

モルタル材料の破壊と変形の局所化に関する研究

STUDY ON FRACTURE AND STRAIN LOCALIZATION OF MORTAR

吉田 秀典*・新村 達也**

Hidenori YOSHIDA and Tatsuya SHINMURA

*正会員 博士(工学) 東京大学助教授 社会基盤工学専攻(〒113 東京都文京区本郷七丁目3-1)
**正会員 修士(工学) 千葉市役所 南部下水道建設課(〒260-91 千葉市中央区千葉港1-1)

In Hyogo South Earthquake, a great number of concrete structures were damaged. It results in repair and reinforcement for damaged concrete structures and the diagnosis of earthquake-resistance and durability for undamaged concrete structures. In order to diagnose them, it is necessary to understand the deformation and fracture properties of concrete structures. The mechanical behavior of the concrete structures is strongly characterized by the occurrence and growth of microcracks. Thus, in this article, the behavior of microcrack and the effect of strain localization due to cracking on mortar are investigated through four-point bending tests of mortar specimens to construct a numerical model reflecting the complicated behaviors of concrete material.

Key Words : Fracture, Strain localization, Mortar, Acoustic Emission

1. はじめに

兵庫県南部地震においては、古い設計基準に基づいて建設されたコンクリート構造物を中心に、多くの構造物が甚大な被害を被った。その結果、破壊を生じたコンクリート構造物においては修理・補強を、また破壊に至らなかった既存のコンクリート構造物においてはその劣化性、耐震性、および耐久性診断を行う必要性が高まっている。さらに今後建設される構造物に対しては、場合によっては新しい設計・施工法が必要となるであろう。

種々の診断などを行う際に問題となるのは、その構造物が過去にどのような負荷を受けたかが重要なポイントになるため、それを適切に評価するにはコンクリート材料の変形・破壊特性などを十分に把握しておく必要があるものと思われる。コンクリート材料の変形・破壊特性に関する研究は数多くなされており、例えば、軸方向引張力と曲げを同時に受ける部材のせん断破壊性状に関する研究¹⁾などが例として挙げられる。これまでの設計法はこうした研究の成果によるものであるが、破壊に至るまでコンクリートが均質等方性材料であるという見地に立っている。コンクリートの破壊を議論する上では、コンクリート中の微小クラックの発生と成長・進展が主たる破壊のメカニズムと考えられることから、現行の設計法が十分であるとは言いがたい。

そのため最近では、コンクリートを微視レベルから見てその破壊特性を捉えようという研究も頻繁に行われている。例えば、アコースティックエミッション法による破壊進行領域および微視的破壊機構に関する研究²⁾³⁾⁴⁾、コンクリートや岩石のような脆性材料におい

て、微視クラックの進展を考慮に入れた構成則の定式化に関する研究⁵⁾、破壊の進行に伴った変形の局所化に関する研究⁶⁾⁷⁾などがある。特に、「変形の局所化」という現象は、土木材料に限らず多くの材料に共通して見られる現象である。「変形の局所化現象」とは、負荷を受ける材料において初期の段階では材料にはほぼ均一に生じる変形が、やがて一つあるいは複数の領域に変形が集中し、最終的に変位の不連続面を形成するという現象である。このような現象は、主として構造物が破壊する過程の中でピーク荷重を過ぎた辺りで観察され、ピーク後の挙動を支配しているものと考えられる。構造物の安定性を議論する上で、このピーク後の挙動を的確に捉えることは重要である。こうした微視クラックの挙動は現行のコンクリート標準示方書⁸⁾⁹⁾においても、設計の際考慮に入るべき問題の一つとして挙げられているが、その具体的な対策は講じられていないのが現状である。また、上述の研究のように微小クラックの発生と成長・進展を実験的にあるいは解析的に捉えて、そのメカニズムについて言及しているものはあるが、そうした多数の微小クラックの変形から、ある限られた領域に変形が局所化するという現象のメカニズムを明らかにしている研究はまだほとんどない。コンクリート構造物の安定・安全設計を合理的かつ経済的に行うためには、微視クラック発生から変形の局所化までを数値的に解析できる解析手法の確立が必須であり、それにはそれらの現象を的確に捉え、破壊挙動を数値的にモデル化する必要がある。

そこで本研究では、最終的に数値解析モデルを構築することを念頭におき、材料の破壊現象や変形の局所

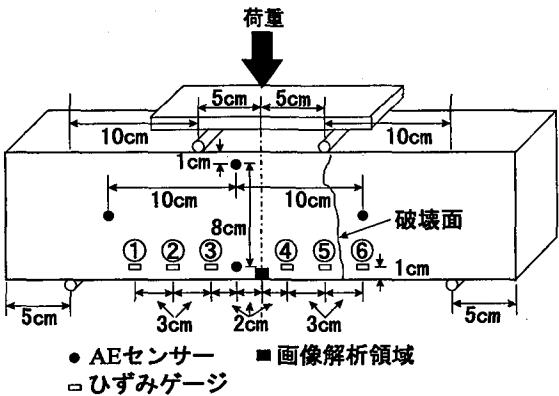


図-1 供試体概要

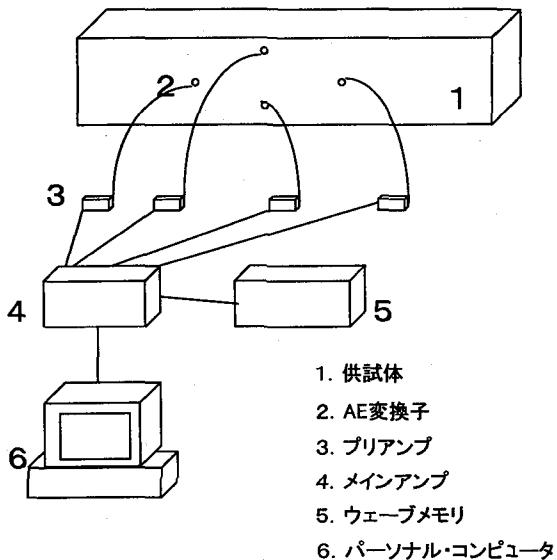


図-2 AE 解析システム

化現象を捉え、それらを明らかにすることを目的とした。本研究では、現象把握の手段として、これまでの計測手法よりも簡便で、精度の確保が容易な非接触変位場計測手法(マッチング法)を導入し、材料の挙動を追跡を行った。それには、なるべく材料基質部における現象を捉えることが肝要と思われるため、等方均質に近い材料としてモルタル供試体を作成し、それに対して4点曲げ試験を行った。

2. 実験概要

2.1 供試体および計測装置

本研究では、材料の基質部の破壊を捉えることを目的としているため、なるべく骨材といった介在物などの影響が極めて低く、かつ均質で等方に近い材料として、モルタル供試体(重量比セメント:水:細骨材 = 0.35:1.00:1.02)を準備した。供試体は普通ポルトランドセメントおよび細骨材を用いて作成し、型枠打ち込み後24時間の室内養生を行って脱型、そして28日間の水中

養生を行った。寸法 10 cm × 10 cm × 40 cm の標準モルタル供試体を8体作成し、4点曲げ試験を行った。実験においては載荷点および支点に鋼製のコロを当て、載荷点には剛性の高い平板を乗せて荷重を載荷した。尚、載荷点と供試体の接点から発生するノイズの類を極力消去するために、この箇所に石膏を流しこんで固めた。

実験計測項目としては、載荷重、載荷点変位の他に、図-1に示すようにAEセンサーおよびひずみゲージを取り付け計測を行った。本実験では、AEセンサーは位置評定に用いるのではなく、むしろ均一に発生すると予想される微視クラックを捉るために、図-1に示すように左右上下対称に4つのAEセンサーを設置した。AE解析システムを図-2に示す。なお、AE解析用のメインアンプには、信号処理装置としてAE信号を弁別するための包絡線検波器としきい値設定器があり、AEしきい値の基準電圧と入力電圧を比較し、しきい値以上の信号を検出するとAEイベントとして認識イベントパルスを発生する。さらに、このAE解析用のメインアンプには、イベントパルスで制御されるAE計数やAE事象数の計測を行うデジタルカウンタや、AE尖頭値、AEエネルギーなどを計測する各種のAEパラメータ抽出装置も組み込まれている。各種AEパラメータの設定については、解析ソフトでコントロールする。本実験では、しきい値を45dB、ハイパス、ローパスフィルタをそれぞれ100kHz、1000kHzと設定した。メインアンプより送られてくるイベントデータを基に、解析ソフトを用いてリアルタイムモニタを行った。

2.2 マッチング法

本研究では、モルタルの破壊過程および変形の局所化現象を捉えるために、前節の計測項目に加えて画像解析手法の一つであるマッチング法¹⁰⁾¹¹⁾¹²⁾¹³⁾を用いて計測を行った。この手法は画像解析手法のひとつであるテンプレートマッチング¹⁴⁾を拡張した、非接触の二次元変位場解析手法である。供試体表面の画像を撮るだけで変位を計測でき、さらに変位場よりひずみを求めるることもできるため、非常に適応範囲が広い。供試体のひずみ速度が比較的ゆっくりである場合は、供試体表面の写真を撮り、それをスキャナー等を用いてコンピューターに取り込んで画像解析を行う¹⁰⁾¹¹⁾。しかしながらこの手法では、写真撮影であるために連続的な画像の取り込みができない、急激な材料の挙動の変化を正確に捉えることは難しい。モルタル供試体の4点曲げ試験では、変形の局所化現象や破壊現象が急激に起こることが予想されるため、本研究ではデジタルビデオを用いて連続撮影を行った¹²⁾¹³⁾。しかしながら、ビデオ撮影の場合、取り込み画像が縦480画素、横640画素しかないので、大きな領域の撮影・取り込みを行うと解析の精度が落ち、解析精度を上げようとすれば、小さな領域に限った撮影・取り込みを行うほかない。こ

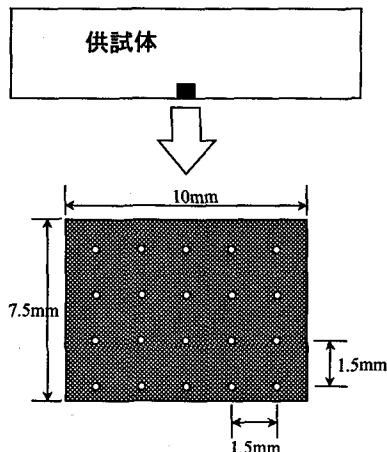


図-3 画像取り込み範囲

れがビデオ撮影によるマッチング解析の欠点である。

本実験におけるマッチング計測の手順を以下に記す。図-3に示すように供試体中央下部に白い塗料で等間隔に丸形の標点を打っておく。本実験では、白黒の濃淡をはっきりさせて変位計測の精度を向上させるため、あらかじめ黒の塗料を供試体の画像取り込み領域に吹き付けた。これらの塗料は非常に薄く塗付するので、供試体の剛性や強度に影響を与える可能性は少ないと思われる。また、これらの塗料は供試体の変形が微小である範囲ではほとんど剥離減少などが見られず、計測精度に影響を与えないことは、多くの実験を通して確認している。標点を打った間隔は 1.5 mm、範囲は約 10 mm × 7.5 mm である。実験を通して、この範囲を固定されたデジタルビデオにより撮影し、画像データとして取り込んで変位場解析(マッチング解析)を行った。なお本実験における解析の精度は、1 画素当たり約 0.014 mm ~ 0.016 mm であった。なお、マッチング解析の詳細を補遺 I に示した。

3. 実験結果・考察

3.1 載荷点変位と載荷重および AE カウント関係

まず、実験から得られる載荷点変位と載荷重の関係および載荷点変位と AE カウントの関係を求め、8 体の供試体のうち代表的と思われる例を図-4 および図-5 に示した。なお、図中の累積アカウント数は 4 つの AE センサーの合計である。図においては、供試体を連続体であると仮定して梁の理論を適用し、供試体の弾性係数を $20,000 \text{ kgf/cm}^2$ および $30,000 \text{ kgf/cm}^2$ として求めた載荷点変位と載荷重の関係も合わせてプロットした。モルタルの弾性係数を同定するにあたって、材料を均質等方弾性体とみなして有限要素解析も行ったが、結果は梁の理論の同定解とほぼ同じ、 $20,000 \sim 40,000 \text{ kgf/cm}^2$ であった。曲げ試験に先行して行われた、径 10

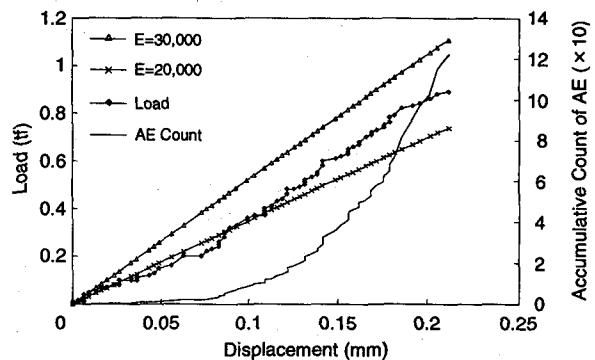


図-4 変位-荷重&AE カウント関係(供試体 No.1)

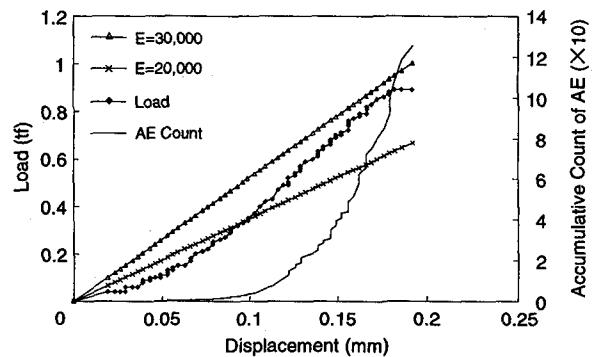


図-5 変位-荷重&AE カウント関係(供試体 No.8)

$\text{cm} \times \text{高さ } 20 \text{ cm}$ の標準円柱供試体を用いた圧縮試験の結果からは弾性係数は約 $300,000 \text{ kgf/cm}^2$ となっており、この値と曲げ試験の結果を比較すると、曲げ試験の巨視的な弾性係数はかなり小さいことが分かる。曲げ試験の弾性係数を求めるにあたっては、材料を均質等方の弾性連続体とみなしてその弾性係数を同定しており、同定値はモルタル基質部の変形の他に微視クラックに代表される不連続面の変形もカバーした値となっている。したがって、曲げ試験の弾性係数が圧縮試験で同定された値より小さいのは当然であるが、本実験のように $1/10$ 程度になっている原因としては、モルタル打ち込み時に練り混ぜが不十分であった、あるいは養生状態が悪く、乾燥収縮が生じたため、初期状態から多数の不連続面が存在していたことが挙げられる。

一方 AE は、載荷重で 0.05 tf 、載荷点変位で 0.1 mm 前後で発生はじめ、載荷重が 0.2 tf を超えると急激に増加し、やがて供試体は破壊に至っている。かなり多数のマイクロクラックが生じているにも関わらず、載荷初期に生じると思われるベッディングエラーを除けば、材料は終始線形挙動を呈し、それは破壊に至る直前まではほとんど変わらない。これは、冒頭で述べたような「変形の局所化現象」⁶⁾⁷⁾が原因の一つとして挙げられよう。前述の通り、「変形の局所化現象」とは、負

荷を受ける材料において初期の段階では材料にはほぼ均一に生じる変形が、やがて一つあるいは複数の領域に変形が集中し、最終的に変位の不連続面を形成するという現象である。

これを本実験に当てはめて考えると、初期の段階では練り混ぜ不足や不十分な養生から生じた初期不連続面(初期クラック)が供試体内に存在し、載荷とともにこれら初期不連続面が進展・成長したり、あるいは新たな不連続面(クラック)が発生する。最近の研究の成果¹⁶⁾¹²⁾によれば、本実験においても不連続面の発生状況はある程度均一であったこと類推される。不連続面のこうした発生、進展・成長にしたがってAEがカウントされるが、こうした不連続面の全てが材料破壊に至るまで進展・成長するわけではなく、このうちの一部の不連続面だけが進展・成長し、最終的な破壊面となる。つまり、不連続面はある一部分あるいは個所に集中し(変形の局所化)，その他の不連続面は進展・成長せず、中には再閉合するものも存在するものと思われる。最終段階では、こうした破壊面の近傍において短い時間に多数のクラックが発生あるいは進展・成長し、やがて材料は破壊に至る。

多数のマイクロクラックが生じているにも関わらず、材料がほぼ線形に挙動を呈する理由を、上記の「変形の局所化現象」とマイクロメカニクス(補遺II参照)に基づいて説明を行う。初期段階では、マイクロクラックの発生も均一で、マイクロクラック相互の平均的間隔(d)は狭く、その寸法(a)も極めて小さいものと思われる。載荷にともない、発生した一部のマイクロクラックだけが進展・成長するため、それらの寸法(a)は増大するが、それ以外のマイクロクラックは進展・成長しないため、マイクロクラック相互の平均間隔(d)も広くなる。さらに載荷が進むと、それまで進展・成長していたクラックもその全てが進展・成長し続けるわけではなく、そのうちの一部だけが進展・成長して、他のクラックは進展・成長が止まったり、あるいは閉口する場合も考えられる。クラックの進展・成長が止まる、あるいは閉口したりするとその近傍の材料基質部は再び弾塑性的な挙動をすることもある。載荷中はこうした現象を繰り返し、最終的に一部のクラックに変形が局所化し、材料破壊に至るものと思われる。式(I.I.9)によれば、巨視的弾性係数はクラック相互の平均間隔とクラックの寸法、つまり材料中のクラック密度に強く依存する。載荷初期では、クラック相互の平均間隔(d)が小さくかつその寸法(a)も小さいが、載荷が進むと両者がともに大きくなり、結果的にクラック密度に大きな変動が見られないため、材料はほぼ線形挙動を示すものと考えられる。

3.2 荷重比ーひずみ関係

次に、図-1に示す供試体下部に設置した各ひずみゲ

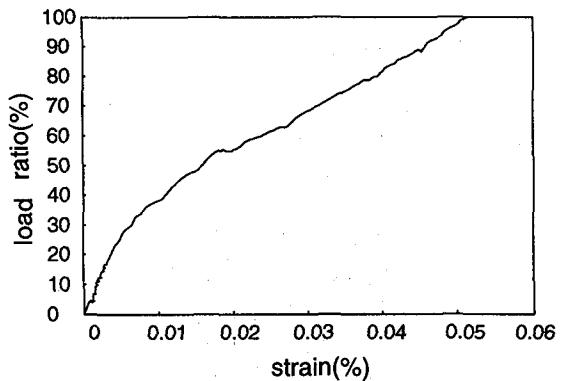


図-6 荷重比ーひずみ関係(供試体No.8, ゲージ1)

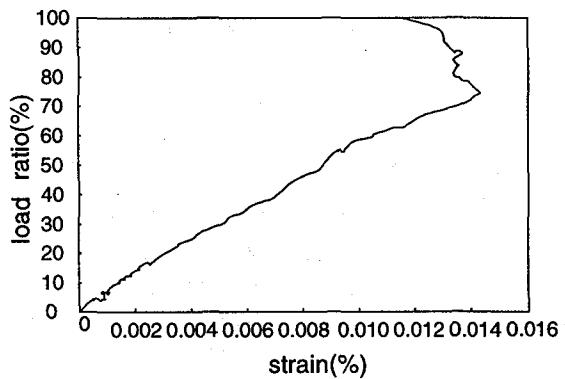


図-7 荷重比ーひずみ関係(供試体No.8, ゲージ4)

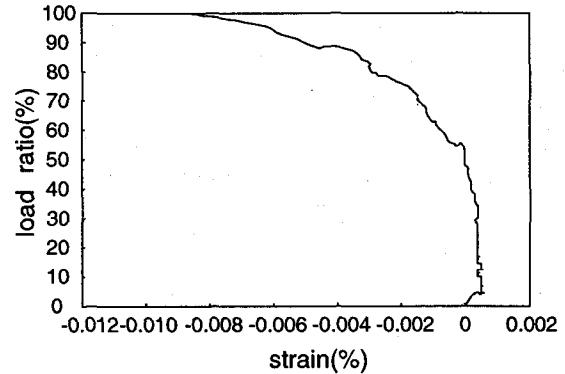


図-8 荷重比ーひずみ関係(供試体No.8, ゲージ5)

ジより計測されたひずみと荷重比の関係を求めた。8体の実験結果のうち、本論文では供試体No.8に貼られたひずみゲージで計測されたひずみと荷重比の関係を、特徴的なものに限り図-6～図-8に示す。なお、この供試体においては図-1のゲージ5とゲージ6の間で最終的な破壊面が現れた。

ひずみゲージより得られた荷重比ーひずみ曲線は各所で波を打つような挙動を繰り返し、ゲージ1とほとんど機能していないゲージ2を除いては荷重比5%～70%の間に弾性除荷が生じている。これは、力学的エネルギー

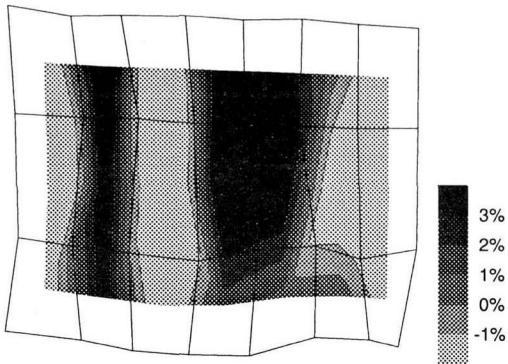


図-9 軸ひずみ分布(供試体No.8, 荷重比20%)

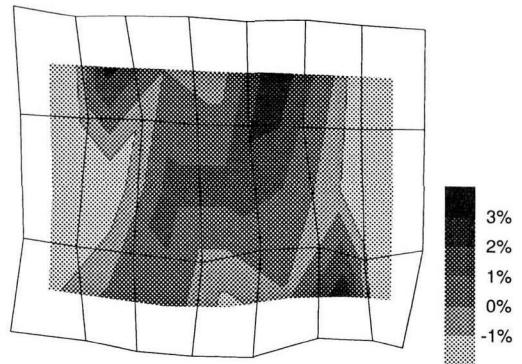


図-12 軸ひずみ分布(供試体No.8, 荷重比80%)

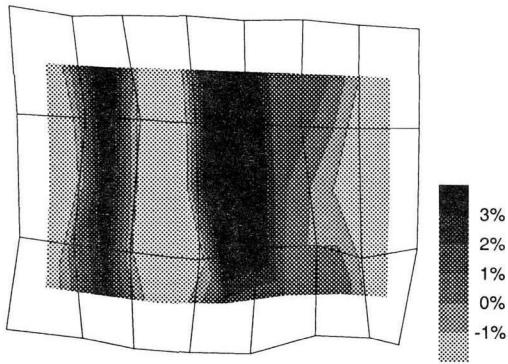


図-10 軸ひずみ分布(供試体No.8, 荷重比40%)

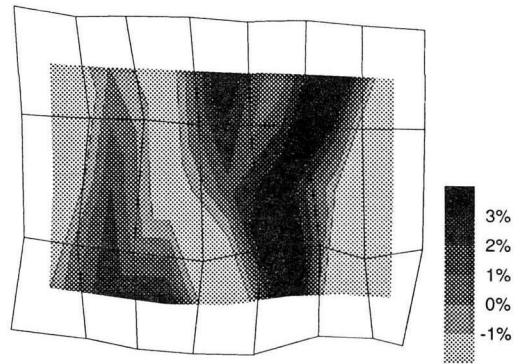


図-13 軸ひずみ分布(供試体No.8, 荷重比100%)

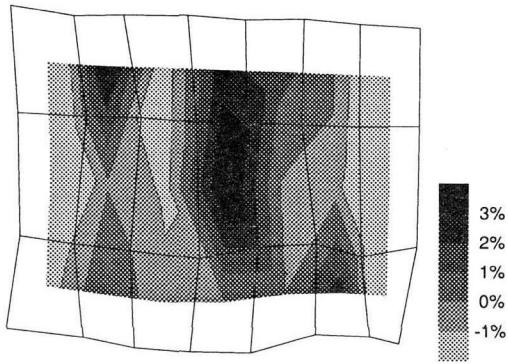


図-11 軸ひずみ分布(供試体No.8, 荷重比60%)

の散逸がごく少数のクラックに集中したことが原因と思われる。破壊面を近傍のゲージ5では、初期段階から圧縮状態を呈しており、初期に発生し破壊に至ったクラックの影響を受けているものと思われる。ゲージ6においてもゲージ5とほぼ同様の傾向を示した。ゲージ4は荷重比70%まで引張ひずみが増大するが、その後、弾性除荷している。弾性除荷が起こった荷重比とAEカウントが急激に増加した荷重比はほぼ一致しており、この荷重比を前後に変形が局所化したことが予想される。一方、破壊面から最も離れているゲージ1

では、常に引張を受け続け、その値も他のゲージと比べるとかなり大きいことが分かる。図より、ひずみの変動が微視クラックの挙動に強く依存するものと考えられる。

こうした現象は、初期段階で発生したクラックの一部が成長・進展し、その他は進展せずに閉合するといった「変形の局所化現象」と相関があるものと思われる。しかしながら、ひずみゲージではゲージが貼られた部分のひずみしか測定できず、しかもゲージを貼った箇所でクラックが生じた場合は機能しないことが予想されるため、正確に微視クラックの挙動を捉えることは困難と言えよう。

3.3 画像解析(マッチング法)によるひずみ場

前節までに述べたようなクラックの挙動を確認するため、実験においてデジタルビデオカメラで画像(図-3の7.5 mm×10 mmの領域, 640 dot×480 dot)を取り込み、マッチング法を用いて変位場を求め、それを微分することによりひずみ場を算出した。供試体No.8の軸方向のひずみ場を各荷重比段階ごとにそれぞれに図-9から図-13に示した。

供試体No.8では、初期の段階において、領域の右上

に大きな引張ひずみが現れ、その領域は荷重比 50%まで拡大しているが、それ以降に減少している。しかしながら荷重比が 90%を超えると、再び大きな引張場が同様の領域に出現している。マッチング解析より得られた引張ひずみが最大約 5%~6%であるのに対し、ひずみゲージで計測された引張ひずみは最大で約 0.1%~0.2%であり、両者に大きな乖離が見られた。これは、ひずみゲージがモルタルの局所的な連続体部分（インタクション部）のひずみしか計測ができないのに対し、マッチング解析はクラックなどの変形も含めた材料全体の変形を捉えることが可能であるためである。したがって、供試体 No.8においても引張ひずみの値が 3%を超えていていることから、この変形は基質モルタルによるものではなく、クラックに代表される不連続面による変形と考えられる。これがクラックの変形であるとすれば、初期の段階で引張クラックが発生し、それが荷重比 50%まで進展・成長していることが考えられる。そのクラックも荷重比 50%以降は進展・成長せず、変形が開口から閉口に転じるもの、破壊直前に再び開口しているものと思われる。この他の供試体においても、これと同じような挙動が観察・計測された。これは、初期段階に発生したクラックの一部が成長・進展し、その他のクラックは進展せずに閉合するといった「変形の局所化現象」捉えているものと思われる。

4.まとめ

本研究は、材料の破壊・変形の局所化のメカニズムを、巨視的および微視的に捉えることを目的として、モルタル供試体による 4 点曲げ試験を行った。その結果、本研究より以下の知見が得られた。

本実験では、載荷点変位、供試体下部のひずみおよびマッチング法による変位場といった項目について計測を行った。載荷点における変位では巨視的な挙動しか捉めず、ひずみゲージによる計測ではクラック（不連続面）の挙動を捉えられないが、マッチング計測・解析を用いることで、クラックの挙動を捉えることができた。特にマッチング計測では、モルタルに発生した全てクラックが材料破壊に至るまで進展・成長するわけではなく、その一部だけが進展・成長し、最終的に一部のクラックに変形が局所化し最終的な破壊面となるという変形の局所化現象を捉えることができた。それらのクラックも、単に進展成長するわけではなく、開口・閉口を繰り返したりすることが判明した。こうした現象を捉えることは、巨視的な計測手法やひずみゲージでは不可能である。

また本研究では、AE カウントが多数発生し、マイクロクラックが多数発生したり、プラスチックゾーンの形成がなされているにも関わらず、巨視的には材料はあたかも線形弾性体に近い挙動を呈する理由を、マ

イクロメカニクスと上記のような変形の局所化現象に基づいて説明を行った。

本研究で観察されたようなクラックの挙動は、材料の強度や損傷程度に多大な影響を与える重要な要因であるため、現行のコンクリート示方書でも指摘されている通り、微視的なクラックの挙動を考慮した新しい設計法の確立は急務であると考えられる。したがって、コンクリート構造物の安定・安全設計を合理的かつ経済的に行うためには、こうしたマッチング法のような計測手法を用いて計測を行い、微視クラック発生から変形の局所化までを数値的に解析できる解析手法を構築する必要があるものと思われる。

しかしながら今回の実験では、デジタルビデオ一台によるマッチング計測であるため、計測・解析領域が極めて小さく、供試体全体の挙動を捉え切れていない。特に、変形が局所化し破壊面が形成された領域をとらえることが重要であると思われる。この問題を解決するには、高精度のカメラを数台導入し、はりの軸方向に関して連続的な撮影を行い、数値解析モデル構築に向けた実験・計測を行うことが課題である。

謝辞： 本研究を進めるにあたり、東京大学大学院工学系研究科 堀井秀之 教授に懇切丁寧な御助言と御指導を賜わりましたことを厚く御礼申し上げます。また、有益な討論を頂いた東京大学大学院生 井上純哉 氏、そして実験および実験結果の整理を手伝って下さった、当時千葉工業大学土木工学科四年生の浅利毅 氏（現 田中組）、中村亘亭 氏（現 東亜建設）に感謝の意を表します。

付録 I マッチング解析の手順

ここでは、マッチング解析の手順を簡単な例を用いて具体的に示す。まず、取り込んだ画像を縦 480 画素 × 横 640 画素のビットマップファイルに変換する。ビットマップファイルにおいては、1 画素あたりの画像データは白黒 256 階調の数値データになっている。

次に、こうして数値に変換された画像データより評点の認識を行う。本実験では、標点を識別しやすいよう、あらかじめ黒く塗られた領域内に白い塗料でマークをしたので、取り込んだ領域内において、「ある大きさ未満かつ、あるレベルよりも白い画素の領域」を走査し、評点として検出された領域の左下にある画素の点をその標点の座標として定義する。ただし、実際の標点はほぼ丸形であるが、画像データにおける標点は、画素が正方形であるため、図-14 のような形となる。例えば、標点を「6 画素四方の範囲より小さく、220 よりも白い画素の集まり領域」という条件で走査した場合、図-15 に示すような白抜きの領域が標点として認識され、その領域の左下にある座標である画素の (5,2) が標点の座標として定義されることになる。また、変

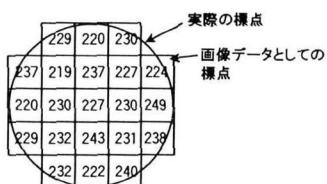


図-14 実際の標点と画像データの標点

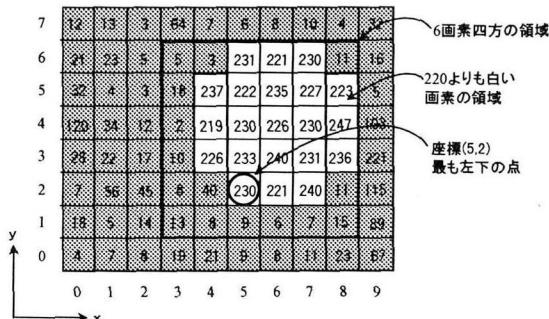


図-15 標点座標の認識

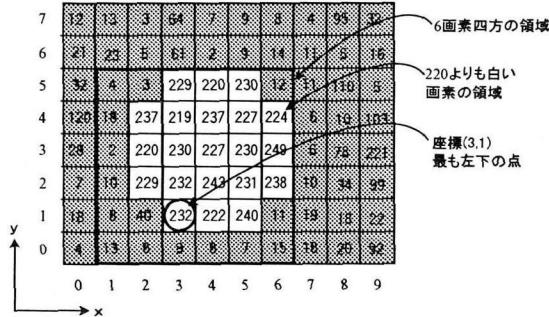


図-16 変位後の標点

形後にこの領域がどこに移動したかを決定するために、領域内にある全ての画素の階調数値を記録しておく。

そして、比較に用いる2枚の画像データにおいて、ある任意の標点がどれだけ移動したかを求める。変位前に線引きを行った6画素四方の範囲を、標点が移動したと考えられる領域において1画素ずつ移動させ、6画素四方の範囲内にある画素同士の階調差の二乗和をとる。その差が最小となる領域が、6画素四方の範囲が移動した領域であり、その移動距離が標点が移動距離となる。例えば、図-15と図-16の6画素四方の範囲における階調値の階調差の二乗和は、 $(4-5)^2 + (3-3)^2 + (229-231)^2 + \dots + (8-6)^2 + (7-7)^2 + (15-15)^2 = 59$ となる。これより、変位前に区切った6画素四方の領域は図-16に示す領域に移動したことになり、標点は、 x 方向に-1画素、 y 方向に-2画素移動したと求まる。実際の変位量を求めるには、画像取り込み時のデジタルビデオと供試体の距離およびデジタルビデオの倍率から1画素当たりの長さ算出し、その長さと移動距離の積をとればよい。

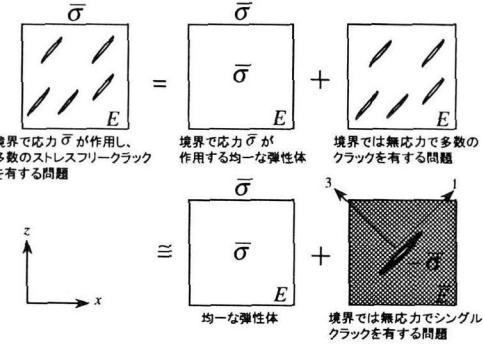


図-17 問題の重ね合わせ

付録 II クラックを有する材料の弾性係数

マイクロクラックを包含する材料の問題を、図-17に示すように、「境界で応力 $\bar{\sigma}$ が作用し多数のストレスフリーのクラックを有する問題」とする。この問題を、「境界で応力 $\bar{\sigma}$ が作用する均一な弾性体」と、「境界では無応力でそれぞれのクラック面で応力 $-\bar{\sigma}$ が作用する問題」に分けて考える。さらに後者の問題である、「境界で無応力で多数のクラックを有する問題」を、「境界では無応力で弾性係数が低減した材料内に応力 $-\bar{\sigma}$ が作用しているシングルクラックを有する問題」に置き換える。ここで、局所座標系(O-123)におけるクラック法線方向の平均ひずみ $\bar{\varepsilon}_{33}$ は以下のように表される。

$$\bar{\varepsilon}_{33} = \bar{\varepsilon}_{33}^M + \sum_{i=1}^N (\bar{\varepsilon}_{33}^C)_i; \\ = \bar{\varepsilon}_{33}^M + \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{V} \int_V \varepsilon_{33}^C dV \right)_i. \quad (\text{II.1})$$

ここで $\bar{\varepsilon}_{33}^M$ は境界で応力 $\bar{\sigma}$ が作用する均一な弾性体に生じる平均ひずみであり、 N はクラックの個数、 V はクラックの体積、 ε_{33}^C 、 $\bar{\varepsilon}_{33}^C$ はそれぞれクラックが変形することによって生ずる非弾性ひずみおよび平均非弾性ひずみである。そして右辺の第2項目にひずみ-変位関係式 $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_i n_j + u_j n_i)$ を代入すると、

$$\bar{\varepsilon}_{33} = \bar{\varepsilon}_{33}^M + \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{V} \int_V u_{3,3} dV \right)_i, \quad (\text{II.2})$$

となる。さらに第2項目にガウスの発散定理を適用すると、式 (II.2) は以下のようになる。

$$\bar{\varepsilon}_{33} = \bar{\varepsilon}_{33}^M + \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{V} \int_S [\bar{u}_3] n_3 dS \right)_i \\ = \bar{\varepsilon}_{33}^M + \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{V} \int_S [\bar{u}_3] dS \right)_i. \quad (\text{II.3})$$

ここで、 S はクラックの表面積、そして $[\bar{u}_3]$ はクラックの平均開口変位であり、クラックの開口変位 $[u_3]$ は以

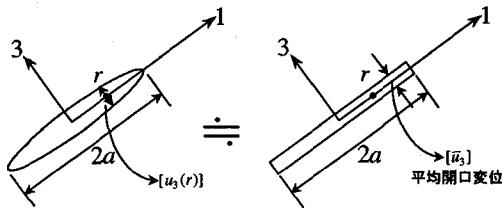


図-18 マイクロクラックと局所座標

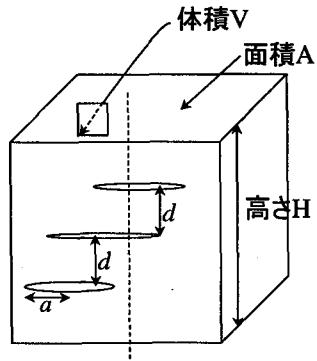


図-19 体積 V 中のクラック

下のように求まる¹¹⁾.

$$[u_3] = \frac{8(1-\nu^2)}{\pi \bar{E}} \sqrt{a^2 - r^2} \bar{\sigma}_{33}. \quad (\text{II.4})$$

ここで \bar{E} は、「境界では無応力でシングルクラックを有する問題」の低減した弾性係数であり、 ν はポアソン比である。 r は図-18 に示すように、原点であるクラックの中心からクラック面上の任意の点までの距離である。これより、次式が導かれる。

$$\begin{aligned} [\bar{u}_3] &= \frac{1}{S} \int_S [u_3] dS \\ &= \frac{1}{\pi a^2} \int_{-a}^a \left\{ \frac{8(1-\nu^2)}{\pi \bar{E}} \sqrt{a^2 - r^2} \bar{\sigma}_{33} \right\} 2\pi r dr \\ &= \frac{16(1-\nu^2)a}{3\pi \bar{E}} \bar{\sigma}_{33}. \end{aligned} \quad (\text{II.5})$$

これを式 (II.3) に代入すると以下のようになる。

$$\begin{aligned} \bar{\epsilon}_{33} &= \bar{\epsilon}_{33}^M + \frac{N}{V} \left\{ \int_S \frac{16(1-\nu^2)a}{3\pi \bar{E}} dS \right\} \bar{\sigma}_{33} \\ &= \bar{\epsilon}_{33}^M + \frac{N\pi a^2}{V} \frac{16(1-\nu^2)a}{3\pi \bar{E}} \bar{\sigma}_{33} \\ &= \bar{\epsilon}_{33}^M + \frac{a}{d} \frac{16(1-\nu^2)a}{3\pi \bar{E}} \bar{\sigma}_{33}. \end{aligned} \quad (\text{II.6})$$

ここで、図-19 のように高さ H 、底面積 A の立体に、半径が a のクラックが N 個存在すると仮定する。この時、図-19 の点線を横切るクラックの確率は $\frac{N\pi a^2}{A}$ となり、クラックの平均間隔 d は以下のように求まる。

$$d = \frac{H}{N \frac{\pi a^2}{A}} = \frac{HA}{N\pi a^2} = \frac{V}{N\pi a^2}. \quad (\text{II.7})$$

これより、 $\frac{N\pi a^2}{V} = \frac{1}{d}$ であることを用いている。式 (II.6)

の両辺を $\bar{\sigma}_{33}$ で除すと式 (II.6) は、

$$\begin{aligned} \frac{\bar{\epsilon}_{33}}{\bar{\sigma}_{33}} &= \frac{\bar{\epsilon}_{33}^M}{\bar{\sigma}_{33}} + \frac{a}{d} \frac{16(1-\nu^2)}{3\pi \bar{E}} \\ \frac{1}{\bar{E}} &= \frac{1}{E} + \frac{a}{d} \frac{16(1-\nu^2)}{3\pi \bar{E}}, \end{aligned} \quad (\text{II.8})$$

となる。ここで、 $\frac{1}{\bar{E}}$ は多数のクラックを有する材料の巨視的弾性係数であり、 $\frac{1}{E}$ は材料の基質部の弾性係数である。これを変形することで以下のように材料の巨視的弾性係数が求まる。

$$\bar{E} = E \left(1 - \frac{a}{d} \frac{16(1-\nu^2)}{3\pi} \right). \quad (\text{II.9})$$

参考文献

- 1) 田村ら：軸方向引張り力を受ける RC 梁のせん断耐力に関する実験的研究、コンクリート工学論文集、第 2 卷第 2 号、pp.153-160、1991
- 2) 新関茂、佐武正雄、郷家光男：AE によるモルタルとコンクリートの破壊進行領域内の微視的破壊機構の解析、構造工学論文集、Vol.39A、pp.419-423、1993
- 3) 大津政康：コンクリート工学におけるアコースティック・エミッション (AE) 研究の歴史と現状、土木学会論文集、第 496 号 / V-24、pp.9-19、1994
- 4) 丹羽義次、小林昭一、大津政康：コンクリート構造物のアコースティック・エミッション特性に関する基礎的研究、土木学会論文報告集、第 261 号、pp.101-111、1977
- 5) 仲沢武志、岸野佑次、佐竹正雄：微視クラックの進展則とひずみ軟化への応用、土木学会論文集、No.445 / III-18、pp.47-54、1992
- 6) 井上純哉、堀井秀之：熱力学的定式化に基づく変形の局所化の理論と解析手法、構造工学論文集、Vol.41A、pp.493-498、1995
- 7) 井上純哉、堀井秀之：コンクリート様材料における変形の局所化問題、第 51 回土木学会年次講演会講演概要集、V、1996
- 8) コンクリート標準示方書：コンクリート標準示方書（平成 3 年版）改訂資料およびコンクリート技術の今後の動向、土木学会
- 9) コンクリート標準示方書：平成 8 年度制定コンクリート標準示方書改訂資料、土木学会
- 10) 新村達也：マッチング法による鋼纖維補強コンクリートの 4 点曲げ試験における変位場・ひずみ場の計測、千葉工業大学学士論文、1995
- 11) Horii, H., Takamatsu, K., Inoue, J. and Sasaki, N.: Measurement of Displacement Field by "Matching Method" and Observation of Strain Localization in Soft Rock, *Proceedings of the Conference on Digital Image Technologies II: Techniques and Civil Engineering Applications*, 1997
- 12) 後藤寛英：リーデル線のねじりせん断試験と高精度画像解析による変位場計測、東京大学修士論文、1997
- 13) 新村達也：コンクリート材料の破壊・損傷に関する研究、千葉工業大学修士論文、1997
- 14) 安居院毅、中嶋正之、木見尻秀子：C 言語による画像処理、昭晃堂
- 15) Horii, H. and Nemat-Nasser, S.: Overall Moduli of Solids with Microcracks: Load-Induced Anisotropy, *J. Mech. Phys. Solids*, 31, pp.155-171, 1983
- 16) 小国健二、堀宗朗、池田清宏：相互作用を及ぼしあう周期的な欠陥の成長パターンについて、構造工学論文集、Vol.42A、pp.341-346、1996

(1997 年 9 月 26 日 受付)