

垂直型サンドウィッチ梁の応力解析

Stress analysis of a Vertical Type of Sandwich Beam

薄木征三*・村井正光**・長谷部 薫***・佐々木貴信****・長谷川 亨*****

Seizo Usuki, Masamitsu Murai, Kaoru Hasebe, Takanobu Sasaki and Toru Hasegawa

*工博 秋田大学教授 工学資源学部土木環境工学科 (〒010-0852 秋田市手形学園町 1-1)

**工博 (株)日本製鋼所室蘭研究所所長 (〒051-8501 室蘭市茶津町 4 番地)

***工博 秋田大学助教授 工学資源学部土木環境工学科 (〒010-0852 秋田市手形学園町 1-1)

****工修 秋田県立農業短期大学助手 木材高度加工研究所 (〒016-0876 能代市字海詠坂 11-1)

*****工修 (株)創研コンサルタント 技術部 (〒010-0951 秋田市山王 1 丁目 9-22)

Advanced methods of wood construction utilizing composite reinforcements may allow the use of timber in more efficient structural applications. It is well known that sandwich beam reinforced core timbers with high strength materials at the outer tensile and compressive zones have high bending moment and shear force resistance. However, the potential to utilize these sandwich beams for certain structural applications is often limited by their brittleness which result to failure at the tension zone of timber core. One of the possible methods of improving its properties is to use the vertical type of sandwich beam construction, which have rectangular cross section and perpendicular slots at top and bottom surfaces. Steel plates are placed in the slots and bonded with epoxy adhesives. The vertical type of sandwich timber beam can resist heavy loads by these internal steel plates even if timber failure has occurred at the tension zone. This paper discusses development of theoretical expressions to calculate shear stresses at the surfaces of internal steel plates on the basis of the composite theory. The analytical result shows that the maximum value of the shear stress is 200% of the stress due to bending moment.

Key words: sandwich beam, timber beam, composite beam, shear stress

1. はじめに

矩形断面の梁材の上下を梁材(core)よりも硬質で薄い材(face)で強化した部材がサンドウィッチ梁であり、曲げとせん断に対して力学的に効率が良いことが知られている。これに対して face 材を core 材上下面に垂直に挿入して補剛した梁も考えられる。この場合、face 材は梁の中立軸に接近する分、断面性能は低下することは容易に推定される。ところが、core 材が例えば集成材などの木質材の場合、矩形断面の上下面に垂直に溝を加工することは極めて容易であり、この溝に例えば鋼板などの硬質材を接着剤によって固定することも容易である。このような補剛法が要求されるのは、この例の場合、梁の上下面に平行に鋼板を接着するのが非常に困難であること、例え完全な接着が得られたとしても、木質材の特徴である、曲げによる引張縁側の脆性破壊により、鋼板が木質材表面から衝撃的に剥離して耐力を失う現象が生ず

るからである。この点、垂直型サンドウィッチ断面梁とすれば、木質材の引張縁側の脆性破壊が生じたとしても、鋼板がそれに換って曲げ耐力を発揮できるのである¹⁾。この際、core に垂直に挿入された face には、合成断面としての曲げとせん断応力の他に face 側面にはせん断応力が発生することが予想される。従来のサンドウィッチ梁に関連する研究では、この種のタイプ(垂直型サンドウィッチ梁と仮称する)は全く扱われていない。

本研究は、合成梁理論²⁾を基礎としてこのせん断応力を定量的に明らかにしようとするものである。結果としては、このせん断応力の大きさは、曲げによる face のその 50～200%にも達することが判明した。

2. ひずみと応力

2.1 合成梁理論

合成後に対して、平面保持を仮定すれば、断面内の任

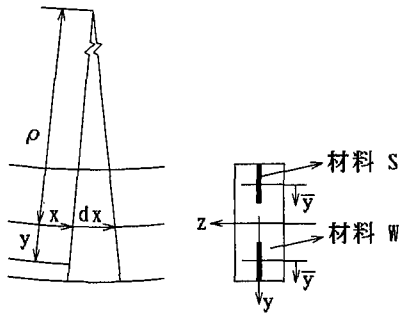


図-1 曲げ変形と合成断面

意点のひずみと応力は、

$$\epsilon = \frac{y}{\rho} \quad (1)$$

$$\sigma = E \epsilon \quad (2)$$

但し、 ρ は、図-1に示すように、中立軸の曲率半径であり、座標 y は中立軸に原点を置き、 E は断面内任意点のヤング係数とする。曲げモーメントの定義より、

$$M = \int_A \sigma y dA = \frac{E_w I_w}{\rho} \quad (3)$$

ここで E_s, E_w をそれぞれ材料SとWのヤング係数とし、

$$n = \frac{E_s}{E_w} \quad (4)$$

とおくと、

$$I_v = \frac{E_s}{E_w} \sum I_s + I_w = n \sum I_s + I_w \quad (5)$$

は合成断面二次モーメントであり、 I_s と I_w は、

$$\left. \begin{aligned} I_w &= \int_{A_w} y^2 dA \quad (\text{材料W}) \\ I_s &= \int_{A_s} y^2 dA \quad (\text{材料S}) \end{aligned} \right\}$$

である。よって、式(2)は、

$$\sigma = E \epsilon = \begin{cases} n \frac{M}{I_v} y & (\text{材料S}) \\ \frac{M}{I_v} y & (\text{材料W}) \end{cases} \quad (7)$$

2.2 合成断面二次モーメント I_v

$I_v = I_w + n I_s$ において、図-2を参照して、式(6)を計算すれば、

$$\left. \begin{aligned} I_w &= \frac{t}{12} (h - h_s)^3 + \frac{b - t}{12} h^3 \\ I_s &= \frac{t}{12} \{ h^3 - (h - h_s)^3 \} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

ここで h と b は材料Wの高さと幅、 t と $h_s/2$ は材料Sの厚さと高さである。以上より、

$$I_v = \frac{t}{12} (h - h_s)^3 (1 - n) + \frac{h^3}{12} (b - t + nt) \quad (9)$$

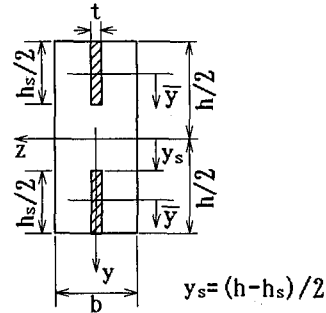


図-2 合成断面寸法

3. 材料Sと材料Wのつり合い式

3.1 材料S（下部）

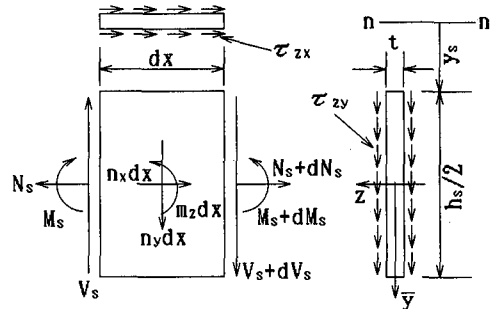


図-3 材料S（下部）の要素

図-3で、 $n-n$ を断面全体の中立軸、 $\bar{y}$ を材料Sの図心に原点をおく局所座標とする。材料Sに作用する表面応力による荷重を次のように定義する。

$$n_x = 2 \int_{-h_s/4}^{h_s/4} \tau_{zx} d\bar{y} \quad (\text{kgf/cm}) \quad (10)$$

$$m_x = 2 \int_{-h_s/4}^{h_s/4} \tau_{zx} \bar{y} d\bar{y} \quad (\text{kgf} \cdot \text{cm/cm}) \quad (11)$$

$$n_y = 2 \int_{-h_s/4}^{h_s/4} \tau_{zy} d\bar{y} \quad (\text{kgf/cm}) \quad (12)$$

上式で、乗数2は材料Sの裏表2面に作用するせん断応力によることを表す。つり合い条件式は、

$$\sum X = 0 \text{ から } \frac{dN_s}{dx} + n_x = 0 \quad (13)$$

$$\sum M=0 \text{ から } \frac{dM_s}{dx} + m_z - V_s = 0 \quad (14)$$

$$\sum Y=0 \text{ から } \frac{dV_s}{dx} = -n_y \quad (15)$$

以上での断面力 N_s 、 V_s 、 M_s は合成梁の理論から得られるものを用いる。従って未知量は n_x 、 n_y 及び m_z の3個である。ただし材料Sの上表面に作用する鉛直方向直応力 σ_y は零と仮定する。 $\sigma_y=0$ と仮定することは、材料Sの上面と材料Wとの間にわずかな隙間があると解釈してもよい。この隙間は桁全体の挙動に影響を与えないことは明らかである。よってこの位置ではせん断応力 τ_{xy} も $\tau_{xy}=0$ とならねばならない。

3.2 材料 S (上部)

上部の材料Sの上表面は直接荷重を受けるので、つり合い式は次式となる (図-4参照)。

$$\sum Y=0 \text{ から } \frac{dV_s}{dx} = -n_y - pt \quad (16)$$

軸方向は式(13)と、曲げは式(14)と同じである。

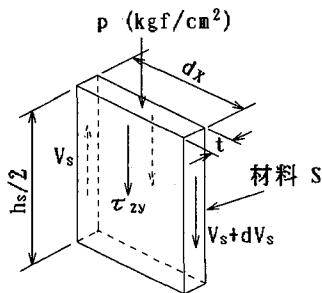


図-4 材料S (上部) の要素

3.3 材料 W

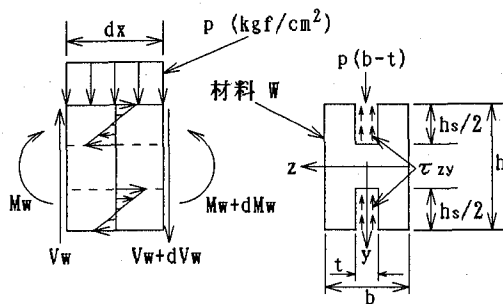


図-5 材料Wの要素

$\sum Y=0$ 、 $\sum X=0$ 及び $\sum M=0$ より、図-5を参照して次の各つり合い式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \frac{dV_w}{dx} &= -p(x)(b-t) + 2n_y \\ N_w &= 0 \\ \frac{dM_w}{dx} + 2m_z + n_x \left(\frac{h}{2} + y_s \right) - V_w &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

これらのつり合い式は、式(13)~(16)から得られる解、 n_x 、 n_y 及び m_z の検算のために使われる。

4. 合成断面のせん断応力 τ_{xy}

4.1 材料 W (上部)

第1近似解を求めるため、 τ_{xx} の存在を無視できると仮定すると、図-6の材料Wの左又は右の要素の部材軸方向 (x 軸方向) のつり合い式は、

$$\int_{-h/2}^y (\sigma + d\sigma) \frac{b-t}{2} dy - \int_{-h/2}^y \sigma \frac{b-t}{2} dy + \tau_{yx} \frac{b-t}{2} dx = 0 \quad (-h/2 \leq y \leq -y_s)$$

ここで式(7)の第2式 $\sigma = My/I_v$ 及び梁理論から得られる関係式 $dM/dx = V$ (=断面全体に作用するせん断力) を用いると、

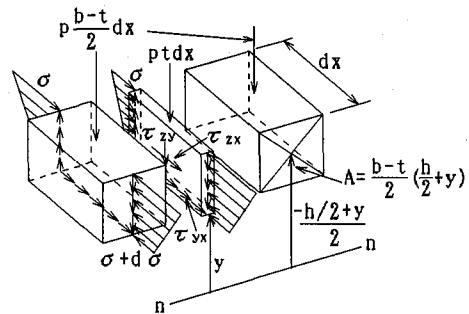


図-6 材料SとWの要素

$$\tau_{yx} = -\frac{V}{I_v} \int_{-h/2}^y y dy = -\frac{V}{2I_v} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right) \quad (-h/2 \leq y \leq -y_s) \quad (18)$$

材料Wの下部 ($y_s \leq y \leq h/2$) についても同じ表式となる。

4.2 材料 S (上部)

図-6の材料Sの部材軸方向のつり合い式は、

$$\int_{-h/2}^y (\sigma + d\sigma) t dy - \int_{-h/2}^y \sigma t dy + \tau_{yx} t dx = 0 \quad (-h/2 \leq y \leq -y_s)$$

ここで式(7)の第1式 $\sigma = nMy/I_v$ を用いて、

$$\tau_{yx} = -n \frac{V}{I_p} \int_{-h/2}^y y dy = \frac{nV}{2I_p} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right) \quad (-h/2 \leq y \leq -y_s) \quad (19)$$

材料Sの下部の τ_{yx} も式(19)と同じ表式となる (但し $y_s \leq y \leq h/2$ の領域)。よってせん断力 V_s も上下部で等しい。

式(18)、(19)をそれぞれ、

$$\tau_{xy} = \frac{V}{I_p} Q_y \quad (20)$$

$$\tau_{xy} = \frac{nV}{I_p} Q_y$$

と表示する。

4.3 材料W (中間部)

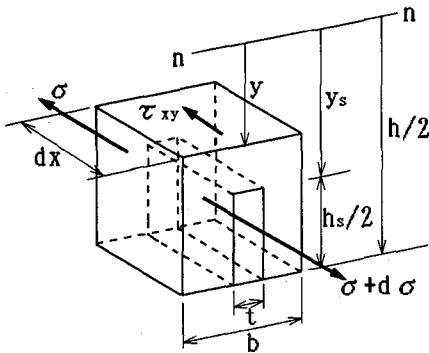


図-7 材料Wの中間部
($-y_s \leq y \leq y_s$)

座標 y が材料Wの内部にある場合は、図-7の要素の部材軸方向のつり合いを考えて

$$\int_y^{h/2} (\sigma + d\sigma) dA - \int_y^{h/2} \sigma dA - \tau_{xy} b dx = 0$$

これより

$$\tau_{xy} b = \int_y^{h/2} \frac{d\sigma}{dx} dA$$

ここで座標 y の領域により、材料Wに対して

$$-y_s \leq y < y_s \quad dA = b dy$$

$$y_s \leq y \leq h/2 \quad dA = (b-t) dy$$

材料Sに対して

$$y_s \leq y \leq h/2 \quad dA = t dy$$

などとなる。また直応力 σ には式(7)を用いて式(22)の積分を実行すると、結果として次式を得る。

$$\tau_{xy} b = \frac{V}{I_p} (Q_w + n Q_s) \quad (23)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} Q_w &= \frac{b}{2} (y_s^2 - y^2) + \frac{b-t}{2} \left(\frac{h^2}{4} - y_s^2 \right) \\ Q_s &= \frac{t}{2} \left(\frac{h^2}{4} - y_s^2 \right) \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

は、それぞれの材料の断面全体の中立軸に関する断面一次モーメントである。

4.4 せん断力 V_s

材料Sの上、下部について断面に作用するせん断力 V_s は、

式(21)を積分して、

$$V_s = \int_{y_s}^{h/2} \tau_{xy} t dy = \frac{nVt}{I_p} \int_{y_s}^{h/2} Q_y dy = \frac{nVt}{3I_p} h_s^2 (h + y_s) \quad (25)$$

ここで、

$$\alpha = \frac{t}{3I_p} h_s^2 (h + y_s) \quad (26)$$

とおくと式(25)は、

$$V_s = n \alpha V \quad (27)$$

4.5 軸力 N_s

材料Sの下部においては、式(7)の第1式を用いると図-3に示した軸力 N_s は次式となる。

$$N_s = \int_{A_s} \sigma dA \equiv \frac{nM}{I_p} Q_s \quad (28)$$

ここで Q_s は、式(24)の第2式で定義した材料Sの中立軸に関する断面一次モーメントである。

材料Sの上部では、

$$\therefore N_s = \frac{nM}{I_p} \int_{-h/2}^{-y_s} y t dy = -\frac{nM}{I_p} Q_s \quad (29)$$

(22) 即ち下部と逆符号となる。

4.6 曲げモーメント M_s

図-3で示した材料Sに作用する曲げモーメント M_s は定義より、

$$M_s = \int_{-h_s/4}^{h_s/4} (\sigma - \bar{\sigma}) y dA \quad (30)$$

式中の $\bar{\sigma}$ は、材料Sの平均曲げ応力で、式(7)の第1式と図-8より、

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{2} \frac{nM}{I_v} \left(\frac{h}{2} + y_s \right)$$

これを代入して、式(30)の積分を実行すれば、

$$M_s = n \frac{M}{I_v} I_s = n \beta M \quad (31)$$

ここで β は次式のように定義した。

$$\beta = \frac{t}{12I_v} \left(\frac{h_s}{2} \right)^3 \quad (32)$$

M_s は材料Sの上下部に対して成り立つ。

4.7 荷重 n_x 、 n_y 及び m_z の決定

式(13)~(14)の N_s 、 M_s 及び V_s に式(27)、(29)及び(31)

を代入すると、材料Sの下部に対して、

$$n_x = -\frac{dN_s}{dx} = -\frac{nQ_s}{I_v} \frac{dM}{dx} = -\frac{nV}{I_v} Q_s \quad (33)$$

$$m_z = -\frac{dM_s}{dx} + V_s = n(\alpha - \beta)V \quad (34)$$

$$n_y = -\frac{dV_s}{dx} = -n\alpha \frac{dV}{dx} \quad (35)$$

を得る。材料Sの上部では n_x は式(33)と逆符号、 m_z は式(34)と同一である。式(16)より材料Sの上部に対しては、

$$n_y = -\frac{dV_s}{dx} - pt = -n\alpha \frac{dV}{dx} + pt \quad (36)$$

となる。

4.8 セン断応力 τ_{zx} の値

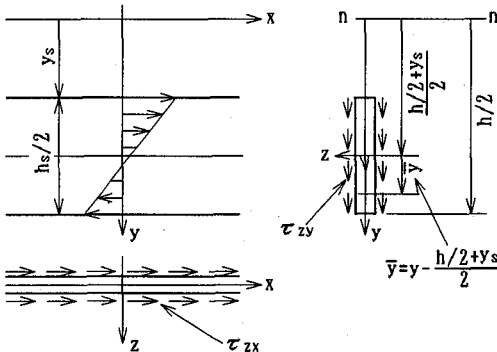


図-8 材料S (下部) のせん断応力

図-8に示すように τ_{zx} を直線分布と仮定すると、

$$\tau_{zx} = cy + d \quad (37)$$

n_x の定義式(10)と式(33)より、

$$n_x = 2 \int_{-h_s/4}^{h_s/4} \tau_{zx} dy = h_s d = -\frac{nV}{I_v} Q_s = -n\gamma V \quad (38)$$

但し

$$\gamma = \frac{Q_s}{I_v} = \frac{t}{2I_v} \left(\frac{h^2}{4} - y_s^2 \right) \quad (39)$$

とおいた。式(38)より、

$$d = -\frac{n\gamma V}{h_s} \quad (40)$$

また、 m_z は、定義式(11)と式(34)より、

$$m_z = 2 \int_{-h_s/4}^{h_s/4} \tau_{zx} y dy = \frac{h_s^3 c}{48} = n(\alpha - \beta)V \quad (41)$$

これより、

$$c = \frac{48}{h_s^3} n(\alpha - \beta)V \quad (42)$$

式(40)と(42)より、式(37)のせん断応力 τ_{zx} は、

$$\tau_{zx} = \frac{48}{h_s^3} n(\alpha - \beta)V \cdot y - \frac{n\gamma V}{h_s} \quad (43)$$

以上は材料Sの下部に対してであるが、上部では中立軸に関して τ_{zx} の分布は下部の逆対称となる。なお τ_{zx} の分布は梁深さ方向に直線分布と仮定 (式(37)) したが、この仮定以外では τ_{zx} は定まらない。なぜなら τ_{zx} を定める情報は荷重 n_x と m_z しか存在しないからである。これは本理論が梁理論を基礎としていることからくる限界である。

4.9 セン断応力 τ_{zy}

定義式(12)と式(35)より、

$$n_y = 2 \int_{-h_s/4}^{h_s/4} \tau_{zy} dy = -n\alpha \frac{dV}{dx} \quad (44)$$

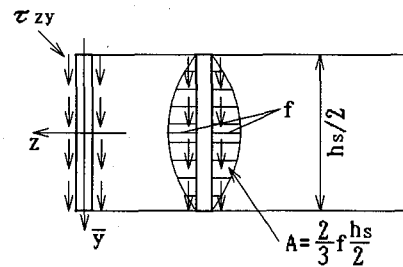


図-9 材料Sのせん断応力 τ_{zy}

図-9に示すように、材料Sの上下端では、 $\tau_{zy} \approx 0$ とならなければならないこと (ここで材料Sの厚さ t は、その高さ $h_s/2$ に比べて小さい、即ち薄肉と仮定する) より、放物線分布を仮定すると、

$$n_y = 2 \times \frac{1}{3} f h_s = -n \alpha \frac{dV}{dx} \quad (45)$$

ここで、 f は放物線分布の極値であり、上式より

$$f = -\frac{3}{2h_s} n \alpha \frac{dV}{dx} \quad (46)$$

式(44)～(46)より、

$$\tau_{xy} = \frac{16f}{h_s^2} \left(\frac{h_s^2}{16} - y^2 \right) = -\frac{24n\alpha}{h_s} \left(\frac{1}{16} - \frac{y^2}{h_s^2} \right) \frac{dV}{dx} \quad (47)$$

4.10 せん断応力 τ_{xy} の修正

(1) τ_{xz} の別の表示

式(43)の τ_{xz} において、式(26)の α 、式(32)の β 及び式(39)の γ を代入すると、

$$\frac{48n(\alpha - \beta)}{h_s^3} = \frac{nt}{2I_v} \left(48 \frac{h}{h_s} - 17 \right) > 0 \quad (48)$$

$$\frac{n\gamma}{h_s} = \frac{nth_s}{4I_v} \left(\frac{h}{h_s} - \frac{1}{2} \right) > 0 \quad (49)$$

となる。ここで図-2より $h \geq h_s$ である。よって式(43)の τ_{xz} は、

$$\tau_{xz} = \frac{nt}{8I_v} \left\{ 4(48\zeta - 17)y - (2\zeta - 1)h_s \right\} V \quad (50)$$

$$\zeta = \frac{h}{h_s} \geq 1$$

4. で求めた合成断面のせん断応力 τ_{xy} は、第1近似解として $\tau_{xz}=0$ と仮定して算出したものであるため、 τ_{xz} の存在を考慮してつり合い式を満たすように修正する必要がある。

局所座標 $\bar{y}$ と全体座標 y との関係は図-2より

$$\bar{y} = y - \frac{1}{2} \left(\frac{h}{2} + y_s \right) = y - \frac{h_s}{2} \left(\zeta - \frac{1}{2} \right) \quad (51)$$

であるから、式(50)に式(51)を代入すると、

$$\tau_{xz} = \frac{nt}{2I_v} \left\{ (48\zeta - 17)y - 4(2\zeta - 1)(3\zeta - 1)h_s \right\} V \quad (52)$$

但し、 $y \geq y_s$ 。 τ_{xz} を積分すると、

$$\int_y^{h/2} \tau_{xz} dy = \frac{ntV}{4I_v} \left\{ (48\zeta - 17) \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right) - 8h_s(2\zeta - 1) \times (3\zeta - 1) \left(\frac{h}{2} - y \right) \right\} \quad (y \geq y_s) \quad (53)$$

(2) 材料Wの応力のつり合い式

図-10に示す材料Wの下部($y \geq y_s$)の要素のつり合い式は、せん断応力 τ_{xz} の存在を考慮すると次式となる。

$$\int_y^{h/2} (\sigma + d\sigma) dA - \int_y^{h/2} \sigma dA - \tau_{xy} \frac{b-t}{2} dx - dx \int_y^{h/2} \tau_{xz} dy = 0 \quad (54)$$

上式に $1/dx$ を乗じ、式(53)を用いて積分を実行すると、

$$\tau_{xy} \frac{b-t}{2} = \frac{V}{4I_v} \left[\left\{ (b-t) - nt(48\zeta - 17) \right\} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right) + 8nth_s(2\zeta - 1)(3\zeta - 1) \left(\frac{h}{2} - y \right) \right] \quad (55)$$

これは $y=h/2$ (自由面)で、 $\tau_{xy}=0$ を満たしている。

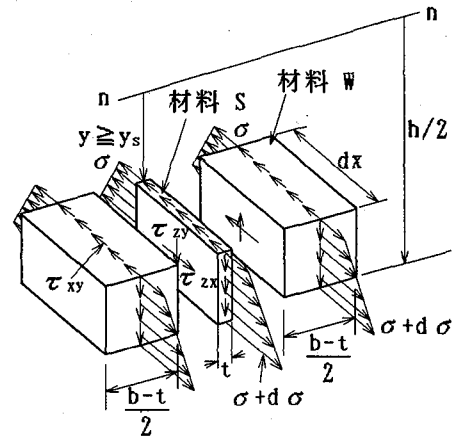


図-10 要素に作用する応力 (要素上面の σ_y は除く)

(3) 材料Sの応力のつり合い式

図-10に示す材料Sの下部($y \geq y_s$)の要素のつり合い式は次式である。

$$\int_y^{h/2} (\sigma + d\sigma) t dy - \int_y^{h/2} \sigma t dy - \tau_{xy} t dx + 2dx \int_y^{h/2} \tau_{xz} dy = 0 \quad (56)$$

上式に $1/dx$ を乗じ、式(53)を用いて積分を実行すると、

$$\frac{ntV}{2I_v} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right) - \tau_{xy} t + \frac{ntV}{2I_v} \left\{ (48\zeta - 17) \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right) - 8h_s(2\zeta - 1)(3\zeta - 1) \left(\frac{h}{2} - y \right) \right\} = 0 \quad (57)$$

$$\therefore \tau_{xy} = \frac{4nV}{I_v} (3\zeta - 1) \left\{ 2 \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right) \right.$$

$$-h_s(2\xi-1)\left\{\frac{h}{2}-y\right\} \quad (58)$$

これも $y=h/2$ （自由面）で $\tau_{xy}=0$ を満たす。なお合成断面のせん断応力 τ_{xy} を4.節で求める際には、 τ_{xx} の存在を無視しなければ第1近似解としての τ_{xy} は求まらなかった。本項ではこの τ_{xy} をつり合い式（式(54)、(56)）を満たすよう修正したものである。これは、梁の曲げ理論において、始めから直応力 σ とせん断応力 τ_{xy} を未知量としては、 σ は定まらないのと類似の思想であり、サンプナンの逆解法の範疇に入る解法と言える。

4.11 数値的検討

(1) 局所座標での表示

材料Sの下部に作用するせん断応力 τ_{xx} は式(52)で、また曲げに伴う部材軸に直角かつ上下方向に作用するせん断応力、つまり τ_{xy} は式(58)で与えられた。または材料Sの図心に原点を置く局所座標 $\bar{y}$ では、 τ_{xx} は式(50)で表される。式(58)の τ_{xy} も式(51)の座標 y と $\bar{y}$ の関係を用いると局所座標 $\bar{y}$ で表される。材料Sの側面に、部材軸に直角方向に作用するせん断応力 τ_{xy} （式(47)）も合わせてこれらの応力を列記すれば、

$$\tau_{xx} = \frac{n t V}{8 I_p} \{4(48\xi-17)\bar{y} - (2\xi-1)h_s\} \quad (59)$$

$$\tau_{xy} = -\frac{24 n \alpha}{h_s^3} \left\{ \frac{h_s^2}{16} - \bar{y}^2 \right\} \frac{dV}{dx} \quad (60)$$

$$\tau_{xy} = \frac{8 n V}{I_p} (3\xi-1) \left\{ \frac{h_s^2}{16} - \bar{y}^2 \right\} \quad (61)$$

以上で $\xi=h/h_s \geq 1$ である。

式(61)より材料Sの上下端面($\bar{y}=\pm h_s/4$)では $\tau_{xy}=0$ となっており、式(15)の下で述べた応力の境界条件を満たしている。またいずれの応力も $n=E_s/E_w$ に比例している。

(2) せん断応力 τ_{xx}

図-11に示した材料Sの上下端におけるせん断応力 τ_{xx} の値は、式(59)より

$$\left. \begin{aligned} (\tau_{xx})_{\bar{y}=-h_s/4} &= \frac{n t V}{4 I_p} h_s (-25\xi+9) \\ (\tau_{xx})_{\bar{y}=h_s/4} &= \frac{n t V}{4 I_p} h_s (23\xi-8) \end{aligned} \right\} \quad (62)$$

よってこれら2つの応力は異符号であり、かつ $\xi \geq 1$ では

$$\left| \frac{(\tau_{xx})_{\bar{y}=-h_s/4}}{(\tau_{xx})_{\bar{y}=h_s/4}} \right| > 1 \quad (63)$$

となる。またせん断力が $V < 0$ の領域では式(62)の第1式よ

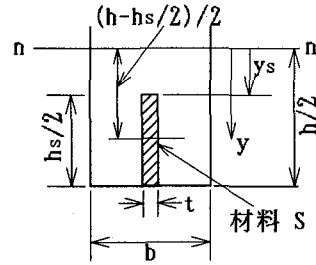


図-11 梁断面

り、 $(\tau_{xx})_{\bar{y}=-h_s/4} > 0$ となっている。

式(61)より τ_{xy} は $\bar{y}=0$ で極値をとり、この値は

$$(\tau_{xy})_{\bar{y}=0} = \frac{n V}{2 I_p} h_s^2 (3\xi-1) \quad (64)$$

となる。よって式(62)の第1式と式(64)のそれぞれの値の比として

$$\frac{(\tau_{xx})_{\bar{y}=-h_s/4}}{(\tau_{xy})_{\bar{y}=0}} = -\frac{1}{4} \frac{2t}{h_s} \frac{25\xi-9}{3\xi-1} < 0 \quad (65)$$

を得る。図-12に $\xi=h/h_s$ と $\xi=2t/h_s$ の関係を図示する。

$\xi=2t/h_s$ は、材料Sの板厚と高さの比を表すから、式(44)の下で述べたように材料Sは薄肉を仮定しているのではほぼ $\xi < 1$ の領域で有効と思われる。図-12より $1/4 < \xi < 1$ では、曲げによる $(\tau_{xy})_{\bar{y}=0}$ の値の約50~200%もの応力が生じることが分かる。この事実は垂直に挿入された材料Sとその周辺の材料Wとの間に樹脂などを注入して合成化を計る場合、樹脂の強度設計を支配する要素となり得ることを示している。

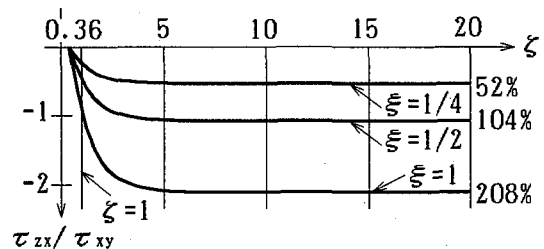


図-12 $\xi, \bar{\xi}$ と τ_{xx}/τ_{xy} の関係

$$(\xi=h/h_s, \bar{\xi}=2t/h_s)$$

(3) せん断応力 τ_{xy}

式(60)より τ_{xy} も τ_{xy} と同様 $\bar{y}=0$ で極値をとり、この値

は

$$(\tau_{xy})_{y=0} = -\frac{nt}{4I_v} h_s^2 (3\xi - 1) \frac{dV}{dx} \quad (66)$$

この τ_{xy} は、せん断力 V の勾配 dV/dx に比例する点が(2)で述べた τ_{xx} 、 τ_{yy} と異なる。即ち分布荷重が作用する領域にのみ発生するせん断応力である。式(64)の $(\tau_{xy})_{y=0}$

との比は

$$\frac{(\tau_{xy})_{y=0}}{(\tau_{xy})_{y=0}} = -\frac{t}{2V} \frac{dV}{dx} \quad (67)$$

例えば図-13に示す等分布荷重を受ける単純梁では

$$V = pb \left(\frac{l}{2} - x \right) \therefore \frac{dV}{dx} = -pb \quad (68)$$

であるから式(67)は

$$\frac{(\tau_{xy})_{y=0}}{(\tau_{xy})_{y=0}} = -\frac{t}{l(1-2x/l)} \quad (69)$$

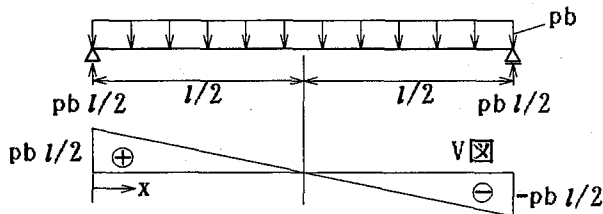


図-13 せん断力図

となる。したがって支点上($x=0$)では上記の比は $-t/l$ となり、一般には小さい値であるが、支間 l が短くなると無視できない大きさとなる。例えば $t=b/2$ で $l=5b$ 程度の場合、 $-t/l=-1/10$ 、つまり $(\tau_{xy})_{y=0}$ の10%程度の値となり得る。

5. あとがき

face材を矩形断面梁(core材)の上下面に平行に接着補剛するのではなく、梁の上下面に垂直に挿入して接着補剛した、垂直型サンドウィッチ梁を対象として、core材とface材の接着面に作用するせん断応力の解析を試みた。

これらのせん断応力は梁軸方向および梁軸に直角方向に作用する二成分に分解されるが、これをface材の表面に作用する軸方向荷重、垂直方向荷重および回転モーメント荷重に換算する。そしてface材の断面力に関するつり合いを考え、これら断面力に合成梁理論から得られる結果を用いることによって、上述の換算荷重の三成分が決定される。

梁軸方向に作用するせん断応力は梁深さ方向には直線分布、梁軸に直角方向に作用するそれは放物線分布と仮定することによって、これらの応力は梁断面全体に作用するせん断力またはせん断力の梁軸方向への一回微分に比例する形で求められる。

その結果、梁軸方向に作用するせん断応力の最大値は、合成梁効果によるface材のその50~200%に達することが判明した。梁軸に直角方向に作用するせん断応力の最大値は、載荷状態および断面の位置によるが、等分布荷重が単純梁に作用した場合、支点近傍では高々10%程度であるが、スパン中央付近では、合成梁効果によるface材のせん断応力に取って代わることが判明した。

参考文献

- 1) 坪野貴志、薄木征三：sw桁の曲げ耐荷力に関する実験的研究、土木学会東北支部技術研究発表会講演概要、pp. 56-57、1998。
- 2) 橘善雄、中井博：橋梁工学、第4版、共立出版、1996。

(1998年9月18日受付)