GAを用いた木造アーチ形式歩道橋の構造同定に関する研究

STRUCTURAL IDENTIFICATION OF PEDESTRIAN BRIDGES WITH WOOD ARCH SYSTEM BY USING GENETIC ALGORITHM

林川 俊郎*、 須志田 健**、 小幡 卓司***、 佐藤 浩一****
Toshiro HAYASHIKAWA, Ken SUSHIDA, Takashi OBATA and Koichi SATO

* 工博 北海道大学大学院助教授 工学研究科社会基盤工学専攻 (〒060 札幌市北区北13条西8丁目)
** 工学士 北海道大学大学院 工学研究科社会基盤工学専攻 (〒060 札幌市北区北13条西8丁目)
*** 工博 北海道大学大学院助手 工学研究科社会基盤工学専攻 (〒060 札幌市北区北13条西8丁目)
**** 工博 北海道大学大学院教授 工学研究科社会基盤工学専攻 (〒060 札幌市北区北13条西8丁目)

A three-hinge wood arch bridge with three-span cantilever stiffening girders has been constructed in Sapporo, 1993. This is a pedestrian bridge having arch span length of 45.0m and is located at Hiraoka park area. Free vibration tests of this bridge have been performed to investigate the dynamic properties in terms of natural frequencies, damping ratios, and mode shapes. In this case, a comparison of the measured and calculated modal properties gives an assessment of the nominal structural properties. A significant difference between the measured and calculated results is frequently detected in vibration tests of wooden bridges. This discrepancy is hypothesized to be due to an inaccuracy in the nominal structural properties. In recent year, Genetic Algorithms(GA) have attracted attention as a technique for solving combinatorial optimization problems with discrete variables and discontinuous objective functions. The objective of this study is to identify the structural properties of wood arch bridges, such as beam connections, support conditions and bending stiffness, by using the Simple Genetic Algorithm.

Key Words: wood arch bridges, vibration tests, Genetic Algorithms

1. まえがき

近年、オートキャンプ場や公園内の遊歩道等で木橋が多く架設されるようになってきた[1]。木橋は、その材料に天然素材を用いているため、鋼橋、コンクリート橋等に比較して自然環境とのなじみがよく、優れた景観を呈する場合が多い。また、木材は鋼、コンクリート、アルミニウム等の工業的材料に比べ、エネルギー消費量がずば抜けて小さく[2]、無限の再生産が可能な資源であり、「地球に優しい」材料と言うことができる。木橋は林産業等の地域産業の振興、社会の土木構造物への要求の多様化、地球的な規模での資源の有効的活用という面からも見直され、復活されつつある。

しかしながら、我が国においては木橋の設計基準が整備されておらず、現在の実務設計においては、建築の設計基準[3]や諸外国の規定を用いて設計が行われているのが現状である。また、鋼橋、RC 橋、PC 橋等では、新しい構造形式や材料を採用した場合には、その橋梁の安全性や設計値の妥当性の検証などの観点から、橋梁完成後の現場実験が数多く行われてきたが、木橋に関しては静的たわみ実験および動的振動実験が極端に少ないことも現実である[4)、5)]。

集成材やエッキ材を使用した近代的な木造アーチ橋に関する研究報告は少ないが、その中で、薄木ら[6]はドリフトピンを使用したアーチリブ接合部（愛知県、神の森大橋）の曲げ剛性を静的載荷実験により評価している。また、出戸ら[7)、8)]は岩手県に架設された思惟公園1号橋、2号橋の現場振動実験を行い、木造アーチ橋の支承条件、部材の接合条件、連結部のモデル化が固有振動数に与える影響が大きいことを指摘している。特に、上弦材および下弦材の連結部の剛結度が固有振動数に与える影響が大きいことから、部材の連結部をばね要素にモデル化することを提案し、実物大の模型実験により、その静的挙動を検討している。

最近、離散的な要因に対応する有力な最適化手法として遺伝的アルゴリズム（Genetic Algorithm, 以下ＧＡと称す）が注目され、工学的分野での具体的な報告例が

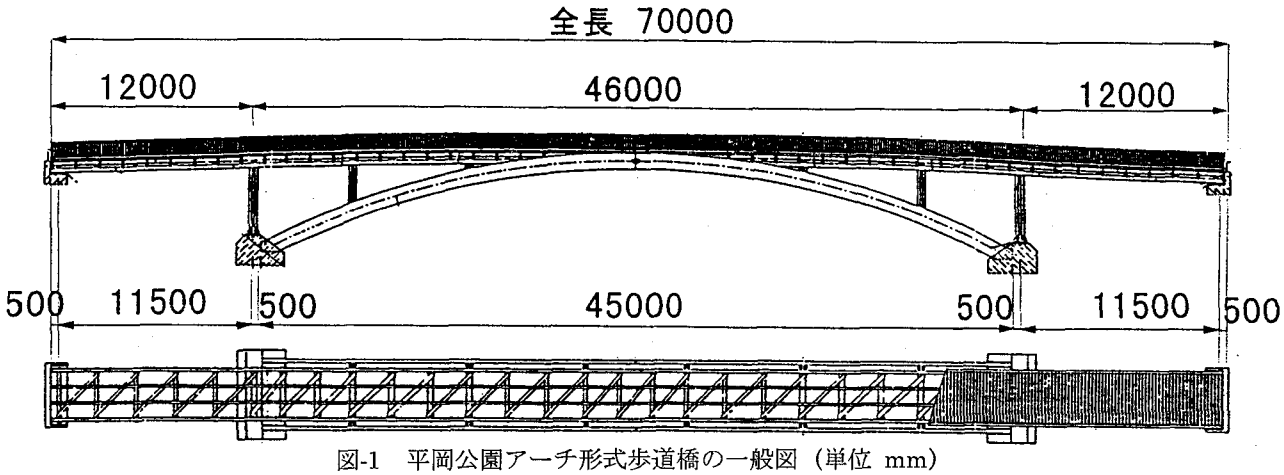

図-1　平岡公園アーチ形式歩道橋の一般図（単位 mm）

数多く発表されている[9)－11)]。ＧＡはダーウィンの自然淘汰説を基本概念とし、繁殖・淘汰・交叉および突然変異等のプロセスをシミュレーションし、これらの繰り返しによって、最適解を求める手法である。ＧＡは最適解の探索過程において、問題の種類を問わずその処理手順に大きな差異はなく、解の評価が可能であれば有為な解を検索することが可能であるという特徴をもっている。

そこで、本研究の目的は木造アーチ橋が有する部材の連結部等の不確実さを最適化手法の一つであるＧＡを用い、構造特性の同定を試みるものである。具体的には、アーチ主構や補剛桁の部材接合部、支承の支持条件、部材の曲げ剛性（ヤング係数）を離散的なパラメータとして設定し、現場振動実験により得られた固有振動数を確定値として、木造アーチ橋の不確実な構造特性を同定するものである[12)]。本研究では、これらの実験結果および解析結果から、このような最適化問題におけるＧＡの適用が有効であると考えられる成果が得られたので、ここに報告するものである。

２．木造アーチ橋の概要

本研究で対象とした橋梁は、平成５年９月に札幌市豊平区の平岡公園内に建設された木造アーチ形式歩道橋である。本橋は３径間ゲルバー桁を補剛桁とする上路３ヒンジアーチ橋で、橋長７０m、アーチ支間長４５m を有し、木造アーチ橋としての規模は国内最大級のものである[13)]。図-1 にその一般図を示す。使用した木材は、西アフリカ地方の熱帯雨林に生育するエッキ（Ekki、別名ボンゴシまたはアソベ）である。このエッキ材は、枝分かれしないため節がなく、また珪素を含むため、非常に硬く比重は 1.0 を越え、耐腐朽性、耐摩耗性、耐火性に極めて優れた材料である。このため、DIN および BS では、海中および湿地中でも耐用年数２５年以上を有する材料として耐久性１級に認定されている。

材料の接合方法としては、本橋の主材料であるエッキ材が非常に硬いことから、ドリフトピンで一体化する重ね梁方式が採用されている。アーチ主構は 220×110mm の材料からなる８層構造に、補剛桁は 200×200mm の材

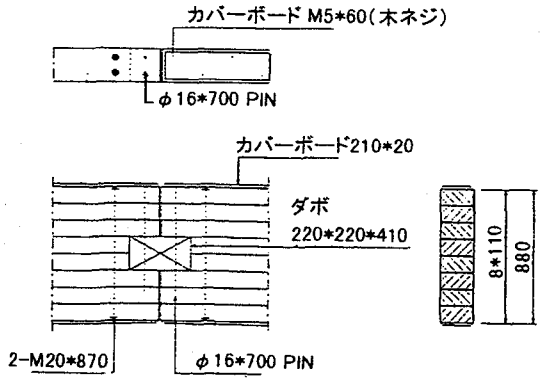

図-2　アーチクラウン部のヒンジ結合（単位 mm）

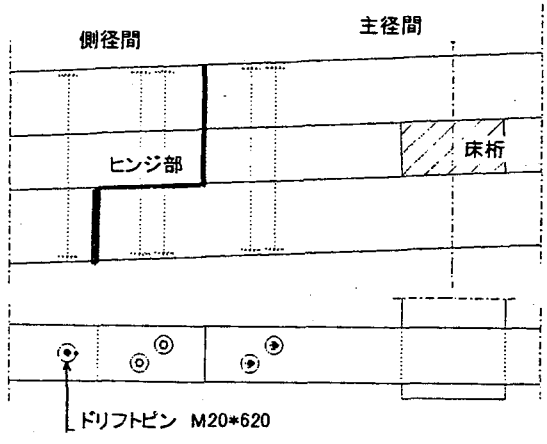

図-3　補剛桁のゲルバーヒンジ部（単位 mm）

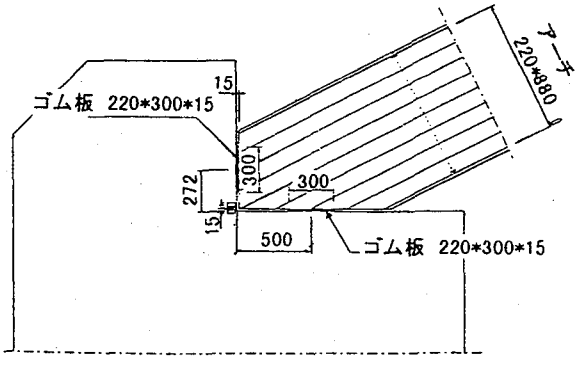

図-4　アーチ主構の支持部（単位 mm）

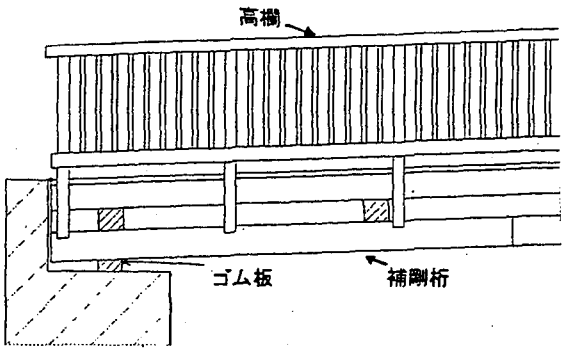

図-5　補剛桁の支持部

料の３層構造になっている。また、部材の添接に関してもアーチ主構や補剛桁の集成方法と同様にドリフトピンを使用して締め込む手法を採用し、添接部の断面中央には亜鉛メッキ鋼板を挿入して強度を高める方法が用いられている。しかしながら、この橋梁には木橋特有の構造特性として、検討すべきいくつかの不確実な構造を有している。まず初めに、アーチ主構のクラウン部には曲げモーメントの低減を目指した内部ヒンジが挿入されている。しかし、このアーチクラウン部では８層の重ね梁が中央の角材（ダボ、220×220×410mm）をはさみ込む構造となっており、完全に曲げモーメントの抵抗が自由となるヒンジ結合にはなっていない。図-2 にアーチクラウン部の重ね梁とヒンジ結合の詳細図を示す。次に、補剛桁のゲルバーヒンジ部には、図-3 に示すように、主径間の補剛桁に側径間の補剛桁を重ね、ドリフトピンにより締め付ける工法を用いている。また、アーチ主構の両端部はコンクリート台座の上に水平および垂直に挿入された２枚のゴムマット（220×300×15mm）で支持されている。その詳細を図-4 に示す。さらに、補剛桁の両端における支持部も同様のゴムマットが使用されており、簡易的に補剛桁が橋台上に載る構造になっている。その詳細を図-5 に示す。以下に、これらの不確実な結合状態および支持条件について検討する。

３．振動実験

歩道橋の固有振動性状を把握するために、人力加振による減衰自由振動実験を実施した。減衰自由振動実験では鉛直１次および２次固有振動数を対象とすることとした。本橋は上路アーチ形式の橋梁であることから、１次および２次固有振動数はそれぞれ逆対称および対称の振動モードに対応するものと予想された。そこで、１次および２次固有振動数に対する加振方法は、それぞれモード形状を考慮して、３名の人間がアーチ支間の 1/4 点および 1/2 点で同時にジャンプし、歩道橋を加振することとした。振動測定は図-6 に示すように、アーチ支間上の補剛桁に６個の加速度計を配置して動ひずみ計で増幅し、AD 変換ボードを介してパソコンに直接データを入力することにより加速度応答値を得た。サンプリング周

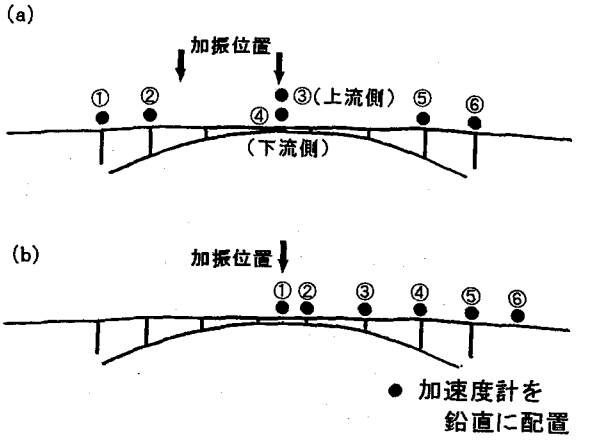

図-6　振動実験の加振位置と測定点

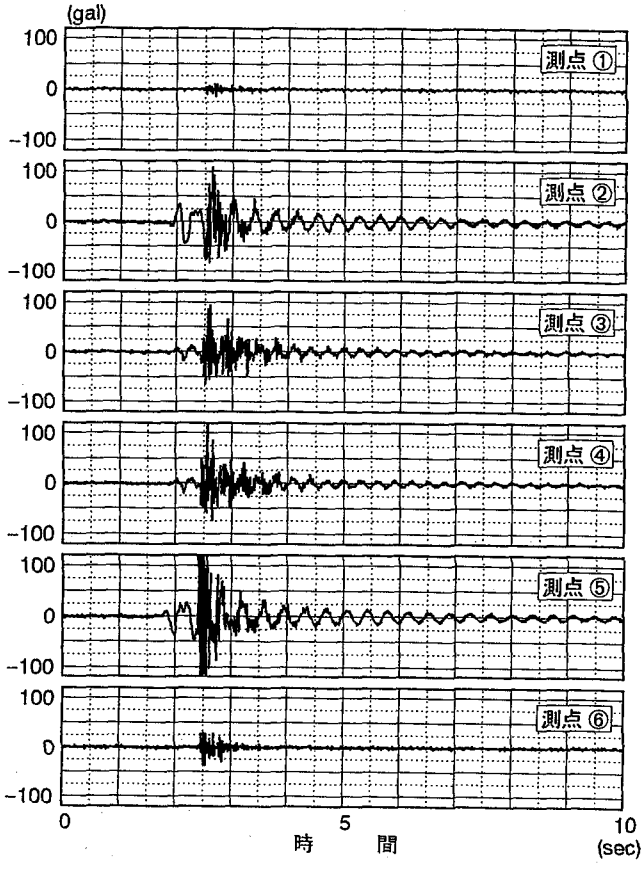

図-7　減衰自由振動波形（加振位置：1/4 点）

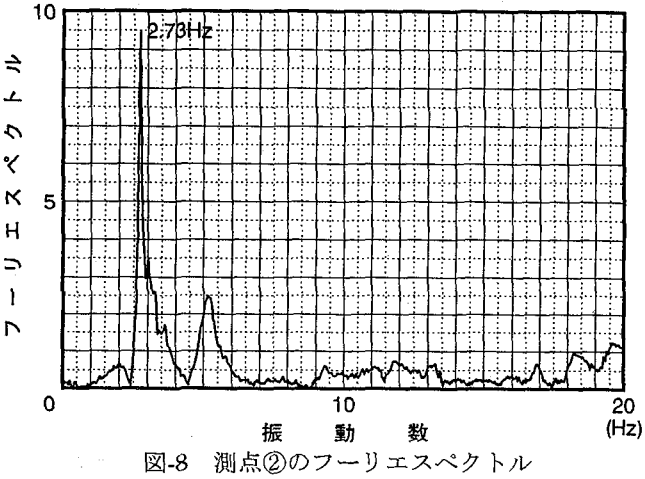

図-8　測点②のフーリエスペクトル

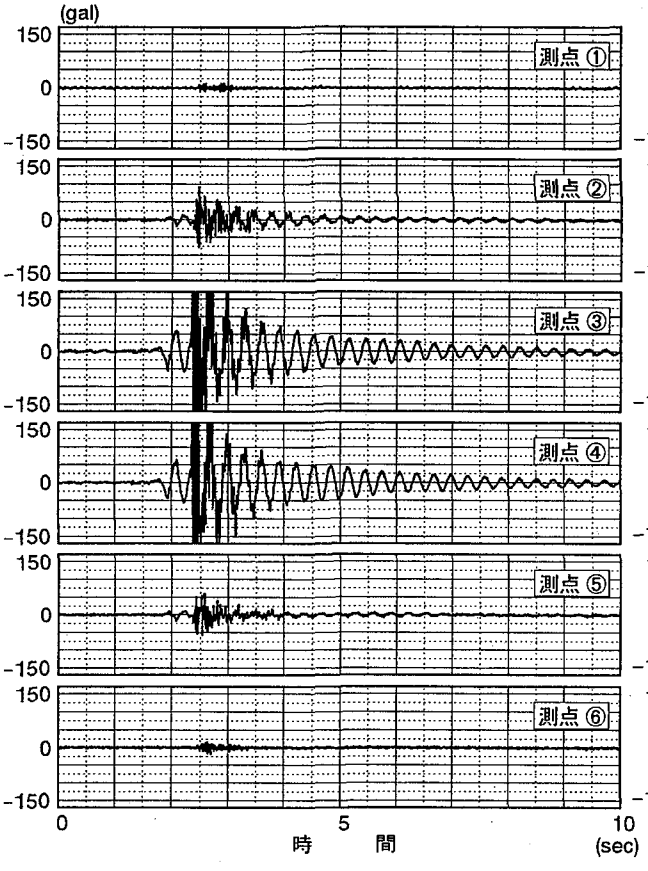

図-9　減衰自由振動波形（加振位置：1/2 点）

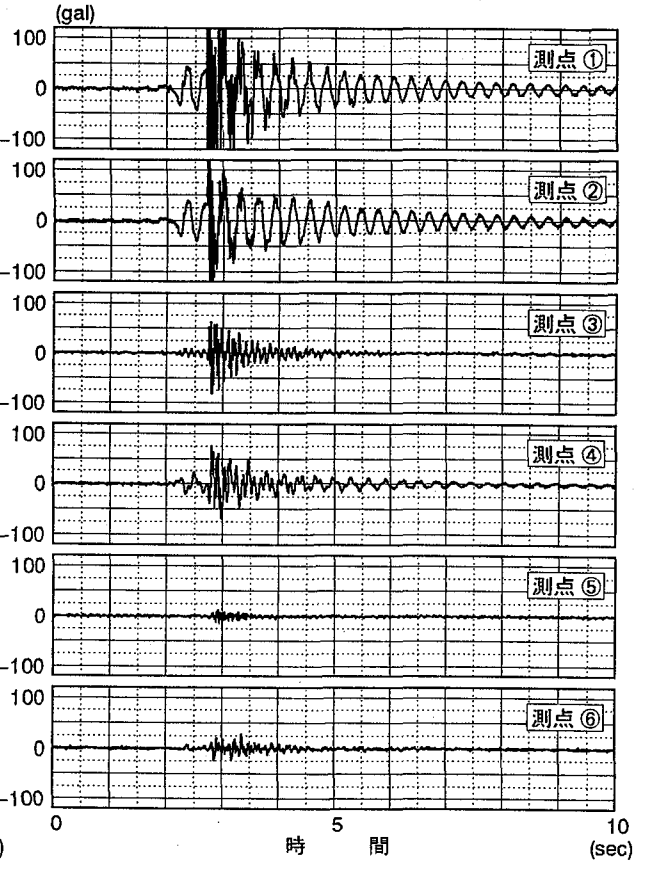

図-10　減衰自由振動波形（加振位置：1/2 点）

波数は 200Hz を用いている。

図-7 はアーチ支間 1/4 点で鉛直加振した時の各加速度計の設置位置（図-6(a)）において、記録された減衰自由振動波形である。この図より、測点②と測点⑤（図-6(a)の測定点②と⑤に対応）の加速度波形が逆位相であることから、鉛直逆対称１次モードと考えられる。この測点②の加速度波形をフーリエスペクトル解析した結果を図-8 に示す。鉛直逆対称１次モードの固有振動数は 2.73Hz と推定される。次にアーチ支間 1/2 点で加振し、加速度計を図-6(a)のように配置した時の減衰自由振動波形を図-9 に示す。この加速度波形からだけでは、何次モードが現れているのか判定することは難しい。そこで、６個の加速度計を図-6(b)のようにアーチ支間の片側半分に配置し、同様の鉛直加振実験を行った。その記録波形を図-10 に示す。測点①と②の振動波形は同位相で腹となる大きな振幅を示し、測点③が節となり、測点④は逆位相で振動していることがわかる。したがって、この固有振動モードは鉛直対称２次モードと判断できる。上路アーチ形式の橋梁であることから、ライズ長の影響を受け、鉛直対称１次モードが現れなかったものと考えられる。図-10 の測点①におけるフーリエスペクトルの解析結果は図-11 のように得られた。このことより、鉛直対称２次モードの固有振動数は 3.22Hz と考えられる。

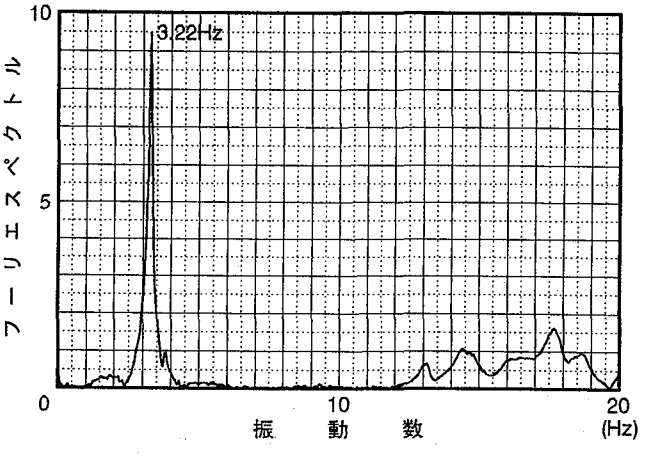

図-11　測点①のフーリエスペクトル

表-1　振動実験結果

振動モード形状	固有周期	固有振動数	減衰定数
鉛直逆対称１次	0.366(sec)	2.732(Hz)	0.022
鉛直対称２次	0.311(sec)	3.215(Hz)	0.019

近似パワースペクトル曲線に half-power 法[14]（1/2 法）を適用して求めた減衰定数とともに、振動実験より得られた固有振動数の結果を表-1 にまとめて示す。

4．解析モデル

振動実験は鉛直たわみ減衰自由振動実験を対象としたことより、木造アーチ橋の解析モデルは平面骨組構造とした。補剛桁のモデル化については床版や高欄の剛性を含め、質量ついては補剛桁の質量に床版・床組や高欄の質量も考慮した。アーチ主構および補剛桁はそれぞれ8層および3層の重ね梁であり、ドリフトピンにより合成効果をあげる構造となっている。したがって、重ね梁はドリフトピンによる不完全合成断面となることから、アーチ部材および主桁部材の有効断面2次モーメントの算定はDIN 1052[15),16)]に準拠して計算することとした。図-12に平面骨組解析モデルを示すとともに、表-2に断面諸元を示す。なお、節点数は53、部材数は57である。

アーチ主構のクラウン部における連結部のモデル化に関しては、部材端部に作用する曲げモーメントに対応した線形な回転ばねにモデル化し、半剛結(semi-rigid connection)として定式化することにする。同じく補剛桁のゲルバーヒンジ部およびアーチ主構の支持部についても曲げ変形にともなう線形なばねを導入して、半剛結として取り扱うことにする。また、補剛桁の支持部にはゴムマットの水平力に対応した仮想ばね要素を挿入することにする。補剛桁の伸び剛性 (EA/L) に係数 $K/(1-K)$ を乗じた値で水平ばね支承としてのモデル化を行う。つまり、K=0.0 でローラー支承を、K=1.0 でヒンジ支承を表すものとする。

次に、半剛結を含む平面骨組構造の固有振動解析を行うにあたり、剛性マトリックスおよび質量マトリックスの修正について以下に述べる。図-13 は曲げ変形を受ける梁部材要素の節点力 $(Y_i,\ M_i,\ Y_j,\ M_j)$ と節点変位 $(V_i,\ \theta_i,\ V_j,\ \theta_j)$ を示す。共役梁 (conjugate beam) 法の考え方[17)]により、共役梁の両端におけるせん断力は実際の梁の両端部におけるたわみ角に等しいことから

$$V_i=\theta_i-\phi_i-R=\frac{M_iL}{3EI}-\frac{M_jL}{6EI} \tag{1a}$$

$$V_j=\theta_j-\phi_j-R=\frac{M_jL}{3EI}-\frac{M_iL}{6EI} \tag{1b}$$

ここで、R は部材回転角を表す。また、部材の両端における半剛結の曲げにともなう回転角を ϕ_i、ϕ_j と表し、作用する曲げモーメント M_i、M_j との関係を線形と仮定すると

$$\phi_i=M_i\lambda_i,\qquad \phi_j=M_j\lambda_j \tag{2a·b}$$

ここで、λ_i、λ_j は剛結度を表すパラメータである。したがって、式(2)を式(1)に代入することにより、以下の関係式が得られる。

$$\left(L+3EI\lambda_i\right)\frac{M_i}{L}=\frac{3EI}{L}\left(\theta_i-R\right)+\frac{M_i}{2} \tag{3a}$$

$$\left(L+3EI\lambda_j\right)\frac{M_j}{L}=\frac{3EI}{L}\left(\theta_j-R\right)+\frac{M_j}{2} \tag{3b}$$

表-2　数値計算に用いた断面諸元

骨組部材	断面積 (m^2)	断面2次モーメント (m^4)
アーチ主構	0.3872	2.4990×10^{-2}
補剛桁（側径間）	0.1620	7.3082×10^{-3}
補剛桁（主径間）	0.1620	7.7853×10^{-3}
垂直材	0.0690～0.1296	1.2937×10^{-4}～7.6464×10^{-4}

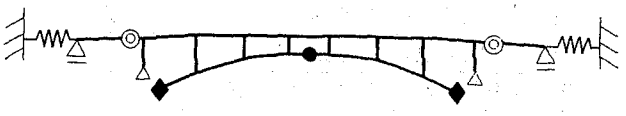

図-12　平面骨組解析モデル

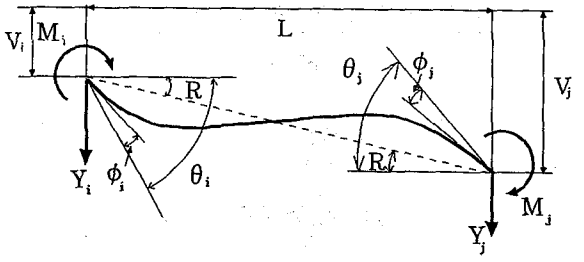

図-13　梁部材要素

ここで、上式の左辺の M_iと M_jの係数を以下のように定義する。

$$\gamma_i=\frac{L}{L+3EI\lambda_i},\quad \gamma_j=\frac{L}{L+3EI\lambda_j} \tag{4a·b}$$

このγ_iとγ_jは無次元量であり、ここでは剛度比(fixity factor)と呼ぶことにする[18)]。この剛度比γ_iとγ_jは部材端部の剛結度を表し、γ_i=0 とγ_j=0 は曲げに対する回転自由のピン結合に対応し、γ_i=1 とγ_j=1 は回転を拘束する完全剛結合を意味している。式(3)より、曲げモーメント M_i, M_jはたわみ角 θ_i、θ_jと剛度比 λ_i、λ_jで表すことができる。修正された剛性マトリックスの詳細は参考文献 18),19)を参照されたい。半剛結を有する部材の整合質量マトリックスも同様に修正することが可能である。

5．GAによるパラメータの同定

遺伝的アルゴリズム(GA)は最近、探索・学習・最適化の技術的手法として、種々の工学分野で注目されている。GAは自然界における生物の遺伝・進化の過程を繁殖・淘汰、遺伝子の交叉、および突然変異等のプロセスを簡単な数理モデルに置き換え、それを最適化手法として用いようとするものである。また、GAは得られた解の評価が可能であれば最適解を求めることができ、従来の最適化手法のように解の微係数、あるいは感度解析をする必要がない。工学的問題には最適解が必ずしも明確ではないが評価は可能であるという問題は多数存在する。

表-3　設計変数と離散値

$\gamma_{●}$	0.0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 0.6, 0.8, 1.0
$\gamma_{◎}$	0.0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 0.6, 0.8, 1.0
$\gamma_{◆}$	0.0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 0.6, 0.8, 1.0
K	0.0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 0.6, 0.8, 1.0
E	1.26,1.64,1.73,1.89($\times 10^6$ ton/m^2)

表-4　エッキ材のヤング係数($\times 10^6$ ton/m^2)

1.26	BS 5268 による最小値
1.64	東京都立工業技術センターによる最大値
1.73	DIN 1052 による値
1.89	BS 5268 による最大値

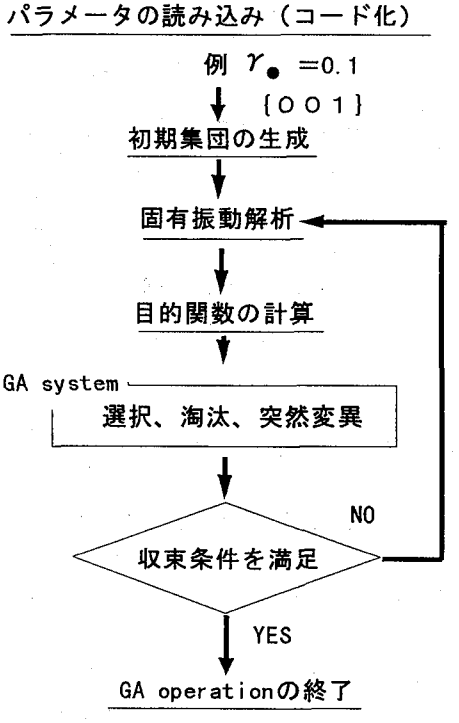

図-14　単純ＧＡによる解析の流れ図

多数の離散値を有する最適化問題にＧＡを応用することは非常に有効であると考えられている[9)-11)]。

具体的なＧＡの適用方法に関しては、交叉率 60%、突然変異率 10%、初期集団個体数を 100 個体とした単純ＧＡを用いている。設計変数として、図-12 に示したアーチクラウン部（●）、ゲルバーヒンジ部（◎）、アーチ主構支持部（◆）の剛度比γ、補剛桁支持部の仮想ばね係数 K、およびエッキ材のヤング係数 E を離散値として取り扱い、それぞれ３ビットおよび２ビットの遺伝子列によってコード化し同定を行うこととした。各設計変数とその離散値を表-3 に示す。また、エッキ材のヤング係数は表-4 に示す算定値を用いる[15)、20)]。

さらに、ＧＡにおいては目的関数(OBJ)がしばしば問題となるが、本研究では実験値と解析値との２乗差が最

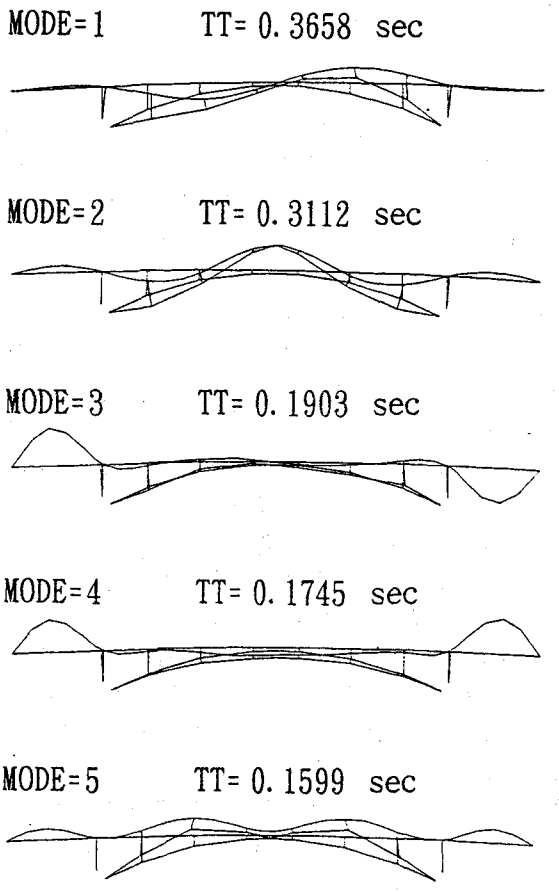

図-15　計算された固有周期と振動モード

小となる、以下に示す関数を用いて適応度を評価した。

$$OBJ = \sum_{i=1}^{2} \left| \omega_E{}^2(i) - \omega_A{}^2(i) \right| \qquad (5)$$

ここで、$\omega_E{}^2(i)$は現場振動実験により得られた固有円振動数の２乗値であり、$\omega_A{}^2(i)$は固有振動解析により得られる解析値である。また、（ ）内の添字 i は固有振動モード次数を表している。収束判定の方法としては、ある世代における最良線列がその世代の個体数の１割となったところで収束したものと判断した。本研究におけるＧＡの解析処理手順を図-14 に示す。

以上のようなＧＡによる数値計算を行ったところ、次のようなパラメータの最適値を得た。

$$\gamma_{●}=0.2,\ \gamma_{◎}=0.3,\ \gamma_{◆}=0.2,\ K=0.1,\ E=1.73 \qquad (6)$$

逆に、これらのパラメータの値を用いて固有振動解析(図-12 の解析モデル) を行った結果、求められた固有振動モードを１次から５次モードまで図-15 に示す。計算された鉛直逆対称１次モードの固有周期はT_1=0.3658 sec、および鉛直対称２次モードの固有周期は T_2=0.3112 sec となり、表-１に示す実験結果に極めて近いことが確認

できる。また、固有振動解析による計算結果においても、鉛直対称１次固有振動モードが存在しないことがわかる。

式(6)のパラメータの推定値より、アーチ主構のクラウン部の剛度比は 0.2、補剛桁の側径間のゲルバーヒンジ部の剛度比は0.3となり、剛結合というよりはむしろ、ヒンジ結合に近い半剛結状態にあることがわかる。また、アーチ主構の支持部においても、$\gamma_{\blacklozenge}$=0.2 となり、完全なるヒンジ支承とは言えず、やや回転を拘束する支承条件となっていることが理解できる。さらに、補剛桁の支持部における仮想ばね係数の値は K=0.1 となった。これは、補剛桁の両端部でローラー支承に $0.11\times(EA/L)$ なる水平ばねを付加したことを意味している。したがって、この水平力はゴムマットのせん断抵抗によるものと考えられる。最後に、同定されたエッキ材のヤング係数は DIN 1052 による算定値 1.73×10^{6}ton/m^2 になることが確認された。また、設計計算に用いられた主桁およびアーチ部材に関する重ね梁の有効断面２次モーメントの計算はDINに準拠しており、本橋のような木造アーチ橋の剛性評価にはDINによる算定方法が有効であると思われる。

６．あとがき

以上のように、本研究はＧＡを用いて木造アーチ橋の固有振動特性に影響を与えるアーチ主構および補剛桁の連結部、支承の支持条件、およびエッキ材のヤング係数に関する構造同定を行ったものである。ＧＡにより同定したパラメータの値を用いて固有振動解析した結果、固有振動数および固有振動モードとも実験結果に近いことが確認できた。本論文により得られた事項を箇条書きにすると、以下のようになる。

(1) 人力加振による減衰自由振動実験より、鉛直逆対称１次モードおよび鉛直対称２次モードの固有振動数を求めることができた。しかし、ライズ高さの影響を受ける上路アーチ橋では鉛直対称１次固有振動モードが存在しないことが確かめられた。また、測定された木造アーチ橋の減衰定数は通常の鋼製歩道橋に比較してやや大きな値であることが判明した。

(2) アーチ主構および補剛桁におけるヒンジ部の接合方法はヒンジ結合に近い半剛結状態にあると考えられる。

(3) アーチ主構の支持条件は完全に回転自由なヒンジ支承とは言えず、やや回転を拘束する支持状態であることがわかった。さらに、補剛桁の支持条件はゴムマットによるせん断抵抗が若干ではあるが存在し、固有振動数に影響を及ぼすことが認められた。

(4) エッキ材により構成されているアーチ形式歩道橋の部材の曲げ剛性の評価にはDIN 1052 による算定が有効であると考えられる。

(5) ＧＡを用いて同定したパラメータの値より数値計算した解析結果は、振動実験結果をほぼ再現することができた。したがって、本研究で検討したように、部材の剛結度、支持条件の拘束度、および部材の剛性度を離散変数として取り扱う最適化問題にＧＡの適用は極めて有効な手段であることが確認できたものと考えられる。

最後に、振動実験に際して協力をいただいた北海道大学大学院及川昭夫技官ならびに研究室の大学院生、学部生に感謝の意を表します。また、数値計算にあたり、ＧＡによる解析プログラムを提供していただいた北海学園大学大学院工学研究科杉本博之教授にここに記して深い謝意を表します。

参考文献

1) 林野庁監修：近代木橋の時代、林道の新しい可能性を求めて,龍源社, 1995.
2) 三品吉彦・北原良紀：木造歩道アーチ橋（支間長 45 m）の設計照査と木橋の可能性について,土木学会第48回年次学術講演会概要集,第VI部, pp. 312-313, 1993.
3) 日本建築学会：木構造計算基準・同解説,技報堂, 1992.
4) 三品吉彦・薄木征三・本田秀行：木道路橋の現状と振動実測データから見た構造特性,土木学会第 52 回年次学術講演会概要集,第Ｉ-B 部, pp. 486-487, 1997.
5) 本田秀行：近代木橋の動向及び一般道路橋との振動特性値比較,土木学会構造工学委員会橋梁振動モニタリング研究小委員会資料, 1997.
6) 薄木征三・小松幸平・鍵和田巧・佐々木貴信：集成材アーチリブの II 形挿入鋼板を用いたドリフトピン接合,構造工学論文集, Vol. 41A, pp. 915-922, 1995.
7) 出戸秀明・五郎丸英博・岩崎正二・宮本裕・土田貴之：集成材を用いたアーチ形式歩道橋の振動実測と解析,構造工学論文集, Vol. 40A, pp. 1321-1330, 1994.
8) 出戸秀明・五郎丸英博・岩崎正二・宮本裕・山口隆之:集成材木歩道橋の連結部の実大局部実験と解析,構造工学論文集 Vol. 41A, pp. 923-933, 1995.
9) 杉本博之・鹿汴麗・山本洋敬：離散的構造最適設計のためのＧＡの信頼性向上に関する研究,土木学会論文集, No. 471/I-24, pp. 67-76, 1993.
10) 鹿汴麗・杉本博之：ＧＡにおけるパラメータの効果に関する研究,構造工学論文集, Vol. 41A, pp. 619-626, 1995.
11) 須藤敦史・星谷　勝・宮沢和樹：遺伝的要素を考慮したインポータンス・サンプリングによる離散型変数を有するシステムの最適化,土木学会論文集,

No. 519/I-32, pp. 223-232, 1995.
12) 林川俊郎・須志田健・小幡卓司・佐藤浩一：ＧＡを用いた木造アーチ形式遊歩道橋の剛度比の推定, 土木学会第 52 回年次学術講演会概要集, 第 I-B 部, pp. 462-463, 1997.
13) 北原良紀:札幌市平岡公園の木造アーチ橋(人道橋), 橋梁, Vol. 29, No. 6, pp. 30-34, 1993.
14) 橋梁振動研究会編：橋梁振動の計測と解析, 技報堂出版会, 1993.
15) DIN 1052 : Structural Use of Timber-Design and Construction, 1988.
16) 日本住宅・木材技術センター:木橋設計施工の手引・木橋づくり新時代, ぎょうせい, 1995.
17) 能町純雄：構造力学Ｉ, 朝倉書店, 1974.
18) Monforton, G. R. and Wu, T. S. : Matrix Analysis of Semi-Rigidly Connected Frames, Journal of Structural Division, ASCE, Vol. 89, No. ST6, Dec., pp. 13-42, 1963.
19) 林川俊郎・須志田健・平沢秀之・佐藤浩一：アーチ橋の固有周期に与える半剛結の影響について, 土木学会北海道支部論文報告集, 第 52 号(A), pp. 362-365, 1996.
20) BS 5268:Structural Use of Timber-Code of Practice for Permissible Stress Design, Materials and Workmanship, 1991.

(1997 年 9 月 26 日受付)