander Jr.、彦坂熙、日本コンクリート工学協会：破壊力学の応用研究委員会報告 1993, pp.570-573.
- 林静雄、黒正清治、吉田弘行：引き抜き力を受ける異形鉄筋の引き抜き端近傍における付着性状、RC構造の有限要素解析に関するコロキウム論文集、1984, pp.43-48.
- Hillerborg,A.,M.Modeer and P.E.Petersson:Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements,Cement and Concrete Research, Vol.6,No.6,pp.773 - 781,1976.
- 日本コンクリート工学協会：破壊力学の応用研究委員会報告,1993.
- 村上裕則、大南正瑛、石清水幸夫、中山英明：破壊力学入門、オーム社、1979.
- 松永昭吾、廣瀬壮一、谷口健男、伊藤恭平：アンカーボルトの引き抜きによるコンクリート構造体でのひびわれ伝播解析、構造工学論文集, Vol.40A,1994,pp511-517.
- 谷口健男、太田親：複数き裂の進展解析用要素自動分割法、シミュレーション、1990.3,Vol.9-3,pp.16-21.
- Ingraffea,A.R.:Numerical modelling of fracture propagation, Rock Fracture Mechanics (ed. Rothmaith, H. P.), Springer, Berlin, 1983, pp.151-208.
- Keitetsu Rokugo,Yuichi Uchida,Hidenori Katoh, and Wataru Koyanagi:Fracture mechanics approach to evaluation of flexural strength of concrete,ACI Materials Journal, V.92,No.5,September - October 1995, pp.561-566.
- Ming Xie and Walter H. Gerstle:Energy - Based Cohesive Crack Propagation Modeling, Journal of Engineering Mechanics, Vol.121, No.12, December, 1995, pp.1349-1357.

(1999年9月17日 受付)