

外圧を受ける直交異方性円筒サンドイッチシェルの 弾性座屈強度

Elastic Buckling Strength of Orthotropic Cylindrical Sandwich Shells under External Pressures

大賀水田生¹・J. G. A. CROLL²・中村大輔³

Mitao Ohga, J.G.A.Croll and Daisuke Nakamura

¹正会員 工博 愛媛大学助教授 工学部環境建設工学科 (〒790-8577 松山市文京町3)

²Prof., Dept. of Civil & Environmental Eng., Univ. Coll. London (Gower Street, London WC1E 6BT England)

³学生会員 愛媛大学理工学研究科前期課程 土木海洋工学専攻 (〒790-8577 松山市文京町3)

At first, an analytical procedure to determine the elastic buckling strength of the orthotropic cylindrical sandwich shells subjected to the external pressures is derived based on the variational method, and the components of the energy of the members are examined. Furthermore, the elastic buckling strength of the orthotropic cylindrical sandwich shell considering the scatter of the initial imperfection is proposed based on the reduced stiffness method, and the strength of the member is compared with those obtained by the finite element method. The effect of the orthotropic core on the elastic buckling strength of the member is examined.

Key Words: cylindrical shell, sandwich shell, reduced stiffness method, buckling strength

1. はじめに

一般にシェル構造においては、サンドイッチシェル構造に限らず、形状初期不整の影響により座屈崩壊荷重が大きく低下することが知られており、この初期不整の影響を正確に検討することが極めて重要である。しかしながら、土木、建築分野では構造物の規模の大きさ、外力の不確定さなどのため、実物大の実験を行うことは困難であり、また計算機の性能が向上した今日においても、想定されるすべての初期不整形形状および大きさについてFEM等の構造解析を行うには膨大な計算量を必要とし、現実的とはいえない。したがって、いかにして初期不整の影響を考慮した座屈強度を合理的に評価するかは、この分野での重要な研究テーマの一つとなっている。近年、この問題に対して、通常の断面を有するシェル構造に対して、その有効性が認められているReduced Stiffness法(RS法)¹⁾⁴⁾を外圧を受ける等方性円筒サンドイッチシェル構造に適用し、得られた座屈強度をFEM耐荷力解析による結果と比較することにより、誘導した方法の妥当性、有効性が検討されている⁵⁾。

そこで本研究では、このRS法を直交異方性心材を有する円筒サンドイッチシェル構造(直交異方性円筒サンドイッチシェル)に適用する。まず直交異方性円筒サンドイッチシェルが外圧を受ける場合の線形座屈強度を求

める解析式を誘導するとともに、座屈時のひずみエネルギー成分について考察する。さらに、直交異方性円筒サンドイッチシェルの初期不整によるばらつきを考慮した座屈強度すなわち座屈下限値を理論的に推察する方法をRS法¹⁾⁴⁾に基づき導くとともに、本法を外圧を受ける直交異方性円筒サンドイッチシェルに適用して得られた座屈強度を、FEM耐荷力解析による結果と比較することにより、誘導した方法の妥当性、有効性について検討する。さらに、心材の異方性が円筒サンドイッチシェルの弾性座屈強度に及ぼす影響についても考察する。

RS法は、シェルの座屈に対して抵抗しようとする面内ひずみ成分が、初期不整によって容易に消失するという仮説に基づいており、提案以来、既往の弾性座屈実験結果との比較や非線形数値解析的考察などを通じてその有効性が検討されるとともに、種々の分野への適用が試みられている^{6)~13)}。

2. 外圧を受ける直交異方性円筒サンドイッチシェルの弾性座屈強度解析式

(1) 外圧を受ける直交異方性円筒サンドイッチシェルのトータルポテンシャルエネルギー

直交異方性円筒サンドイッチシェルが外圧 q を受ける場合の座屈前膜応力状態は次式で与えられる(図-1)¹⁴⁾。

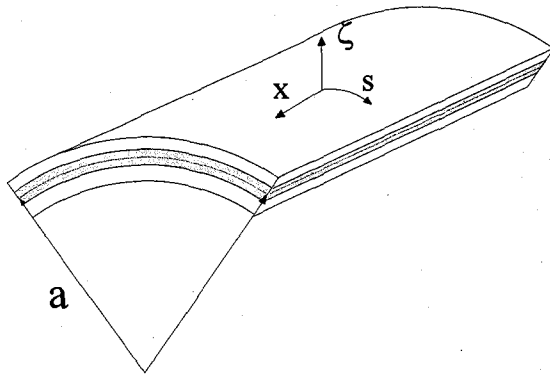
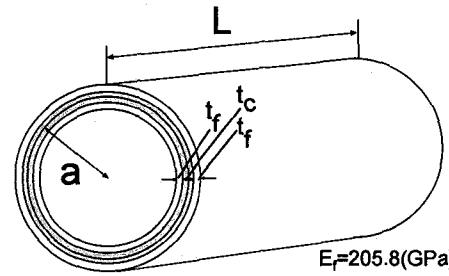


図-1 サンドイッチシェルパネル



$E_f=205.8(\text{GPa})$
 $\nu_f=0.3$
 $a=100(\text{cm})$
 $L/a=2$
 $t_f=0.2(\text{cm}), t_c=1.2(\text{cm})$

図-2 直交異方性円筒サンドイッチシェル

$$N_s^F = -qa, \quad N_x^F = N_{xs}^F = M_x^F = M_s^F = M_{xs}^F = 0 \quad (1)$$

ここに、 N, M ：面内力および曲げモーメント、 a ：円筒サンドイッチシェルの半径。

ここで、座屈時の x, s, ζ 軸方向の変位を u, v, w 、 s, x 軸廻りの回転変位を β_x, β_s とする時のトータルポテンシャルエネルギーは次のように表すことができる^{2), 4)}。

$$\Pi = \Pi_0 + \Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_3 + \Pi_4 \quad (2)$$

ここに、添字 $0, 1, \dots$ は座屈時の変位($u, v, w, \beta_x, \beta_s$)に関する次数を表している。

座屈開始時では変位($u, v, w, \beta_x, \beta_s$)は十分に小さいと仮定すると、トータルポテンシャルエネルギーの2次の項 Π_2 のみが座屈荷重に関係する^{2), 4)}。この2次のエネルギー成分は次のように表される。

$$\Pi_2 = U_M + U_B + U_S + V \quad (3)$$

ここに、

$U_M = U_{M1} + U_{M2} + U_{M3}$ ：面内ひずみエネルギー

$U_B = U_{B1} + U_{B2} + U_{B3}$ ：曲げひずみエネルギー

$U_S = U_{S1} + U_{S2}$ ：せん断ひずみエネルギー

$$V = \frac{1}{2} \int [(N_s^F w_{,s}^2) ds dx] \quad (4)$$

$w_{,s} \equiv \partial/\partial s$ 、添字 $1, 2$ および 3 はそれぞれ x, s および $x-s$ 軸に関する成分であることを示している。

(2) 外圧を受ける直交異方性円筒サンドイッチシェルの釣合方程式

式(3)で示されるトータルポテンシャルエネルギーの2次の項 Π_2 の停留条件を考慮し、さらにひずみ-変位関係式、断面力-ひずみ関係式¹⁵⁾⁻¹⁷⁾を適用することにより次のような連立方程式が得られる。

$$D_{M1}\{u_{,xx} + \nu_f(v_{,xs} + \frac{1}{a}w_{,x})\} + D_{M2}(v_{,xs} + u_{,ss}) = 0 \quad (5a)$$

$$D_{M1}(v_{,ss} + \frac{1}{a}w_{,s} + \nu_f u_{,xs}) + D_{M2}(v_{,xx} + u_{,xs}) + S_s(\frac{1}{a}w_{,s} - \frac{v}{a^2} + \frac{\beta_s}{a}) = 0 \quad (5b)$$

$$D_{M1}(\frac{v_{,s}}{a} + \frac{w}{a^2} + \frac{\nu_f}{a}u_{,x}) - S_x(w_{,xx} + \beta_{x,x}) - S_s(w_{,ss} - \frac{1}{a}v_{,s} + \beta_{s,s}) + qaw_{,ss} = 0 \quad (5c)$$

$$D_{B1}(\beta_{x,xx} + \nu_f \beta_{s,xs}) + D_{B2}(\beta_{s,ss} + \beta_{x,ss}) - S_x(w_{,x} + \beta_x) = 0 \quad (5d)$$

$$D_{B1}(\beta_{s,ss} + \nu_f \beta_{x,xs}) + D_{B2}(\beta_{s,xx} + \beta_{x,ss}) - S_s(w_{,s} - \frac{v}{a} + \beta_s) = 0 \quad (5e)$$

ここに、

$$D_{M1} = \frac{2E_f}{1-\nu_f^2}h_f; \quad D_{M2} = \frac{(1-\nu_f)}{2}D_{M1} \quad (6a, b)$$

$$D_{B1} = \frac{E_f}{12(1-\nu_f^2)}\{(h_c + 2h_f)^3 - h_c^3\}; \quad S_x = G_{cx}h_c \quad (6c, d)$$

$$D_{B2} = \frac{(1-\nu_f)}{2}D_{B1}; \quad S_s = G_{cs}h_c \quad (6e, f)$$

E_f ：表面材の弾性係数、 ν_f ：表面材のポアソン比、 G_{cx}, G_{cs} ：心材の部材軸(x 方向)および円周方向(s 方向)のせん断弾性係数、 h_f ：表面材厚、 h_c ：心材厚。なお本研究では、表面材として薄板鋼板、心材としてハニカム心材を想定しており、表面材は面内力および曲げモーメントのみに、心材は面外せん断力のみに抵抗するものとしている。

(3) 外圧を受ける直交異方性円筒サンドイッチシェルの弾性座屈強度

本研究では、変位 u, v, w および回転変位 β_x, β_s に対し

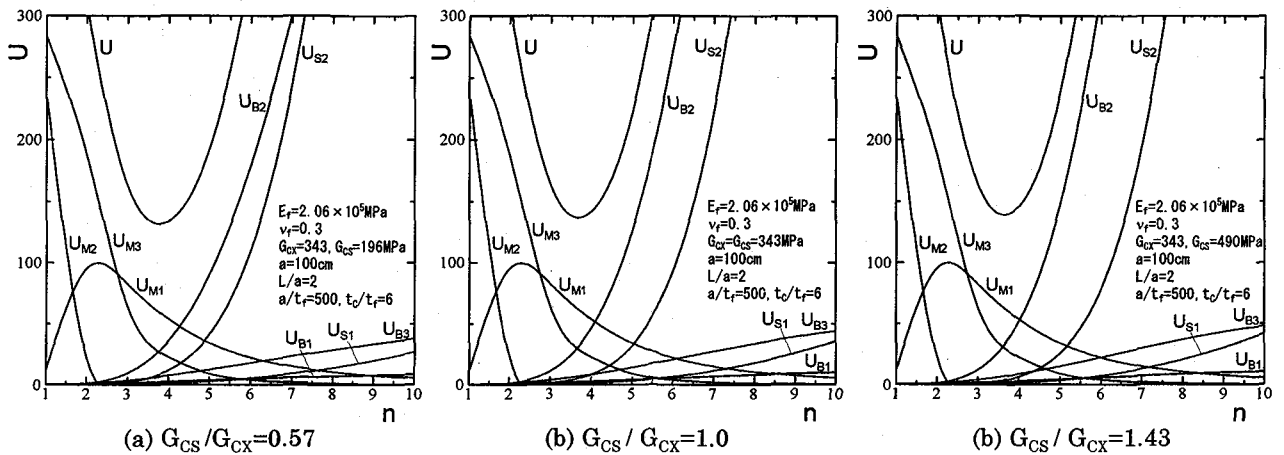


図-3 ひずみエネルギー成分と座屈モード

て次のような変位関数を導入している。

$$u = A_1 \cos \alpha s \cos \rho x; \quad v = A_2 \sin \alpha s \sin \rho x \quad (7a, b)$$

$$w = A_3 \cos \alpha s \sin \rho x; \quad \beta_x = A_4 \cos \alpha s \cos \rho x \quad (7c, d)$$

$$\beta_s = A_5 \sin \alpha s \sin \rho x \quad (7e)$$

ここに、 $\alpha = n/a$, $\rho = m\pi/l$, m, n : 部材軸(x 方向)および円周方向(s 方向)の半波数, A_i : 変位関数の振幅
変位関数式(7)を式(5)に代入することにより、次のような座屈条件式が得られる。

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} - \lambda C_{34} & C_{35} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \end{bmatrix} = 0 \quad (8)$$

ここに、

$$C_{11} = \rho^2 D_{M1} + \alpha^2 D_{M2} \quad (9a)$$

$$C_{12} = -(v_f \alpha \rho D_{M1} + \alpha \rho D_{M2}) \quad (9b)$$

$$C_{13} = -\frac{v_f}{a} \rho D_{M1}; \quad C_{14} = C_{15} = 0 \quad (9c, d)$$

$$C_{22} = \alpha^2 D_{M1} + \rho^2 D_{M2} + \frac{S_s}{a^2} \quad (9e)$$

$$C_{23} = \frac{\alpha}{a} D_{M1} + \frac{\alpha}{a} S_s; \quad C_{24} = 0; \quad C_{25} = -\frac{S_s}{a} \quad (9f, g, h)$$

$$C_{33} = \frac{1}{a^2} D_{M1} + \rho^2 S_x + \alpha^2 S_s; \quad C_{34} = \alpha S_x \quad (9i, j)$$

$$C_{35} = -\alpha S_s; \quad C_{44} = \rho^2 D_{B1} + \alpha^2 D_{B2} + S_x \quad (9k, l)$$

$$C_{45} = -(v_f \alpha \rho D_{B1} + \alpha \rho D_{B2}) \quad (9m)$$

$$C_{55} = \alpha^2 D_{B1} + \rho^2 D_{B2} + S_s \quad (9n)$$

$$C_{ij} = C_{ji}; \quad \lambda = q \alpha \alpha^2 \quad (9o, p)$$

式(8)を満足する λ および A_i が外圧を受ける直交異方性円筒サンドイッチシェルの線形座屈荷重および座屈モードを与える。

3. 外圧を受ける直交異方性円筒サンドイッチシェルの RS 座屈強度算定式

q_c を線形座屈荷重とするとトータルポテンシャルエネルギーの2次の項、式(3)より次式を得る。

$$U_M + U_B + U_S - q_c V_E = 0 \quad (10)$$

$$\text{ここに、} V_E = \frac{1}{2} \iint (a w_{,s}^2) ds dx.$$

RS 法では、面内ひずみ成分によるひずみエネルギー U_M が初期不整の影響により消失すると仮定する^{1), 2), 3)}。したがって、式(10)は次のようになる。

$$U_B + U_S - q_{RS} V_E = 0 \quad (11)$$

ここに、 q_{RS} : RS 座屈強度。

式(10), (11)より、RS 座屈強度 q_{RS} が線形座屈強度 q_c により次のように与えられる。

$$q_{RS} = \frac{U_B + U_S}{U_M + U_B + U_S} q_c \quad (12)$$

4. 外圧を受ける直交異方性円筒サンドイッチシェルのひずみエネルギー

図-3 に外圧を受ける直交異方性円筒サンドイッチシ

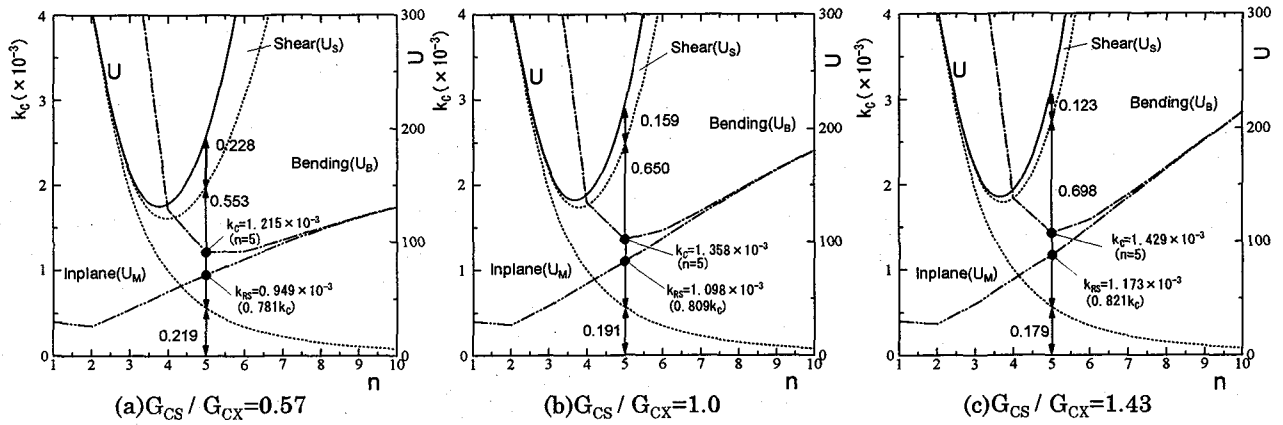


図-4 RS 座屈係数とエネルギー成分

エル(図-2: $E_f=2.06 \times 10^5 \text{Mpa}$, $a=100\text{cm}$, $a/t_f=500$, $t_f/t_f=6$, $G_{CX}=343\text{MPa}$, $G_{CS}/G_{CX}=0.57, 1.0, 1.43$)の座屈時のひずみエネルギー $U(U=U_M+U_B+U_S)$ および 8 種類のエネルギー成分(式(3))のスペクトルを円周方向座屈モード n を横軸にとり示している。

図-3(a)に示す $G_{CS}/G_{CX}=0.57$ の場合、ひずみエネルギー U は円周方向座屈モード n の増加とともに減少し、 $n=4$ 付近で最小値をとりその後増大している。また、部材軸方向(x 方向)の面内ひずみエネルギー U_{M1} は $n=2$ 付近で極値をとっているが、面内ひずみエネルギー成分 $U_{M1,2,3}$ はいずれも n の増大とともに減少する傾向を示しており、特に円周方向(s 方向)成分 U_{M2} は $n=3$ でほぼ消失している。

一方、曲げひずみエネルギーについては、いずれのエネルギー成分も n の増加とともに増大する傾向を示しているが、部材軸方向成分 U_{B1} はいずれのモード n においても小さいのに対し、円周方向成分 U_{B2} は他の 2 成分(U_{B1} , U_{B3})に比較して大きな値を示しており、 $n > 5$ では最も大きなエネルギー成分となっている。

せん断ひずみエネルギー成分も、曲げひずみエネルギー成分の場合と同様、 n の増加とともに大きくなっているが、特に円周方向成分 U_{S2} は $n > 5$ では U_{B2} に次ぐエネルギー成分となっている。

図-3(b)に示す $G_{CS}/G_{CX}=1.0$ すなわち等方性心材の場合、いずれのエネルギー成分も $G_{CS}/G_{CX}=0.57$ の場合とよく似た傾向を示しており、特に面内ひずみエネルギー成分 $U_{M1,2,3}$ にはほとんど変化はみられない。しかし、 $G_{CS}/G_{CX}=0.57$ の場合に比較して、曲げひずみ成分の円周方向成分 U_{B2} は増大、せん断ひずみの円周方向成分 U_{S2} は減少する傾向を示している。

図-3(c)に示す $G_{CS}/G_{CX}=1.43$ の場合、 $G_{CS}/G_{CX}=0.57$, 1.0 の場合と同様、曲げひずみエネルギーの円周方向成分 U_{B2} は $n > 4$ では最も大きなエネルギー成分となっているが、せん断ひずみの円周方向成分 U_{S2} が $G_{CS}/G_{CX}=1.0$ の場合と比較してさらに小さくなる傾向を示している。面内エネルギー成分には $G_{CS}/G_{CX}=0.57$, 1.0 の場合との

差異はほとんど認められない。

5. 外圧を受ける直交異方性円筒サンドイッチシェルの RS 座屈強度

図-3 に示す 8 個のひずみエネルギー成分を面内(Inplane: ΣU_{M1})、曲げ(Bending: ΣU_{B1})およびせん断ひずみエネルギー成分(Shear: ΣU_{S1})としてまとめたものを図-4 に示している。

図-4(a)に示す $G_{CS}/G_{CX}=0.57$ の場合、面内ひずみエネルギー成分 U_M は円周方向座屈モード n の増加にともない減少しているのに対し、曲げおよびせん断ひずみエネルギー成分 U_B , U_S は n の増加とともに大きくなる傾向を示している。この場合、線形座屈係数 k_c ($k_c=(1-\nu_f^2)aq_c/2Et_f$: 一点鎖線)は円周方向座屈モード $n=5$ で得られており ($k_c=1.215 \times 10^{-3}$)、また $n=5$ での各エネルギー成分の全ひずみエネルギー U に占める割合は $U_M=0.219$, $U_B=0.553$, $U_S=0.228$ となっている。したがって、この場合の RS 座屈係数は式(12)を用いて次のように決定される。

$$k_{RS} = \frac{U_B + U_S}{U_M + U_B + U_S} k_c = 0.781 k_c = 0.949 \times 10^{-3} \quad (13)$$

なお、図-4(a)にはそれぞれの円周方向モード n に対して求められた RS 座屈係数(二点鎖線)も同時に示しているが、この RS 座屈係数は n の増大とともに大きくなり、線形座屈係数に漸近する傾向を示している。

図-4(b)に示す $G_{CS}/G_{CX}=1.0$ の場合、線形座屈係数 k_c は、 $G_{CS}/G_{CX}=0.57$ の場合同様、 $n=5$ で得られている ($k_c=1.358 \times 10^{-3}$)。この $n=5$ での各ひずみエネルギー成分の全ひずみエネルギー U に占める割合は、それぞれ $U_M=0.191$, $U_B=0.650$, $U_S=0.159$ となっており、 $G_{CS}/G_{CX}=0.57$ の場合に比較して、 U_M , U_S の占める割合は減少しているのに対し、逆に曲げひずみエネルギー U_B の占める割合は増大している。この場合の RS 座屈係数は $k_{RS}=0.809 k_c=1.098 \times 10^{-3}$ となっている。

表-1 異方性サンドイッチシエルの座屈強度

G_{CX} (MPa)	G_{CS} (MPa)	G_{CS}/G_{CX}	q_C (MPa)	q_{RS} (MPa)	q_{RS}/q_C	q_{FE} (MPa)	errors(%)
196	196	1.0	1.09	0.85	0.78	0.83	-2.35
	343	1.75	1.21	0.98	0.81	0.98	0.00
	490	2.50	1.28	1.05	0.82	1.04	-0.95
343	196	0.57	1.10	0.86	0.78	0.88	2.33
	343	1.0	1.23	0.99	0.80	1.0	1.01
	490	1.43	1.29	1.06	0.82	1.05	-0.94
490	196	0.40	1.10	0.86	0.78	0.90	4.65
	343	0.70	1.23	1.0	0.81	1.02	2.00
	490	1.0	1.30	1.07	0.82	1.06	-0.93

$E_F=2.06 \times 10^5 \text{Mpa}$, $a=100\text{cm}$, $a/t_f=500$, $t_f/t_c=6$, $L/a=2$

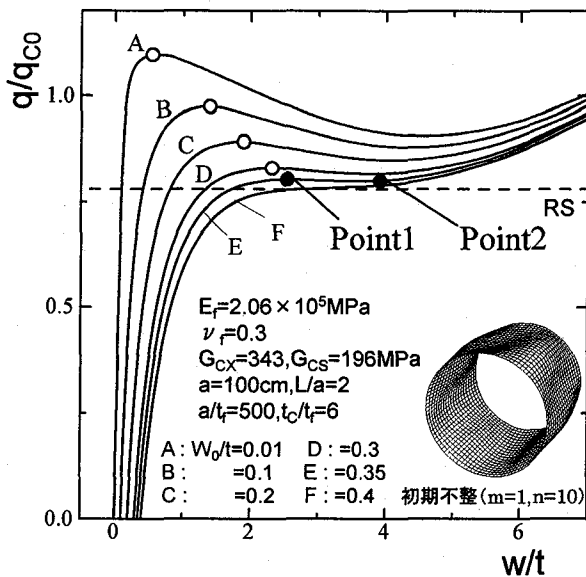


図-5 荷重-変位曲線

図-4(c)に示す $G_{CS}/G_{CX}=1.43$ の場合、線形座屈係数 k_C は $G_{CS}/G_{CX}=0.57, 1.0$ の場合同様、 $n=5$ で得られており ($k_C=1.429 \times 10^{-3}$)、この場合の RS 座屈係数は $k_{RS}=0.821k_C=1.173 \times 10^{-3}$ となっている。

表-1 に 9 種類の心材を有する直交異方性円筒サンドイッチシエル ($E_F=2.06 \times 10^5 \text{Mpa}$, $a=100\text{cm}$, $a/t_f=500$, $t_f/t_c=6$, $L/a=2$) の線形座屈強度 q_C および RS 座屈強度 q_{RS} を示している。線形座屈強度 q_C および RS 座屈強度 q_{RS} とも、円周方向のせん断弾性係数 G_{CS} の増大とともに大きくなる傾向を示しているが、部材軸方向のせん断弾性係数 G_{CX} の影響はほとんど認められない。RS 座屈強度の線形座屈強度に対する比 q_{RS}/q_C も、線形座屈強度 q_C および RS 座屈強度 q_{RS} の場合同様、円周方向のせん断弾性係数 G_{CS} の増大とともに大きくなる傾向を示しており、RS 座屈強度の線形座屈強度に対する減少率が円周方向のせん断弾性係数 G_{CS} の増大とともに減少していることを示している。

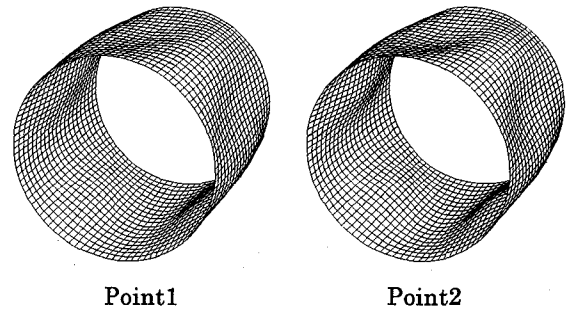


図-6 変形状

6. FEM 耐荷力解析結果との比較・検討

図-2 に示す直交異方性円筒サンドイッチシエル ($E_F=2.06 \times 10^5 \text{Mpa}$, $a=100\text{cm}$, $a/t_f=500$, $t_f/t_c=6$, $L/a=2$) が外圧を受ける場合の FEM 耐荷力解析を初期不整の大きさを種々変化させて行い、得られた座屈荷重の下限值と RS 座屈強度の比較・検討を行った。なお、本研究では FEM 耐荷力解析で得られた荷重-変位曲線が極値をとった後、強度の減少とともに急激に面外変位が大きくなる現象を座屈現象としている(例えば、図-5:白印)。本解析では幾何学的非線形を考慮しており、また初期不整としては変分法により求めた線形座屈荷重に対する座屈モードを用いている(図-5 参照)。解析モデルの対称性を考して、部材軸方向については $L/2$ 部分を解析対象とし、この解析対象を 240 個のアイソパラメトリックシェル要素に分割し解析を行った。なお、アイソパラメトリックシェル要素の層分割数は、表面材および心材の層分割数が解の精度に及ぼす影響を検討し、表面材 2 層、心材 2 層の計 6 層とした。

図-5 に種々の大きさの初期不整 ($w_0/t=0.01 \sim 0.4$, w_0 : 初期不整振幅) を有する直交異方性円筒サンドイッチシエル ($G_{CX}=350 \text{MPa}$, $G_{CS}/G_{CX}=0.57$) が外圧を受ける場合の荷重-変位曲線を縦軸に荷重 q を線形座屈強度 q_C で除したた値を、横軸には面外変位 w を板厚 $t(t=2t_f+t_c)$ で除した値をとり示している。図-5 より明らかなように、荷重-変位曲線 A~E は、いずれの場合も極値(図-5:白印)

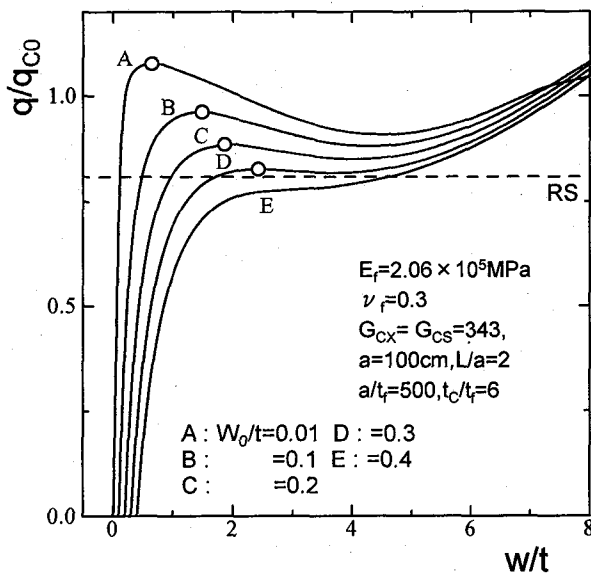


図-7 荷重-変位曲線

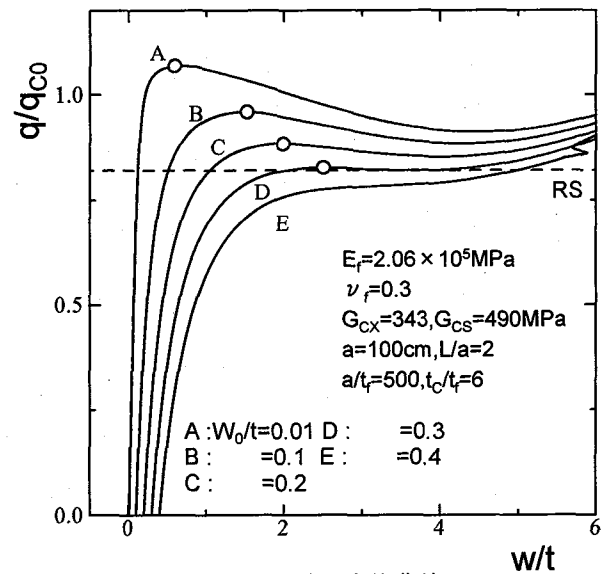


図-8 荷重-変位曲線

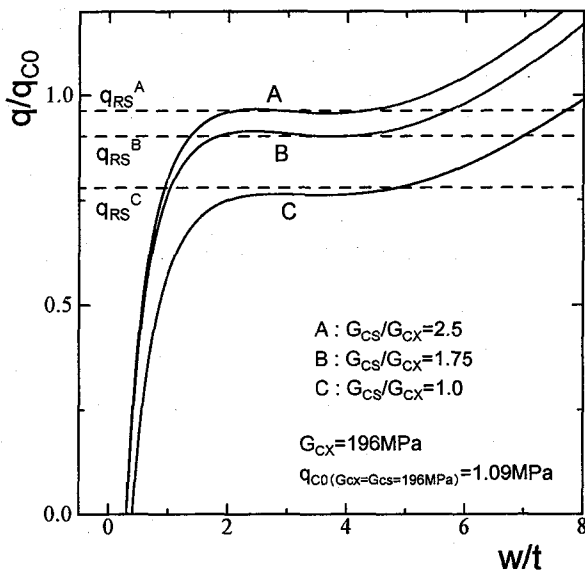


図-9 荷重-変位曲線 ($G_{CX}=196\text{MPa}$)

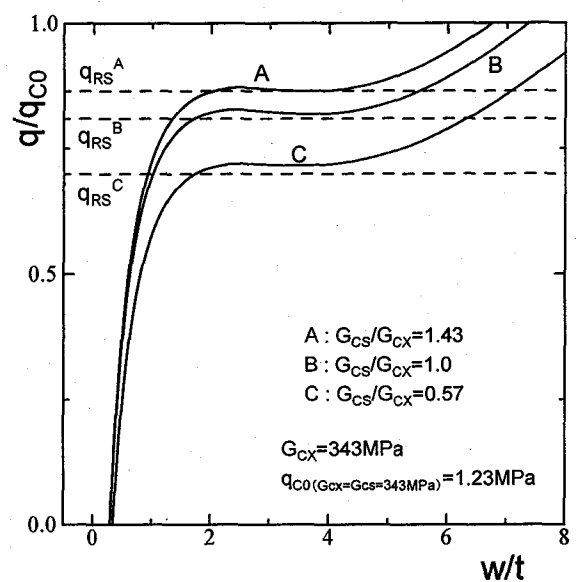


図-10 荷重-変位曲線 ($G_{CX}=343\text{MPa}$)

をとった後、強度の減少とともに急激に面外変位が大きくなる座屈現象を示しているのに対し、曲線 F にはその現象は見られない。したがって、曲線 E ($w_0/t=0.35$)でのピーク値を座屈下限値とみなすことができ、この値は本解析法より得られた RS 座屈強度と 3%以内の誤差で一致している。

図-6 に、曲線 E での座屈時(図-5: Point 1)および座屈後(図-5: Point 2)での変形性状を示しているが、いずれも初期不整と類似した変形モードを保っており、飛び移り現象は生じていない。

図-7 に $G_{CX}=G_{CS}=343\text{MPa}$ ($G_{CS}/G_{CX}=1.0$) の場合の荷重-変位曲線を示している。図-7 より明らかなように、荷重-変位曲線 A~D は座屈現象を示しているが、曲線 E にはその現象は見られない。したがって、曲線 D ($w_0/t=0.3$)でのピーク値を座屈下限値とみなすことが

でき、この値は本解析法より求めた RS 座屈強度と 2%以内の誤差で一致している。

図-8 に $G_{CX}=343\text{MPa}$, $G_{CS}/G_{CX}=1.43$ の場合の荷重-変位曲線を示している。この場合の座屈下限値(曲線 D, $w_0/t=0.3$)は RS 座屈強度と 1%以内の誤差で一致している。

表-1 に上述の $G_{CX}=343\text{MPa}$ に対する結果に加えて、 $G_{CX}=196, 490\text{MPa}$ での結果を同時に示している。表-1 より明らかなように、 $G_{CX}=490\text{MPa}$, $G_{CS}/G_{CX}=0.40$ の場合に RS 座屈強度と FEM による座屈下限値の間に 4.65%の誤差を生じているが、その他の結果はいずれも 3%以内の誤差で一致している。

これらのことより、RS 法を外圧を受ける直交異方性サンドイッチシェルに適用して得られた座屈強度(RS 座屈強度)は FEM 耐荷力解析による座屈下限値 q_{FE} とよ

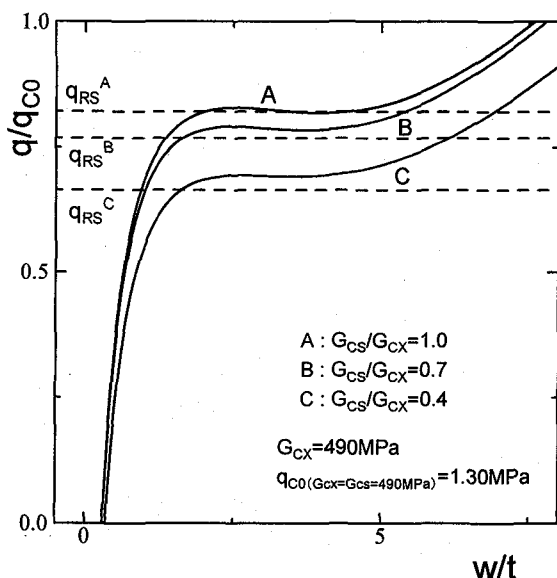


図-11 荷重-変位曲線 ($G_{CX}=490\text{MPa}$)

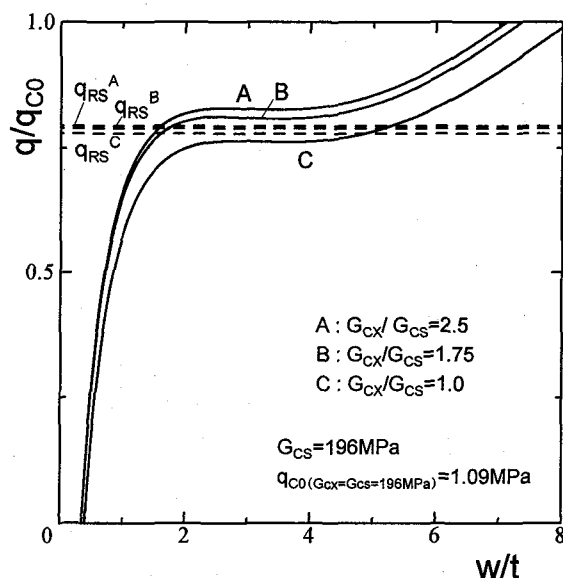


図-12 荷重-変位曲線 ($G_{CS}=196\text{MPa}$)

く一致することが明らかになった。

7. 心材の異方性が円筒サンドイッチシェルの弾性座屈強度に及ぼす影響

(1) 円周方向せん断弾性係数の影響

図-9 に心材の部材軸方向せん断弾性係数を $G_{CX}=196\text{MPa}$ と固定し、円周方向のせん断弾性係数を変化させた場合 ($G_{CS}/G_{CX}=1.0, 1.75, 2.50$) の直交異方性円筒サンドイッチシェル ($E_f=2.06 \times 10^6\text{MPa}$, $a=100\text{cm}$, $a/t_f=500$, $t_c/t_f=6$, $L/a=2$) の RS 座屈強度および座屈下限値を与える場合の荷重-変位曲線を示している。なお、この場合の縦軸は荷重 q を等方性円筒サンドイッチシェル ($G_{CX}=G_{CS}=196\text{MPa}$) の線形座屈強度 q_{C0} で除した値をとっている。図-9 から明らかなように、等方性心材 ($G_{CS}/G_{CX}=1.0$) の場合に RS 座屈強度と FEM による座屈下限値の間に若干の誤差を生じているが、 $G_{CS}/G_{CX}=1.75, 2.50$ では両解析法による解はよく一致している。心材の異方性の影響については、 $G_{CS}/G_{CX}=1.75, 2.50$ の RS 座屈強度は等方性心材 ($G_{CS}/G_{CX}=1.0$) の値に対してそれぞれ 15%, 24% 大きくなっている。一方、FEM による座屈下限値での増加率はそれぞれ 18%, 25% となっており、FEM による座屈下限値での心材の異方性の影響は RS 座屈強度と同程度となっている。

図-10 に心材の部材軸方向せん断弾性係数を $G_{CX}=343\text{MPa}$ と固定し、円周方向せん断弾性係数を変化させた場合 ($G_{CS}/G_{CX}=0.57, 1.0, 1.43$) の RS 座屈強度および座屈下限値を与える場合の荷重-変位曲線を示している。図-10 から明らかなように、RS 座屈強度と FEM による座屈下限値の間の誤差は心材の円周方向のせん断剛性係数 G_{CS} の減少とともに大きくなる傾向を示しているが、いずれの場合も最大 3% 以内の誤差で一致している。心材の異方性の影響については、 $G_{CS}/G_{CX}=1.0$,

1.43 での RS 座屈強度は $G_{CS}/G_{CX}=0.57$ の値に対してそれぞれ 15%, 23% 大きくなっているが、FEM による座屈下限値での増加率はそれぞれ 14%, 19% となっており、FEM による座屈下限値での心材の異方性の影響は RS 座屈強度に比較して小さくなっている。

図-11 に心材の部材軸方向せん断弾性係数を $G_{CX}=490\text{MPa}$ と固定し、円周方向せん断弾性係数を変化させた場合 ($G_{CS}/G_{CX}=0.40, 0.70, 1.0$) の RS 座屈強度および座屈下限値を与える場合の荷重-変位曲線を示している。図-11 から明らかなように、RS 座屈強度と FEM による座屈下限値の間の誤差は、 $G_{CX}=343\text{MPa}$ の場合同様、心材の円周方向のせん断剛性係数 G_{CS} の減少とともに大きくなる傾向を示しているが、いずれの場合も最大 5% 以内の誤差で一致している。心材の異方性の影響については、 $G_{CS}/G_{CX}=0.7, 1.0$ の RS 座屈強度は $G_{CS}/G_{CX}=0.40$ の値に対してそれぞれ 16%, 24% 大きくなっているのに対し、FEM による座屈下限値での増加率はそれぞれ 13%, 18% となっており、FEM による座屈下限値での心材の異方性の影響は、 $G_{CX}=343\text{MPa}$ の場合同様、RS 座屈強度に比較して小さくなっている。

これらのことより、心材の部材軸方向のせん断弾性係数を固定し、円周方向のせん断弾性係数を変化させた場合、部材軸方向のせん断弾性係数の増大とともに、RS 法に比較して FEM での心材の異方性の影響が小さくなる傾向を示しているが、両解析法による結果はいずれの場合も 5% 以内の誤差で一致していること、心材の円周方向のせん断弾性係数が、外圧を受ける直交異方性円筒サンドイッチシェルの RS 座屈強度および FEM による座屈下限値に大きく影響することが明らかになった。

(2) 部材軸方向せん断弾性係数の影響

図-12 に心材の円周方向せん断弾性係数を $G_{CS}=196\text{MPa}$ と固定し、部材軸方向のせん断弾性係数を

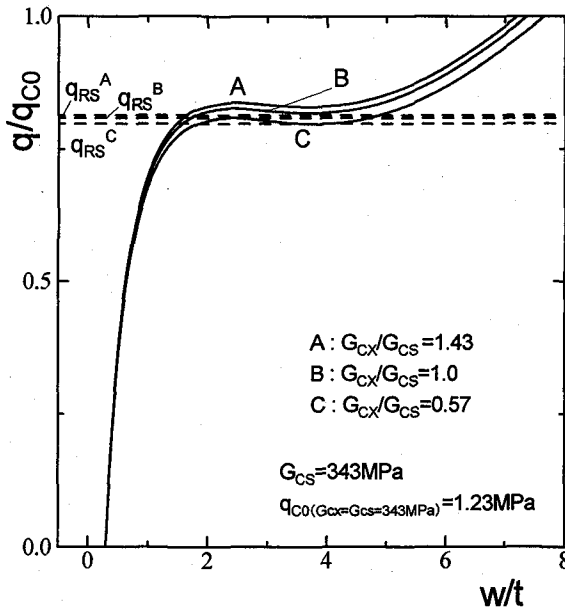


図-13 荷重-変位曲線 ($G_{CS}=343\text{MPa}$)

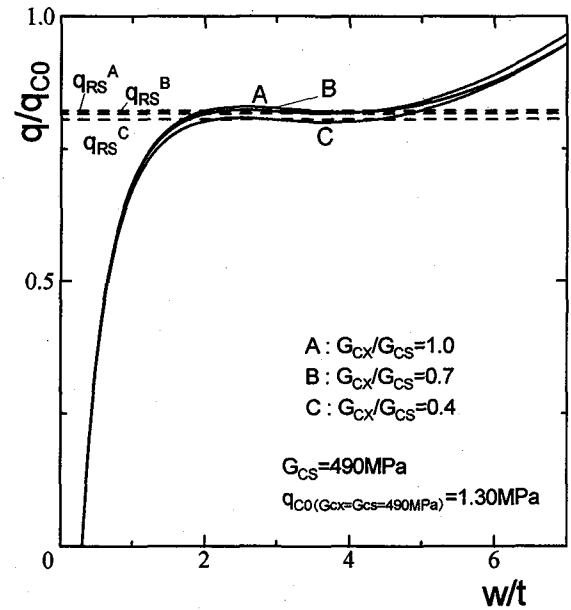


図-14 荷重-変位曲線 ($G_{CS}=490\text{MPa}$)

変化させた場合 ($G_{CX}/G_{CS}=1.0, 1.75, 2.50$) の RS 座屈強度および座屈下限値を与える場合の荷重-変位曲線を示している。図-12 から明らかなように、 $G_{CS}/G_{CX}=1.75, 2.5$ での RS 座屈強度の $G_{CS}/G_{CX}=1.0$ の値に対する増加率はほとんど認められないのに対し、FEM による座屈下限値での増加率はそれぞれ 6%, 8% となっており、FEM による座屈下限値での心材の異方性の影響は RS 座屈強度に比較して大きくなっている。

図-13 に心材の円周方向せん断弾性係数を $G_{CS}=343\text{MPa}$ と固定した場合の結果を示している。図-13 から明らかなように、 $G_{CS}/G_{CX}=1.0, 1.43$ での RS 座屈強度の $G_{CS}/G_{CX}=0.57$ の値に対する増加率はそれぞれ 1%, 2% となっている。一方、FEM による座屈下限値での増加率はそれぞれ 2%, 4% となっており、若干 FEM による座屈下限値での心材の異方性の影響が RS 座屈強度に比較して大きくなっている。

図-14 に心材の円周方向せん断弾性係数を $G_{CS}=490\text{MPa}$ と固定した場合の結果を示している。この場合の $G_{CS}/G_{CX}=0.7, 1.0$ での RS 座屈強度および FEM による座屈下限値での $G_{CS}/G_{CX}=0.4$ の値に対する増加率はいずれの場合も、それぞれ 1%, 2% となっている。

これらのことより、心材の円周方向のせん断弾性係数を $G_{CS}=196\text{MPa}$ と固定し、部材軸方向のせん断弾性係数を変化させた場合、RS 法に比較して FEM では心材の異方性の影響が大きくなる傾向を示しているが、その他の場合は両解法による結果はよく一致していること、心材の部材軸方向のせん断弾性係数は外圧を受ける直交異方性円筒サンドイッチシェルの RS 座屈強度および FEM による座屈下限値にほとんど影響を及ぼさないことが明らかになった。

8. おわりに

本研究では、直交異方性円筒サンドイッチシェルの構造が外圧を受ける場合について、まずその線形座屈強度を求める解析式を誘導し、直交異方性円筒サンドイッチシェルの構造の座屈時のひずみエネルギー成分について考察した。さらに、直交異方性円筒サンドイッチシェルの構造の初期不整によるばらつきを考慮した座屈強度すなわち座屈下限値を理論的に推察する方法を Reduced Stiffness 法に基づき導くとともに、本法を外圧を受ける直交異方性円筒サンドイッチシェルの構造に適用し、得られた座屈強度を FEM 耐荷力解析による結果と比較することにより、誘導した方法の妥当性、有効性について検討した。また、心材の直交異方性が円筒サンドイッチシェルの構造の弾性座屈強度に及ぼす影響について基本的な考察を行った。

その結果、本研究で誘導した Reduced Stiffness 法を外圧を受ける直交異方性円筒サンドイッチシェルの構造に適用して得られた座屈強度は種々の大きさの初期不整を用いた FEM 耐荷力解析による強度の下限値とよく一致し、通常断面を有するシェル構造に対して提案されている Reduced Stiffness 法が直交異方性心材を有するサンドイッチシェルの構造の力学的理解および初期不整によるばらつきを考慮した効率的な設計に対して貢献できることが明らかになった。またいずれの解析法においても、心材の部材軸方向せん断弾性係数を変化させてもほとんど座屈強度が変化しないのに対し、円周方向せん断弾性係数を変化させた場合は座屈強度が大きく変化することより、直交異方性円筒サンドイッチシェルの構造の座屈強度には、心材の円周方向のせん断弾性係数がより大きく影響を及ぼすことが明らかになった。

参考文献

- 1) Croll, J.G.A. : Towards simple estimates of shell buckling loads, *Der Stahlbau*, pp.243-248, 1975.
- 2) Croll, J.G.A. and Batista, R.C. : Explicit lower bounds for the buckling of axially loaded cylinders, *Int. J. Mech. Science*, 23, pp.331-343, 1981.
- 3) 山田 聖志 : シェル座屈解析における Reduced Stiffness 法, 第 1 回シェル空間構造セミナー資料, pp.25-32, 1992.
- 4) 山田 聖志 : 初期不整の影響と座屈下限理論 (シェル・空間構造における不安定現象の現状と課題), 日本建築会, 1996.
- 5) 大賀水田生, J. G. A. CROLL, 中村大輔, 山田勝 : 外圧を受ける円筒サンドイッチシェル構造の初期不整を考慮した弾性座屈強度, 土木学会論文報告集 (投稿中).
- 6) Ellinas, C.P. and Croll, J.G.A. : Experimental and theoretical correlations for elastic buckling of axially compressed stringer stiffened cylinders, *J. Strain Analysis*, 18, pp.46-67, 1983.
- 7) Ellinas, C.P. and Croll, J.G.A. : Experimental and theoretical correlations for elastic buckling of axially compressed ring stiffened cylinders, *J. Strain Analysis*, 18, pp.81-93, 1983.
- 8) Kawamoto, Y. and Yuhara, T. : Buckling of fabricated ring-stiffened steel cylinders under axial compression, *Int. Conf. On Advanced in Marine Structures*, Dunfermline, pp.262-280, 1986.
- 9) Croll, J.G.A. : Lower bound methods in shell buckling, *Developments in Thin-Walled Structures*, 3, Elsevier, 1987.
- 10) Croll, J.G.A. : Towards a rationally based elastic-plastic shell buckling design methodology, *Thin-Walled Structures* 23, pp.67-84, 1995.
- 11) Yamada, S. and Croll, J.G.A. : Buckling and post-buckling characteristics of pressure loaded cylinders, *J. Applied Mechanics*, ASME, 1993.
- 12) Yamada, S. and Croll, J.G.A. : Elastic-plastic buckling design for shallow cylindrical shells under external pressure, *Proc. IASS-ASCE Symp. On Spatial, Lattice and Tension Structures*, ASCE, pp.936-945, 1994.
- 13) Yamada, S. : Estimation on the effects of initial stresses on the vibration behavior of curved shell-like structures, *Theoretical and Applied mechanics*, 44, Science Council of Japan, pp.21-28, 1995.
- 14) Timoshenko, S.P. and Gere, M. : *Theory of Elastic Stability*, McGRAW-Hill, 1961.
- 15) Donnell, L.H. and Wan, C.C. : Effect of imperfections on buckling of thin cylinders and columns, *J. of Applied Mech.*, ASME, Vol.17, pp.73-83, 1950.
- 16) Clive, L.DYM : *Introduction to the Theory of Shells* (Revised Printing), Hemisphere Publishing Corporation, New York, 1990.
- 17) Raamachandran, J. : *Thin Shells : Theory & Problems*, Sangam Books, London, 1993.

(1999.9.17 受付)