

振動モード形の変化を利用した磁石ダンパーによる 自励振動のパッシブ制御

Passive Control of Self-Excited Oscillation by Change of Mode Shapes using Magnetic Dampers

阿部雅人*, 藤野陽三**, 尾松智***

Masato ABE, Yozo FUJINO, Satoshi OMATSU

*Ph.D. 東京大学大学院 工学系研究科社会基盤工学専攻 助教授 (〒113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1)

** Ph.D. 東京大学大学院 工学系研究科社会基盤工学専攻 教授 (同上)

*** 建設省九州地方建設局武雄工事事務所

Control effects and design method of magnet damper to suppress wind-induced self-excited oscillation of cables are studied. Magnet damper is the device to control cable vibration by stick-release behavior at the attachment of magnets. Detailed studies using simple two-degrees-of-freedom system revealed that the control effects are mainly due to the fact that the damper works to transfer energy from lower unstable modes to higher stable modes, which have relatively large positive damping. A design method is also proposed using non-dimensional parameter which represents the balance between the inertia force of cable oscillation and the magnetic force. Because appropriate stick-release behavior is essential for the energy transfer, these two forces is expected to maintain certain balance at steady state. The optimal design value is also proposed based on the results of numerical simulations. The control effects of the damper and the proposed design parameter are also verified by numerical simulation of a string with which uses 22 modes in string vibration.

Key Words : cable, self-excitation, magnet damper, mode shape, passive control, vibration control

1. はじめに

パッシブなダンパーによる振動制御は建設系構造物では最も一般的な振動制御法の一つである。たとえば、斜張橋ケーブルの風による振動に対してはこの方式が古くから用いられている。しかし、ケーブルのようなきわめてフレキシブルな構造系にダンパーを取り付けると、それによる減衰力のために振動モード形が変化してダンパー設置位置が振動モードの節のようになるため、制振効果に上限が生じることが知られている(例えば文献1)。

一方、最近斜張橋ケーブルを対象とした新しい制振装置として、磁石による吸着と解放の繰り返しを利用した「磁石ダンパー」が提案されている²⁾。これは逆に振動モード形の変化を、積極的に利用したものと考えることができる。磁石ダンパーが設置されているケーブルが振動すると、ケーブルから少し離して置かれた磁石との間で拘束・解放が繰り返される。その際、ケーブルが磁石から離れるときに動特性が変わる

ために高次モードが励起される。すなわち、低次モードの運動エネルギーの一部が高次モードに移ることになる。風によるケーブルの渦励振を考えると、一次モードの振動が発生する風速範囲では、1次モードは小振幅域で負減衰であるのに対し高次モードは正の空力減衰が作用するため高い減衰状態にあることが一般的である。このため、磁石からの解放時に励起された高次モードの振動のエネルギーは急速に減衰するものと予想される。つまり、「低次モードの振動エネルギー→高次モードの振動エネルギーへの転化→減衰力による消費」というメカニズムでこの磁石ダンパーが効果を発揮するものと想像される。磁石ダンパーの有効性については、既に、PC斜張橋の平行スティークケーブルに試みに設置された例から、ウェイクギャロッピングの制御に十分な効果があることが観測やシミュレーション解析などの上から示されている²⁾。しかし、磁石ダンパーそのものの基本的特性や設計値のあり方については十分な検討が行われていたとは言い難いのが現状である。

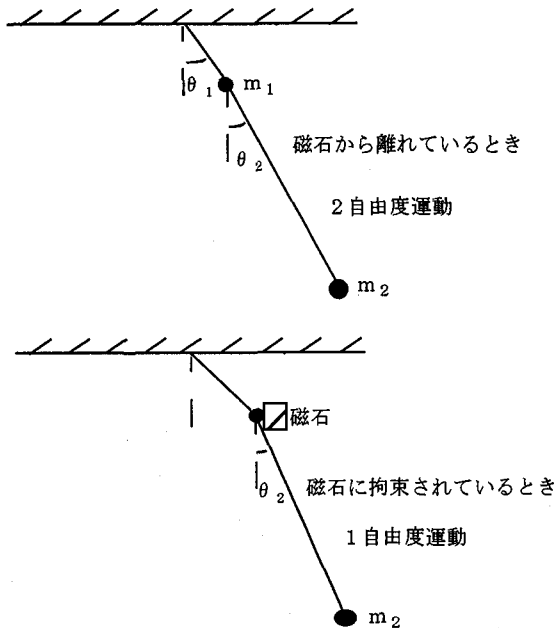


図-1. 2自由度振子モデル.

磁石ダンパーは、動特性・振動モード形を意図的に変化させ、そのことにより振動エネルギーを減衰の高いモードに移すことでパッシブに制御するという、これまでの振動制御では考えてこられなかった新しく、そして興味深い制振原理を持つ方式である。また、メンテナンス上の問題も少ないと考えられ、ケーブルをはじめとして建設系構造物の制振には適用可能性が高いものと思われる。

そこで本研究では、磁石ダンパーの基本的特性を2自由度系モデルを用いて理解するとともに設計方法の確立を目的として磁石の強さ、対象物との間隔などのパラメータと制振効果との関係を明らかにする。

2. 2自由度モデルによる基本的特性の理解

前述のように、磁石ダンパーがケーブルの風による振動の制御に有効であることがすでに示されているが²⁾、磁石ダンパーのメカニズムや基本的特性を理解するには、対象構造物として、連続体であるケーブルを用いるのは物理的見通しが悪く適当ではない。そこで、ここでは構造物として図1に示す単純な2自由度振子モデルを用いることとした。なお、磁石ダンパーも通常の粘性ダンパーと同様にケーブル端部付近にとりつけられることを考えられる。それに対応して、ここでの解析では、ダンパーが設置される質点1の振り子の長さ l_1 、質量 m_1 は、質点2のそれに比べて小さい場合を考えることとした。

このモデルは、図-1の上図に示したように上側の質点1が磁石に接触するまでは、2自由度の運動をする。図中の座標系を用い、微小変位を仮定すると、質点1が磁石によって拘束されていない場合の運動方程式は、

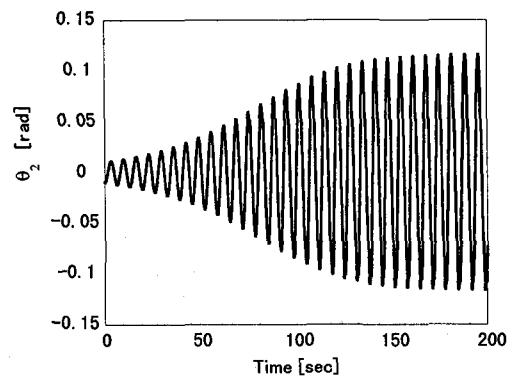


図-2. 無制御時の応答.

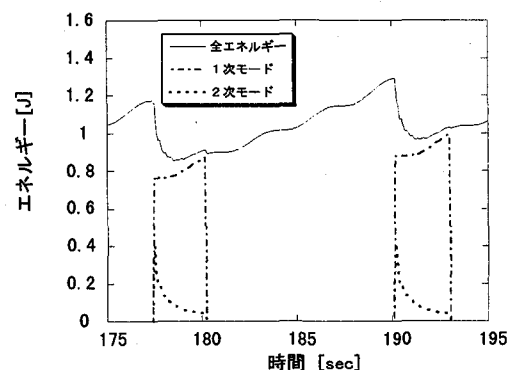


図-3. エネルギーの変化と各モードの分担

$$\begin{bmatrix} (m_1 + m_2)l_1 & m_2l_2 \\ m_2l_1 & m_2l_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (c_1 + c_2)l_1 & c_2l_2 \\ c_2l_1 & c_2l_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (m_1 + m_2)g & 0 \\ 0 & m_2g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_m \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

となる。ただし、 c_1, c_2 は減衰定数であり、 f_m は磁石による吸引力である。なお、自励振動を考える場合には、減衰定数 c_1, c_2 は負となる。

上側の質点が磁石に接触すると、下図のように磁石により質点1は拘束されて質点2のみによる1自由度の運動となる。磁石によって質点1が拘束されている場合の運動方程式は、

$$m_2l_2\ddot{\theta}_2 + c_2l_2\dot{\theta}_2 + m_2g\theta_2 = 0 \quad (2)$$

である。その後質点1での支点反力が磁力を上回ると磁石による拘束が解放されて、再び2自由度運動をすることとする。磁石から質点が解放される時の条件は、磁石の接着時の磁力を $f_{\max}$ とおくと、力のつりあいから

$$\theta_2 = \frac{(m_1 + m_2)gd/l_1 - f_{\max}}{m_2 g} \quad (3)$$

で与えられる。ここに d は、振り子が鉛直である時の磁石との距離である。付録に示すように、磁力は磁石から離れるに連れて急速に小さくなるため、実用的には、式(1)に含まれる磁石から離れている時の吸引磁力 f_m の寄与は非常に小さく、磁力の影響としては式(3)の $f_{\max}$ の影響のみ考慮すれば十分な精度が得られる³⁾。したがって、本論文の計算では、 f_m の影響は無視し、 $f_{\max}$ の影響のみ考慮した。なお、質点1と磁石との衝突は完全非弾性衝突を仮定している。

ここでは風による振動の中で制振対象となることが多い空力自励振動を対象とし、質点の水平方向運動速度の小さいときには負の減衰、速度が大きときには正の減衰となるファンデルポール型⁴⁾で非線形自励力をモデル化し、これを上下の質点を作用させて解析を行うこととする。すなわち、 c_1, c_2 を、

$$c_1 = -A_1 + B_1(l_1\dot{\theta}_1)^2 \quad (4a)$$

$$c_2 = -A_2 + B_2(l_1\dot{\theta}_1 + l_2\dot{\theta}_2)^2 \quad (4b)$$

とした。

解析の諸元は、 $m_1=1[\text{kg}]$ 、 $m_2=10[\text{kg}]$ 、 $l_1=1[\text{m}]$ 、 $l_2=10[\text{m}]$ 、 $c=0.05[\text{m}]$ を用いた。磁石と接着していない2自由度系の固有振動数は、0.151[Hz]ならびに1.721[Hz]である。自励力としては、調和応答を仮定したときに、ダンパーを設置しない場合の定常振幅が0.1[rad]となるように、式(4)のパラメータを決定した。図-2はダンパーを設置しないときの質点2の運動を示す。自励振動が発生し、非線形自励力のため、振幅が飽和していることが見て取れる。なお、このときの振動は1次モードによるものである。固有振動数が大きいため速度が高くなる2次モードは正の減衰となるため、自励振動応答には寄与しない。

図-3には、磁石ダンパーをつけたときの定常応答を、系全体の力学的エネルギー(運動エネルギー+位置エネルギー)によって示した。図中、磁石の拘束を離れて系が2自由度系として振動している部分については、各振動モード毎のエネルギーを区別して示した。なお、各モードのエネルギーを算定するにあたっては、無減衰時のモードで展開している。

図-3より、磁石の拘束から解放されるときに高い振動数の2次モードの振動が発生し、それが正の減衰のため減衰する様子がわかる。質点1が磁石から離れる際に2次振動が励起され、エネルギーの一部が2次モードに転移するため、1次振動が小さくなっていると解釈できよう。

図-4は、磁石の磁力 $f_{\max}$ を変えたときのエネルギーの時間的変化を示す。磁力が弱すぎても、あるいは強すぎてもダンパーとしての効果は少なく、最適の磁力が存在することがわかる。磁力が弱すぎると、ダンパーが振動応答に及ぼす影響が小さくなり、高次モードがあまり励起されなくなる。一方、磁力が強すぎれば、質点1は磁石に拘束される時間が長くなり、その間は何らエネルギー消費が起らず、ダンパーとしての効果が小さくなる。なお、磁力が弱くとも質点1が磁石に接触する際、完全非弾性によりその運動エネルギー

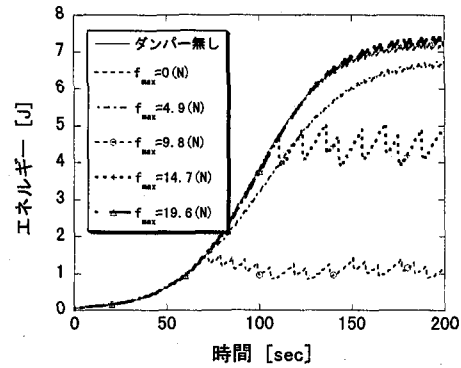


図-4. 磁力の大きさと制振効果

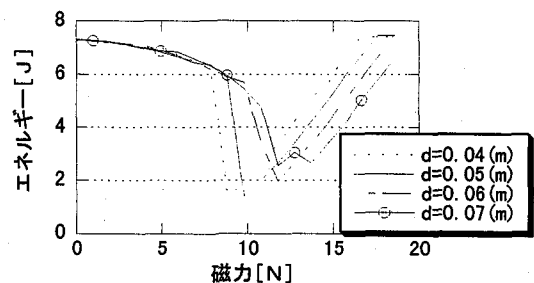


図-5. 磁力ならびに磁石との距離を変化させた場合の磁石ダンパーの効果

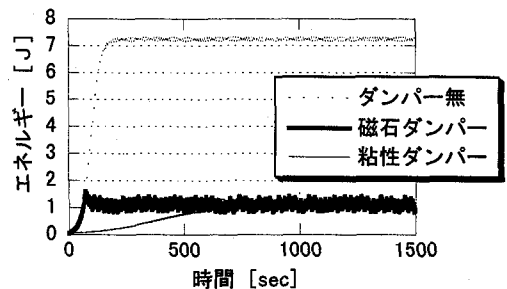


図-6. 磁石ダンパーと粘性ダンパーの効果の比較

ーがゼロとなり、それによる振動減衰の寄与もあり得る。しかし、図-4の結果はその寄与が小さいことを示唆している。

図-5には磁力と、磁力の大きさ $f_{\max}$ と質点1と磁石との間隔 d の双方を変えたときの磁力ダンパーの効果を示す。縦軸は定常振幅時の系全体のエネルギーである。磁力の大きさにより制振効果が大きく変わるだけでなく、間隔 d によっても変化することがわかる。したがって、間隔 d に応じて磁力を選ぶか、あるいは、逆に、磁力に応じて間隔を設定する必要があることになる。磁石ダンパーが効率よく働くためには、拘束・解放が頻繁に起こり、かつ解放される際に2次(高次)モードにエネルギーが出来るだけ多く移行することが必要であるため、上述のような関係が存在するものと思われる。さらに、磁力と間隔は振動系の振幅レベルとの兼ね

合いも考慮して選ばれる必要があると考えられるが、現象そのものが非線形であるため、その最適パラメーターの決定は一般には困難であることが予想される。

図-6は、従来から使われている粘性ダンパーとの性能を比較する意味で、図-5から読み取れる磁力10[N]の場合の最適磁石ダンパーと、各モードの減衰比が最大となるよう最適設計した粘性ダンパー³⁾を設置した場合のエネルギーの変化を示したものである。なお、粘性ダンパーも磁石ダンパー同様、質点1にのみ設置している。図-6から、定常状態に関しては、磁石ダンパーは最適設計した粘性ダンパーとほぼ同程度の制振効果が得られることがわかる。

以上の検討から、磁石ダンパーは、高次モードの励起をその制振原理として含むことから、制振対象モードの減衰に比較して高次モードの減衰が著しく大きい振動系の制御に特に適していると言うことができる。橋桁・ケーブル・タワーなどの多自由度構造系の風による振動を考えたとき、渦励振にしてもギャロッピングにしても発振風速(範囲)は、特殊な場合は除き、低次モードほど低いと考えられる。一次モードの振動が励起されるときには、2次以上の振動モードは、一般に空力減衰の効果で比較的高い正の減衰状態となっていることが多く、この磁石ダンパーが有効となると考えてよい。一方、構造系そのものの減衰は一般にモードにより著しく大きな差はない。したがって、地震や交通荷重などによる強制外力振動の制御に磁石ダンパーを用いるとすると、期待できるエネルギー吸収メカニズムが完全非弾性衝突に伴うエネルギー吸収のみであるので、あまり有効ではないということになる。実際に、数値計算によって、強制振動時の有効性は低いことを確かめている³⁾。

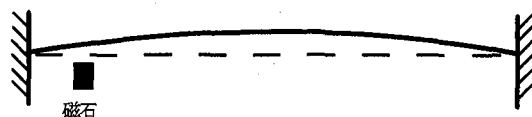
3. 無次元量による磁石ダンパーの最適設計値の把握

図-5に示したように、磁石ダンパーは、高い制振効果を発揮するためには磁石 $f_{\max}$ と間隔 d を適切に選ぶ必要がある。前章の計算結果から予測されるように、定常的な振動状態で磁力 $f_{\max}$ と振動に伴う慣性力がバランスして、適度に接着・解放が繰り返されるレベルに磁力を設定するのが合理的であると考えられる。そこで、磁力 $f_{\max}$ を磁石との隙間 d を振幅として振動する場合の1次モードに働く慣性力で無次元化した、以下の無次元量

$$\gamma = \frac{f_{\max}}{M_1 d \omega_1^2} \quad (5)$$

を定義し、 γ を用いた制振設計を考えることとする。ここに、 ω_1 は1次モードの固有円振動数である。 M_1 はダンパー設置位置の変位が1となるよう正規化した1次モードのモード質量である。式(1)の値が1となるような設計を行うと、定常振幅 d において磁石と接触・解放を繰り返す設計値を与えることとなる。ここで図-5から得られる最適値を用いて、式(1)の無次元量 γ を計算したところ0.8から0.9の間で1よりやや小さい値が得られた。これは、吸着・解放を繰り返すわけであるから、実際の振動の振幅は、 d よりやや大きくなること、および、磁石に上側の質点が拘束されている時には、1次モードの慣性力と比較して慣性力が小さくなることによるためであると思われる。

磁石から離れているとき



解放

拘束

磁石に拘束されているとき

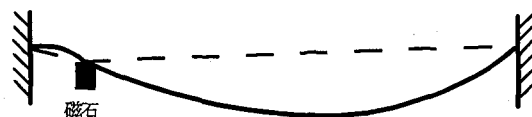


図-7. 磁石ダンパー設置時のケーブルの挙動

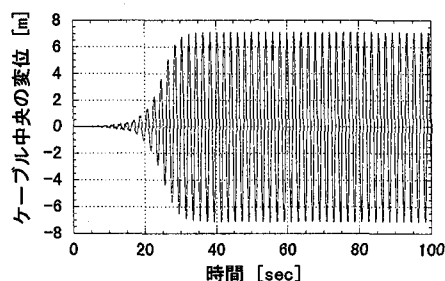


図-8. 無制御時の応答

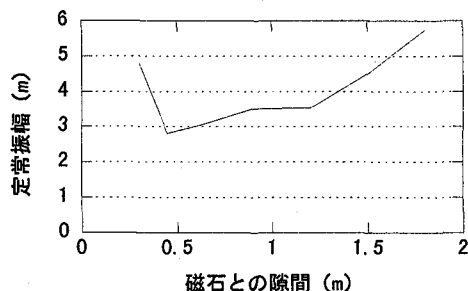


図-9. 磁石の隙間を変化させた時の磁石ダンパーの性能。

4. ケーブルへの応用

ここでは、より現実的な多自由度構造系である単一線形ケーブル(弦)を対象にして磁石ダンパーの効果を考える。

ケーブルにおいても、図-7に示すように、2自由度系の場合と同様、ケーブルと磁石とが離れている状態と両者が磁石により拘束されている状態の2つがある。実際の振動では2つの状態が交互に繰り返されることになる。

解析にあたって、自励力としては2自由度系の場合と同じようにファンデルポール型を考え、ケーブル全体に均等に作用するとする。ケーブルの諸元³⁾としてはスパン $L=192[m]$ 、ケーブルの質量は単位長さあたり $101.2[kgf/m]$ とした。基本固有周期は $0.51[Hz]$ である。磁石はケーブル支点から $L/10$ のところに置く。ケーブルの解析においては、軸方向の変位は無視し、各々の状態におけるケーブルの面外変位はモード展開で近似し、磁石と非接触時の時は低次から20次モードまで、接触時には短い方のスパンは2次モードまで、長い方のスパンを18次モードまでで表した。ケーブルの磁石への衝突は完全非弾性衝突とし、磁石に拘束されているケーブルが離れるのは、そこでの張力の面外成分が最大磁力を上回ったときとした。なお、ファンデルポール型の自励力の係数を、実ケーブルについて合理的に決定する方法がなかったため、2自由度系の解析に用いた係数を便宜的に拡張して使用した。そのため、ここでの応答解析結果は必ずしも実際の応答値を反映していないことに留意されたい。したがって、ここでの解析は、実際の現象の精密な再現ではなく、設計値の妥当性を検証することを目的としたものである。

図-8に磁石ダンパーがないときのスパン中央における自励振動の時刻歴応答を示す。図-9は磁石とケーブルとの隙間を変化させたときのスパン中央の振幅を示す。隙間の大きさにより、定常振幅が大きく変わることがわかる。

図-10には、 $\gamma=0.8$ として設計した時の、系のエネルギーの時間的変化を示す。図-10にはダンパーが無いとき、最適粘性ダンパーのときの値も併せて示してある。提案する無次元量 γ で設計された磁石ダンパーの制振性能が最適粘性ダンパーの性能に匹敵することが見て取れよう。

5. まとめ

自励力を受ける、きわめてフレキシブルな構造系を対象に、モード形の変化を利用した磁石ダンパーの基本的特性と設計法を数値解析に基づいて検討した。得られた知見をまとめると以下ようになる。

- (1) 磁石ダンパーは減衰の大きい高次モードを励起させることで制御効果を発揮することを、ファンデルポール型の自励力がはたらく2自由度系モデルによるシミュレーション解析によって確認した。したがって、高次モードの減衰が、低次に比べて著しく高くなる空力自励振動に対して、特に有効な制振装置であると考えられる。
- (2) 磁石ダンパーは、磁力、間隔を最適値とすることで、粘性ダンパーと匹敵する性能が得られることを、ファン

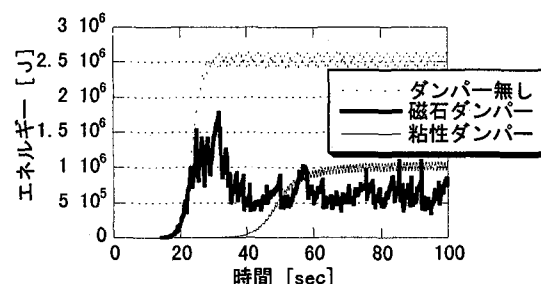


図-10.磁石ダンパーの弦に対する制振効果

デルポール型の自励力がはたらく2自由度系ならびにケーブルを対象としたシミュレーション解析によって示した。

- (3) 磁石ダンパーの最適設計パラメータ(磁力 f_{max} および磁石と構造物の間隔 d)は、ここに提案した無次元量 γ によって概算することができる。

磁石ダンパーの制振原理と設計法の基本的考え方は、本研究においてある程度明らかにされたと考えている。しかし、磁石と構造物との衝突のより精緻なモデル化の導入などの基本的な事項、あるいは磁石の数とその配置と制振性能の関係など応用的な問題など検討すべき事項は数多く残されている。また、振動エネルギーのモード転移を利用した構造制御におけるセミアクティブ方式の活用など、構造制御の新しい展開につながる可能性を有しているものと思われる。今後、その体系化を進めていく予定である。

謝辞

本研究は文部省科学研究費補助金(基盤研究B(2)、課題番号10450173)を受けて行われました。ここに記して謝意を表します。

付録：磁力のモデル

ここでは、磁気浮上の理論⁶⁾に用いられる磁界・磁力の算定式をもとに、 N 回巻、断面積 S の鉄芯コイルからなる電磁石が鉄板を吸着する場合を対象として、簡便な磁力のモデルを提示する。簡単のために、①電磁石に磁束漏れはない、②磁気飽和、ヒステリシスは無い、③鉄芯の透磁率は無限大、という理想的状態を考える。

まず、磁石と鉄板の間に生じる磁束密度は、磁石と鉄板の距離を d とすると、

$$B = \frac{\mu_0 N i}{2d} \quad (6)$$

で与えられる。ここに、 $\mu_0=4\pi\times 10^{-7}[H/m]$ は真空の透磁率(ほぼ空気の透磁率と等しい)であり、 i はコイル内を流れる電流を表す。実際に、 $N=500$ 、 $S=2.1\times 10^{-3}[m^2]$ の電磁石を作成し、電流 $1[A]$ のもとでガウスメーターによって計測した磁束密度と理論値を比較したのが図-11である。なお、計測値は10回計測した平均を示したものである。これから分かるように、理論と計

測は類似の傾向を示すものの、計測値が理論値を大きく下回ることが見て取れる。これは、磁束漏れなどここで考慮されていない影響が大きいためであると思われる。

磁束密度が分かれば、吸引力を、

$$f_m = \frac{B^2 S}{2\mu_0} \quad (7)$$

によって計算することが出来る。したがって、式(6)と併せて考えると、理論的には、 d が小さくなるに連れて磁力が無限大に増加することになる。ただし、鉄の飽和磁化が $1.7 \times 10^3 [\text{T}]$ であることから、現実には発生する磁力も微小な d については鉄の飽和磁化で飽和することが予測される。この例では、鉄の飽和磁化に対応する磁力は、 $4.8 \times 10^9 [\text{N}]$ という非常に大きな値となる。実際に、磁石の吸着力をばねばかりで計測したところ $2.0 [\text{N}]$ 程度であった。この差については、磁束漏れ等の影響に加え、鉄板面の不整が 1 因であろうと思われる。

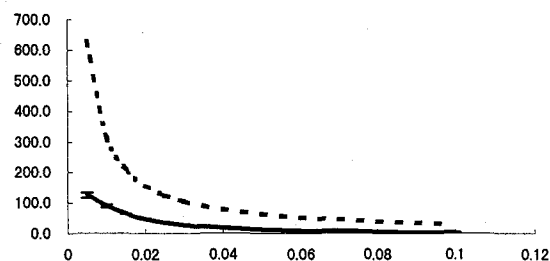
以上の結果を組み合わせると、磁力は、磁石からの距離の2乗に反比例し、かつ磁石の近傍では飽和する傾向を持つと考えられる。ここでの計測例で、計測磁束を用い、かつ飽和する磁力をばねばかりで計測した吸着力と考えた場合の磁力モデルは、図-12 のようになる。磁石と鉄板が離れている場合の磁力は非常に小さいことから、本論文では、吸着力 f_{max} の影響のみ考慮することとした。

なお、文献3では、ここでの例と同じ電磁石を使用して、動的状態で磁石ダンパーに衝撃的に鉄板が衝突する場合の磁力も実験結果より算定している。その結果、衝撃的な動的状態では図-12の結果の60%程度に磁力が低下しているが、それは、動的状態では渦電流によるエネルギー散逸が大きくなるためであると考えられる。したがって、磁石ダンパーを設計する際には、静的な磁力の計測結果と、動的状態での磁力が異なる可能性があることに留意する必要がある。

参考文献

- 1) Pacheco, B.M., Fujino, Y. and Sulekh, A. :Estimation curve for modal damping in stay cables with viscous damper, *Jour. of Structural Eng.*, ASCE, Vol.119, No.6, pp.1961-1979,1993.
- 2) 中野, 大塩, 片村, 前田:振動モードの制御による斜張橋斜材ケーブルの制振, 第 52 回土木学会年次講演会

磁束密度[10^{-4}T]



磁石からの距離 [m]

図-11.磁束密度の理論値 (——) と
実測値 (-----)

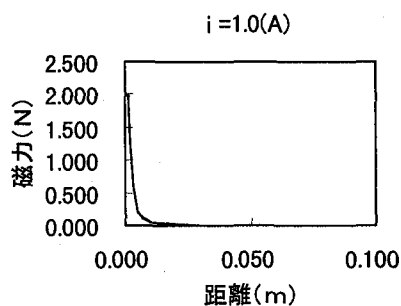


図-12.磁力のモデル

I-B, pp.338-339, 1997 年.

- 3) 尾松智:モード形の変化を利用した振動制御, 東京大学土木工学科卒業論文, 1998 年 3 月.
- 4) Nayfeh, A.H. and Mook, D.T.: *Nonlinear Oscillations*, Wiley, 1979.
- 5) 横山, 日下部:斜張橋ケーブルの風による振動と対策, 橋梁と基礎, .75-84, 1989 年 8 月号.
- 6) 電気学会磁気浮上鉄道応用技術調査専門委員会:磁気浮上と磁気軸受, コロナ社,1993 年.

(1998 年 9 月 18 日受付)