

# 整合性の評価にファジイ理論を用いた 簡易フィッティング法に基づく山留め弾塑性逆解析システムの開発

Development of back analysis system for deformation of retaining wall  
based on Fuzzy set theory and simple fitting method

杉山俊幸\*、河村徹\*\*、北田郁夫\*\*\*  
Toshiyuki Sugiyama, Tohru Kawamura, Ikuo Kitada

\* 工博、山梨大学助教授、工学部土木環境工学科、(〒400-8511 甲府市武田4-3-11)

\*\*\* 工修、東京都庁(〒163-01 東京都新宿区西新宿2-8-1)

\*\* 住友建設株式会社土木部(〒160 東京都新宿区荒木町13)

Back analysis system for the calculation of the deformation of retaining wall based on Fuzzy set theory and simple fitting method has been developed. In this system, in case that the predicted values of deformation of retaining wall are judged not to agree well with the measured ones based on Fuzzy set theory, the soil parameters such as earth pressure and spring constant of soil are automatically modified by using the simple fitting method until a good agreement between predicted and field measured values is obtained. The effectiveness of this developed system has been proved by applying it to the three field measured data.

*Key Words:* fuzzy set theory, observational construction, retaining wall, simple fitting method

## 1. はじめに

現在、大規模な掘削や軟弱地盤における掘削工事においては、山留め構造物に各種の計測機器を取り付け、山留め壁の変位等を計測しながら工事を進める山留め情報化施工システムが用いられている。山留め情報化施工とは、山留め壁の変位等の実測値から掘削地盤に関する土質定数の真の値を推定して掘削工事にフィードバックさせようというものである<sup>1)</sup>が、それまで用いられていた山留め情報化施工システムでは、実測データの処理が電算化されていたに過ぎず、掘削工事にフィードバックさせる場合には、各段階で専門技術者の判断を必要としていた。例えば、山留め壁変位の実測値と、各種の仮定の下に計算された解析値との整合性の良否の判断などは、専門技術者に委ねられており、システム内で自動的に処理し掘削工事にフィードバックされてはいなかった。

仮にこの段階で、実測値と解析値の整合性の良否の判断に関する専門技術者の意思決定プロセスが何らかの方法を用いてモデル化でき、電算システム内で自動的に整合性の良否を判断できるようであれば、現場に専門技術者が常駐していない場合でも掘削工事をある程度円滑に進めることができるとなる。

このことに着目して、著者らは、山留め壁の変位の実

測値と解析値の整合性の良否に関して判定を下すまでの専門技術者の意思決定プロセスをファジイ理論を用いてモデル化し、アンケート調査を利用した同定を行うことによって、構築した意思決定モデルの妥当性を確かめてきている。また、構築したモデルを分析することにより、専門技術者が山留め壁変位の実測値と解析値の整合性の良否の判定に際しどのような要因に着目し、各要因に対してどのような重み付けをしているかもある程度明らかにしてきている<sup>2)</sup>。しかしながら、文献2)で構築したモデルを山留め情報化施工システムに組み込んで実用化していくためには、実測値と解析値の整合性の良否に関して、"整合していない"と判定された場合の処理方法について検討を加えておかねばならない。

実測値と解析値が整合していないと判定された場合に、解析値を実測値にフィットさせる方法としては、

① 昨今のパソコンのレベルアップに伴い、パソコンでの山留め弾塑性計算も瞬時に行えるようになり、ある程度の繰り返し計算が短時間で可能になったことから、あらかじめ設定したレベルに収束するまで順次土質定数を変更し、ひたすら計算を繰り返しながらフィットさせる方法

② 動的解析等でよく用いられるカルマンフィルターを使う方法

③ユーザーである専門技術者が実測値と解析値を見比べながら、これまでの経験や勘および蓄積されている知識等に基づいて、適切に土質定数を変更する方法（以後、簡易フィッティング法と記述）

などが現時点では考えられている。この内、①の方法については既に実用化されている<sup>3)</sup>が、ひたすら計算を繰り返す方法は、工学的見地からは必ずしも望ましいとは言えない。

そこで本研究では、山留め壁変位の実測値と解析値の間に十分な整合性が得られない場合に、土質定数等を簡易フィッティング法によりある程度システム化し、実測値と解析値の整合性があらかじめ設定した基準を満たすようになるまで自動的に演算を繰り返すという機能を有する山留め弾塑性逆解析システムの開発を試みることにする。なお、ここでは、簡易フィッティング法の適用プログラムを開発して山留め弾塑性逆解析システムに組み込むことが目的であり、山留め壁の変位等の算出には市販のプログラムを用いている。

## 2. 簡易フィッティング法を用いた山留め弾塑性逆解析システムのフロー

本研究で開発を試みる簡易フィッティング法を用いた山留め弾塑性逆解析システムのフローは図-1に示す通りで、以下に詳述する。

- 1) 初期の土質定数を読み込み、山留め壁の変位などを求める。
- 2) 実測値と解析値の整合性を判定するファジイ演算を実行し、ファジイ判定結果図を出力する。
- 3) あらかじめ設定した判定基準を満たしたならば、掘削が進んだときの予測計算を実行する。判定基準が満たされずに、「実測値と解析値は整合していない」と判定されたときには土質定数変更プログラムを実行する。

なお、土質定数変更プログラムでは、土質定数を4章で述べる4通りの方法で変更して変位図を作成し、ファジイ判定を行う。

- 4) 4通りの方法のうちファジイ判定結果により得られる整合性の度合いが最も高い方法を選択する。
- 5) 選択した方法でのファジイ判定結果が判定基準を満たした場合には、掘削が進んだときの予測計算を実行す

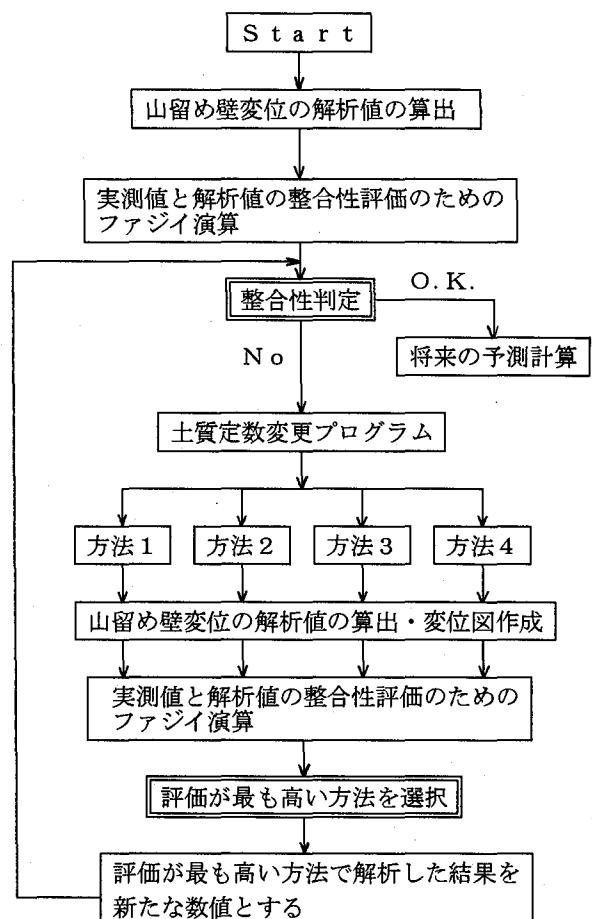


図-1 簡易フィッティング法を用いた  
山留め弾塑性解析システムのフロー

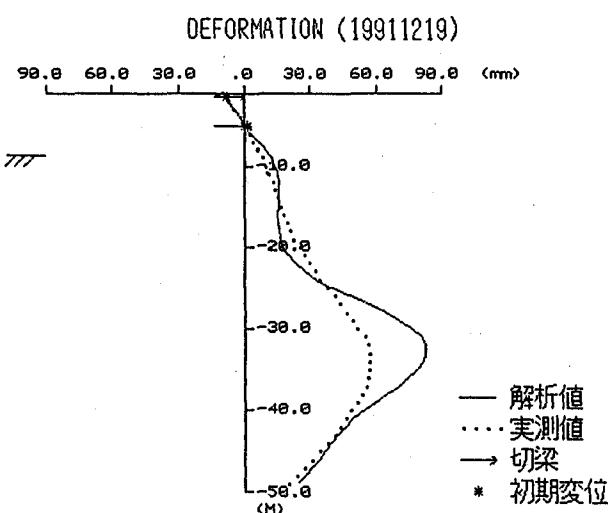


図-2 (a) 山留め壁変位の解析値と実測値の一例

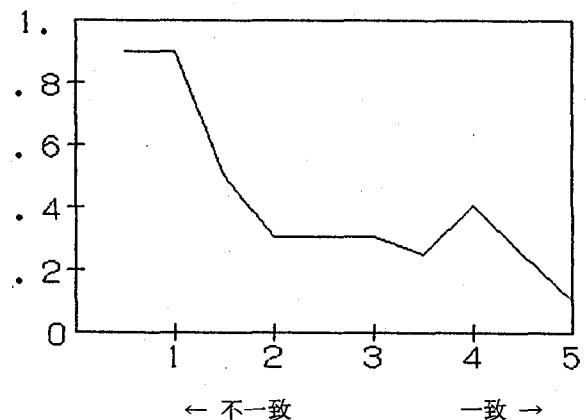


図-2 (b) ファジイ判定結果の一例

る。満足していない場合には、選択した方法における土質定数を新たに土質定数として、再度土質定数の変更を繰り返す。

なお、文献2)で開発したシステムは、上記2)までであり、例えば、ファジイ演算により図-2(a)に示す山留め壁変位の実測値および解析値の整合性を判定すると、図-2(b)に示すメンバーシップ関数が得られ、このケースに関しては、メンバーシップ関数のピークが横軸の1点の位置にあり、形状が左に偏っていることから、「整合していない」と定性的かつ主観的に判断できるというところまでを取り扱っている。ここで、図-2(b)の横軸は、山留め壁変位の実測値と解析値が整合しているかどうかを、「よく一致している」を5点、「一致していない」を1点として5段階評価した場合の点数を表している。

### 3. 実測値と解析値の整合性の良否の判定基準

実際に電算プログラム内で自動的に山留め壁変位の実測値と解析値が整合しているかどうかを判断し、次の掘削工事に進んで良いかどうかを判定するためには、ファジイ演算の結果得られるメンバーシップ関数の形状を定量的に判読する方法について検討する必要がある。ここでは、ファジイ演算の結果得られるメンバーシップ関数の「ピーク値」と、「ある点数以上の面積が全面積に占める割合」の2項目に着目する<sup>4)</sup>。

なお、一般に、メンバーシップ関数の形状が右に偏っており、しかもそのピーク値が高いほど山留め壁変位の実測値と解析値の整合性は高く、逆に、メンバーシップ関数の形状が左に偏っており、しかも、そのピーク値が高いほど整合性は低い。

#### 3.1 メンバーシップ関数のピーク値

本研究では、山留め壁変位の実測値と解析値が整合しているかどうかの判定については、「よく一致している」を5点、「一致していない」を1点として5段階評価するとした文献2)の方法を採用することを前提としている。

ピーク値については、「実測値と解析値は整合している」という判断を、5点の場合のみとするのは判定が厳しすぎること、一方、3点では「どちらとも言えない」に対応することになり、判定としては不十分と考えられ

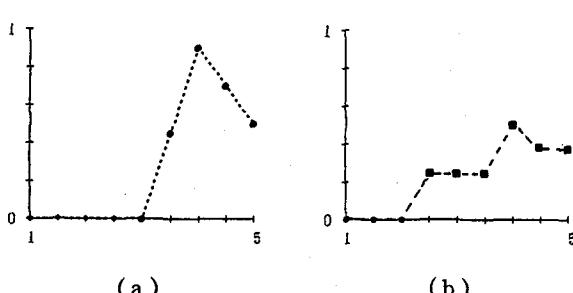


図-3 ピーク値が4点以上の例

ることから、ファジイ演算の結果得られたメンバーシップ関数のピーク値が4点以上のものについて、「整合している」との判断を下す1つの条件とした。

#### 3.2 ある点数以上の面積が全面積に占める割合

図-3に示すように、ファジイ演算の結果得られたメンバーシップ関数のピーク値が4点以上であっても、その形状が図-3(b)に示されるような場合については、「整合している」と判断するのは必ずしも適切ではない。その理由は、ピーク値は4点を超えているもののメンバーシップ関数の形状が1点の方に偏っているため、「実測値と解析値は整合していない」と判断する方が適切と考えられるからである。そこで、ここでは、「ある点数以上の面積が全面積に占める割合」については、ピーク値を4点以上としたことを考慮して、対象とする範囲を4点の位置を含む3.5点以上の面積とした。また、その割合については、試行錯誤の結果、60%を越えたときに、

「山留め壁変位の実測値と解析値は整合している」とした。なお、3.5点以上の面積が全面積に占める割合を65%、70%とした場合についても考慮したが、60%の場合と有意な差は生じなかったので、ここでは60%としている。

#### 3.3 2つの項目に対する重み

3.1および3.2で述べた2つの項目に関する基準の概念図を示したのが図-4で、本システムが「山留め壁変位の実測値と解析値は整合している」と判断するのは、ファジイ判定結果図で、ピーク値が4点以上、かつ、3.5点以上の面積の占める割合が60%以上の時ということになる。

ところで、土質定数を変更した幾つかの変位図と、その実測値と解析値の整合性を判定したファジイ判定結果図があり、「実測値と解析値は整合している」と判定したのが2ケース以上生じたとき、その中から最も整合性の良い変位図を選び出さねばならない。このとき、ピーク値が同じ場合には、3.5点以上の面積が全面積に占める割合の大きい方を選べばよく、逆に、3.5点以上の面積が全面積に占める割合が同じ場合は、ピーク値の大きい方を選べばよいことになる。

しかし、ピーク値は高いが3.5点以上の面積が全面積に占める割合は低いファジイ判定結果図と、ピーク値は低

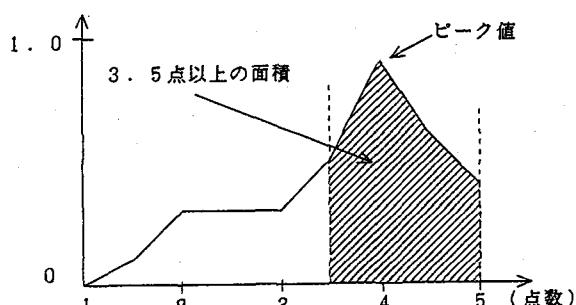


図-4 本システムで設定した判定基準

いが3.5点以上の面積が全面積に占める割合が高いファジイ判定結果図があった場合には、2つの内のどちらを選択するかを決定せねばならない。そこで、「ピーク値」と「3.5点以上の面積が全面積に占める割合」の2つの項目を変数として含む一つのパラメータを、判定基準の尺度として用いることを考える。

具体的な例で考えてみると、①ピーク値が5点で3.5点以上の面積が全面積に占める割合が60%のファジイ判定結果図(図-5(a))と、②ピーク値が4点で3.5点以上の面積が全面積に占める割合が100%のファジイ判定結果図(図-5(b))を考える。①と②を比べると、②の方が整合性がよいことは容易に判断できる。そこで、基本的には「ピーク値」を「3.5点以上の面積が全面積に占める割合」より重視して考えるが、「3.5点以上の面積が全面積に占める割合」がかなり大きくなっているときには、

「3.5点以上の面積が全面積に占める割合」が大きい方を選択するように、「ピーク値」と「3.5点以上の面積が全面積に占める割合」の比を1.5:1として重み付けする。ただし、「ピーク値」の取り得る値は1~5で、「3.5点以上の面積が全面積に占める割合」の取り得る値は0~1であるから、両者を同じスケールとするために、ピーク値を5で除して無次元化し、次式で表されるパラメータ $\alpha$ を、整合性良否の判定基準の尺度として用いることとした。

$$\alpha = 1.5 \times (\text{ピーク値}/5)$$

$$+ 1 \times (3.5\text{点以上の面積が全面積に占める割合})$$

上記①と②のケースの $\alpha$ の値を計算すると、

$$(①の\alpha\text{の値}) = 1.5 \times (5/5) + 1 \times (0.6) \\ = 2.1$$

$$(②の\alpha\text{の値}) = 1.5 \times (4/5) + 1 \times (1.0) \\ = 2.2$$

となり、図-5の(a)と(b)を比べたときは(b)の方、すなわち、②を選ぶことになる。

なお、1.5:1の比に関しては、文献2)のアンケートで用いた複数枚の山留め壁変位の実測値と解析値を描いた図(例えば、図-2(a))を対象に、実測値と解析値が一致しているかどうかを複数の専門技術者に対して行った

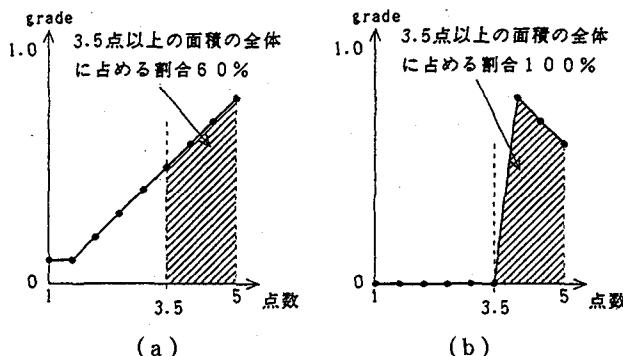


図-5 ピーク値と3.5点以上の面積が全面積に占める割合が逆転している例

インタビュー結果と、この比をパラメトリックに変化させながらファジイ演算を行った結果を比較し、1.5:1にしておけば専門家の判定結果とほぼ一致するとして得られた値である。

#### 4. 簡易フィッティングの方法

簡易フィッティング法では、「実測値と解析値は整合しておらず、山留め壁の変位を再予測する必要がある」と判定された場合に、実測値と解析値の形状の違いから「どの土質定数を再評価すればいいのか」を、これまでの経験や勘および蓄積されている知識等に基づいて判断し、適当に土質定数を変更して、変位の再予測を行うことになる。

##### 4. 1 土質定数の変更方法

ここで取り扱っているシステムで変更できる土質定数は土圧と地盤バネ定数であり、山留め壁変位の算出に際し、土圧の変更が山留め壁変位に及ぼす影響と、地盤バネ定数の変更が変位に及ぼす影響は互いに独立であると仮定している。

本研究では、著者らの経験、および、複数の山留め壁工事の専門家に対するインタビューに基づき、表-1に示す4通りの土質定数の変更方法を設定した。

ここで、改良範囲とは、深さ方向のどの範囲で土質定数を変更させるかを表し、以下のように求める。

- 1) 実測値と解析値の差の最大位置(深さ方向)を見つける。
- 2) その位置から上下方向をみて、

- ・実測値と解析値が交わる点まで(両者の交点が存在する場合)
- ・実測値と解析値の比が10%以下になるところまで(両者の交点が存在しない場合)

を満たす範囲を改良範囲とする(図-6参照)。ただし、実測値と解析値の交点が存在せず、かつ、両者の比が10%以下にならない場合は全範囲を改良範囲とする。

##### 4. 2 土質定数変更の許容範囲の決定

土質定数を4通りの方法で計算すると、実測値と解析値の差によっては相対比(実測値/解析値)が大きくなり、土質定数が極端に大きくなったり、限りなく0に近

表-1 土質定数の4通りの変更方法

方法	変更する土質定数	変更方法
1	土圧	改良範囲における実測値と解析値の差の最大点の相対比を全てに乗じる
3	地盤バネ定数	改良範囲における各点の実測値と解析値の相対比をそれぞれに乗じる
2	土圧	改良範囲における各点の実測値と解析値の相対比をそれぞれに乗じる
4	地盤バネ定数	改良範囲における各点の実測値と解析値の相対比をそれぞれに乗じる

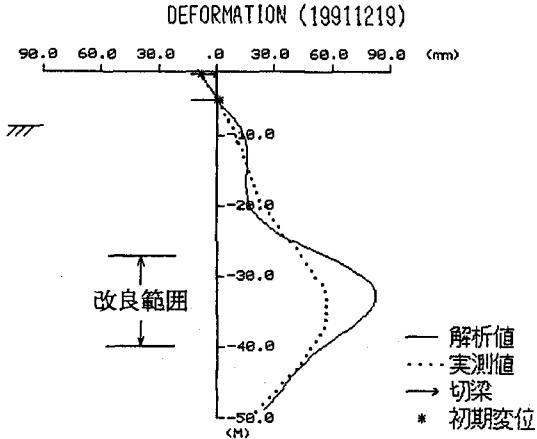


図-6 土質定数の改良範囲の一例

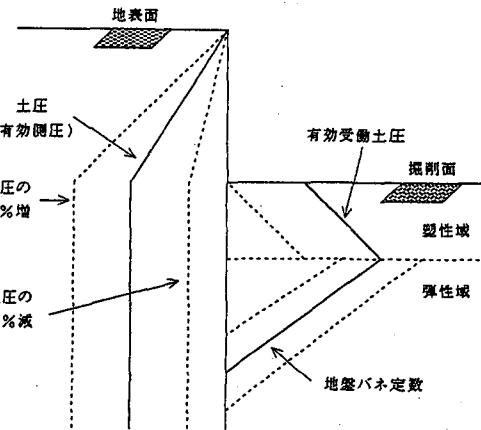


図-7 土質定数の変更許容範囲

くなることがある。初期の土質定数は、地盤のボーリング調査などから求められたものであるため、誤差は含まれるものの中の真の値とは極端に異なると考えるのが妥当であろう。そこで、土質定数を4通りの方法で変更しようとする場合には、図-7に示すように、土圧と塑性域の地盤バネ定数については、変更前の値の $\pm X\%$ を許容範囲とし、塑性域の地盤バネ定数については、変更前の値の $\pm 2X\%$ を許容範囲とした。ここで、Xは100を超えない範囲でデータごとに設定することとしている。なお、塑性域の地盤バネ定数の許容範囲を変更前の値の $\pm X\%$ としたのは、塑性域では弾性域と比較して不確定性が大きいと考えられるためである。

#### 4.3 土質定数が急激に変化する箇所の取扱い

前述した方法で土質定数を変更すると、土圧・地盤バネ定数が急激に変化するところが生じてくる。地層と地層の境界で変化することもあれば、同一地層内で急激に変化すること、また、塑性域と弾性域の境界での地盤バネ定数の変化も考えられる。このようなことが、土質力学上想定し得る変化なのか考察する必要がある。

掘削工事における山留め壁は切梁によって支持されるため、一般に上端が不動で中央がはらみ出すような変形が生じる。従って、中央付近では塑性状態に達するに十分な変形が発生するので主働土圧状態に近いが、これに対して上端近くでは水平方向の変形が拘束されているので相対的に静止土圧の状態に近い。しかし下端は掘削の進行とともに壁体の変位が生じるので、土圧の再分配が行われる。特に下端では地盤からのせん断抵抗が働いて、主働土圧よりも小さくなる。このように山留め壁にかかる土圧分布は、掘削が進むにつれて壁体の変形形状が変化するので、土圧分布形状そのものも変形し、さらに山留め壁の剛性や切梁を設置する方法・時期によっても変化することから、この現象を理論的に解明することは不可能に近い。このため、土圧が急激に変化するところがあっても実際に山留め壁に作用している土圧から大幅に

かけ離れているとはいえない判断している。なお、急激な変化をどこまで許容するかについては、今後さらに検討を加えていく必要があろう。

#### 5. 現場計測データを用いたシステムの同定

本研究で構築したプロセスで、山留め壁変位の実測値と解析値が整合するまで土圧等の変更が十分なされるかどうかを2種類の現場計測データ（ケース1、ケース2）を用いてチェックした。

##### 5.1 ケース1

図-8(a)は、8.8mまで掘削したときのもので、初期の土質定数を用いて山留め壁の変位を算出した解析値が実線で、また、このときの変位の実測値が点線で示されている。図の横軸は山留め壁の変位量を、縦軸は山留め壁の深さを表している。この山留め壁変位図の実測値と解析値の整合性をファジィ演算により判定した結果を示したのが図-8(b)である。ファジィ判定結果を見ると、ピーク値が1点で3.5点以上の面積が全面積に占める割合が29.5%となっており、3章で設定した「整合している」との判定基準を満たしていないため、土質定数の変更を行うことになる。

土質定数の変更を4章で述べた4通りの方法で行った結果得られる山留め壁の変位図を示したのが、図-8(c)～(f)である。なお、この変更に関しては、実測値と解析値の差の最大位置は32m、土質定数を変更する改良範囲(深さ方向)は26mから42mになる。図-8(c)～(f)より、土圧を変更する方法1と方法2は、土質定数変更の効果が現れ解析値が実測値にかなり近づいているものの、地盤バネ定数を変更する方法3と方法4は変更の効果がないことが読み取れる。掘削面以下では、地盤バネ定数の変更も有効かと思われたが、結果をみると、山留め壁変位の解析値の変更に対しては、地盤バネ定数の影響よりも土圧の影響の方がはるかに大きいことがわかる。

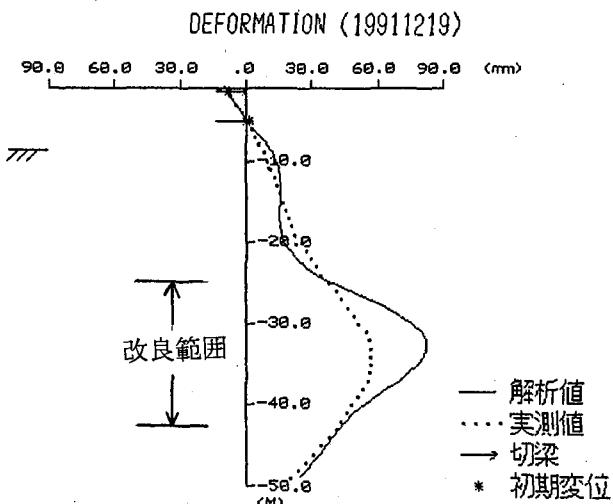


図-8 (a) 山留め壁変位の実測値と解析値（ケース1）

ファジイ判定結果

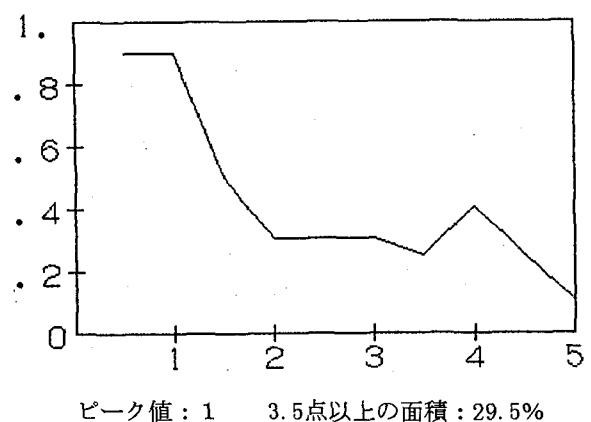


図-8 (b) ファジイ判定結果

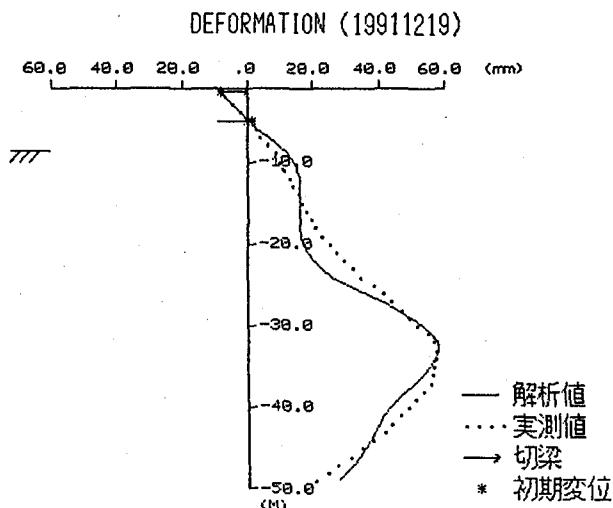


図-8 (c) 方法1による土質定数の変更結果（1回目）

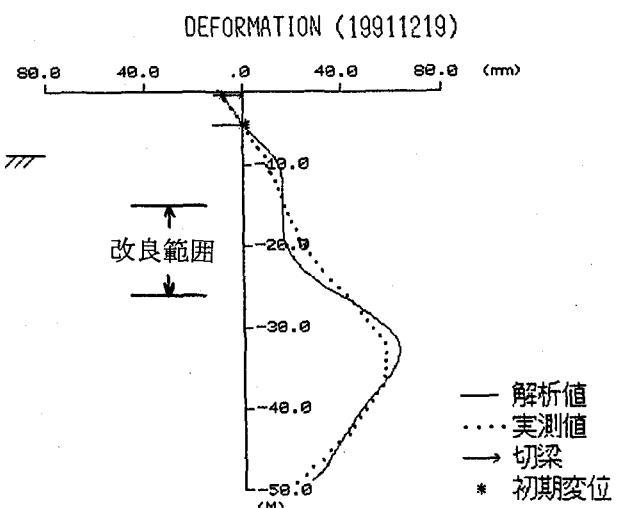


図-8 (d) 方法2による土質定数の変更結果（1回目）

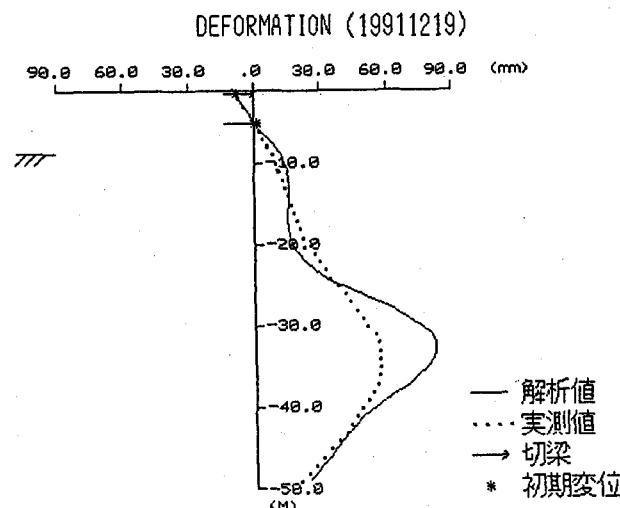


図-8 (e) 方法3による土質定数の変更結果（1回目）

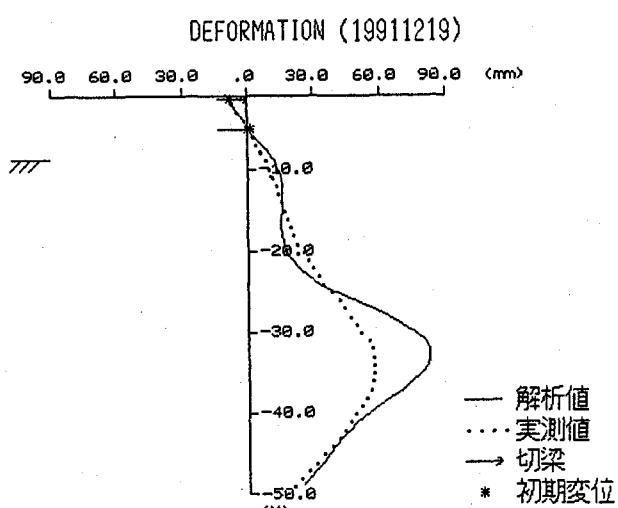


図-8 (f) 方法4による土質定数の変更結果（1回目）

そこで、山留め壁変位図の実測値と解析値の整合性がかなり向上した方法1(図-8(c))と方法2(図-8(d))に着目して考察を加えてみる。実測値と解析値の差を見てみると、方法1では、変位の最大位置付近の整合性は良くなっているが、全体的には解析値がやや小さくなりすぎている。これに対し方法2では、改良範囲内の土圧に各位置での実測値と解析値の比を乗じるので、最大位置付近の整合性は方法1と比較して劣るもの全体的には方法1よりも整合性は良くなっている。

このことは、ファジイ演算を用いて得られる判定結果からも読み取れる。図-9(a)、(b)は、各々図-8(c)、(d)に示されている山留め壁変位の実測値と解析値の整合性についてファジイ演算を行った結果を示したものである。図-9より、方法2の方が「ピーク値」も「3.5点以上の面積」も高く、実測値と解析値の整合性は高いと判定できる。

しかしながら、この段階では3章で設定した「山留め

壁変位の実測値と解析値は整合している」との判定基準を満たしていないため、ここでは、最も整合性がよいと判定された方法2により得られた図-8(d)の山留め壁変位図を用いて2回目の土質定数の変更を行うことになる。

「山留め壁変位の実測値と解析値は整合している」とのファジイ演算結果が得られるまでの山留め壁変位図とファジイ演算結果を示したのが図-10である。図-8(a)に示した変位図を対象としたケース1では、3回目の土質定数変更で「整合している」と判定されたので、図-10には、2回目、3回目の変更後の結果を示してある。これより、2回目の土質定数変更で深さ15~25mの範囲の解析値がかなり実測値に近くなっていること(図-10(a))、3回目の変更では、山留め壁変位のピーク位置近傍の解析値がいくらか実測値に近づいていること(図-10(c))がわかる。なお、2回目の変更から3回目の変更でありまり変化がないのは、改良範囲内の30m付近の土圧が、50%と設定した変更の許容範囲ぎりぎりまで到達し

ファジイ判定結果

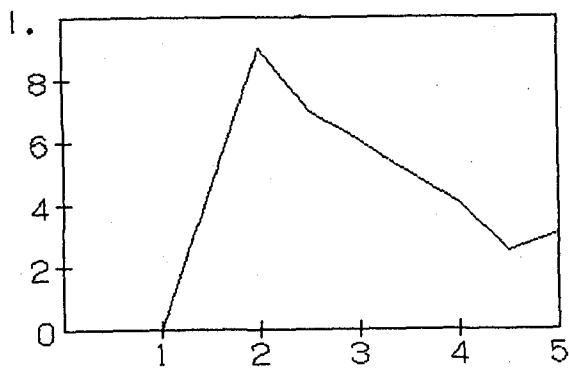


図-9(a) ファジイ判定結果(方法1)

ファジイ判定結果

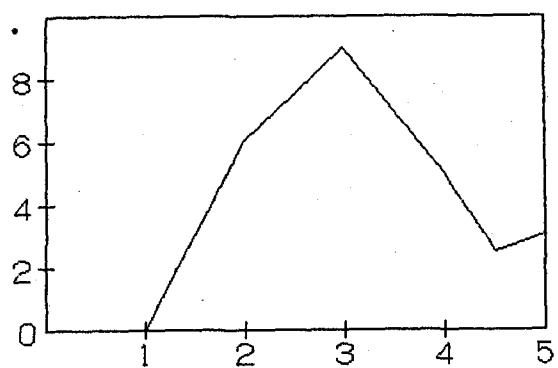


図-9(b) ファジイ判定結果(方法2)

DEFORMATION (19911219)

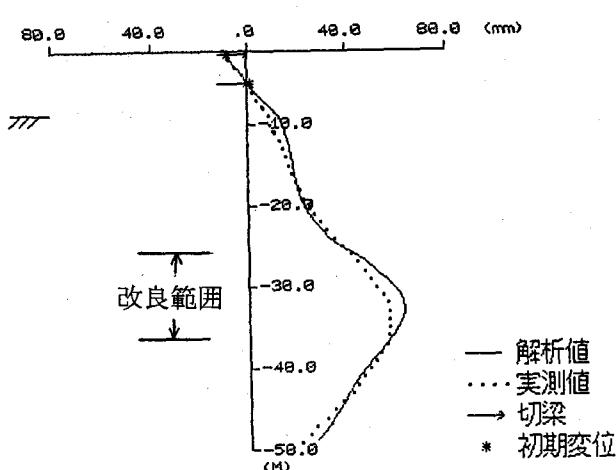


図-10(a) 方法2による土質定数の変更結果(2回目)

ファジイ判定結果

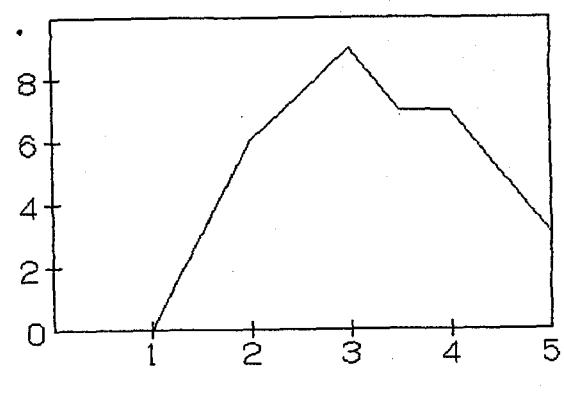


図-10(b) ファジイ判定結果(2回目)

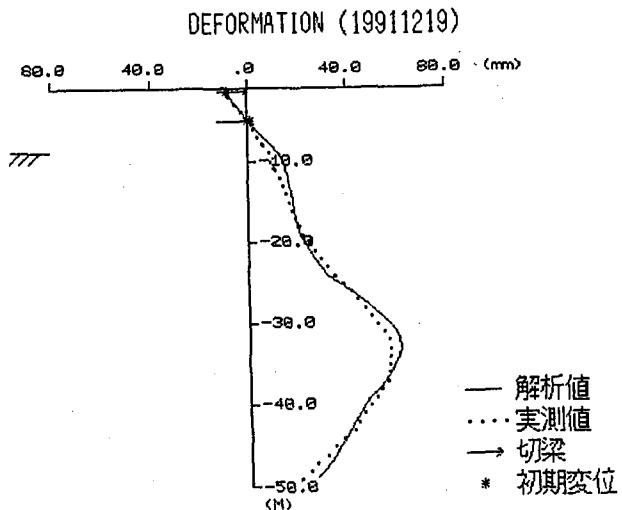


図-10(c) 方法2による土質定数の変更結果（3回目）

ファジイ判定結果

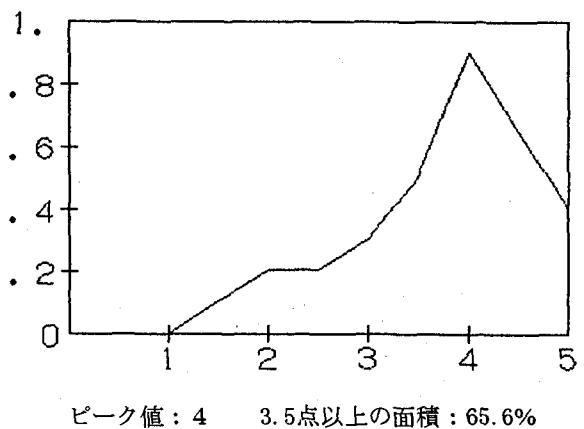


図-10(d) ファジイ判定結果（3回目）

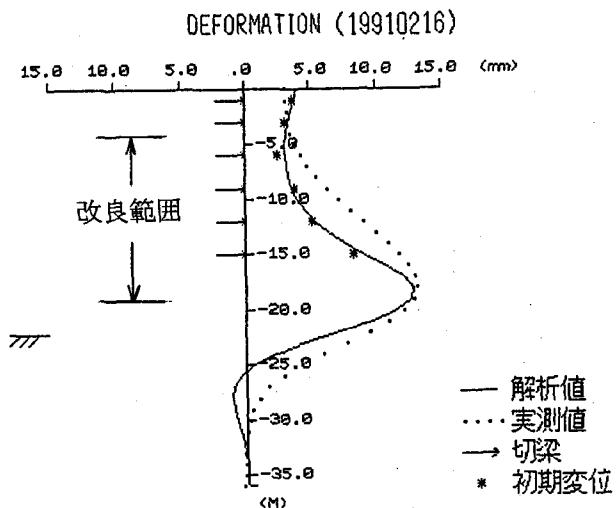


図-11(a) 山留め壁変位の実測値と解析値（ケース2）

ファジイ判定結果

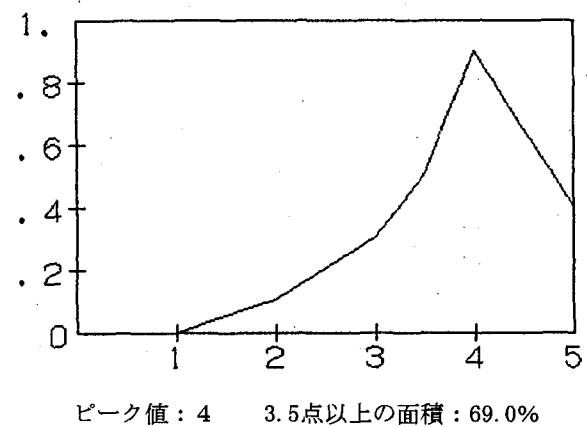


図-11(b) ファジイ判定結果

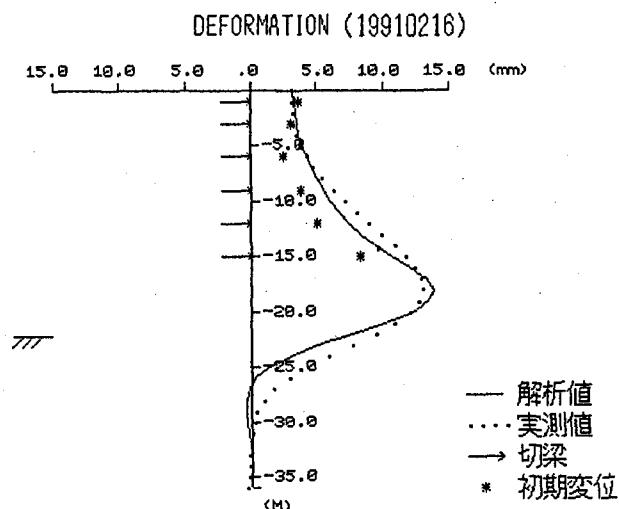


図-11(c) 土質定数の変更結果（1回目）

ファジイ判定結果

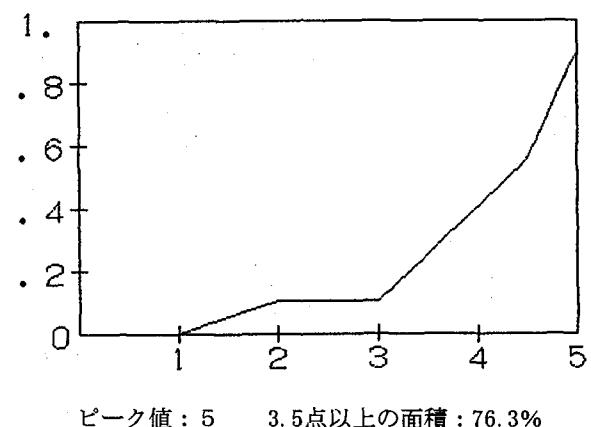


図-11(d) ファジイ判定結果（1回目）

たためである。しかしながら、3回目の変更後の変位図に対するファジイ演算による判定結果（図-10(d)）は、「ピーク値」が4点、「3.5点以上の面積が全面積に占める割合」は65.5%で、「実測値と解析値は整合している」との判定基準を満たしており、ここで土質定数の変更を終えてよいことになる。

## 5. 2 ケース2

図-11(a)は、別の現場での山留め壁変位に関するデータを示したものであるが、これに本研究で開発したシステムを適用してみる。なお、このデータは、22.2mまで掘削したときの状態のものである。

このケースでは、最初の段階で算出した解析値が実測値とほぼ等しく、図-11(b)に示したファジイ判定結果を見ると、「ピーク値」が4点、「3.5点以上の面積が全面積に占める割合」が69.0%で、「実測値と解析値は整合している」と判定されている。本システムでは、ユーザーが望めばさらに整合性を良くすることが可能であるため、ここでは敢えて土質定数の変更を試みた。

図-11(a)の変位図では、実測値と解析値の差が最大となる位置は12mで、その上下4m～19mを改良範囲として、土質定数を4通りの方法で変更を行うことになる。4通りの方法のうち、最も改良効果が高かったのは、ケース1と同様、方法2で、これにより得られた変位図は図-11(c)に示したようになり、図-11(a)よりも整合性が高くなっていることがわかる。また、ファジイ演算による判定結果を図-11(d)に示すが、図-11(b)と比較して、ファジイ判定結果もさらに向上していることがわかる。

## 6. まとめ

本研究では、山留め壁変位の実測値と解析値が整合しているかどうかを自動的に判断し、次の掘削工事に進ん

でよいかどうかを電算プログラム内で判定するために、ファジイ演算の結果得られるメンバーシップ関数の形状の判読のしかたに関して検討を加えた。

また、「実測値と解析値が整合しておらず、山留め壁の変位を再計算する必要がある」と判定された場合に、山留め壁変位の実測値と解析値の形状の違いから土質定数を再評価する方法を考案し、変位の再計算を行えるようなシステムを構築した。

そして、構築したシステムを現場実測データに適用し、山留め壁変位の解析値が実測値と整合するまで土質定数を再評価できるかどうかをチェックした結果、十分に機能することが確認できた。

今後は、ここで構築したシステムをより多くの現場実測データに適用してその有効性を確かめ、仮に不都合な点が生じるようであれば改良を加えていく必要があると考えている。

## 参考文献

- 1) 鳥生晃・水谷淳：山留め情報化施工システム、住友建設技報 67号、pp. 49～59、1984年9月
- 2) 杉山俊幸・水谷淳・熊谷紳一郎：ファジイ理論を用いた山留め壁変位の実測値と予測値の整合性判定プロセスのモデル化、土木学会論文集No. 480／VI-21、pp. 147-155、1993年12月
- 3) (株)C R C 総合研究所：山留弾塑性解析システム for Windows95、1998年3月。
- 4) 水本雅晴：ファジイ理論とその応用、サイエンス社、1988年2月
- 5) 最上武雄・松尾稔・富永眞生：土質工学基礎 7 土圧、鹿島出版会、1975年10月

(1998年9月18日受付)