

振動伝達関数法によるケーブル張力と曲げ剛性の同時推定法

Vibration transfer function method to estimate tension and flexural rigidity of cable

宇津野秀夫*、山極伊知郎**、遠藤浩司***、杉井謙一****

Hideo UTSUNO, Ichiro YAMAGIWA, Koji ENDO and Ken-ichi SUGII

*工博 神戸製鋼所 機械研究所振動音響研究室 主任研究員(〒651-22 神戸市西区高塚台)

**工修 神戸製鋼所 機械研究所振動音響研究室 研究員(〒651-22 神戸市西区高塚台1丁目5-5)

*** コベルコ科研 振音流動技術室 研究員(〒651-22 神戸市西区高塚台1丁目5-5)

****工博 神戸製鋼所 建設エンジニアリングセンタ構造技術部 次長(〒657 神戸市灘区岩屋中町4丁目2-15)

A new method to estimate the cable tension and the flexural rigidity is studied. Transfer function of the cable vibration between two points are measured, and peak and dip frequencies of the transfer function are utilized in this method. Square of the peak or dip frequency of the mode number I can be described as a polynomial equation of the mode number I . Flexural rigidity EI is coefficient of the fourth power of number I and the tension T is coefficient of the second power of number I in the equation. Both coefficients are calculated from a series of measured frequencies by means of the least square method and the iteration technique. Numerical experiments are achieved to testify the present method for clamped boundary and rotary stiffness boundary. Experiments are also achieved for steel rods and real bridge cables. Tension and flexural rigidity are calculated within 5% error for steel rods, and tension calculated within 5% error for bridge cables. These good agreements achieved suggest that the present method is sufficiently reliable to estimate cable tension and flexural rigidity.

Key Words: cable, tension, flexural rigidity, vibration, transfer function, measurement

1. まえがき

斜張橋やニールセン橋などのケーブル構造物では、架設時に張力が設計値を満足する様に、ケーブル張力の調整が行われる。ケーブルの張力は、ロードセルや油圧ジャッキを用いて直接測定する事もできるが、最近ではケーブルの固有振動数から張力を推定する振動法が、定着しつつある。振動法の研究として、ケーブルの曲げ剛性やサグの影響を考慮し、1次または2次の固有振動数から張力を算定する実用的な式を導いた新家らの研究¹⁾が知られている。

最近では、著者らが振動数方程式の解の規則性に着目し、固有振動数とそのモード次数との関係式を導き、最小二乗法を適用して曲げ剛性を算定する方法²⁾を提案している。得られた曲げ剛性と低次の固有振動数を従来の張力算定式に代入して、張力の算定も実施している。また続報^{3, 4)}では、固定境界条件において厳密に成立する固有振動数とモード次数との多項式を導き、複数の固有振動数測定値から、張力と曲げ剛性とを一括して計算する手法を提案している。同手法の算定精度を、丸棒を用いた基礎実験³⁾で検証した後、実橋のケーブル架設に適用⁴⁾し、その有効性を示している。そのほかピン支持された棒材を対象に、2点間の振動伝達関数を測定し、極値を示す周波数から張力を算出する研究⁵⁾も

開始している。

ところで、上述した振動法に基づく張力計算は、大部分がケーブル境界条件を固定と見なしている。そこで両端固定梁の固有振動数を数値的に発生させ、種々の振動法で張力を算定した。計算結果を図1に示すが、縦軸は算定値を設定値で除した値を、横軸は新家らが使用したパラメータ $\xi/\pi (= L\sqrt{T/EI}/\pi)$ で整理している。両端固定条件で解析的に求めた周波数を使用したため、新家らの簡易式(▲)と著者らの両端固定を前提にした多項式(○)は、正しい張力を算出している。当然ではあるが、著者らのピン支持前提の多項式(●)と弦理論(□)は、 ξ/π が小さくなるに従い誤差が大きくなっている。実

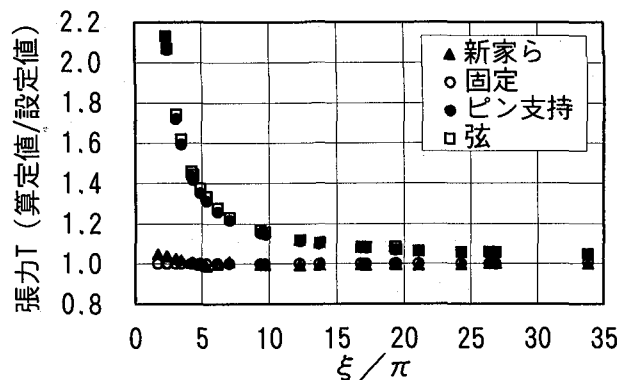


図1 両端固定条件における振動法の張力算定精度

際のケーブル境界条件は、固定とピン支持との間にあるため、 ξ/π が小さな領域では境界条件を正しく認識する事が、張力を精度良く算定することに結びつく。実際、ニールセン橋で用いられるケーブル交差部の固定ピースは、固定でもピン支持でもなく、回転ばねと考えた方が張力算定精度が良くなるとの報告⁶⁾や、ニールセン橋でケーブルが短くなる端部は、ソケットが振動するため実寸より長い等価長を設定したとの報告⁷⁾がなされている。

本研究は、ケーブルの境界条件をピン支持に回転ばねを加えた条件と考え、振動伝達関数を測定する事で、張力、曲げ剛性および回転ばねを一括して算定する手法を提案することにある。そこで、回転ばね支持されたケーブルの振動モードを解析的に検討し、2点の振動伝達関数の極値の周波数とその次数との関係を厳密に記述する多項式を導いた。複数の極値周波数が得られれば、導いた多項式に最小二乗法を適用し、収束計算を行うことで、張力と曲げ剛性、回転ばねが算定できる。本手法の妥当性を数値実験で確認し、丸棒を用いた実験で算定精度と適用範囲を検討した後、実橋のケーブルに適用する。

本手法によれば、架設現場でケーブル振動伝達関数を測定するだけで、張力と曲げ剛性と回転ばねが算定可能となる。従って、従来の振動法が適用できなかった固定条件以外の境界条件を持つケーブルや、曲げ剛性の把握を行っていないケーブルについても、維持管理上のニーズに応じて張力の検出が可能となる。

2. 振動伝達関数法による張力と曲げ剛性の算定理論

2.1 軸力を有するケーブルの撓み振動

図2に示すように左端が回転ばねKで支持されたケーブルに対し、左端より L_1, L_2 の2点の振動を測定して、張力を算定する測定原理を示す。軸力のかかったケーブルの撓みに関する運動方程式は、サグの影響を無視すると次式で表される。

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - T \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

ここで w はケーブルの撓み変位、 EI は曲げ剛性、 T は張力、 ρ は密度、 A は断面積を表す。撓み変位 w を

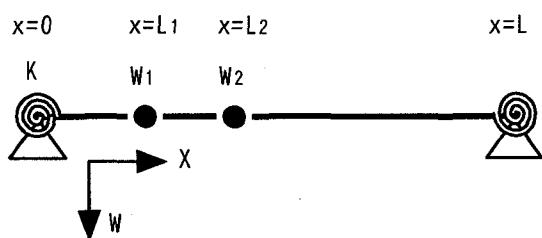


図2 振動伝達関数測定による張力算定の概念図

$w(x, t) = W(x) \exp(j\omega t)$ と変数分離し、(1)式を解くと、撓みのモード W の一般解は次式で表される。

$$W(x) = C_1 \sin(\alpha x) + C_2 \cos(\alpha x) + C_3 \exp(-\beta x) + C_4 \exp(\beta x) \quad (2)$$

ただし

$$\alpha = \sqrt{\left(\frac{T}{2EI}\right)^2 + \frac{\rho A \omega^2}{EI} - \frac{T}{2EI}} \quad (3)$$

$$\beta = \sqrt{\left(\frac{T}{2EI}\right)^2 + \frac{\rho A \omega^2}{EI} + \frac{T}{2EI}} \quad (4)$$

まず始めに、ケーブル左端の境界条件を考える。左端($x=0$)における撓み変位は零であり、ケーブルの曲げモーメントは回転ばねのモーメントと釣り合う。すなわち次式が成り立つ。

$$W = 0, \quad \text{at } x = 0 \quad (5)$$

$$K \frac{dW}{dx} = EI \frac{d^2 W}{dx^2}, \quad \text{at } x = 0 \quad (6)$$

ケーブル右端に対しても同様に扱う事ができるが、ここでは次のように考える。(2)式の右辺第4項は、ケーブル右端の近接場(ニアフィールド)の影響を示す。同点も回転ばねで支持されており、撓み変位は零である。後述するが、極めて大きな値となる $\exp(\beta L)$ に対して、この条件を満たす C_4 は極めて小さな値となる。このため、本論文では次式を仮定する。

$$C_4 = 0 \quad (7)$$

(2)式及び(5),(6),(7)式を用いると、撓みモードは次式のように表現できる。

$$W = C_1 \sqrt{1 + \frac{K^2 \alpha^2}{\{EI(\alpha^2 + \beta^2) + K\beta\}^2}} \sin(\alpha x - \theta) + C_1 \frac{K\alpha}{(\alpha^2 + \beta^2)EI + K\beta} \exp(-\beta x) \quad (8)$$

$$\text{ここで、} \theta = \tan^{-1} \left\{ \frac{K\alpha}{EI(\alpha^2 + \beta^2) + K\beta} \right\} \quad (9)$$

因みに、ケーブル左端が固定条件とピン支持条件の場合、 θ は次式に簡略化できる。

$$\text{固定} \quad K = \infty, \quad \theta = \tan^{-1}(\alpha/\beta)$$

$$\text{ピン支持} \quad K = 0, \quad \theta = 0$$

このため θ の取り得る範囲は $0 \leq \theta < \pi/4$ である。次に(8)式で正弦波関数項が零になる条件と、その時の指数関数項の定義域を考える。

$$\alpha x - \theta = i\pi \quad (\text{ただし } i = 1, 2, 3, \dots)$$

$$\beta x > \alpha x = i\pi + \theta \geq \pi$$

参考のため、 $i = 1, 2$ の条件における指数関数項を計算する。 $\exp(-\pi) = 0.043$, $\exp(-2\pi) = 0.0019$ となり、十分に小さな値である。すなわち $\exp(-\beta x)$ で表現されるケーブル左端の近接場の影響は、左端近傍に限られており、 $x = L_1, L_2$ 点のように左端から離れた位置で、正弦波項が最初に零となる条件では、指数関数項は無視できると考えられる。前述したケーブル右端の近接場の影響を示す指数関数項 $\exp(\beta L)$ は、この逆で極めて大きな値を示すが、その影響は右端近傍に限られており、左端近くの振動値に影響を与える事は少ない。

以上の仮定より、最終的に(8)式は正弦波関数項だけを残して次式となる。但し指数関数項は無視したため、左端の境界条件を厳密には満足しておらず $\alpha x \geq \pi$ の範囲、すなわち曲げ波の波長を $\lambda = 2\pi/\alpha$ とすると $x \geq \lambda/2$ の範囲で成立する式である。

$$W = C_1' \sin(\alpha x - \theta) \quad (10)$$

この場合、図2に示した2点の振動伝達関数は次式となる。

$$H(\omega) = \frac{W_1(\omega)}{W_2(\omega)} = \frac{\sin(\alpha L_1 - \theta)}{\sin(\alpha L_2 - \theta)} \quad (11)$$

上式で分子および分母が零の時、伝達関数は極値を示す。極大値に注目すると、次の条件式が得られる。

$$\alpha L_2 - \theta = i\pi, \quad i = 1, 2, \dots \quad (12)$$

同式に(3)式を代入すると、最終的に極値の次数 i とその周波数 f_i との間に次の関係式が導かれる。

$$\begin{aligned} f_i^2 &= \frac{\pi^2 EI}{4 \rho A L_2^4} \left(i + \frac{\theta}{\pi} \right)^4 + \frac{T}{4 \rho A L_2^2} \left(i + \frac{\theta}{\pi} \right)^2 \\ &= \frac{\pi^2 EI}{4 \rho A L_2^4} \left\{ \left(i + \frac{\theta}{\pi} \right)^4 + \frac{\xi^2}{\pi^2} \left(i + \frac{\theta}{\pi} \right)^2 \right\} \end{aligned} \quad (13)$$

上式で $\xi/\pi (= L_2 \sqrt{T/EI}/\pi)$ は、曲げ変形に関連する右辺第1項と張力に関連する右辺第2項との比率を表すパラメータである。

2.2 張力と曲げ剛性の計算アルゴリズム

(13)式は極値の周波数の2乗が、極値の次数 i の多項式で表現できることを表す。このため、複数の極値の周波数を求め、最小二乗法を適用すれば、同式の係数である曲げ剛性 EI と張力 T を求めることができる。(9)式で定義される θ は周波数の関数であるため、極値の次数 i に対応する値を θ_i とする。(13)式中の $(i + \theta_i/\pi)$ を X_i で置き換えて、最小二乗法を適用すると次式を得る。

$$\frac{1}{4 \rho A L_2^2} \left(\sum X_i^8 \sum X_i^6 \right) \begin{pmatrix} \pi^2 EI / L^2 \\ T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum f_i^2 X_i^4 \\ \sum f_i^2 X_i^2 \end{pmatrix} \quad (14)$$

ただし、(9)式で定義された θ は張力と曲げ剛性の関数であり、張力を決定するには収束計算を行う必要がある。収束計算の対象に、第 j 回目の繰り返し計算を意味する上付き文字⁽¹⁾を付与すると、 $T^{(j)}$, $EI^{(j)}$, $\theta_i^{(j)}$ と表される。回転ばね K も未知数であるが、橋梁ケーブルでは固定と見なせる場合も多いので、最初は $K = \infty$ と仮定する。以下に計算手順を示す。

- 1) 回転ばね定数を $K = \infty$ と仮定する。
- 2) 初期値を $\theta_i^{(0)} = 0$ とし、測定した極値次数 i と周波数 f_i を(14)式に代入して $T^{(0)}$, $EI^{(0)}$ を計算する。
- 3) 得られた $T^{(0)}$, $EI^{(0)}$ と測定値 f_i を(9)式に代入し、 $\theta_i^{(1)}$ を計算する。ただし、 $\omega_i = 2\pi f_i$
- 4) 得られた $\theta_i^{(1)}$ と測定した i および f_i を(14)式に代入して $T^{(1)}$, $EI^{(1)}$ を計算する。
- 5) 以後、上記手順3), 4)を次の判別式が満足されるまで繰返す。

$$\left| 1 - T^{(j-1)} / T^{(j)} \right| < \varepsilon_1 \quad (15)$$

- 6) 最終的に得られた $T^{(j)}$, $EI^{(j)}$ を(9), (13)式に代入し、繰り返し計算により $f_i^{(j)}$ を計算する。ただし、初期値には測定値 f_i を利用する。
- 7) 各次数における測定値 f_i と計算値 $f_i^{(j)}$ との差の最大値を次の判別式で評価する。

$$\max |f_i - f_i^{(j)}| < \varepsilon_2 \quad (16)$$

- 8) 判別式(16)が満たされた場合は、ばね定数の設定が妥当であったと判断して計算を終了する。

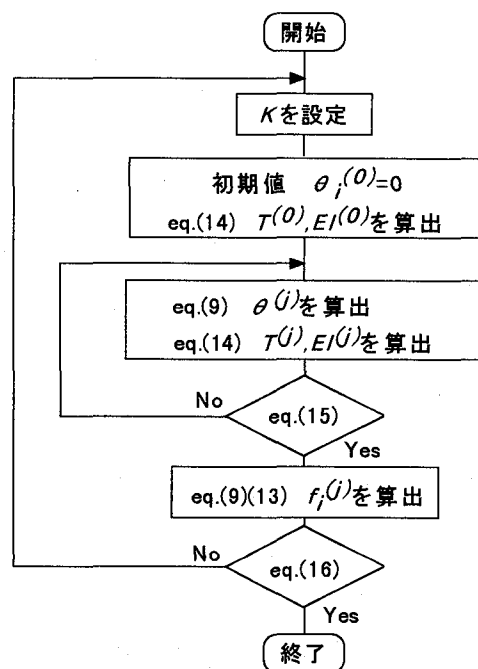
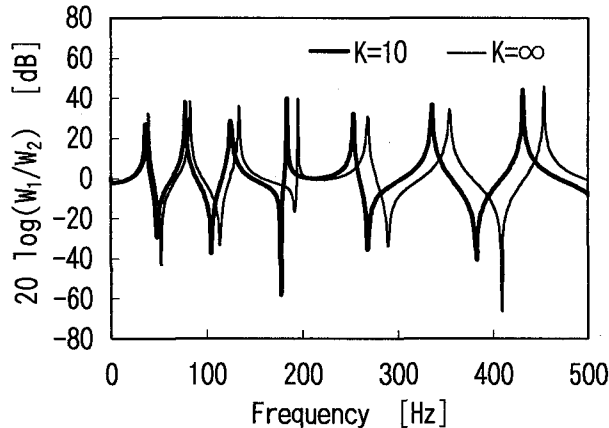


図3 振動伝達関数法の計算フローチャート

表1 数値実験における計算諸元

Simulation	
d [mm]	6
EI [Nm ²]	13.11
(L ₁ , L ₂) [m]	(1.0, 1.3)
K [Nm/rad]	10, ∞
T [N]	77, 1914, 7656, 17226 30623, 47849, 68903
ξ/π	1, 5, 10, 15, 20, 25, 30

図4 伝達関数の計算例 ($\xi/\pi=5$, $K=\infty, 10$)

9)判別式(16)が満たされなかった場合には、回転ばね定数に別の値を設定し、上記手順2)から8)を再度実施する。ただし $\theta_i^{(0)}$ の初期値には直前の収束値 $\theta_i^{(j)}$ を利用しても良い。

以上の手順を実行すれば、伝達関数の極値次数と極値周波数から、ケーブルの張力と曲げ剛性を算定する事が出来る。図3に上記計算手順の計算フローを示す。

3. 数値実験

本手法の妥当性を数値実験で検証する。表1に曲げ剛性、張力、バネ定数など数値実験で与えた諸元を示す。曲げ剛性には直径 $d=6\text{mm}$ の棒鋼に相当する値を、張力には無次元数 $\xi/\pi = L_2\sqrt{T/(EI)}/\pi$ が1から30の範囲となる値を、境界条件には回転バネ $K=10\text{Nm/rad}$ と固定境界条件 $K=\infty$ とを与えた。振動の評価点は $L_1=1\text{m}$, $L_2=1.3\text{m}$ とし、これらの値を(8)式および(9)式に代入して、撓みモードの比で定義される伝達関数 $H(\omega) = W_1/W_2$ を周波数応答関数として計算した。図4に $\xi/\pi=5$ の場合の伝達関数の計算結果を示す。同図で横軸は周波数を、縦軸は伝達関数の振幅の対数表示を意味する。図中の太線は回転バネ条件($K=10$)、細線は固定条件($K=\infty$)における伝達関数を表しており、それぞれ極大値と極小値とを繰り返す。

表2 伝達関数の極値の計算例

T [N]	Frequency [Hz]			
	1914		30623	
	ξ/π 5.00		20.00	
K [Nm/rad]	10	∞	10	∞
i=1	36.62	38.97	143.32	145.60
2	77.32	82.31	287.71	292.30
3	125.52	133.53	434.23	441.17
4	183.70	195.02	583.90	593.25
5	253.47	268.32	737.73	749.56
6	335.85	354.32	896.65	911.07
7	431.44	453.60	1061.57	1078.66
8	540.62	566.50	1233.31	1253.17
9	663.64	693.22	1412.65	1435.39
10	800.62	833.92	1600.30	1626.01

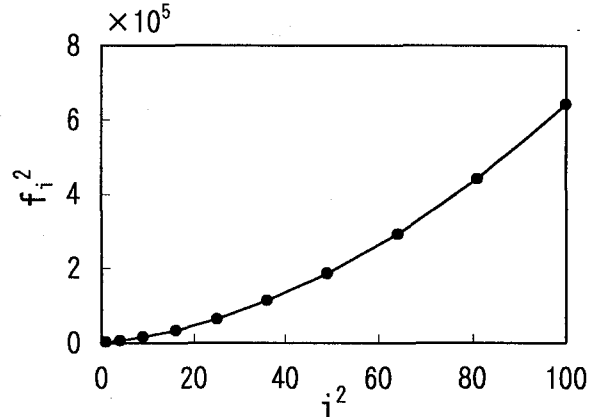


図5 極値の次数と周波数の最小二乗近似曲線

ここでは、伝達関数の分母零を意味する極大値を示す周波数を小数第2桁まで読み取り表2に整理した。回転バネ条件に対して、極大値を示す周波数の二乗と極値の次数の二乗との関係を図5に示す。同図は $\xi/\pi=5$, $K=\infty$ の場合で、図中の●は表2に整理された読み値を、実線は同読み値に対して最小二乗法を適用し、収束計算を行って求めた適合曲線を表している。適合曲線は、極大値周波数を非常に良く近似していると言える。次に曲げ剛性と張力の収束計算値を、当初計算式に使用した設定値と比較する。計算値を設定値で除した値を縦軸に、 ξ/π を横軸にとり、図6に固定境界条件を、図7に回転バネ条件を示す。両図には、表1に示した計算条件を全てプロットしたが、張力・曲げ剛性とも全条件で正確に設定値に収束していることが理解できる。

なお最小二乗計算を行うにあたって、使用する極値の次数を1~5次, 3~7次, 6~10次の3ケースを試したが、どの場合にも数値実験では設定値に収束しており、次数の選び方による影響は無いようである。また数値実験では、左端の近接場の影響を考慮した(8)式を用いて撓みモードを計算し、近接場の影響を無視した(10)式に基づいて張力と曲げ剛性を算定した。しかし張力、曲げ剛性とも設定値に収束しており、指数関数項を無視した(10)式で振動モードを表現することの妥当性が示された。以上の数値実験の結果から、伝達関数の極値から張力と曲げ剛性の算定を試みる本提案の妥当性が理解される。

また、得られた(13)式は、 θ と長さ L_2 の定義の仕方に違いはあるが、著者らが前報³⁾で導いた長さ L の梁の固有振動数と張力との関係式と同一の式である。ケーブル長 L に比べて、振動計測位置 L_2 は短いため、共振周波数に比べると極値の周波数は高くすることができる。

振動計測点の選び方は L_2 をケーブル端点に近づけすぎると、曲げ変形だけでなくせん断変形も考慮する必要が生じる。せん断の影響を無視できる条件として、定在波の半波長とケーブル径 d との比を $1/10$ 以下とする。 N 次の極値まで計算に使用する場合 $L_2 \approx N\lambda/2$ であるため、振動測定点の選定の目安としては $L_2 > 10Nd$ とすればよい。また L_1 と L_2 が接近しすぎたり、最小公倍数の条件では伝達関数の分子と分母の値が接近し、極値が明瞭でなくなる。極大値と極小値を交互にバランス良く発生させる一例として、例えば $L_1:L_2 = 3:4$ があげられる。その上で、(13)式に設計目標張力や中実棒鋼の曲げ剛性を代入すれば、発生する極値の周波数を試算できる。このため、例えば 200Hz までに 7~8 個の極値を生じさせる L_2 を試算することは容易である。

4. 模型実験

本手法を橋梁ケーブルに適用する前に、丸棒を対象にした基礎実験を行い、適用範囲と適用精度を検討する。

実験装置の構成を図 8a に示す。丸棒は加振機で加振され、左端より L_1 および L_2 点の振動を加速度センサで測定し、2 チャンネル周波数分析器を用いて伝達関数を

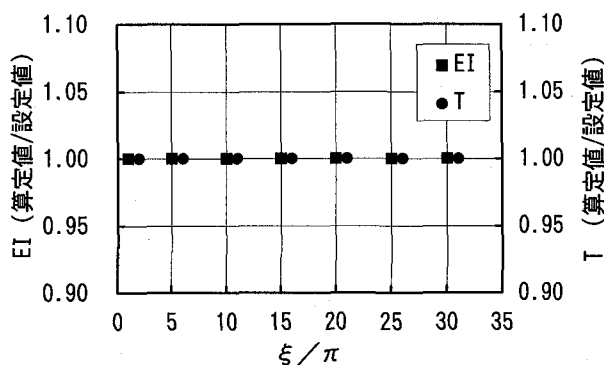


図 6 固定境界条件($K=\infty$)における算定精度

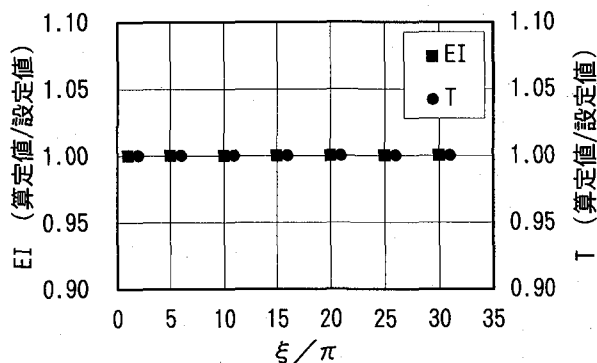


図 7 回転バネ条件 ($K=10$) における算定精度

測定する。丸棒の右端はロードセルを介して張力を受けるが、同端における曲げ波の反射波を抑制するために砂山が設けてある。図 8b に丸棒の左端の境界条件を示す。境界条件(1)では、丸棒の端部をネジ加工し鋼製ブロックにネジ込むことで、固定境界を模擬した。 x 軸の零点は固定ブロックの左端面である。境界条件(2)では、丸棒の端部に孔を設け、ピンを通して固定ブロック左端面で支持している。このため柔らかい回転ばねを模擬した条件と考える事が出来る。

実験条件を表 3 に示す。使用した丸棒の直径は 6mm で、曲げ剛性は $EI=13.11\text{Nm}^2$ である。設定した張力は、境界条件(1)では 655~4952 N、境界条件(2)では 250~401 N とした。境界条件(2)で低い張力値を設定した理由は、前掲の図 1 に示したように、境界条件の違いが ξ/π が小さい領域で顕著に現われるためである。また、振動測定位置は最短で $L_1=0.54\text{m}$ 、最長 $L_2=5.2\text{m}$ とし、5 種類の組み合わせを用いた。この結果、境界条件(1)の測定範囲は $1.6 \leq \xi/\pi \leq 32.2$ 、境界条件(2)の測定範囲は $1.6 \leq \xi/\pi \leq 4.6$ となった。

境界条件(1)で、張力 $T=4952\text{N}$ における伝達関数の測定結果を図 9 に示す。数値実験と同様に極大値と極小値が繰返す伝達関数が実験でも得られている。読み取った極大値の周波数の一部を表 4 に示す。周波数分解能は $\Delta f=0.625\text{Hz}$ である。前掲の図 3 の計算手順に従い、測定

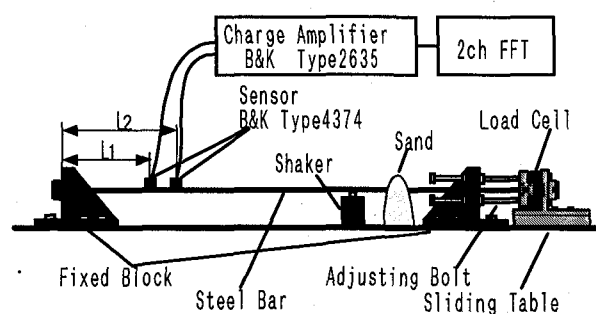


図 8 a 丸棒を用いた張力測定実験装置

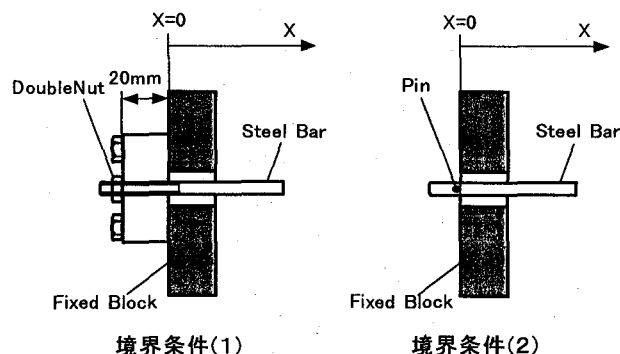


図 8 b ケーブル端部の拡大図

表3 丸棒を用いた実験における供試体諸元

境界条件(1)	(d,EI)	(6mm, 13.11Nm ²)
	(L ₁ ,L ₂)	(0.54m, 0.7m) (1.0, 1.3) (2.0, 2.6) (3.1, 4.0) (4.0, 5.2)
	T[N]	655, 1226, 2508, 3436, 4952
	ξ/π	1.6, 2.2, 2.9, 3.1, 3.6, 4.0, 4.3, 5.7, 5.8, 6.7, 8.0, 8.1, 11.4, 13.4, 16.1, 24.7, 32.2
境界条件(2)	(d,EI)	(6mm, 13.11Nm ²)
	(L ₁ ,L ₂)	(1.0, 1.3) (2.0, 2.6)
	T[N]	250, 324, 401
	ξ/π	1.8, 2.1, 2.3, 3.6, 4.6

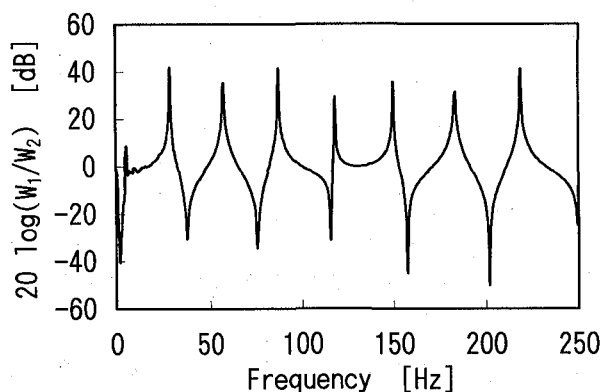


図9 丸棒の伝達関数測定例

表4 伝達関数の極値の測定例

	Frequency [Hz]			
	境界条件(1)		境界条件(2)	
(L ₁ , L ₂)	(2.0, 2.6)	(2.0, 2.6)	(1.0, 1.3)	(2.0, 2.6)
T[N]	655	4952	401	401
ξ/π	5.85	16.09	2.29	4.58
i=1	11.25	28.75	17.50	9.38
2	23.13	57.50	43.13	18.13
3	36.88	87.50	80.00	29.38
4	53.13	118.13	130.63	43.75
5	71.88	150.00	195.00	60.63
6	93.75	183.75	272.50	80.63
7	119.38	218.75	365.00	105.00
8	147.50	257.50	470.63	132.50
9	179.38	296.88	590.00	163.13
10	214.38	339.38	721.88	196.88

した1次から5次の極大値の周波数を使用して、張力と曲げ剛性を算定した。収束計算における誤差の判定基準は、 $\varepsilon_1 = 10^{-3}$, $\varepsilon_2 = \Delta f$ である。境界条件(1)における張力算定結果を図10aに、曲げ剛性算定結果を図10bに示す。数値実験と同様に、縦軸は算定値をロードセルの値(設定値)で除して表示した。設定した $2 \leq \xi/\pi \leq 32$ の範囲では、張力・曲げ剛性とも $\pm 5\%$ 以内の誤差で算定に成功している。なお境界条件(1)では、収束計算において $K=\infty$ を仮定した最初の計算で大部分が判別式(16)を満足した。

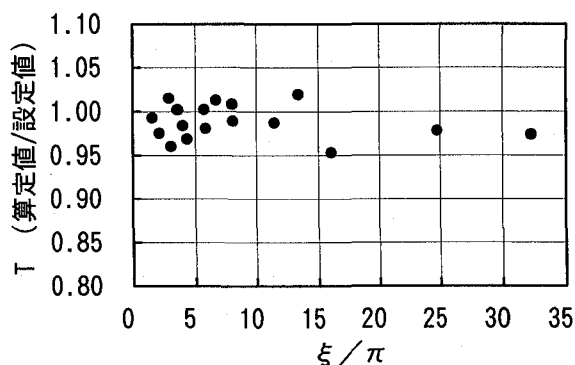


図10a 境界条件(1)における張力算定精度

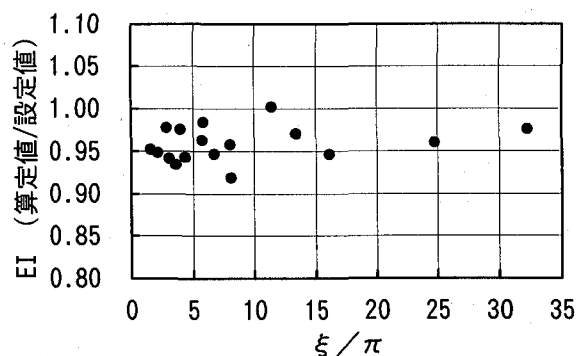


図10b 境界条件(1)における曲げ剛性算定精度

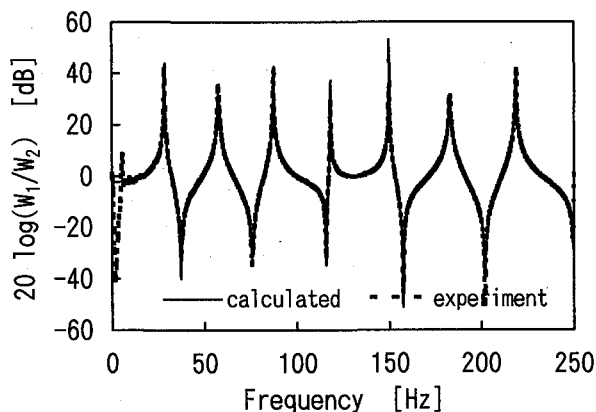


図11 伝達関数の測定値と算定値との比較

ロードセルで測定した張力(設定値)との誤差が、 -5% と大きかった $\xi/\pi = 16.09$ を対象に、測定した伝達関数と算定した張力及び曲げ剛性から計算した伝達関数とを、図11に比較する。測定結果と計算結果とは、極大値の周波数だけでなく伝達関数の形状も、ほぼ完全に一致している。このことから、本計算では極大値の周波数情報しか利用しなかったが、極小値でも同様な結果が得られると考えられる。極値周波数の誤差の和を、使用した極値の数で割った次数当たりの平均誤差を計算し、図12に示す。全条件において、測定周波数と計算周波数が殆

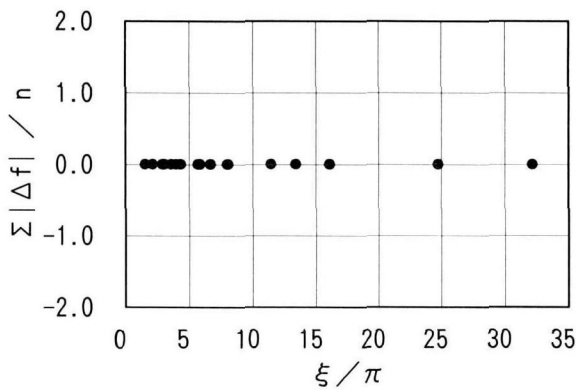


図 1 2 極値の周波数の差違の例

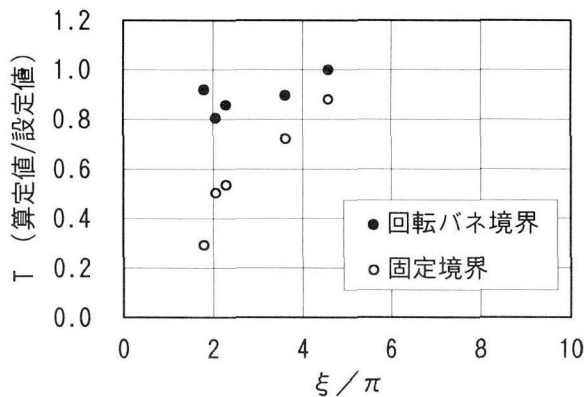


図 1 3 a 境界条件(2)における張力算定精度

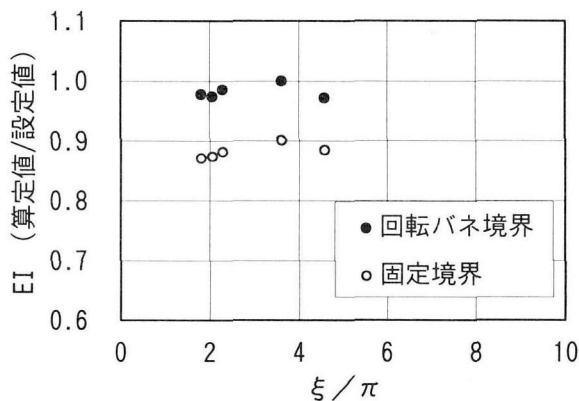


図 1 3 b 境界条件(2)における曲げ剛性算定精度

ど完全に一致していることが分かる。

図13a,bに境界条件(2)における張力と曲げ剛性の算定結果を示す。●は回転ばねを考慮した場合、○は $K=\infty$ とし、(15)式の判定式で計算を終了した場合である。柔らかい回転ばね境界を誤って剛壁と見なすと、張力、曲げ剛性とも大きな誤差を生じる。一方、回転ばねを考慮した本提案の手法では、張力・曲げ剛性とも誤差20%以内で算定できている。因みに算定されたばね定数は $K=10\sim100\text{Nm/rad}$ の範囲であった。図14に $\xi/\pi = 4.58$ の

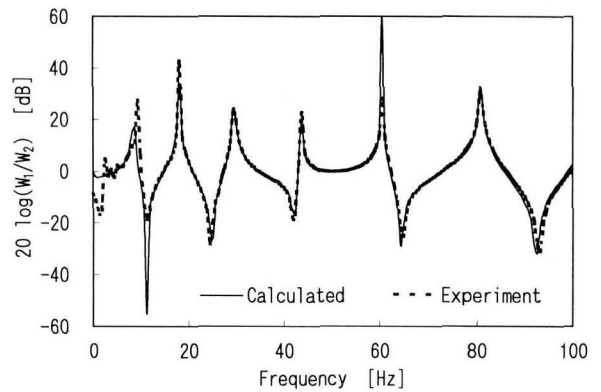


図 1 4 伝達関数の測定値と計算値との比較

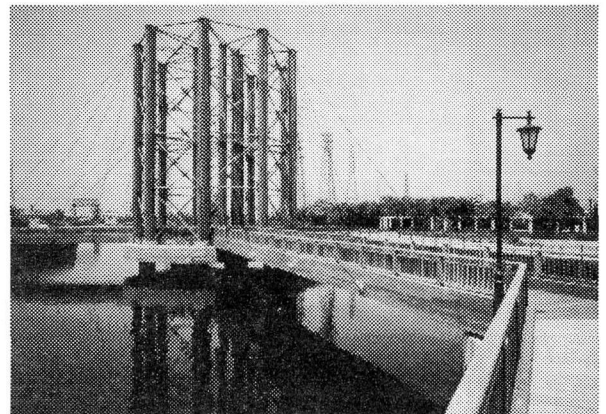


図 1 5 北堀であい橋の外観写真

表 5 実橋のケーブル諸元

被覆スパイラルロープ	
外径(素線のみ)	22mm
素線	径4.5mm * 19本
内被覆厚	3mm
外被覆厚	2mm
線密度	2.93 kg/m

場合の伝達関数測定値と回転ばねを考慮した伝達関数計算値を示す。回転ばねを考慮した場合も、伝達関数計算値と測定値とはほぼ完全に一致する。

以上の実験結果から、本提案の手法を用いれば境界条件によらず、張力と曲げ剛性を算定できる可能性が示された。また低い張力領域($2 \leq \xi/\pi \leq 7$)でも、境界が固定条件に近ければ 5%以内の誤差で、柔らかい回転ばね条件でも 20%以内の誤差で、張力と曲げ剛性を算定できることが示された。

5. 実橋への適用

本手法を実橋ケーブル(図 15: 尼崎市北堀運河 北堀であい橋)に適用した。表 5 にケーブルの諸元を示す。ケーブルは直径 22mm の被覆スパイラルロープで、ロープ中央部付近をプラスチックハンマで打撃し、ロープ下側定着点

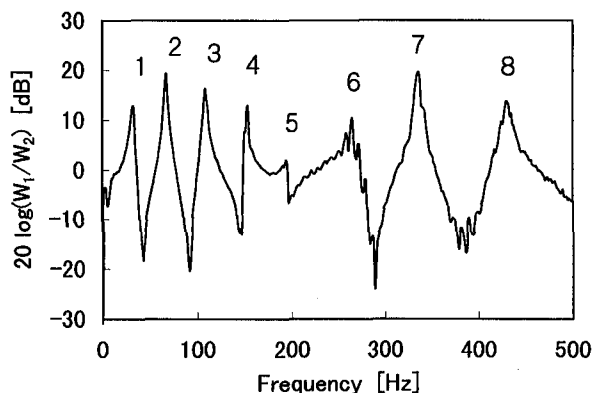


図 16 実橋ケーブルの振動伝達関数測定例

より $L_1=2\text{m}$, $L_2=2.5\text{m}$ の 2 点の振動を測定した。図 16 に振動伝達関数測定結果を示す。フーリエ変換における取り込み点数は 1024 点、伝達関数の表示は 400 ラインである。減衰が小さいため指数関数窓を使用し、4 回の打撃試験を平均した伝達関数である。模型実験で使用した丸棒ほど明確ではないが、実橋ケーブルでも伝達関数には極大値と極小値が繰り返し出現している。ピークが明確な 4 次までの極大値周波数を使用し、本手法による張力の算定結果と油圧ジャッキ法による張力値とを図 17 に比較する。測定データ件数が少ないが、油圧ジャッキで求めた張力と 5% 以内の誤差で張力が算定できている。

実橋に適用した場合、まだ検証はしていないが、本提案の手法が従来の振動法と比べて有利と予想される項目を列挙する。

- ・ 固定境界に限定せず、回転ばね境界にも適用できる。
- ・ 張力と曲げ剛性と回転ばね定数を同時に算定でき、曲げ剛性を事前に測定する必要がない。
- ・ センサー取り付け位置の選定で、測定周波数域を自由に設定できる。
- ・ 測定した極値の周波数を、張力と曲げ剛性から計算した周波数と比較できるため、チェック機能がある。
- ・ ケーブル端部と振動測定点間の局所的なケーブル張力を測定できる。
- ・ 測定する極値の周波数は、一般に固有振動数より高くなるため、加振が難しい長いケーブルにも適用できる。

5. 結言

一端を回転バネで支持され、引張と曲げを受けるケーブルの 2 点間の振動伝達関数から、張力と曲げ剛性とを算定する手法を検討し、以下のことを明らかにした。

1. 伝達関数の極値を示す周波数と次数との関係を表す多項式を導いた。
2. 数値実験で、固定境界条件および回転バネ境界条件を取り上げ、導いた多項式に最小二乗法と収束

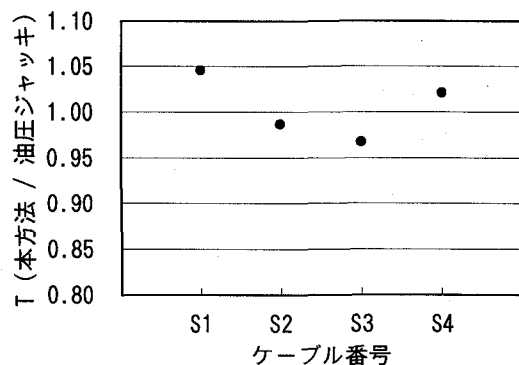


図 17 実橋ケーブルの張力算定結果

計算を施せば、張力と曲げ剛性とを正確に算定できることを確認した。

3. 丸棒を用いた実験で、固定境界と柔らかい回転バネ境界を実現し、 $2 < \xi/\pi$ の領域で張力と曲げ剛性とを 5~10% 以下の誤差で算定できることを示した。
4. 実橋で被覆スパイラルロープの張力を測定し、上記結果が妥当であることを示した。
5. 本手法の予想される利点を整理した。

なお今後の課題として、種々の実橋ケーブルに本手法を適用し、ケーブル固定方法と境界条件の考え方に検討を加えていきたい。

最後に、現兵庫県企業庁開発課 森本登志也様(元兵庫県尼崎港管理事務所)には、現地実験の際にご協力いただき、ここに感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 新家 徹、広中邦汎、頭井 洋、西村春久：振動法によるケーブル張力の实用算定式について、土木学会論文報告集、第294号、pp.25-32、1980
- 2) 山極伊知郎、宇津野秀夫、菅野直紀、杉井謙一：振動法によるケーブル曲げ剛性と張力の同時推定法、構造工学論文集、Vol.42A、pp.547-554、1996
- 3) 山極伊知郎、宇津野秀夫、遠藤浩司、杉井謙一：高次の固有振動数を利用した線材の張力と曲げ剛性の同定法(その2 算出方法の提案と精度の検討)、機械学会講演論文集 D&D97、NO.97-10、pp.415-418、1997
- 4) 山極伊知郎、宇津野秀夫、遠藤浩司、杉井謙一：ケーブル張力と曲げ剛性の同時推定法の実橋への適用、鋼構造年次論文報告集、第5巻、pp.15-22、1997
- 5) 宇津野秀夫、山極伊知郎、遠藤浩司、杉井謙一：高次の固有振動数を利用した線材の張力と曲げ剛性の同定法(その3 伝達関数の極値を利用する方法)、機械学会講演論文集 D&D97、NO.97-10、pp.419-422、1997
- 6) 山田友久、柄 一、藤森重幸、河尻和彦、堀内 博、村木 通則：大型ニールセン橋-内海大橋-の一括架設とケーブル張力管理、日本鋼管技報、NO.122、pp.56-61、1988
- 7) 成瀬輝男、原 公、森安 宏、島田忠幸：ケーブル構造物の張力測定と実施例、橋梁と基礎、83-12、pp.34-39、1983

(1997年9月26日受付)