

降伏棚のない鋼材からなる部材, および変断面部材の弾塑性有限変位解析

Elasto-Plastic Finite Displacement Analysis of Box Members Made of Steel Plates with no Yield Plateau
and Tapered Box Members

田中克弘*, 北田俊行**, 向山寿孝***

Katsuhiko TANAKA, Toshiyuki KITADA and Toshitaka MUKAIYAMA

*工修 日本電子計算(株), 大阪支店技術営業部 (〒532-0011 大阪市淀川区西中島 2-12-11)

**工博 大阪市立大学教授, 工学部土木工学科 (〒558-8585 大阪市住吉区杉本 3-3-138)

***工修 明石工業高等専門学校教授, 都市システム工学科 (〒674-8501 明石市魚住町西岡 679-3)

First of all, demonstrated in this paper is the basic theory for analyzing the elasto-plastic and finite displacement behavior of box members made of steel plates without yield plateau. Then, the theory is verified through comparing the numerical result of a cantilever column model by a computer program modified according to the theory with the numerical one of the model idealized using plate finite elements. The suitable numerical model and the verification of the basic theory for the elasto-plastic and finite displacement analysis of steel box members with variable cross section along the member axes are investigated through comparison of the numerical results by the modified program with the experimental ones.

Key words: box column, tapered column, ultimate strength, elasto-plastic finite displacement analysis, experiment

キーワード: 箱形断面柱, 変断面柱, 終局強度, 弾塑性有限変位解析, 実験

1. まえがき

近年, 橋梁構造物において, 設計技術や製作・施工技術の向上に伴い, その規模や構造が従来の範疇を越えるような長大な吊橋や斜張橋, および複雑な構造のアーチ橋などが造られるようになり, 現行の設計基準では対処しきれない場合が生じてきている。これに対して, わが国の設計基準も, 世界的な動向にしたがって, 許容応力度設計法から限界状態設計法に移行しつつある。この限界状態設計法で扱われている終局限界状態では, 橋梁構造物の部材座屈や全体座屈を照査することがきわめて重要な課題の1つである。

一方, 鋼材に関しては, 橋梁の長大化により, 高張力鋼が使用されてきている。また, 実験供試体を作製する場合には, 設備の関係上ロールされた薄い普通鋼を使用することがある。これらの鋼材では, 明瞭な降伏点を示さないことが知られている。このような実橋, および実験供試体の弾塑性有限変位解析を行うため, 降伏棚のない鋼材からなる部材を対象とした弾塑性有限変位解析法を開発することも必要である。

北田, および田中らは, この趨勢に対処するために,

これまで小松・崎元¹⁾による薄肉箱形断面要素, および後藤²⁾によるカテナリーケーブル要素を用いて, 種々な骨組鋼橋梁構造物の弾塑性有限変位解析に対処できる専用プログラム EPASS を開発している³⁾。さらに, 正確な終局強度が精度よく求められる方法として, ①弧長増分法, ②カレント・スティフネス・パラメータ(CSP)を用いる方法, および③過小緩和法などの手法の有効性を紹介している^{4), 5)}。その後, 高張力鋼のように降伏点のない鋼材に対応するため, 一室箱形断面梁-柱要素の応力-ひずみ関係において, 材料を完全弾塑性体と仮定して導かれた小松・崎元の弾塑性理論¹⁾をひずみ硬化をも考慮した理論へと拡張している⁶⁾。

同様な三次元骨組鋼構造物の複合非線形解析法については, 謝ら⁷⁾によるものがある。謝らの研究では, 文献1)の単室箱形断面梁を多室箱形断面梁に拡張し, 主に長大斜張橋の主塔や主桁に着目した解析を行なっているが, 材料は完全弾塑性体としている。また, 箱形断面の弾塑性ねじりを考慮した研究には, 修行⁸⁾, および Li ら⁹⁾によるものがある。Li らの研究では, 非線形応答解析ではあるが, 複合ひずみ硬化を考慮し, かつ, ねじりによるせん断のほか, 曲げせん断変形も考慮している。し

かし、閉断面内のねじりによるせん断ひずみには、弾性体から得られる式¹⁰⁾を用いている。

吊橋の主塔や斜張橋の塔などには部材軸方向に沿って断面の大きさが変化する変断面部材がよく用いられる。しかしながら、現行の道路橋示方書¹¹⁾によれば、変断面部材については、有効座屈長を明確に規定しないまま、すべての断面について、その断面を等断面とする等価な部材を想定して、耐荷力を照査することとしており、この規定は設計者にとって明快でない。一方、各国の示方書においては、変断面をある特定断面を有する1つの等断面部材とみなして、等断面部材の強度評価式を用いて部材を設計するのが主流のようである。いずれにしても、部材の終局強度に基づく設計法に移行するのであれば、変断面部材の弾塑性座屈強度も明らかにすることが重要であると考えられる。

ところが、変断面梁一柱の座屈強度についての理論的および実験的研究は数少なく、吉田・西田¹²⁾、塩見ら^{13),14)}、および堂垣ら¹⁵⁾によるのものがある。しかも、変断面圧縮柱の実験的研究¹⁶⁾は、ほとんど行われていないようであり、実験データの蓄積の必要性があると思われる¹⁷⁾。

上述の状況のもとに、本研究では、まず、一室箱形断面梁一柱要素について、垂直応力とねじりによるせん断応力との連成を考慮し、さらに、ひずみ硬化を考慮した弾塑性有限変位解析の基礎理論を誘導する。これにより、鋼材の種々な応力-ひずみ関係に対応した解析が可能となる。ただし、変断面部材は、長さの短い等断面要素の集合体でモデル化することとし、本論文では、ひずみ硬化を考慮した等断面要素の弾塑性有限変位解析の基礎理論を示している。次に、この解析法の妥当性について、部材軸方向にウェブ高が直線的に変化する変断面柱部材の圧縮荷重実験の結果¹⁶⁾を用いて、比較検討する。

2. ひずみ硬化を考慮した箱形断面梁一柱の弾塑性有限変位解析の基礎理論

ここでは、文献 1)により示された一室箱形断面梁一柱の弾塑性有限変位解析法を、等方硬化、および移動硬化の複合ひずみ硬化現象を考慮した理論⁹⁾に拡張している。

2.1 基本仮定

一室箱形断面をもつ梁一柱要素の弾塑性有限変位解析において、以下の仮定を設ける。

- 1)幾何学的非線形性は、増分前の変形状態を直線の有限要素でモデル化する Approximate Updated Lagrangian 法を用いて定式化する。
- 2)軸方向変位、および曲げ変位に対しては、平面保持の仮定が成立するものとする。
- 3)曲げに伴うせん断ひずみ、および、それに伴う垂直応

力は、無視できるものとする。

- 4)材料は、von Mises の降伏条件、および Plandtl-Reuss の塑性流れ則に従うものとする。
- 5)材料は、複合硬化材料とし、降伏曲面の中心移動は、Ziegler の移動硬化則に従うものとする。
- 6)箱形断面内のせん断流は、その断面が部分的に塑性化しても、断面内で一定であるものとする。
- 7)要素を構成する板要素の局部座屈の影響は、考慮に入れないものとする。

2.2 ひずみと変位との関係

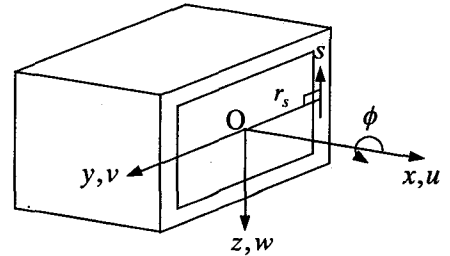


図-1 箱形断面要素の変位

図-1 に示すような箱形断面要素の軸方向垂直ひずみ増分 $\Delta\epsilon$ 、および、せん断ひずみ増分 $\Delta\gamma$ は、仮定 1)~3)を用いることにより、次式で表される。

$$\Delta\epsilon = \Delta\epsilon_0 - y\Delta\psi_z + z\Delta\psi_y + (y^2 + z^2)\Delta\psi_\phi \quad (1)$$

$$\Delta\gamma = r_s\Delta\theta + \frac{\partial\Delta\tilde{u}}{\partial s} \quad (2)$$

ここで、 $\Delta\tilde{u}$ は、そりによる変位増分、 s は板厚中央面に沿った曲線座標、 r_s はせん断中心から板厚中央面への垂線の長さである。また、式中の $\Delta\epsilon_0$ 、 $\Delta\psi_z$ 、 $\Delta\psi_y$ 、 $\Delta\psi_\phi$ 、および $\Delta\theta$ は、次式のとおりである。

$$\left. \begin{aligned} \Delta\epsilon_0 &= \Delta u' + \frac{1}{2}(\Delta v')^2 + \frac{1}{2}(\Delta w')^2 \\ \Delta\psi_z &= \Delta v'' + \Delta\phi\Delta w'' \\ \Delta\psi_y &= -\Delta w'' + \Delta\phi\Delta v'' \\ \Delta\psi_\phi &= \frac{1}{2}(\Delta\phi')^2 \\ \Delta\theta &= \Delta\phi' \end{aligned} \right\} \quad (3)\text{a-d} \quad (4)$$

ここで、プライム (') は、 x に関する微分を表す。

2.3 応力とひずみとの関係

垂直応力 σ 、および、せん断応力 τ の二次元応力状態での von Mises の降伏曲面は、等方硬化、および移動硬化を組み合わせた複合硬化に対して、次式のように表される¹⁸⁾。

$$f = \sqrt{(\sigma - \alpha_1)^2 + 3(\tau - \alpha_2)^2} - H(\bar{\epsilon}_p) = 0 \quad (5)$$

ここで、 α_1 、および α_2 は降伏曲面の中心点、 $H(\bar{\epsilon}_p)$ は相当塑性ひずみ $\bar{\epsilon}_p$ に基づく降伏曲面の大きさを表す。

また、上式のルートの項は、一般に用いられる相当応力 $\bar{\sigma}$ を意味している。すなわち、

$$\bar{\sigma} = \sqrt{(\sigma - \alpha_1)^2 + 3(\tau - \alpha_2)^2} \quad (6)$$

ひずみ硬化に関しては、式(5)より次の関係式が成り立つ。

$$\Delta \bar{\sigma} = \frac{(\sigma - \alpha_1)(\Delta \sigma - \Delta \alpha_1) + 3(\tau - \alpha_2)(\Delta \tau - \Delta \alpha_2)}{\bar{\sigma}} = H'_l \Delta \bar{\epsilon}_p \quad (7)$$

$$\frac{(\sigma - \alpha_1)\Delta \alpha_1 + 3(\tau - \alpha_2)\Delta \alpha_2}{\bar{\sigma}} = H'_k \Delta \bar{\epsilon}_p \quad (8)$$

ここで、 H'_l 、および H'_k は、それぞれ等方硬化率、および移動硬化率を表す。また、降伏曲面の中心移動は、Ziegler の移動硬化則に従うものとする、次式のようになる。

$$\begin{Bmatrix} \Delta \alpha_1 \\ \Delta \alpha_2 \end{Bmatrix} = \frac{H'_k \Delta \bar{\epsilon}_p}{\bar{\sigma}} \begin{Bmatrix} \sigma - \alpha_1 \\ \tau - \alpha_2 \end{Bmatrix} \quad (9)$$

塑性領域での応力-ひずみ増分関係式は、Prandtl-Reuss の塑性流れ則、および、式(7)と式(8)とより、次式のように表される。

$$\begin{Bmatrix} \Delta \sigma \\ \Delta \tau \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{ep} \\ 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \epsilon \\ \Delta \gamma \end{Bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & G \end{bmatrix} - \frac{1}{S} \begin{bmatrix} S_1^2 & S_1 S_2 \\ S_1 S_2 & S_2^2 \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \Delta \epsilon \\ \Delta \gamma \end{Bmatrix} \quad (10)$$

ただし、 E 、および G はそれぞれヤング係数とせん断弾性係数、また S_1, S_2 、および S は次式で表される。

$$S_1 = E(\sigma - \alpha_1), \quad S_2 = 3G(\tau - \alpha_2) \quad (11)a, b$$

$$S = (H'_l + H'_k) \bar{\sigma}^2 + S_1(\sigma - \alpha_1) + 3S_2(\tau - \alpha_2) \quad (12)$$

一室箱形断面の場合の応力とひずみとの関係を、考えてみる。まず、弾性領域におけるせん断ひずみ増分 $\Delta \gamma$ は、次式で与えられる。

$$\Delta \gamma = \frac{\Delta \tau}{G} \quad (13)$$

次に、塑性領域におけるせん断ひずみ増分 $\Delta \gamma$ は、式(10)より、次式で与えられる。

$$\Delta \gamma = \frac{\Delta \tau}{G} + S_h \left\{ \frac{3(\tau - \alpha_2)}{\sigma - \alpha_1} \right\}^2 \frac{\Delta \tau}{E} + S_h \frac{3(\tau - \alpha_2)}{\sigma - \alpha_1} \Delta \epsilon \quad (14)$$

ここに、係数 S_h は、

$$S_h = \frac{E(\sigma - \alpha_1)^2}{(H'_l + H'_k) \bar{\sigma}^2 + E(\sigma - \alpha_1)^2} \quad (15)$$

であり、材料が完全弾塑性体の場合は、 $S_h = 1$ となる。ただし、この係数 S_h は、便宜上定義したものであり、分母に $(\sigma - \alpha_1)$ が乗じてある場合には展開する。

また、式(13)、および(14)を式(2)に代入し、箱形断面の曲線座標 s に沿って線積分すれば、次式が得られる。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{G} \int_e \Delta \tau ds + \frac{1}{G} \int_p \Delta \tau ds + \frac{1}{E} \int_p S_h \left\{ \frac{3(\tau - \alpha_2)}{\sigma - \alpha_1} \right\}^2 \Delta \tau ds \\ & + \int_p S_h \frac{3(\tau - \alpha_2)}{\sigma - \alpha_1} \Delta \epsilon ds = \Delta \theta \oint r_s ds + \oint \frac{\partial \Delta \tilde{u}}{\partial s} ds \end{aligned} \quad (16)$$

上式において、 $\int_e ds$ 、および $\int_p ds$ は、断面内のそれぞれ弾性領域、および塑性領域での線積分を意味する。式

(16)の右辺第2項は、断面が閉断面であるため0となる。箱形断面内のせん断流 q は一定と仮定している、式(16)をせん断流で整理し、式(1)を代入すると、次式で表されるせん断流の増分とひずみの増分との関係式が得られる。

$$\begin{aligned} \Delta q &= \Delta \tau \cdot t \\ &= -\frac{1}{C_1 + C_2} (C_3 \Delta \epsilon_0 - C_4 \Delta \psi_z + C_5 \Delta \psi_y + C_6 \Delta \psi_\phi - C_7 \Delta \theta) \end{aligned} \quad (17)$$

ここに、 t は箱断面の板厚を示す。また、各係数 $C_1 \sim C_7$ は、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{1}{G} \oint_t^1 ds, & C_2 &= \frac{1}{E} \int_p S_h \left\{ \frac{3(\tau - \alpha_2)}{\sigma - \alpha_1} \right\}^2 \frac{1}{t} ds, \\ C_3 &= \int_p S_h \frac{3(\tau - \alpha_2)}{\sigma - \alpha_1} ds, & C_4 &= \int_p S_h \frac{3(\tau - \alpha_2)}{\sigma - \alpha_1} y ds, \\ C_5 &= \int_p S_h \frac{3(\tau - \alpha_2)}{\sigma - \alpha_1} z ds, & C_6 &= \int_p S_h \frac{3(\tau - \alpha_2)}{\sigma - \alpha_1} (y^2 + z^2) ds, \\ C_7 &= \oint r_s ds = 2A_s \end{aligned} \quad (18)a-g$$

式(18)gにおいて、 A_s は閉断面の板要素中央面で囲まれる部分の面積である。

さらに、式(17)を式(10)に代入することにより、塑性域における垂直応力の増分とひずみの増分との関係が、次式のように得られる。

$$\begin{aligned} \Delta \sigma &= E \Delta \epsilon - S_h E \Delta \epsilon + S_h \frac{3(\tau - \alpha_2)}{(\sigma - \alpha_1)t} \frac{1}{C_1 + C_2} \\ & \quad (C_3 \Delta \epsilon_0 - C_4 \Delta \psi_z + C_5 \Delta \psi_y + C_6 \Delta \psi_\phi - C_7 \Delta \theta) \end{aligned} \quad (19)$$

2.4 断面力とひずみとの関係

箱形断面要素の断面力の増分は、垂直応力の増分 $\Delta \sigma$ 、および、ねじりによるせん断流の増分 Δq を断面内で積分することによって与えられる。いま、断面力の符号を図-2に示すように定義すると、断面力の積分は、次式のように表せる。

$$\left. \begin{aligned} \Delta N &= \int_A \Delta \sigma dA = \int_e \Delta \sigma dA + \int_p \Delta \sigma dA \\ \Delta M_z &= -\int_A \Delta \sigma y dA = -\int_e \Delta \sigma y dA - \int_p \Delta \sigma y dA \\ \Delta M_y &= \int_A \Delta \sigma z dA = \int_e \Delta \sigma z dA + \int_p \Delta \sigma z dA \\ \Delta M_r &= \int_A \Delta \sigma (y^2 + z^2) dA \\ &= \int_e \Delta \sigma (y^2 + z^2) dA + \int_p \Delta \sigma (y^2 + z^2) dA \\ \Delta M_x &= \oint \Delta q r_s ds \end{aligned} \right\} \quad (20)a-e$$

式(20)に式(1)、(17)、および(19)を代入し、マトリックス表示すると次式が得られる。

$$\Delta f = (S_e + S_p) \Delta e \quad (21)$$

ここに、

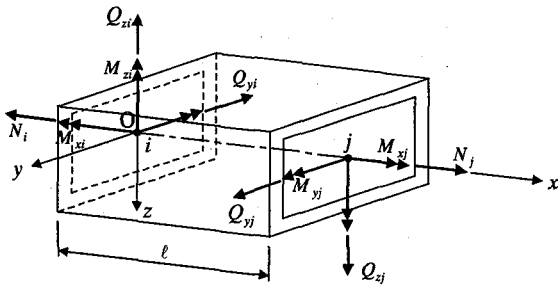


図-2 断面力の正の方向

$$\Delta f = \{\Delta N \quad \Delta M_z \quad \Delta M_y \quad \Delta M_r \quad \Delta M_x\}^T \quad (22)$$

$$\Delta e = \{\Delta \varepsilon_0 \quad \Delta \psi_z \quad \Delta \psi_y \quad \Delta \psi_\phi \quad \Delta \theta\}^T \quad (23)$$

$$S_e = \begin{bmatrix} EA_e & & & & \\ -ES_z & EI_z & & & \text{Sym.} \\ ES_y & -EI_{yz} & EI_y & & \\ E(I_z + I_y) & -EI_{ry} & EI_{rz} & EI_{rr} & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & GJ \end{bmatrix} \quad (24)a$$

$$S_p = \frac{1}{C_1 + C_2} \begin{bmatrix} C_3^2 & & & & \\ -C_3C_4 & C_4^2 & & & \text{Sym.} \\ C_3C_5 & -C_4C_5 & C_5^2 & & \\ C_3C_6 & -C_4C_6 & C_5C_6 & C_6^2 & \\ -C_3C_7 & C_4C_7 & -C_5C_7 & -C_6C_7 & -GJC_2 \end{bmatrix} \quad (24)b$$

また、各断面諸定数は、次式で求められる。

$$\begin{aligned} A_e &= \int_A dA - \int_p S_h dA, \quad S_z = \int_A y dA - \int_p S_h y dA, \\ S_y &= \int_A z dA - \int_p S_h z dA, \quad I_z = \int_A y^2 dA - \int_p S_h y^2 dA, \\ I_y &= \int_A z^2 dA - \int_p S_h z^2 dA, \quad I_{yz} = \int_A yz dA - \int_p S_h yz dA, \\ I_{ry} &= \int_A (y^2 + z^2) y dA - \int_p S_h (y^2 + z^2) y dA, \\ I_{rz} &= \int_A (y^2 + z^2) z dA - \int_p S_h (y^2 + z^2) z dA, \\ I_{rr} &= \int_A (y^2 + z^2)^2 dA - \int_p S_h (y^2 + z^2)^2 dA, \\ J &= \frac{4A_s^2}{\oint 1/t ds} \end{aligned} \quad (25)a-j$$

2.5 要素剛性方程式

増分理論による仮想仕事の原理は、変位に関する3次以上の項を省略すると、次式で与えられる¹⁹⁾。

$$\begin{aligned} \int_0^l \delta \Delta e_L^T (S_e + S_p) \Delta e_L dx + \int_0^l \delta \Delta e_N^T f dx \\ = \delta \Delta u^T (p + \Delta p) - \int_0^l \delta \Delta e_L^T f dx \end{aligned} \quad (26)$$

ここに、 Δu は、次式で与えられる要素両端の節点変位ベクトルである。

$$\Delta u = \{\Delta u_i \quad \Delta v_i \quad \Delta w_i \quad \Delta \phi_i \quad -\Delta w'_i \quad \Delta v'_i \quad \Delta u_j \quad \Delta v_j \quad \Delta w_j \quad \Delta \phi_j \quad -\Delta w'_j \quad \Delta v'_j\}^T \quad (27)$$

p は、外力による節点力ベクトル、 Δe_L および Δe_N は、 Δe の線形項および非線形項を表す。また、 ℓ は要素長、 δ は変分を表す。

つぎに、 f は、次式で表される。

$$f = \{N \quad M_z \quad M_y \quad M_r \quad M_x\}^T \quad (28)$$

以上のことから、弾塑性箱形断面要素の剛性方程式は、次式で得られる。

$$(k_e + k_p + k_g) \Delta u = (p + \Delta p) - f_i \quad (29)$$

ここで、マトリックス k_e 、 k_p 、および k_g は、それぞれ垂直応力と弾性ねじりによる項、塑性ねじりによる項、および幾何学的非線形項による要素剛性マトリックスである。また、ベクトル f_i は、要素の内力から求まる等価な節点力ベクトルである。

なお、本解析において、箱形断面要素の要素軸上の任意点における変位増分 $\Delta u, \Delta v, \Delta w$ 、およびねじり角増分 $\Delta \phi$ は、次式で仮定している。

$$\begin{Bmatrix} \Delta u \\ \Delta v \\ \Delta w \\ \Delta \phi \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_4 & 0 & N_5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_3 & 0 & -N_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_5 & 0 & -N_6 \\ 0 & 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_2 & 0 \end{bmatrix} \Delta u \quad (30)$$

ここに、

$$\begin{aligned} N_1 &= 1 - \frac{x}{\ell}, & N_2 &= \frac{x}{\ell}, \\ N_3 &= 1 - \frac{3x^2}{\ell^2} + \frac{2x^3}{\ell^3}, & N_4 &= x - \frac{2x^2}{\ell} + \frac{x^3}{\ell^2}, \\ N_5 &= \frac{3x^2}{\ell^2} - \frac{2x^3}{\ell^3}, & N_6 &= -\frac{x^2}{\ell} + \frac{x^3}{\ell^2} \end{aligned} \quad (31)a-f$$

剛性マトリックス k_e および k_p を作成する際には、塑性領域の広がりやを逐次判定する必要がある。このため、断面を構成している板パネルを板幅方向に細かく分割した断面分割要素を考える。応力は、各断面分割要素の両境界位置で記憶し、断面分割要素の両境界位置での応力がともに塑性している場合、その断面分割要素を塑性域とみなしている。

3. 板構造としての弾塑性有限変位解析

本解析法の妥当性を検証するために鋼補剛板構造の弾塑性有限変位解析のための専用プログラム USSP²⁰⁾による解と比較する。この専用プログラム USSP は、三角形板要素と梁-柱要素とからなり、有限要素法に基づいて作成されている。ここでは、この三角形板要素でモデル化した解析結果と比較する。

解析モデルは、文献 21)を参照して、無次元細長比 $\lambda = 0.4$ の正方形箱形断面の片持ち柱とする。解析モデルの諸元は、断面幅 $D = 10.0\text{cm}$ 、板厚 $t = 0.4\text{cm}$ 、柱の高さ $L = 73.2\text{cm}$ 、断面積 $A = 15.36\text{cm}^2$ 、断面二次モー

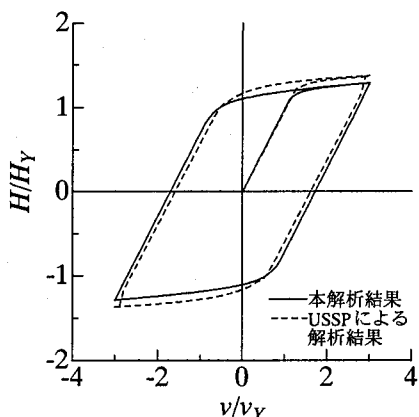


図-3 水平荷重のみ載荷した場合の荷重-変位曲線

ント $I_y = I_z = 236.3 \text{ cm}^4$, ねじれ定数 $J = 353.9 \text{ cm}^4$, 弾性係数 $E = 206 \text{ kN/mm}^2$, 降伏後のひずみ硬化係数 $E_t = E/100$, せん断弾性係数 $G = 79.2 \text{ kN/mm}^2$, 降伏応力 $\sigma_Y = 235 \text{ N/mm}^2$, せん断降伏応力 $\tau_Y = 136 \text{ N/mm}^2$, 全塑性軸方向力 $P_Y = 361 \text{ kN}$, 全塑性ねじりモーメント $T_Y = 1002 \text{ kNcm}$, 降伏曲げモーメント $M_{Yy} = M_{Yz} = 1112 \text{ kNcm}$, 柱頭水平力の初期降伏値 $H_Y = 15.20 \text{ kN}$, 軸方向力, 水平力, ねじりモーメントがそれぞれ単独で載荷された場合に, 柱基部断面が降伏応力に達する柱頭変位の各降伏値は, それぞれ $u_Y = 0.084 \text{ cm}$, $v_Y = w_Y = 0.408 \text{ cm}$, および $\theta_Y = 0.0262 \text{ rad}$ である。本解析法による解析モデルは, 部材軸方向に 20 分割, 断面を分割する板パネルの幅方向に 20 分割とし, USSP による解析モデルは, 固定端の変位をすべて拘束し, 部材軸方向に 30 分割, 板パネルの幅方向に 10 分割, および板厚方向に 10 分割とした。

図-3 には, 柱頭に水平荷重のみ載荷した場合の荷重-変位曲線を示す。いずれも水平変位振幅 $v_a = 3v_Y$ で 1 サイクル繰返し載荷したものである。なお, 硬化則は移動硬化とした。図より, 無次元細長比 $\lambda = 0.4$ の柱では, せん断変形による影響はあまりみられない。また, USSP による解は, 固定端の変位をすべて拘束していることによる柱基部板パネルの二軸圧縮あるいは二軸引張効果により, 本解析結果より高い値になっているものと考えられる。

図-4 には, 軸方向力 $P/P_Y = 0.5$ の下で $(T/T_Y)/(H/H_Y) = 0.5$ の比率で比例載荷した場合の荷重-柱頭の変位曲線を示す。弧長増分法により解析しているが両者はほぼ同じ挙動を示している。

また, これら両図における本解析結果は, 文献 21) の結果とほぼ一致している。以上より, 本解析法の妥当性が確認できたと考えられる。

4. 変断面圧縮柱の耐荷力解析と実験結果との比較検討

はじめに, 文献 16) で行われた変断面圧縮柱の座屈実

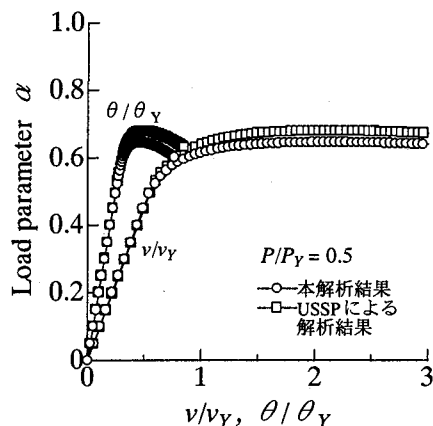


図-4 $(T/T_Y)/(H/H_Y) = 0.5$ の条件下で載荷した場合の荷重-変位曲線

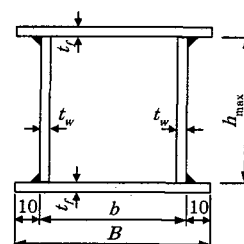
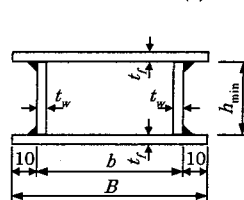
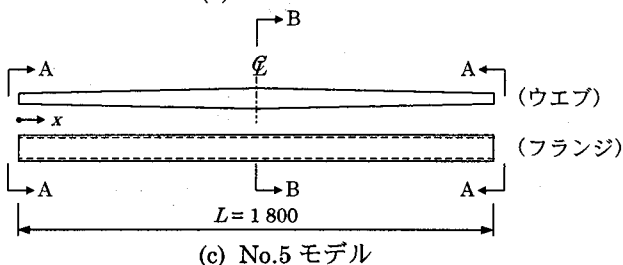
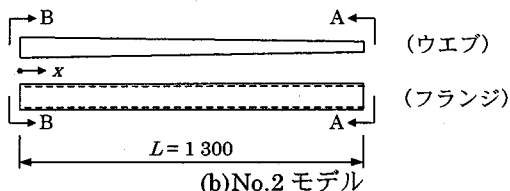
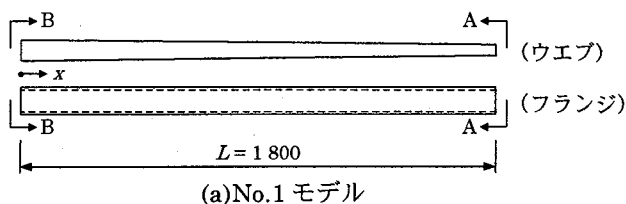


図-5 供試体の形状図

験の概要について報告する。そして, それをもとに解析モデルを作成し, 本解析法による結果と比較検討する。なお, この実験は, 当時大阪大学の教授である小松定夫先生の指導のもとに, 第3著者の向山と当時大阪大学の学生であった石田氏が行ったものである。

4.1 変断面圧縮柱実験の概要

(1) 供試体の形状, および材質

変断面部材の断面変化に関するパラメータは, 多くある。今回の実験では, フランジおよびウェブには, 同じ

表-1 供試体の寸法 (記号については、図-5 参照)

モデル 番号	供試体 番号	フランジ (mm)			ウェブ (mm)			L (cm)	A_{min} (cm ²)	r_{min} (cm)	L/r_{min}
		B	b	t_f	h_{min}	h_{max}	t_w				
No.1	1-1	80.1	60.8	3.19	31.0	59.7	3.23	180.0	7.11	1.53	117.9
	1-2	79.7	62.7	3.15	30.9	59.2	3.25	180.0	7.03	1.52	118.6
No.2	2-1	80.4	60.7	3.31	30.0	59.1	3.23	130.0	7.26	1.50	86.9
	2-2	80.2	60.3	3.21	29.6	59.0	3.21	130.0	7.05	1.47	88.3
	2-A	80.3	60.4	3.56	32.0	59.6	3.13	130.0	7.72	1.60	81.1
	2-B	80.1	59.7	3.54	30.9	59.7	3.11	130.0	7.59	1.56	83.5
No.5	5-1	80.3	61.2	3.21	30.6	60.1	3.21	180.0	7.12	1.51	118.9
	5-2	80.3	61.0	3.22	30.2	60.0	3.23	180.0	7.12	1.50	120.2
	5-A	79.4	59.9	3.18	31.2	59.8	3.04	180.0	6.95	1.54	116.8
	5-B	79.8	59.1	3.57	30.5	59.6	3.53	180.0	7.85	1.53	118.0

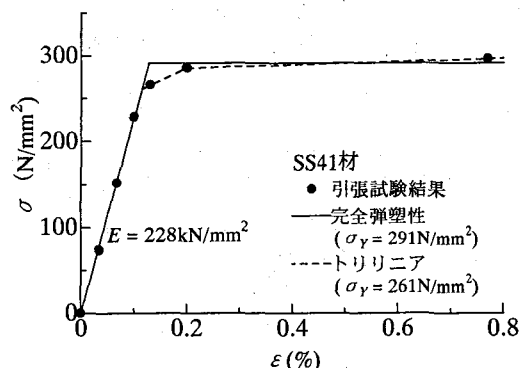


図-6 引張試験結果と理想化した応力-ひずみ曲線

板厚の鋼板を使用し、フランジ幅は一定、ウェブ高さのみが直線的に変化する場合を対象とした。実験で対象とした供試体の形状を図-5に示す。ウェブの形状は、同図(a)~(c)に示すように3タイプとしている。また、ウェブの高さ比 h_{max}/h_{min} は、いずれも2としている。なお、フランジの無次元幅厚比パラメータは、0.5以下である。したがって、フランジの局部座屈の影響は無視できるものと考えられる。

以上により作製された供試体10体の実測寸法および諸元を表-1に示す。表中、供試体番号の頭数字は図-5に示すモデル番号を表し、末尾の数字、または英文字は鋼材の区分とその通し番号を表す。すなわち、数字のシリーズはSS41材を、英文字のシリーズはSS34材を、それぞれ意味する。また、下付添字のminおよびmaxは、それぞれ最小断面および最大断面に関する値を表す。

表より、板厚の公称値3.20mmに対して、供試体の板厚には、かなりばらつきが見られる。

(2) 引張試験、初期たわみ、および残留応力

実験供試体の鋼板には、SS41材およびSS34材が使用されている。これらの鋼材の機械的性質を調べるため、SS41材については、JIS1号試験片で、SS34材については、JIS5号試験片で、それぞれ3本ずつ引張試験が行われている。測定された材料定数の平均値を表-2に示す。いずれの試験片も明確な降伏点が現われなかったため、降伏応力 σ_Y は、0.2%オフセット耐力より求めた。図-6には、得られたSS41材の応力-ひずみ曲線を示す。また、同図中には、解析で用いた近似曲線も併せて

表-2 引張試験の結果

鋼材	シリーズ	板厚 t (mm)	ヤング率 E (kN/mm ²)	降伏応力 σ_Y (N/mm ²)
SS41	1,2	3.22	228	291
SS34	A,B	3.52	203	306

表-3 初期たわみの最大値

モデル 番号	供試体 番号	実測 最大値	最小自乗法 による値
		δ_0/L	δ_{oc}/L
No.1	1-1	1/5810	1/10100
	1-2	1/4620	1/10300
No.2	2-1	1/3100	1/9780
	2-2	1/4190	1/8090
	2-A	1/1460	1/1920
	2-B	1/1670	1/1690
No.5	5-1	1/573	1/671
	5-2	1/735	1/806
	5-A	1/1980	1/10100
	5-B	1/3400	1/22800

描いている。

初期たわみは、ダイヤルゲージを10cm間隔に配置して測定された。初期たわみの最大値を部材長で割った δ_0/L を、表-3に示す。表より、供試体No.5-1およびNo.5-2の2体を除いて、道路橋示方書の製作精度¹¹⁾を満足していることがわかる。また、初期たわみ形状は、初期たわみの大きい2体を除いて、明確な1半波形は見られなかった。同表中の最小自乗法による値 δ_{oc}/L は、実測された初期たわみ分布を最小自乗法により正弦1半波形に近似して得られた最大値であり、この波形を解析に用いた。これは、実測された初期たわみよりも座屈波形に近く合理的であると考えられるためである。ただし、実測最大値よりも小さい値となっている。

残留応力の測定は、コンタクトゲージを用い、機械切断法により行われた。残留応力測定は、3体について行われているが、得られた残留応力分布はばらつきがあって、残留応力の値を決定しにくかった。この原因は、鋼板が3.2mmと薄かったため、鋼球を直接板に打ち込まずに、アルミニウム板片に打ち込んだものを鋼板に貼り付けたために誤差が生じたと考えられる。

4.2 弾塑性有限変位解析

(1) 分割数と計算精度

解析においては、変断面柱を n 分割し、各要素の断面は一定であるとして行なう。このような計算においては、分割数が計算精度に大きく影響すると考えられるので、適切な分割数を調べる。

図-7 は、各供試体モデルに圧縮力を载荷した場合の分割数 n と最高荷重 P_u/P_y との関係を示したものである。なお、解析モデルは、 $B = 80\text{mm}$ ， $b = 60\text{mm}$ ， $t_f = t_w = 3.2\text{mm}$ ， $h_{\min} = 30\text{mm}$ ， $h_{\max} = 60\text{mm}$ ， $E = 206\text{kN/mm}^2$ ， $\sigma_y = 235\text{N/mm}^2$ ，初期たわみは $L/1000$ の正弦1半波形，および圧縮残留応力は $\sigma_{rc} = 0.3\sigma_y$ とした。図より、ウェブ高さの変化が急なNo.5のみ、分割数により値は変化しているが、比較的少ない分割数でも精度よく終局強度を計算できることがわかる。分割数は、たわみの測定位置も考慮して、No.1 および No.5 モデルは18分割($1/n = 0.056$)，No.2 モデルは13分割($1/n = 0.077$)とした。

(2) 解析モデル

解析モデルには、供試体の実測から得られた材料定数および断面寸法を用いた。また、初期たわみとして、最小自乗法により近似された正弦1半波を与え、引張残留応力 σ_{rt} ，および圧縮残留応力 σ_{rc} は、それぞれ $1.0\sigma_y$ ， $0.12\sigma_y$ とした。なお、解析に用いる残留応力分布は、図-8のように仮定した。

4.3 実験結果と計算結果との比較

実験より得られた変断面圧縮柱の荷重-たわみ曲線を図-9に示す。図中の縦軸の P/P_y は、作用軸方向力 P を最小断面に関する全塑性軸方向力 P_y で無次元化したものである。また、横軸はたわみ δ を柱の長さ L により無次元化し、おのおのの曲線は供試体ごとに開始点をずらせている。図中の実線は本解析結果である。なお、この図に示した解析では、まず材料は完全弾塑性体としている。さらに、表-4には、実験より得られた最高荷重値と解析値とを比較して示す。表-4からわかるように、供試体 No.2-1 および No.2-2 の2体については、最高荷重 P_u/P_y の値が1よりも大きくなっている。このため、比較検討の対象外とした。図-9より、実験から得られた荷重-たわみ曲線は、供試体

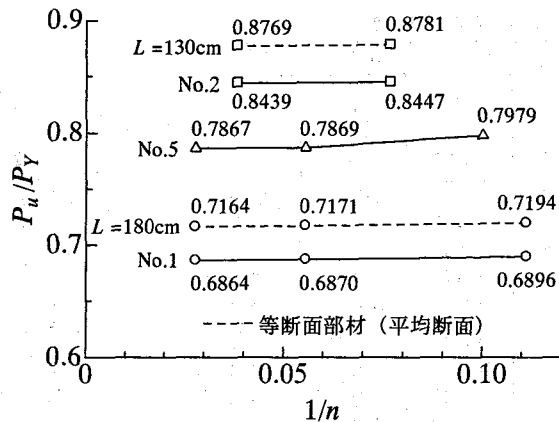


図-7 分割数と精度

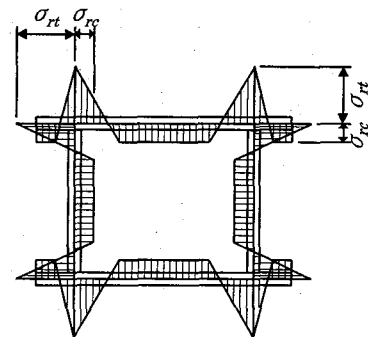
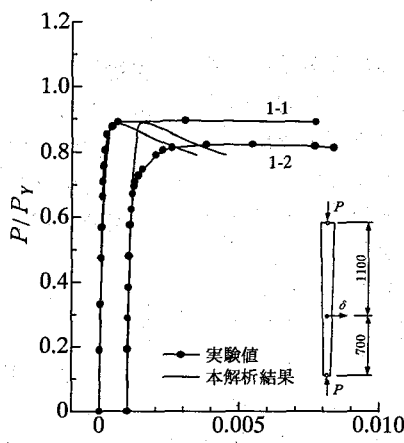
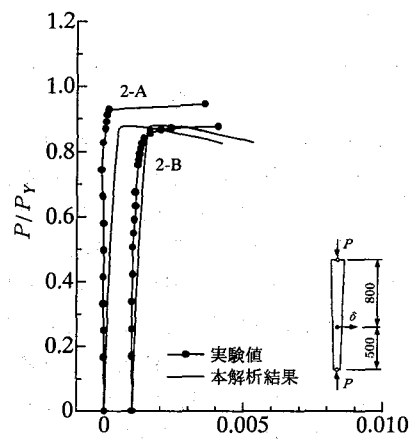


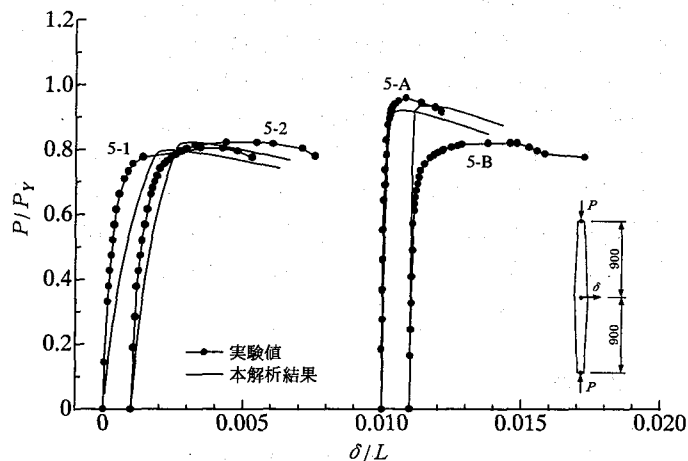
図-8 仮定した残留応力分布



(a) No.1 モデル



(b) No.2 モデル



(c) No.5 モデル

図-9 荷重-たわみ曲線

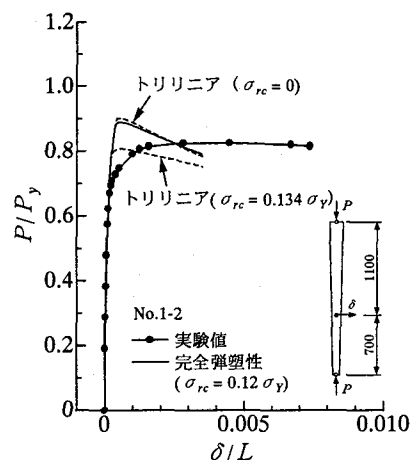
No.5-1 および No.5-2 を除くと、初期たわみ量が小さく、フランジの幅厚比も小さいため、最高荷重付近まではほぼ線形状態にあり、その後急激にたわみが増加し、崩壊に至っている。No.1 モデルと No.2 モデルでは、細長比の小さい No.2 モデルのほうが最高荷重は大きい、挙動に差異はあまりみられない。

本解析結果と比較すると、全般的に解析結果は実験結果の挙動とほぼ一致している。ただし、供試体 No.1-1 および No.1-2 における最高荷重後の曲線の降下勾配や、

表-4 実験結果と解析値との比較

モデル 番 号	供試体 番 号	実験値			解析値	差* (%)
		P_u (kN)	P_y (kN)	P_u/P_y	P_u/P_y	
No.1	1-1	185	207	0.895	0.887	0.9
	1-2	169	205	0.824	0.888	-7.2
No.2	2-1	215	211	1.016	—	—
	2-2	236	205	1.151	—	—
	2-A	224	237	0.945	0.877	7.8
	2-B	204	233	0.877	0.880	-0.4
No.5	5-1	167	207	0.804	0.798	0.7
	5-2	171	207	0.823	0.823	0.0
	5-A	205	213	0.963	0.920	4.6
	5-B	197	241	0.819	0.936	-12.5

* (実験値 - 解析値) / 解析値

図-10 材料特性の違いによる
荷重-たわみ曲線

供試体 No.1-2 および No.5-B における最高荷重値に差がみられる。降下勾配については、たわみ δ の測定方法に、最高荷重差については、材料のひずみ硬化や用いた圧縮残留応力の大きさに原因があると考えられる。

そこで、つぎに降伏棚のない鋼材の弾塑性有限変位挙動を調べるために、供試体 No.1-2 を対象として、材料が図-6 に示す完全弾塑性体とした場合とトリリニアの場合とで解析結果を比較してみた。図-10 にその解析結果を示す。同図より残留応力を考慮し完全弾塑性体とした場合の曲線と圧縮残留応力を無視しトリリニアとした場合の曲線とがほぼ一致している。これは、完全弾塑性体とした場合とトリリニアとした場合との応力-ひずみ曲線で非線形性が生じ始める弾性限界応力の差が、圧縮残留応力とほぼ等しいためであると考えられる。このことから、長柱になるとひずみ硬化の影響はあまりなく、弾性限界応力の大きさと圧縮残留応力の分布形とでほぼ耐荷力が決まってくると推測できる。したがって、同図中に示すようにトリリニアの場合で残留応力を考慮した場合には、最高荷重はかなり低下する。このような解析モデルを用いると、解析結果と実験結果の最高荷重は良好に一致している。

5. まとめ

本研究では、一室箱形断面梁-柱要素について、垂直応力とねじりによるせん断応力との連成を考慮し、さらに、ひずみ硬化を考慮した弾塑性有限変位解析法を示した。そして、部材軸方向にウェブ高が直線的に変化する変断面柱部材の圧縮荷重実験について報告し、この弾塑性有限変位解析結果と比較した。そして、変断面部材の耐荷力解析法について検討した。本研究によって得られた結果をまとめると以下のとおりである。

(1) ひずみ硬化を考慮した箱形断面梁-柱要素でモデル化した柱モデルの弾塑性ねじり挙動は、板構造としての厳密な解析結果とほぼ一致した。

(2) 構成板要素の幅厚比の小さい変断面圧縮柱は、骨

組構造としての解析でも十分、弾塑性有限変位挙動が追跡できる。

(3) 長柱になるとひずみ硬化の影響はあまりなく、主として弾性限界応力の大きさと圧縮残留応力の分布形とで耐荷力が決まると考えられる。

(4) したがって、応力-ひずみ曲線をできるだけ正確にモデル化して弾塑性有限変位解析を行うことが必要である。

(5) また、残留応力の分布形、および大きさも長柱の終局強度に大きく影響するため、できるだけ正確な残留応力分布を解析モデルに導入することが必要である。

(6) 一端が最大断面、他端が最小断面となるような変断面柱は、部材軸方向に 10 分割、中央断面が最大で両端の断面が最小となる変断面柱は 20 分割程度の解析モデルを作成すればよい。

変断面圧縮柱については、吊橋等の主塔以外では実際のところあまり用いられていないようである。しかし、曲げが働く部材では変断面にすると経済的になる場合も多い。今後は、変形性能の大きさも含め、変断面柱の耐荷力特性、および設計法について検討することが必要である。

本研究で引用した変断面柱の実験を遂行するにあたり、大阪大学工学部土木工学科の西村宣男教授、および元大阪大学工学部土木工学科の故小松定夫教授からは有益な助言を頂いた。また、実験を遂行するにあたり、当時大阪大学工学部土木工学科の学生であった石田貢氏（現大阪市建設局勤務）の協力を得た。ここに感謝の意を表します。

参考文献

- 1) Komatsu, S. and Sakimoto, T. : Nonlinear Analysis of Spatial Frames Consisting of Members with Closed Cross-Sections, Proceedings of JSCE (Japan Society of Civil Engineers), No.252, pp.143-157, 1976.8
- 2) 後藤茂夫：柔ケーブル材の接線剛性方程式について、

- 土木学会論文報告集, 第 270 号, pp.41-49, 1978.2
- 3) 北田俊行・大南亮一・丹生光則・田中克弘: ケーブルを用いた鋼橋の耐荷力解析用の汎用プログラム開発, 構造工学における数値解析法シンポジウム論文集, Vol.13, 日本鋼構造協会, pp.89-94, 1989.7
 - 4) 北田俊行・大南亮一・丹生光則・田中克弘・狩野正人: ケーブルを有する鋼橋の弾塑性有限変位解析の効率化, 構造工学における数値解析法シンポジウム論文集, Vol.14, 日本鋼構造協会, pp.299-304, 1990.7
 - 5) 北田俊行・大南亮一・丹生光則・田中克弘・狩野正人: 三次元骨組構造物の弾塑性有限変位解析における種々の非線形解析法の得失について, 構造工学における数値解析法シンポジウム論文集, Vol.15, 日本鋼構造協会, pp.237-242, 1991.7
 - 6) 北田俊行・田中克弘: 高張力鋼からなる箱形断面柱の弾塑性有限変位解析と終局強度特性, 鋼構造年次論文報告集, 第 7 巻, 日本鋼構造協会, pp.443-450, 1999.11
 - 7) 謝 旭・長井正嗣・山口宏樹: 長大斜張橋の終局強度解析と挙動に関する一考察, 土木学会論文報告集, No.598/I-44, pp.171-181, 1998.7
 - 8) 修行 稔: 変断面角形鋼管柱の終局強度, 構造工学論文集, Vol.38B, 日本建築学会, pp.411-419, 1992.3
 - 9) Li, X. S. and Goto, Y.: A Three-Dimensional Nonlinear Seismic Analysis of Frames Considering Panel Zone Deformations, Journal of Structural Mechanics and Earthquake Engineering, No.605/I-45, JSCE, pp.1-13, 1998.10
 - 10) Nishino, F. and Hasegawa, A.: Thin-Walled Elastic Members, Journal of the Faculty of Engineering, The University of Tokyo (B), Vol.XXXV, No.2, 1979
 - 11) 日本道路協会: 道路橋示方書・同解説, II 鋼橋編, 1996.12
 - 12) 吉田 博・西田 進: 変断面 H 形鋼柱の強度と変形, 土木学会論文報告集, 第 220 号, pp.17-27, 1973.12
 - 13) 塩見弘幸・西川俊一・倉田宗章: 鋼変断面はり一柱部材の耐荷力実験, 土木学会論文報告集, 第 334 号, pp.163-172, 1983.6
 - 14) Siomi, H. and Kurata, M.: Strength Formula for Tapered Beam-Columns, Journal of Structural Engineering, Vol.110, No.7, ASCE, pp.1630-1643, 1984.7
 - 15) 堂垣正博・泉谷 努・米澤 博: 圧縮と曲げを受ける変断面部材の極限強度, 構造工学論文集, Vol.39A, 土木学会, pp.189-198, 1993.3
 - 16) 石田 貢: 変断面圧縮材の弾塑性座屈に関する実験的研究, 大阪大学特別研究論文, 1973.3
 - 17) 土木学会編: 座屈設計ガイドライン, 1987
 - 18) 山田嘉昭: 塑性・粘弾性, 培風館, 1980
 - 19) 関西道路研究会・道路橋調査研究委員会編: コンピュータによる鋼橋の終局強度解析と座屈設計, 共立出版, 1998
 - 20) Kano, M., Yamano, T., Nibu, M. and Kitada, T.: A Computer Program, USSP, for Analyzing Ultimate Strength of Steel Plated Structures, Proceedings of 5th International Colloquium on Stability and Ductility of Steel Structures, pp.763-770, Nagoya, 1997.7
 - 21) 修行 稔・李 剣平: 水平力とねじりモーメントを受ける角形鋼管柱の繰返し弾塑性挙動, 構造工学論文集, Vol.40B, 日本建築学会, pp.665-672, 1994.3
(1999 年 9 月 17 日受付)